

Technische Grundlagen der Informatik - WS 2019/20

Aufgabenblatt 1

Abgabe: Das Übungsblatt mit **Name** und **Übungsgruppe** oben rechts geschrieben darf bis **Mo 04.11.2019 15:00 Uhr** abgegeben werden.

Hinweis: Die erste Übung findet in der Woche vom **11.11.2019 - 15.11.2019** statt.

Abarbeitung: In Wahrheitstabellen sollen die Variablen absteigend sortiert werden (x_3, x_2, x_1 bzw. c, b, a)

Aufgabe 1 (Boolesche Axiome)

Beweisen Sie **nur** mit den Huntington'schen Axiomen folgende Theoreme der booleschen Algebra und geben Sie bei jedem Schritt die verwendeten Axiome an. Bereits von Ihnen bewiesene Theoreme können weiter benutzt werden.

1. $x * x = x$ (Idempotenz T3) **(3P)**

$$\begin{aligned} x * x &= (x * x) + n & A & \quad (\text{Hier } x * x = y) \\ &= (x * x) + (x * x') & A & \\ &= x * (x + x') & A & \\ &= x * e & A & \\ &= x & A & \end{aligned}$$

2. $x + e = e$ (Elimination T6) **(3P)**

$$\begin{aligned} x + e &= & A8 & \quad (\text{Hier } x + e = y) \\ &= & A11 & \\ &= & A7 & \\ &= & A4 & \\ &= & A8 & \quad (\text{Hier } x' = y) \\ &= & A11 & \end{aligned}$$

3. $x * n = n$ (Elimination T5) **(3P)**

4. $x * (x + y) = x$ (Absorption T9) **(3P)**

Aufgabe 2 (Schaltalgebra und Schaltnetze)

1. Stellen Sie die folgende Schaltfunktion von 3 Variablen $y = \overline{x_1 * (x_2 + x_3)}$ durch eine Wahrheitstabelle dar. **(5P)**

2. Verwenden Sie das Negationstheorem, um den negierten Ausdruck y' der vorigen Schaltfunktion zu erhalten. **(2P)**

3. Das folgende Zeitdiagramm stellt eine Schaltfunktion dar.

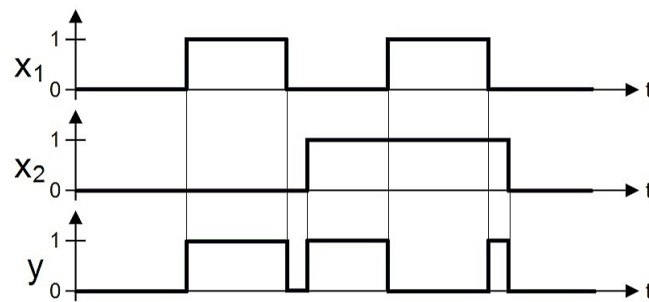


Abbildung 1: Zeitdiagramm

Stellen Sie die Schaltfunktion anhand einer Wahrheitstabelle dar. Um welches Grundgatter handelt es sich? **(3P)**

4. Die Majoritätsfunktion von 4 Variablen x_1, x_2, x_3, x_4 ist dann 1, wenn mindestens 3 Variablen den Wert 1 haben. Geben Sie ein Schaltnetz an, welches die Funktion realisiert **(5P)**.

Aufgabe 3 (Schaltungsanalyse und -synthese)

Gegeben sei das in der Abbildung 2 dargestellte Schaltnetz.

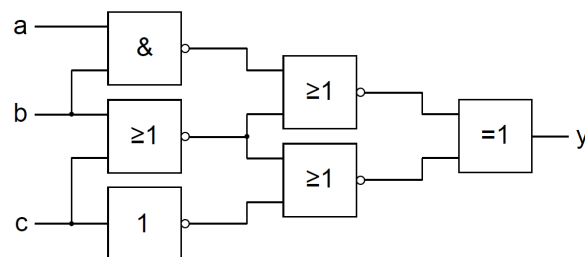


Abbildung 2: Schaltnetz

1. Stellen Sie eine Wahrheitstabelle durch Bestimmung der Ausgangswerte aller Eingangskombinationen auf. **(5P)**

2. Finden Sie für das Schaltnetz eine Schaltfunktion $y = f(a, b, c)$ in Form eines booleschen Ausdrucks heraus, indem Sie das Schaltnetz schrittweise durchlaufen und geklammerte Ausdrücke generieren. **(5P)**

Aufgabe 4 (Kodierung)

Gegeben ist folgender Satz: I I have a dream

1. Definieren Sie ein Zeichensystem Z , das die im Satz vorkommenden n Zeichen beinhaltet. **(1P)**
2. Berechnen Sie den Informationsgehalt I des Zeichensystems Z unter der Annahme, dass alle Zeichen z_i des Zeichensystems die gleiche Auftretenswahrscheinlichkeit $p_i = 1/n$ haben. **(2P)**
3. Nehmen Sie nun an, dass die einzelnen Zeichen z_i des Zeichensystems eine Auftretenswahrscheinlichkeit $p_i = k_i/r$ besitzen, wo k_i die Anzahl von Zeichenwiederholungen im gegebenen Satz und r die Anzahl von Satzzeichen (Satzlänge) darstellen. Berechnen Sie den Informationsgehalt I des Zeichensystems Z erneut. Wie hat sich der Informationsgehalt verändert? **(5P)**
4. Konstruieren Sie gemäß der in der Vorlesung vorgestellten Regeln einen binären Baum zur Ermittlung des Huffman-Kodes. **(5P)**
5. Kodieren Sie die Zeichen des definierten Zeichensystems im Huffman-Code mit Hilfe des davor erstellten Baumes. Stellen Sie das Ergebnis tabellarisch dar. Was muss man beim Ablesen der binären Zahlen beachten, damit kein Kode-Wort ein Präfix eines anderen Wortes ist? Geben Sie an, wieviele Bits benötigt werden, um den gegebenen Satz zu kodieren. **(5P)**
6. Berechnen Sie die theoretische minimale Anzahl von Bits, die man braucht, um den gegebenen Satz zu kodieren ($b = r * I$). Wie groß ist die Abweichung in Bits beim Verwenden des Huffman-Kodes? Geben Sie an, wieviele Bits pro Zeichen im Durchschnitt für die Kodierung des gegebenen Satzes benötigt werden, wenn man den Huffman-Kode verwendet und vergleichen Sie dies mit dem berechneten Informationsgehalt. **(5P)**

Aufgabe 5 (Normalformen)

Gegeben ist folgende Funktion von 3 Variablen $y = f(a, b, c) = [(a' * b) + c'] * [b + (a * c)]$.

1. Stellen Sie die Funktion mit einer Wahrheitstabelle dar, indem Sie für jeden Teilausdruck die Wahrheitstabelle aufstellen. **(3P)**
2. Geben Sie für die Funktion die Minterm-Kurzschreibweise an und stellen Sie y in der KDNF dar. **(3P)**
3. Geben Sie für die negierte Funktion y' die KDNF an. **(3P)**
4. Wandeln Sie den obigen KDNF-Ausdruck für y' in die KKNF für y um. **(3P)**
5. Geben Sie die KKNF für y in Kurzschreibweise an. **(3P)**
6. Vereinfachen Sie den Ausdruck für die KDNF von y . **(3P)**

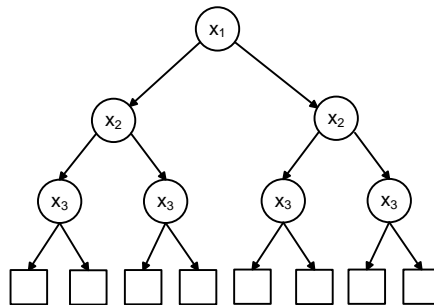
Aufgabe 6 (Shannon-Entwicklung)

Gegeben ist folgende Funktion:

$$y = f(x_1, x_2, x_3) = [x_2 * ((x'_1 * x_3) + (x_1 * x'_3))] + [x'_1 * x_2 * x'_3] + [x'_3 * (x_1 + x_2)]$$

Führen Sie für diese Funktion eine Shannon-Entwicklung durch.

1. Entwickeln Sie die Funktion nach x_1 . **(3P)**
2. Entwickeln Sie die Funktion weiter nach x_2 . **(3P)**
3. Entwickeln Sie die Funktion weiter nach x_3 . **(3P)**
4. Stellen Sie die Funktion in der KDNF dar. **(3P)**
5. Stellen Sie die Funktion als OBDD dar. **(5P)**



6. Reduzieren Sie das OBDD zur Darstellung als ROBDD. **(5P)**