

RÉSUMÉ CHAPITRE I

SCALAIRES, VECTEURS ET UNITÉS

GRANDEURS PHYSIQUES :

Une **grandeur physique** est une entité qui exprime ce que le système est, ce qu'il fait ou ce qu'il subit. Une grandeur physique peut être **scalaire** ou **vectorielle**.

Grandeur scalaire: La masse, le volume, la température, etc...

Grandeur vectorielle: La vitesse, le poids, l'accélération etc...

Une grandeur vectorielle est caractérisée par:

La grandeur	(Intensité, valeur algébrique)
La direction	(Ligne d'action)
Le sens	(Le comportement)

PROPRIÉTÉS DES VECTEURS :

1. Un **vecteur** est un segment de droite ayant une origine et une extrémité qui désigne son sens. **La mesure du segment** est sa grandeur, son intensité ou son module.
2. Un **vecteur unitaire** est un vecteur ayant un module égal à 1.
3. Un **axe** est une **droite numérique** orientée ayant une origine et un vecteur unitaire.
4. **Deux vecteurs sont égaux** s'ils ont les mêmes sens, direction et module.
5. **Le produit d'un vecteur par un scalaire est un vecteur.**
6. **Tout vecteur s'exprime par le produit d'un scalaire et d'un vecteur unitaire.**
7. **L'addition** de deux vecteurs est un vecteur. Ce vecteur est représenté par la **diagonale du parallélogramme** dont les côtés sont représentés par les deux vecteurs.
8. **La soustraction** de deux vecteurs est un vecteur représenté par l'un des côtés du parallélogramme. Son extrémité est celle du 1^{er} vecteur dans l'opération de soustraction.

RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES :

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} \quad \text{et} \quad \sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypothénuse}} \quad \text{et} \quad \tan(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta) \\ \sin(\alpha + \beta) &= \cos(\alpha)\sin(\beta) + \sin(\alpha)\cos(\beta) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1 \\ \cos(2\alpha) = 2\cos^2(\alpha) - 1 \\ \sin(2\alpha) = 2\cos(\alpha)\sin(\alpha) \end{cases}$$

RELATIONS DES TRIANGLES :

Pour les triangles	$\left\{ \begin{array}{l} \text{de côtés } a, b \text{ et } c \\ \text{d'angles } \alpha, \beta \text{ et } \delta \\ a \text{ est opposé à } \alpha \\ b \text{ est opposé à } \beta \\ c \text{ est opposé à } \delta \end{array} \right.$	\Rightarrow	$\left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta + \delta = 180^\circ \\ \text{Loi des cosinus: } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\delta) \\ \text{Loi des sinus: } \frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\delta)} \end{array} \right.$
--------------------	--	---------------	--

EXPRESSIONS DES VECTEURS DANS LE PLAN :**Expression vectorielle d'un vecteur en fonction du vecteur unitaire:**

Tout vecteur est le produit de **sa grandeur** par **un vecteur unitaire** :

$$\left. \begin{array}{l} \vec{V} = V\vec{\lambda} \\ \|\vec{\lambda}\| = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{\lambda} = \frac{\vec{V}}{V} \\ \vec{\lambda} = \cos\theta_x \vec{i} + \sin\theta_x \vec{j} \end{array} \right. \Rightarrow \vec{V} = V(\cos\theta_x \vec{i} + \sin\theta_x \vec{j})$$

θ représente **le sens** du vecteur \vec{V} : $0 \leq \theta < 360^\circ$

θ est l'angle que fait le vecteur \vec{V} avec **l'axe des x** (axe horizontal dirigée vers la droite) dans le sens antihoraire, sens contraire des aiguilles d'une montre.

$$\theta_D = \left| \tan^{-1} \left(\frac{\lambda_y}{\lambda_x} \right) \right| \text{ avec } \begin{cases} \lambda_y = \sin\theta_x \\ \lambda_x = \cos\theta_x \end{cases} \text{ et } \lambda_x \neq 0$$

θ_D : Direction de \vec{V} avec $0 \leq \theta_D < 90^\circ$

Le sens θ_x du vecteur dépend des signes de ses composantes:

$$1 : \lambda_x > 0 \text{ et } \lambda_y > 0 \Rightarrow \theta_x = \theta_D$$

$$2 : \lambda_x > 0 \text{ et } \lambda_y < 0 \Rightarrow \theta_x = 360^\circ - \theta_D$$

$$3 : \lambda_x < 0 \text{ et } \lambda_y > 0 \Rightarrow \theta_x = 180^\circ - \theta_D$$

$$4 : \lambda_x < 0 \text{ et } \lambda_y < 0 \Rightarrow \theta_x = 180^\circ + \theta_D$$

Expression vectorielle d'un vecteur en fonction de ses composantes:

Méthode : On détermine l'expression vectorielle par les projections :

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} \text{ ou } \vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} \text{ avec } \begin{cases} V_x = V \cos\theta_x \\ V_y = V \sin\theta_x \\ V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \end{cases}$$

Expression de la somme des vecteurs:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{S} = \sum_i \vec{V}_i \Rightarrow \vec{S} = \left(\sum V_x \right) \vec{i} + \left(\sum V_y \right) \vec{j} \\ \vec{S} = \begin{pmatrix} S_x \\ S_y \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{S} = S_x \vec{i} + S_y \vec{j} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} S_x = \sum V_x \\ S_y = \sum V_y \\ \theta_D = \left| \tan^{-1} \left(\frac{S_y}{S_x} \right) \right| \end{cases} \quad (\theta_D : \text{Direction de } \vec{S})$$