

# Technische Grundlagen der Informatik - WS 2019/20

## Aufgabenblatt 1

---

**Abgabe:** Das Übungsblatt mit **Name** und **Übungsgruppe** oben rechts geschrieben darf bis **Mo 04.11.2019 15:00 Uhr** abgegeben werden.

---

**Hinweis:** Die erste Übung findet in der Woche vom **11.11.2019 - 15.11.2019** statt.

---

**Abarbeitung:** In Wahrheitstabellen sollen die Variablen absteigend sortiert werden ( $x_3, x_2, x_1$  bzw.  $c, b, a$ )

## Aufgabe 1 (Boolesche Axiome)

Beweisen Sie **nur** mit den Huntington'schen Axiomen folgende Theoreme der booleschen Algebra und geben Sie bei jedem Schritt die verwendeten Axiome an. Bereits von Ihnen bewiesene Theoreme können weiter benutzt werden.

1.  $x * x = x$  (Idempotenz T3) (3P)

$$\begin{aligned} x * x &= (x * x) + n && \text{A} && (\text{Hier } x * x = y) \\ &= (x * x) + (x * x') && \text{A} \\ &= x * (x + x') && \text{A} \\ &= x * e && \text{A} \\ &= x && \text{A} \end{aligned}$$

2.  $x + e = e$  (Elimination T6) (3P)

$$\begin{aligned} x + e &= && \text{A8} && (\text{Hier } x + e = y) \\ &= && \text{A11} \\ &= && \text{A7} \\ &= && \text{A4} \\ &= && \text{A8} && (\text{Hier } x' = y) \\ &= && \text{A11} \end{aligned}$$

3.  $x * n = n$  (Elimination T5) (3P)

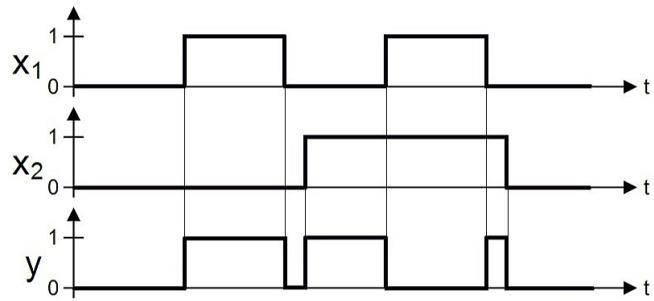
4.  $x * (x + y) = x$  (Absorption T9) (3P)

## Aufgabe 2 (Schaltalgebra und Schaltnetze)

1. Stellen Sie die folgende Schaltfunktion von 3 Variablen  $y = \overline{x_1 * (x_2 + x_3)}$  durch eine Wahrheitstabelle dar. (5P)

2. Verwenden Sie das Negationstheorem, um den negierten Ausdruck  $y'$  der vorigen Schaltfunktion zu erhalten. (2P)

3. Das folgende Zeitdiagramm stellt eine Schaltfunktion dar.



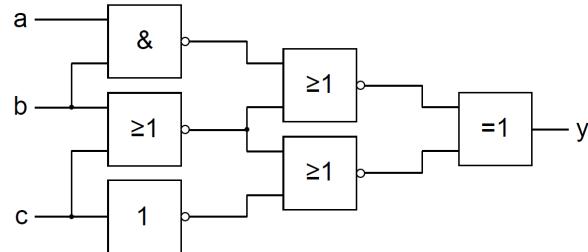
**Abbildung 1:** Zeitdiagramm

Stellen Sie die Schaltfunktion anhand einer Wahrheitstabelle dar. Um welches Grundgatter handelt es sich? (3P)

4. Die Majoritätsfunktion von 4 Variablen  $x_1, x_2, x_3, x_4$  ist dann 1, wenn mindestens 3 Variablen den Wert 1 haben. Geben Sie ein Schaltnetz an, welches die Funktion realisiert (5P).

### Aufgabe 3 (Schaltungsanalyse und -synthese)

Gegeben sei das in der Abbildung 2 dargestellte Schaltnetz.



**Abbildung 2:** Schaltnetz

1. Stellen Sie eine Wahrheitstabelle durch Bestimmung der Ausgangswerte aller Eingangskombinationen auf. (5P)

2. Finden Sie für das Schaltnetz eine Schaltfunktion  $y = f(a, b, c)$  in Form eines booleschen Ausdrucks heraus, indem Sie das Schaltnetz schrittweise durchlaufen und geklammerte Ausdrücke generieren. (5P)

## Aufgabe 4 (Kodierung)

Gegeben ist folgender Satz: Ilhavealdream

1. Definieren Sie ein Zeichensystem  $Z$ , das die im Satz vorkommenden  $n$  Zeichen beinhaltet. **(1P)**
2. Berechnen Sie den Informationsgehalt  $I$  des Zeichensystems  $Z$  unter der Annahme, dass alle Zeichen  $z_i$  des Zeichensystems die gleiche Auftretenswahrscheinlichkeit  $p_i = 1/n$  haben. **(2P)**
3. Nehmen Sie nun an, dass die einzelnen Zeichen  $z_i$  des Zeichensystems eine Auftretenswahrscheinlichkeit  $p_i = k_i/r$  besitzen, wo  $k_i$  die Anzahl von Zeichenwiederholungen im gegebenen Satz und  $r$  die Anzahl von Satzzeichen (Satzlänge) darstellen. Berechnen Sie den Informationsgehalt  $I$  des Zeichensystems  $Z$  erneut. Wie hat sich der Informationsgehalt verändert? **(5P)**
4. Konstruieren Sie gemäß der in der Vorlesung vorgestellten Regeln einen binären Baum zur Ermittlung des Huffman-Kodes. **(5P)**
5. Kodieren Sie die Zeichen des definierten Zeichensystems im Huffman-Code mit Hilfe des davor erstellten Baumes. Stellen Sie das Ergebnis tabellarisch dar. Was muss man beim Ablesen der binären Zahlen beachten, damit kein Kode-Wort ein Präfix eines anderen Wortes ist? Geben Sie an, wieviele Bits benötigt werden, um den gegebenen Satz zu kodieren. **(5P)**
6. Berechnen Sie die theoretische minimale Anzahl von Bits, die man braucht, um den gegebenen Satz zu kodieren ( $b = r * I$ ). Wie groß ist die Abweichung in Bits beim Verwenden des Huffman-Kodes? Geben Sie an, wieviele Bits pro Zeichen im Durchschnitt für die Kodierung des gegebenen Satzes benötigt werden, wenn man den Huffman-Kode verwendet und vergleichen Sie dies mit dem berechneten Informationsgehalt. **(5P)**

## Aufgabe 5 (Normalformen)

Gegeben ist folgende Funktion von 3 Variablen  $y = f(a, b, c) = [(a' * b) + c'] * [b + (a * c)]$ .

1. Stellen Sie die Funktion mit einer Wahrheitstabelle dar, indem Sie für jeden Teilausdruck die Wahrheitstabelle aufstellen. **(3P)**
2. Geben Sie für die Funktion die Minterm-Kurzschriftweise an und stellen Sie  $y$  in der KDNF dar. **(3P)**
3. Geben Sie für die negierte Funktion  $y'$  die KDNF an. **(3P)**
4. Wandeln Sie den obigen KDNF-Ausdruck für  $y'$  in die KKNF für  $y$  um. **(3P)**
5. Geben Sie die KKNF für  $y$  in Kurzschriftweise an. **(3P)**
6. Vereinfachen Sie den Ausdruck für die KDNF von  $y$ . **(3P)**

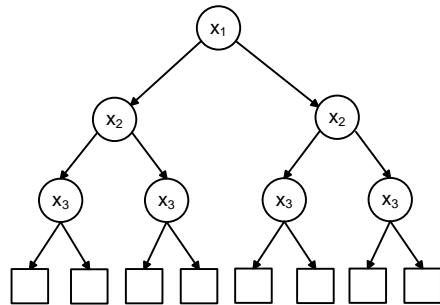
## Aufgabe 6 (Shannon-Entwicklung)

Gegeben ist folgende Funktion:

$$y = f(x_1, x_2, x_3) = [x_2 * ((x'_1 * x_3) + (x_1 * x'_3))] + [x'_1 * x_2 * x'_3] + [x'_3 * (x_1 + x_2)]$$

Führen Sie für diese Funktion eine Shannon-Entwicklung durch.

1. Entwickeln Sie die Funktion nach  $x_1$ . (3P)
2. Entwickeln Sie die Funktion weiter nach  $x_2$ . (3P)
3. Entwickeln Sie die Funktion weiter nach  $x_3$ . (3P)
4. Stellen Sie die Funktion in der KDNF dar. (3P)
5. Stellen Sie die Funktion als OBDD dar. (5P)



6. Reduzieren Sie das OBDD zur Darstellung als ROBDD. (5P)