МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА) Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2

по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»

Тема: Жадный алгоритм и А*

Студент гр. 8303	Гришин К. И
Преподаватель	Фирсов М. А

Санкт-Петербург 2020

Цель работы

Изучить «Жадный алгоритм» и алгоритм A^* для поиска пути в графе, а также имплементировать их на языке C++.

Задание, вариант 8

Разработайте программу, которая решает задачу построения пути в ориентированном графе при помощи жадного алгоритма. Жадность в данном случае понимается следующим образом: на каждом шаге выбирается последняя посещённая вершина. Переместиться необходимо в ту вершину, путь до которой является самым дешёвым из последней посещённой вершины. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес.

Example input	output
a e a b 3.0 b c 1.0 c d 1.0 a d 5.0 d e 1.0	abcde

Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в *ориентированном* графе **методом А***. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII.

Example input	output
a e	ade
a b 3.0	
b c 1.0	
c d 1.0	
a d 5.0	
d e 1.0	

Индивидуализация: Перед выполнением A* выполнять предобработку графа: для каждой вершины отсортировать список смежных вершин по приоритету.

^{*}Код программы, а также Makefile располагаются в приложениях

Описание работы программы

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины.

Далее в каждой строке указываются ребра графа и их вес.

В качестве выходных данных предоставляется строка в которой перечислены все вершины, по которым необходимо пройти от начальной вершины до конечной.

Описание алгоритмов

Жадный алгоритм

Пусть вершина, из которой нужно искать путь — src; вершина, в которую нужно попасть — dst.

- 1. Инициализируется стек (*stack*); таблица посещения, в которой отмечается каждая вершина и была ли она уже посещена (*visited*); таблица связности, в которой каждой вершине соответствует вершина из которой в нее пришли (*prev*), изначально инициализорвана нулями, т. е. неопределенными вершинами
 - 2. В *stack* заносится вершина *src*.
 - 3. Пока в *stack* есть элементы:
 - а) u ← элемент с верхушки stack
 - b) если u == dst, восстановить путь по prev
 - c) stack.pop
 - d) если u посещена, пропустить ее
 - e) отметить u как посещенную (visited[u] = 1)
 - f) $neighbours \leftarrow$ смежные с u вершины, упорядоченные по убыванию
 - g) для всех не посещенных n (visited[n] == 0) в neighbours добавить n в стек
 - в таблицу связности для n записать u (prev[n] = u)
 - 4. Если *stack* пуст, то путь не найден

Алгоритм А*

Пусть вершина, из которой нужно искать путь — src; вершина, в которую нужно попасть — dst.

- 1. hueristic(char) лямбда выражение, которое возвращает разность между кодами символов в таблице ASCII; closed контейнер содержащий посещенные вершины; open контейнер содержащий вершины, которые можно осмотреть на данной итерации; prev таблица связности, в которой отмечается откуда была посещена вершина (изначально инициализируется нулями); g_val таблица, отображающая значение пути пройденного от src дл вершины; f_val таблица содержащая сумму соответствующих g_val и hueristic. (g_val и f_val изначально инициализируются бесконечностями)
- 2. Для каждой вершины в графе отсортировать смежные по возрастанию эвристической функции
 - 4. g_val для src = 0, f_val для src = эвристической функции от <math>src
 - 3. Поместить src в open
 - 4. Пока в ореп есть элементы:
 - а) и ← первый встретившийся наименьший элемент в ореп
 - b) удалить и из open
 - c) поместить и в closed
 - d) если u == dst, восстановить путь по prev
 - e) neighbours ← смежные с и вершины
 - а) для всех n в neighbours:

если п в closed, пропустить ее alt_g \leftarrow paccтояние от п до src; alt_f \leftarrow alt_g + hueristic(n) если alt_g \geq g_val для n, то пропустить изменить g_val для n на alt_g (g_val[n] = alt_g) изменить f_val для n на alt_f (f_val[n] = alt_f) в таблицу связности для n добавить u (prev[n] = u) добавить n в open, если его там нет

5. если ореп пуст, то путь не найден

Описание классов и их методов

<u>Класс Vertex</u>: содержит в себе поле *char name*, хранящее в себе имя элемента и контейнер $vector < Edge^* >$ хранящий в себе инцидентные к вершине ребра.

Методы класса:

Деструктор — удаляет все ребра из памяти

Конструктор(char n) — записывает в поле name значение n

void addNeighbour(Vertex *other, float w) — создает новое ребро с размером w, которое ведет от this к other

<u>Класс Edge</u>: содержит в себе поле *float w*, хранящее в себе размер ребра, а также два указателя на вершины: Vertex *from — вершина откуда ведет ребро и Vertex *to — вершина куда ведет ребро.

Методы класса:

Деструктор — удаляет себя из списка ребер у вершины from

Конструктор(Vertex* from, Vertex *to, float w) — инициализирует соответствующие переданным параметрам поля, добавляется в контейнер с ребрами у вершины from

<u>Класс Graph</u>: хранит в себе контейнер *vector*<*Vertex*>* хранящий в себе все вершины графа.

Метолы класса:

Деструктор — удаляет все вершины из своего контейнера

 $Koнcmpyкmop(bool\ logger)$ — открывает файл для логов, на вход получает значение флага logger=1 — записывать логи в файл.

vector<char> greedySearch(Vertex *src, Vertex *dst) — возвращает
путь от src до dst, найденный с помощью жадного алгоритма

vector < char > astarSearch(Vertex *src, Vertex *dst) — возвращает кратчайший путь от src до dst, найденный с помощью алгоритма A*

int AddVertex(char name) — создает вершину с названием *name*, если такой еще нет и добавляет в свой контейнер и возвращает 0, иначе возвращает 1

 $int\ AddVertex(char\ name,\ char\ from,\ float\ w)$ — создает вершину name, в которую ведет ребро размером w из from. Если name уже существует, то возвращает 1; если from указана как 0 или равна name, то возвращается 3; если from не существует, то возвращается 2; иначе возвращается 0.

int delVertex(char name) — удаляет вершину с именем *name* и возвращает 0, если вершина не найдена, то возвращает 1.

 $int\ connectVertices(char\ from_n,\ char\ to_n)$ — создает ребро от $from_n$ к to_n . Если $from_n$ или to_n не существует, создает их. Причем, если обе вершины существуют, возвращает 0; если не было только $from_n$, то возвращает 1; если только to_n , то возвращает 2; если не существовало обеих вершин, то возвращает 3.

 $vector < char > search(char src_n, char dst_n, int type)$ — если вершины src_n и dst_n существуют, то запускает поиск, в зависимости от типа (0 — greedy, 1 — Dijkstra, 2 — A*) и возвращает путь. Если какая-то из вершин не существует, то возвращается пустой вектор.

Хранение решения

Граф представлен в виде списка связности вершин (vector<Vertex*> vertices), где каждая вершина хранит указатели на ребра, ведущие к другим вершинам.

Использованные оптимизации

Для алгоритма A* для каждой вершины, список ее инцидентных ребер сортируется по возрастанию эвристической функции.

Тестирование

Greedy Algorithm

input	output
a e a b 3.0 b c 1.0 c d 1.0 a d 5.0 d e 1.0	abcde
a e a b 1.0 a d 3.0 b c 2.0 c a 1.0 c e 1.0 c d 2.0 d e 4.0	abce
a g a b 1.0 a d 4.0 a g 4.0 b c 1.0 c d 1.0 d g 1.0	abcdg
a c a b 1.0 a z 1.0 b c 1.0 z c 1.0	azc
a c a b 3.0 b c 1.0 c a 1.0	abc
a d a b 1.0 b a 1.0 b c 1.0 c b 1.0 d c 1.0	

A* Algorithm

input	output
a e a b 3.0 b c 1.0 c d 1.0 a d 5.0 d e 1.0	ade
a e a b 1.0 a d 3.0 b c 2.0 c a 1.0 c e 1.0 c d 2.0 d e 4.0	abce
a g a b 1.0 a d 4.0 a g 4.0 b c 1.0 c d 1.0 d g 1.0	ag
a c a b 1.0 a z 1.0 b c 1.0 z c 1.0	abc
a c a b 3.0 b c 1.0 c a 1.0	abc
a d a b 1.0 b a 1.0 b c 1.0 c b 1.0 d c 1.0	

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены «Жадный» алгоритм и алгоритм А* для поиска пути в графе. «Жадный» алгоритм не гарантирует нахождения кратчайшего пути, в свою очередь А* является модифицированной версией алгоритма Дийкстры и находит кратчайший путь от одной вершины до другой опираясь на эвристическую функцию предугаданного расстояния. Оба алгоритма имплементированы на языке С++, все промежуточные действия записываются в файл log, расположенный рядом с программой.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Файл edge.h

```
#ifndef EDGE_H
#define EDGE_H

struct Vertex;

struct Edge{
    friend struct Vertex;
    float w;
    class Vertex* from;
    class Vertex* to;
    ~Edge();

private:
    Edge(Vertex *from, Vertex *to, float w);
};
#endif
#inalude Madge but
```

Файл edge.cpp

```
#include "edge.h"
#include "vertex.h"

Edge::~Edge()
{
    for(auto it = from->neighbours.begin();
        it < from->neighbours.end(); it++)
    {
        if(*it == this) {
            from->neighbours.erase(it);
            break;
        }
    }
}

Edge::Edge(Vertex *from, Vertex *to, float w):
        from(from), to(to), w(w)
{
        from->neighbours.push_back(this);
}
```

приложение в

Файл vertex.h

```
#ifndef VERTEX_H
#define VERTEX_H
#include <vector>
struct Edge;
struct Vertex{
  friend class Graph;
   char name;
   std::vector<Edge*> neighbours;
   ~Vertex();
   void addNeighbour(Vertex *other, float w);
private:
   Vertex(char name);
#endif
                                            Файл vertex.cpp
#include "vertex.h"
#include "edge.h"
Vertex::~Vertex()
   for(auto edge: neighbours){
      delete edge;
}
Vertex::Vertex(char name):
  name(name)
void Vertex::addNeighbour(Vertex *other, float w)
   new Edge(this, other, w);
```

ПРИЛОЖЕНИЕ С

Файл main.cpp

```
#include <iostream>
#include <ostream>
#include <fstream>
#include <string>
#include <limits>
#include <algorithm>
#include <vector>
#include <map>
#include <stack>
#include "edge.h"
#include "vertex.h"
#define INF std::numeric_limits<float>::infinity()
#define GREEDY 0
#define DIJKSTRA 1
#define ASTAR 2
class Graph{
   std::vector<Vertex*> vertices;
    std::ofstream log; // log file descriptor
   bool logger = 0;  // is loggin on.
    std::vector<char> dijkstraSearch(const Vertex *src, const Vertex *dst){
       if(logger)
           log << "Initialize Dijkstra algorithm" << std::endl;</pre>
        // copy all vertices to another container, call it graph
       std::vector<Vertex*> graph = vertices;
       std::vector<char> path;
        // create containers of algorithm
        std::map<char, float> dist;
        std::map<char, char> prev;
        // initialize algorithm containers
        for(auto v: graph){
           dist[v->name] = INF;
            prev[v->name] = 0;
        dist[src->name] = 0;
        while(!graph.empty()){
           // find vertex with min distance
            Vertex *u = graph.back();
            float d = dist[u->name];
            for(auto v: graph) {
                if(dist[v->name] < d){
                   d = dist[v->name];
                    u = v;
                }
            }
            if(logger)
                log << "Vertex \'" << u->name << "\' with least distance to src = " << d << std::endl;
            // delete u from vertex set
            for(auto it = graph.begin(); it < graph.end(); it++)</pre>
                if(*it == u){
                    graph.erase(it);
```

```
// restore path and return if dst target spotted
        if(u == dst){
            char v_n = u->name;
            if(prev[v_n] == 0)
               path.push_back(v_n);
            else
                while(v_n != 0){
                   path.insert(path.begin(), v_n);
                    v_n = prev[v_n];
                }
            if(logger){
                log << "path found: ";
                for(auto c: path)
                   log << c;
                log << std::endl << std::endl;</pre>
            }
            return path;
        }
        // check neighbours
        if(logger){
            if(u->neighbours.empty())
                log << "Vertex doesn't have neighbours" << std::endl;</pre>
            else
               log << "Unvisited neighbours are:" << std::endl;</pre>
        for(auto edge: u->neighbours){
            auto n = edge->to;
            // if neighbours is not in graph, it's already checked
            if(std::find(graph.begin(), graph.end(), n) == graph.end())
                continue;
            if(logger)
                log << "\'" << n->name << "\'";
            float alt = edge->w + dist[u->name];
            if(alt < dist[n->name]){
                if(logger){
                    log << " with new parameters: ";</pre>
                    log << "prev = \'" << u->name << "\', ";
                    log << "dist = " << alt << "; ";
                    log << "earlier was: prev = \'";</pre>
                    if(prev[n->name] == 0) log << "nothing";</pre>
                    else log << prev[n->name];
                    log << "\', dist = " << dist[n->name];
                }
                dist[n->name] = alt;
                prev[n->name] = u->name;
            log << std::endl;</pre>
    }
    log << "There is no path" << std::endl << std::endl;</pre>
    return path;
}
std::vector<char> greedySearch(Vertex *src, Vertex *dst){
   if(logger)
       log << "Initialize greedy algorithm" << std::endl;</pre>
    // create algorithm containers
    std::stack<Vertex*> stack;
                                                     12
```

break:

```
std::map<char, bool> visited;
std::map<char, char> prev;
std::vector<char> path;
// intialize algorithm containers
for(auto v: vertices){
   visited[v->name] = 0;
    prev[v->name] = 0;
stack.push(src);
bool path_found = 0;
while(!stack.empty()){
    // get vertex from top of stack
   Vertex *u = stack.top();
    if(logger)
       log << "Vertex from top of stack id \'" << u->name << "\'" << std::endl;</pre>
    if(u == dst){}
       path found = 1;
       break;
    stack.pop();
    // if vertex is already visited, skip it
    if(visited[u->name]){
       log << "Vertex is already visited" << std::endl;</pre>
        continue;
    visited[u->name] = 1;
    // sort all neighbours descending
    std::sort(u->neighbours.begin(), u->neighbours.end(),
              [](const Edge* e1, const Edge* e2){
                  return e2->w < e1->w;
    // add all non-visited neighbours on stack
    // neighbour with shortest edge will be on top of stack
    if(logger){
        if(u->neighbours.empty()){
           log << "Vertex doesn't have neighbours" << std::endl;</pre>
            continue;
        else
            log << "Vertex unvisited neighbours: " << std::endl;</pre>
    for(auto edge: u->neighbours){
        if(!visited[edge->to->name]){
            stack.push(edge->to);
            if(logger)
                log << "\'" << edge->to->name << "\' ";
            // set u as previous vertex of neighbour
            prev[edge->to->name] = u->name;
    }
    log << std::endl;</pre>
}
if(!path_found){
    if(logger)
       log << "There's no path" << std::endl << std::endl;</pre>
    return path;
}
char d_n = dst->name;
// restore the way by map of coherency (prev)
```

```
if(prev[d_n] != 0)
       while(d_n){
           path.insert(path.begin(), d_n);
           d_n = prev[d_n];
    else{
       path.push_back(d_n);
    if(logger){
       log << "Path found: ";
       for (auto c: path)
          log << c;
        log << std::endl << std::endl;</pre>
   return path:
std::vector<char> astarSearch(Vertex *src, Vertex *dst){
   log << "Initialize A* algorithm" << std::endl;</pre>
    // lambda heuristic int this case
   auto heuristic = [dst] (char c) {
       return float(std::abs(dst->name - c));
    // cmp to sort neighbours
    auto edgeCmp = [&heuristic](const Edge * a, const Edge * b){
       return heuristic(a->to->name) < heuristic(b->to->name);
    // path container
    std::vector<char> path;
    // containers of algorithm
    std::vector<Vertex*> closed, open = {src};
    std::map<char, char> prev;
    std::map<char, float> g_val, f_val;
    // initialize algorithm containers
    for(auto v: vertices){
       // sort neighbours
       std::sort(v->neighbours.begin(), v->neighbours.end(), edgeCmp);
       prev[v->name] = 0;
       g_val[v->name] = INF;
       f_val[v->name] = INF;
    g_val[src->name] = 0;
    f_val[src->name] = heuristic(src->name);
    while(!open.empty()){
       // find vertex with min distance (call it u)
        Vertex *u = open.back();
        float f = f_val[u->name];
        for(auto v: open) {
           if(f_val[v->name] < f){</pre>
               f = f_val[v->name];
               u = v;
        }
           \log << "Vertex \'" << u->name << "\' with least f score to src = " << f << std::endl;
        // delete u from vertices set
        for(auto it = open.begin(); it < open.end(); it++){</pre>
           if(*it == u){
```

```
open.erase(it);
        break;
}
// add vertex to closed list
closed.push_back(u);
// restore path and return if dst spotted
if(u == dst){}
    if(prev[u->name] == 0)
       path.push_back(u->name);
    else{
       char u n = u->name;
        while(u_n){
           path.insert(path.begin(), u_n);
            u_n = prev[u_n];
    if(logger){
        log << "path found: ";
        for (auto c: path)
          log << c;
        log << std::endl << std::endl;</pre>
    return path;
}
// check neighbours
if(logger){
    if(u->neighbours.empty())
       log << "Vertex doesn't have neighbours" << std::endl;</pre>
       log << "Unvisited neighbours are:" << std::endl;</pre>
for(auto edge: u->neighbours){
    auto n = edge->to;
    // if neighbour in closed list, skip it
    if(std::find(closed.begin(), closed.end(), n) != closed.end())
    if(logger)
        log << "\'" << n->name << "\'";
    // find g and f of this neighbour
    float alt_g = g_val[u->name] + edge->w;
    float alt_f = alt_g + heuristic(n->name);
    // change neighbours characteristics
    if(alt_g < g_val[n->name]){
        if(logger){
            log << " with new parameters: ";</pre>
            log << "prev = \'" << u->name << "\', ";
            log << "dist = " << alt_g << ", ";
            log << "f score = " << alt_f << "; ";
            log << "earlier was: prev = \'";</pre>
            if(prev[n->name] == 0) log << "nothing";
            else log << prev[n->name];
            log << "\', dist = " << g_val[n->name] << ", ";
            log << "f score = " << f_val[n->name];
        // add neighbour to open list if it doesn't in
        if(std::find(open.begin(), open.end(), n) == open.end())
            open.push_back(n);
        g_val[n->name] = alt_g;
```

```
f_val[n->name] = alt_f;
                   prev[n->name] = u->name;
               log << std::endl;</pre>
           }
        log << "There is no path" << std::endl << std::endl;</pre>
        // returns empty path if there's no path
       return path;
public:
   ~Graph()
       for(auto vertex: vertices){
           delete vertex;
       log.close();
   Graph(bool logger = 0){
       this->logger = logger;
       log.open("log", std::ios::out | std::ios::trunc);
   void logData(bool logger){
       this->logger = logger;
    // add isolated vertex
    int addVertex(char name)
       for(auto vertex: vertices){
          if(vertex->name == name)
               return 1; // Node allready exists
       auto vertex = new Vertex(name);
       vertices.push_back(vertex);
       return 0;
    }
    // add vertex 'name' connected with 'from' by path with length 'w'
    // from -> name
   int addVertex(char name, char from, float w)
        for(auto vertex: vertices){
          if(vertex->name == name)
               return 1; // Node allready exists
       Vertex *neighbour = nullptr;
        if(from != 0 && from != name) {
           int isIn = 0;
            for(auto vertex: vertices){
               if(vertex->name == from) {
                   neighbour = vertex;
                   isIn = 1;
                   break;
            if(!isIn){
              return 2; // Neighbour doesn't exist;
            }
        }
```

```
else return 3;
    auto vertex = new Vertex(name);
    neighbour->addNeighbour(vertex, w);
    vertices.push_back(vertex);
    return 0;
int delVertex(char name)
    for(auto it = vertices.begin();
       it < vertices.end(); it++)</pre>
        if((*it)->name == name){
           delete *it;
           vertices.erase(it);
           return 0;
        }
    }
   return 1; // Vertex doesn't exist
// connect two vertices
\ensuremath{//} if any of the vertices doesn't exist, creates it and returns nonzero
int connectVertices(char from_n, char to_n, float w)
    int ret = 0;
   Vertex *from = nullptr;
    Vertex *to = nullptr;
    for(auto vertex: vertices){
       if(vertex->name == from_n)
           from = vertex;
        if(vertex->name == to_n)
           to = vertex;
        if(from != nullptr && to != nullptr) break;
    if(from == nullptr){
       from = new Vertex(from_n);
        vertices.push_back(from);
        ret = 1;
    if(to == nullptr){
       to = new Vertex(to_n);
        vertices.push_back(to);
       if(ret) ret = 3;
        else ret = 2;
    if(logger){
        switch(ret){
        case 0:
            log << "Node " << from_n << " and "
               << "node " << to_n << "are exist" << std::endl;</pre>
           break;
           log << "Vertex from \'" << from_n << "\' created" << std::endl;</pre>
            break;
        case 2:
           log << "Vertex to \'" << to_n << "\' created" << std::endl;
           break:
        case 3:
```

```
log << "Both vertices from \'" << from_n << "\' and to \'"
                << to_n << "\' are created" << std::endl;
        default: break;
        \log << "Path from \'" << from_n << "\' to \'" << to_n << "\' is built" << std::endl;
   from->addNeighbour(to, w);
   return ret;
// gets two nodes
// find path from src to dst
// type [0 - greedy; 1 - dijkstra; 2 - A*; others - empty path]
std::vector<char> search(char src_n, char dst_n, int type = 0){
   log << "Initialized search from \'" << src_n << "\' to \'"
       << dst n << "\'" <<std::endl;
    Vertex *src = nullptr;
   Vertex *dst = nullptr;
   std::vector<char> path;
    for(auto vertex: vertices){
       if(vertex->name == src_n)
           src = vertex;
        if(vertex->name == dst_n)
           dst = vertex;
        if(src != nullptr && dst != nullptr) break;
     \texttt{if(src == nullptr || dst == nullptr)\{} \\
       if(logger){
           if(src == nullptr)
               log << "Vertex \'" << src_n << "\' doesn't exist" << std::endl;</pre>
            if(dst == nullptr)
               log << "Vertex \'" << dst_n << "\' doesn't exist" << std::endl;
           log << "Search wasn't started" << std::endl;</pre>
        return path;
    }
    switch(type){
    case 0:
       if (logger)
           log << "Start greedy search:" << std::endl;</pre>
        path = greedySearch(src, dst);
       break;
    case 1:
       if (logger)
           log << "Start Dijkstra search:" << std::endl;</pre>
       path = dijkstraSearch(src, dst);
       break;
    case 2:
       if (logger)
           log << "Start A* search:" << std::endl;</pre>
        path = astarSearch(src, dst);
       break:
    default: break;
    }
   return path;
```

```
\ensuremath{//} prints all pairs of connected vertices
    // also prints if vertex is isolated
    void print(std::ostream& os){
       for(auto vertex: vertices){
           if(vertex->neighbours.size() == 0)
              os << vertex->name << " isolated" << std::endl;
            else{
                for(auto edge: vertex->neighbours){
                    os << edge->from->name << " " << edge->to->name << " " << edge->w << std::endl;
            }
      }
  }
int main(){
   auto graph = new Graph;
   graph->logData(1);
   // get src and dst of path
   char src, dst;
    std::cin >> src >> dst;
    // get graph (two points and length between)
    char from, to;
   float len;
    while(std::cin >> from && std::cin >> to && std::cin >> len){
       graph->connectVertices(from, to, len);
    // get path between src and dst
    auto path = graph->search(src, dst, ASTAR);
    // print path
    for(auto c: path){
       std::cout << c;
    std::cout << std::endl;</pre>
   return 0;
```

приложение D

Makefile