

CHAPITRE I :
UNITÉS, SCALAIRES ET VECTEURS
PROBLÈMES SUGGÉRÉS

norm([v])
unitv(v)

Problème N° 1.1 :

Donnez l'expression du vecteur unitaire, dans le repère cartésien xOy, de chacun des vecteurs de la figure 1 ainsi que leur sens.

Trouvez la somme des vecteurs de la figure 1 sachant que leur grandeur indiquée entre parenthèses est en km.

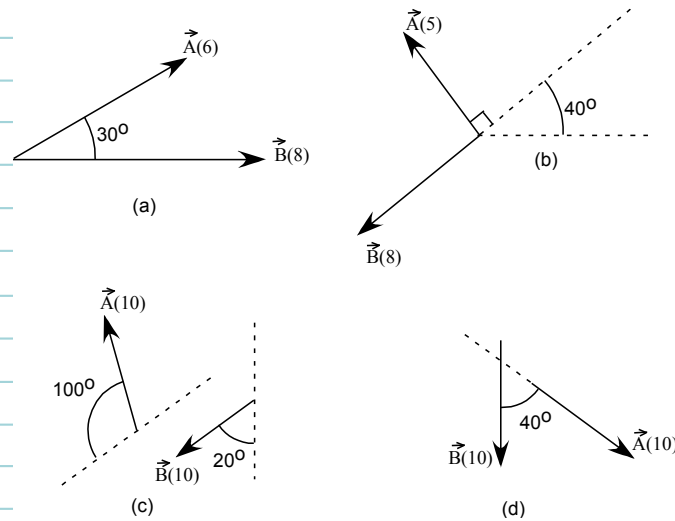


Figure 1

Problème N° 1.2 :

Donnez l'expression du vecteur unitaire, dans le repère cartésien xOy, de chacun des vecteurs de la figure 2 ainsi que leur sens.

Trouvez la somme des vecteurs de la figure 2 sachant que leur grandeur indiquée entre parenthèses est en m.

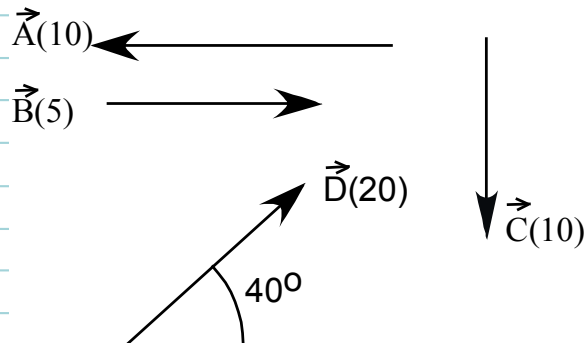
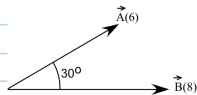


Figure 2

1.

a)



Vecteur

Somme

magnitude de la somme

$$\begin{aligned}\vec{A} &= 6(\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j}) \\ &= 6(0,866\vec{i} + 0,5\vec{j}) \\ &= 5,196\vec{i} + 3\vec{j} \\ \vec{B} &= 8(\cos 0^\circ \vec{i} + \sin 0^\circ \vec{j}) \\ &= 8\vec{i}\end{aligned}$$

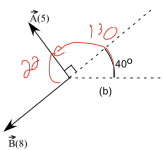
$$\begin{aligned}\vec{S} &= \vec{A} + \vec{B} \\ &= 5,196\vec{i} + 3\vec{j} + 8\vec{i} \\ &= 13,196\vec{i} + 3\vec{j}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|\vec{S}| &= \sqrt{(13,196)^2 + (3)^2} \\ |\vec{S}| &= \sqrt{174,13 + 9} \\ &= \sqrt{183,13} \\ &= 13,53 \text{ km}\end{aligned}$$

Direction

$$\theta_s = \tan^{-1}\left(\frac{3}{13,196}\right) = 12,8^\circ$$

b)



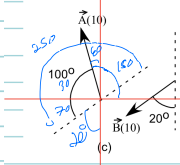
$$\begin{aligned}\vec{A} &= 5(\cos 130^\circ \vec{i} + \sin 130^\circ \vec{j}) \\ &= 5(-0,643\vec{i} + 0,766\vec{j}) \\ &= -3,215\vec{i} + 3,83\vec{j} \\ \vec{B} &= 8(\cos 220^\circ \vec{i} + \sin 220^\circ \vec{j}) \\ &= -6,13\vec{i} - 5,196\vec{j}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{S} &= \vec{A} + \vec{B} \\ &= -3,215\vec{i} - 6,13\vec{i} + 3,83\vec{j} + 5,196\vec{j} \\ &= -9,345\vec{i} + -1,31\vec{j}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|\vec{S}| &= \sqrt{(-9,345)^2 + (-1,31)^2} \\ |\vec{S}| &= 9,43 \text{ km}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta_s &= \tan^{-1}\left(\frac{-1,31}{-9,345}\right) \\ \theta_s &= 7,99^\circ \\ \theta_s &= 180^\circ + 7,99^\circ \\ &= 187,99^\circ\end{aligned}$$

c)

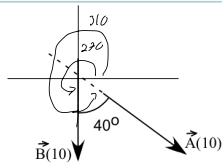


$$\begin{aligned}\vec{A} &= 10(\cos 150^\circ \vec{i} + \sin 150^\circ \vec{j}) \\ &= 10(-0,866\vec{i} + 0,5\vec{j}) \\ &= -8,66\vec{i} + 5\vec{j} \\ \vec{B} &= 10(\cos 250^\circ \vec{i} + \sin 250^\circ \vec{j}) \\ &= 10(-0,342\vec{i} - 0,9397\vec{j}) \\ &= -3,42\vec{i} - 9,397\vec{j}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{S} &= \vec{A} + \vec{B} \\ &= -8,66\vec{i} + 5\vec{j} - 3,42\vec{i} - 9,397\vec{j} \\ &= -12,08\vec{i} - 4,397\vec{j} \\ |\vec{S}| &= \sqrt{(-12,08)^2 + (-4,397)^2} \\ &= 12,86 \text{ km}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta_s &= \tan^{-1}\left(\frac{-4,397}{-12,08}\right) \\ \theta_s &= 180^\circ + 20^\circ \\ &= 200^\circ\end{aligned}$$

d)



$$\begin{aligned}\vec{A} &= 10(\cos 40^\circ \vec{i} + \sin 40^\circ \vec{j}) \\ &= 10(0,766\vec{i} + 0,643\vec{j}) \\ &= 7,66\vec{i} + 6,43\vec{j} \\ \vec{B} &= 10(\cos 220^\circ \vec{i} + \sin 220^\circ \vec{j}) \\ &= 10(-0,766\vec{i} - 0,643\vec{j}) \\ &= -7,66\vec{i} - 6,43\vec{j}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{S} &= \vec{A} + \vec{B} \\ &= 7,66\vec{i} + 6,43\vec{j} - 7,66\vec{i} - 6,43\vec{j} \\ &= 0\vec{i} + 0\vec{j} \\ |\vec{S}| &= \sqrt{(0)^2 + (0)^2} \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta_s &= \tan^{-1}\left(\frac{0}{0}\right) \\ \theta_s &= 0^\circ \\ \theta_s &= 360^\circ + 0^\circ \\ &= 360^\circ\end{aligned}$$

1.2

$$\begin{aligned}\vec{A} &: -\vec{i} \text{ et } \theta_A = 180^\circ \\ &= 10(\cos 180^\circ \vec{i} + \sin 180^\circ \vec{j}) \\ &= -10\vec{i} \\ &= -10\vec{i} \\ \vec{B} &= 5(\cos 0^\circ \vec{i} + \sin 0^\circ \vec{j}) \\ &= 5\vec{i} \\ &= 5\vec{i}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{C} &= 10(\cos 220^\circ \vec{i} + \sin 220^\circ \vec{j}) \\ &= 10(-0,766\vec{i} - 0,643\vec{j}) \\ &= -7,66\vec{i} - 6,43\vec{j} \\ \vec{D} &= 20(\cos 70^\circ \vec{i} + \sin 70^\circ \vec{j}) \\ &= 20(0,342\vec{i} + 0,9397\vec{j}) \\ &= 6,84\vec{i} + 18,79\vec{j}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{R}_x &= 10,32\vec{i} \\ \vec{R}_y &= 2,856\vec{j} \\ |\vec{S}| &= \sqrt{(10,32)^2 + (2,856)^2} \\ |\vec{S}| &= 10,71 \text{ km}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta_s &= \tan^{-1}\left(\frac{2,856}{10,32}\right) \\ \theta_s &= 15,49^\circ\end{aligned}$$

1.3

Oui

1.4

$$\begin{aligned}\vec{A} &= 15 (\cos 33^\circ \vec{i} + \sin 33^\circ \vec{j}) & \vec{C} &= 20 (\cos 0^\circ \vec{i} + \sin 0^\circ \vec{j}) & \vec{S} &= \sqrt{(38,3)^2 + (6,49)^2} \\ &= 15 (0,643 \vec{i} + 0,266 \vec{j}) & &= 20 (1 \vec{i} + 0 \vec{j}) & \vec{S} &= 38,83 \\ &= 9,645 \vec{i} + 3,99 \vec{j} & &= 20 \vec{i} & & \\ \vec{B} &= 10 (\cos 33^\circ \vec{i} + \sin 33^\circ \vec{j}) & \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} &= 38,3 \vec{i} + 6,49 \vec{j} & \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{6,49}{38,3} \right) \\ &= 10 (0,643 \vec{i} + 0,5 \vec{j}) & & & \theta &= 9,62^\circ \\ &= 6,43 \vec{i} + 5 \vec{j} & & & &\end{aligned}$$

1.5

b)

$$\begin{aligned}\vec{a} &: 10 \text{ km} \rightarrow \vec{a} (10, 0) & a+b+c & \\ \vec{b} &: 8 \text{ km} \nearrow \vec{b} (40 \cos 22.5^\circ + 40 \sin 22.5^\circ) & & \\ \vec{c} &: 10 \text{ km} \searrow \vec{c} (21,21 \vec{i} + 21,21 \vec{j}) & &\end{aligned}$$

c) $40 + 40 + 40$
100 km

$$|\vec{S}| = \sqrt{(38,287^2 + 21,21^2)} = 44,01 \text{ (Name) norm}([38,287, 21,21])$$

$$\tan^{-1} \left(\frac{21,21}{38,287} \right) = 29,56^\circ$$

Problème N° 1.3 :

Refaites le problème N°1.2 en additionnant d'abord $\vec{A} + \vec{C}$ et ensuite $\vec{B} + \vec{D}$.
Additionnez les deux résultats obtenus.

Trouvez-vous le même résultat qu'au problème N°1.2 ?

Problème N° 1.4 :

Considérons les trois vecteurs positions de la figure 3 de grandeurs en cm :

- a) Donnez les vecteurs unitaires de chacun des vecteurs et leur sens;
- b) Calculez $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$;
- c) Calculez $2\vec{A} + 3\vec{B} - \vec{C} / 2$.

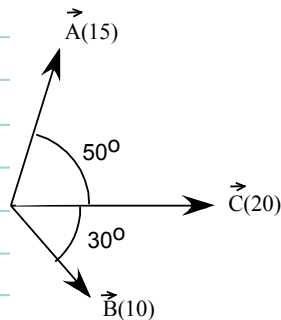


Figure 3

Problème N° 1.5 :

Un cycliste fait 10 km vers l'est, puis 50 km vers le nord, puis 40 km vers le sud-est.

- a) Dessinez à l'échelle les trois déplacements que l'homme effectue;
- b) Quel est le déplacement total de l'homme ?
- c) Quelle distance a-t-il parcourue?
- d) Quelles sont les caractéristiques (Norme, Direction, Sens) du déplacement que le cycliste doit effectuer pour qu'il revienne à son point de départ.

CHAPITRE I :
UNITÉS, SCALAIRES ET VECTEURS
RÉPONSES DES PROBLÈMES SUGGÉRÉS

Problème N° 1.1 :

Rép. :

$\begin{cases} \vec{\lambda}_A = 0,866 \vec{i} + 0,5 \vec{j} \\ \theta_{x,A} = 30^\circ \\ \vec{\lambda}_B = \vec{i} \\ \theta_{x,B} = 0^\circ \end{cases}$	$\vec{S} = (13,196 \text{ km}) \vec{i} + 3 \text{ km} \vec{j} \Rightarrow \vec{S} : \begin{cases} S = 13,53 \text{ km} \\ \theta = 12,8^\circ \end{cases}$
$\begin{cases} \vec{\lambda}_A = -0,643 \vec{i} + 0,766 \vec{j} \\ \theta_{x,A} = 130^\circ \\ \vec{\lambda}_B = -0,766 \vec{i} - 0,643 \vec{j} \\ \theta_{x,B} = 220^\circ \end{cases}$	$\vec{S} = (-9,342 \text{ km}) \vec{i} + (-1,312 \text{ km}) \vec{j} \Rightarrow \vec{S} : \begin{cases} S = 9,43 \text{ km} \\ \theta = 188^\circ \end{cases}$
$\begin{cases} \vec{\lambda}_A = -0,866 \vec{i} + 0,5 \vec{j} \\ \theta_{x,A} = 150^\circ \\ \vec{\lambda}_B = -0,342 \vec{i} - 0,940 \vec{j} \\ \theta_{x,B} = 250^\circ \end{cases}$	$\vec{S} = (-12,080 \text{ km}) \vec{i} + (-4,397 \text{ km}) \vec{j} \Rightarrow \vec{S} : \begin{cases} S = 12,85 \text{ km} \\ \theta = 200^\circ \end{cases}$
$\begin{cases} \vec{\lambda}_A = 0,643 \vec{i} - 0,766 \vec{j} \\ \theta_{x,A} = 310^\circ \\ \vec{\lambda}_B = -\vec{j} \\ \theta_{x,B} = 270^\circ \end{cases}$	$\vec{S} = (6,428 \text{ km}) \vec{i} + (-17,66 \text{ km}) \vec{j} \Rightarrow \vec{S} : \begin{cases} S = 18,8 \text{ km} \\ \theta = 290^\circ \end{cases}$

Problème N° 1.2 :

Rép. :

$\begin{cases} \vec{\lambda}_A = -\vec{i}; \theta_{x,A} = 180^\circ \\ \vec{\lambda}_B = \vec{i}; \theta_{x,B} = 0^\circ \\ \vec{\lambda}_C = -\vec{j}; \theta_{x,C} = 270^\circ \\ \vec{\lambda}_D = 0,766 \vec{i} + 0,643 \vec{j}; \theta_{x,D} = 0^\circ \end{cases}$	$\vec{S} = (10,321 \text{ m}) \vec{i} + (2,856 \text{ m}) \vec{j} \Rightarrow \vec{S} : \begin{cases} S = 10,7 \text{ m} \\ \theta = 15,5^\circ \end{cases}$
--	--

Problème N° 1.3 :

Rép. : $\vec{S} = (10,321 \text{ m})\vec{i} + (2,856 \text{ m})\vec{j} \Rightarrow \vec{S} : \begin{cases} S = 10,7 \text{ m} \\ \theta = 15,5^\circ \end{cases}$

Problème N° 1.4 :

Rép. :

$\begin{cases} \vec{\lambda}_A = 0,643\vec{i} + 0,766\vec{j} \\ \theta_{x,A} = 50^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \vec{\lambda}_B = 0,866\vec{i} - 0,5\vec{j} \\ \theta_{x,B} = 330^\circ \end{cases}$	$\begin{cases} \vec{\lambda}_C = \vec{i} \\ \theta_{x,C} = 0^\circ \end{cases}$
--	---	---

$$\vec{S}_1 = (0,3830 \text{ m})\vec{i} + (0,0649 \text{ m})\vec{j} \Rightarrow \vec{S}_1 : \begin{cases} S_1 = 38,9 \text{ cm} \\ \theta_1 = 9,6^\circ \end{cases}$$

$$\vec{S}_2 = (0,3526 \text{ m})\vec{i} + (0,0798 \text{ m})\vec{j} \Rightarrow \vec{S}_2 : \begin{cases} S_2 = 36,15 \text{ cm} \\ \theta_2 = 12,75^\circ \end{cases}$$

Problème N° 1.5 :

Rép. : $\vec{D} = (38,284 \text{ km})\vec{i} + (21,716 \text{ km})\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} D = 44,0 \text{ km} \\ \theta = 29,6^\circ \end{cases}$

La distance parcourue par l'homme est de 100 km

$$\vec{E} = (-38,284 \text{ km})\vec{i} + (-21,716 \text{ km})\vec{j}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} D = 44 \text{ km} \\ \theta = 29,6^\circ \\ \theta_x = 209,6^\circ \end{cases}$$