On considère la fonction définie par $f(x)=e^{-x^2}\int_0^x e^{t^2}\,dt$.

a) Vérifiez que $f(x)$ vérifie l'équation différentielle $f'(x)+2xf(x)=1$ et $f(0)=0$.

b) Calculez les sommes de gauche et de droite avec $n=100$ pour donner une estimation de $f(1)$.

a) $f(x)=e^{-x^2}\int_0^x e^{t^2}dt$

$u(x)=e^{-x^2}$ $\quad v(x)=\int_0^x e^{t^2}dt$

$f'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)$

$f'(x)=-2xe^{-x^2}\int_0^x e^{t^2}dt+1$

$f'(x)+2xf(x)=1 \Rightarrow 2xf(x)=2x\left(e^{-x^2}\int_0^x e^{t^2}dt\right)$

$f'(x)+2xf(x)=\left(-2xe^{-x^2}\int_0^x e^{t^2}dt+1\right)+\left(2xe^{-x^2}\int_0^x e^{t^2}dt\right)$

$f'(x)+2xf(x)=1$

$f(0)=0$ $\quad f(0)=e^{0^2}\int_0^0 e^{t^2}dt=1\cdot 0=0$

b) $\int_0^1 e^{t^2}$ intervalle $[0,1]$ $\quad \Delta t=\frac{1-0}{100}=0{,}01$

$t_i=i\,0{,}01$ $\quad i\to 100$ $\quad G_{100}=0{,}01\sum_{i=0}^{n-1}e^{t_i^2}$ $\quad D=0{,}01\sum_{i=1}^{n}e^{t_i^2}$

$F_c=e^{-1}$ $\quad \Sigma G=1{,}4521$, $\quad \Sigma D=1{,}4713$

moy $=1{,}4627$

$e^{-1^2}\cdot 1{,}4627=0{,}5381\,f(1)$

Calculez l'aire de la région bornée par la courbe d'équation $y=x^4$ et les deux droites tangentes à cette courbe en $x=-2$ et $x=1$

$f(x)'=(x^4)$ $\quad y=ax+b$ $\quad y=f'(a)(x-a)+f(a)$

$A=\int_{-2}^{-\frac{5}{4}}x^4-y_1+\int_{-\frac{5}{4}}^{1}\ldots$

$y_1=f'(-2)(x-(-2))+f(-2)$ $\quad f'(-2)=-32$

$y_1=-32(x+2)+16$ $\quad x-2=x+2$ $\quad f(-2)=16$

$y_1=-32x=64+16$

$y_1=-32x-48$

$\int_{-2}^{-\frac{5}{4}}x^4-(-32x-48)+\int_{-5/4}^{1}x^4-(4x-3)$

$2{,}7637+8{,}6854$

$A=11{,}45$

$y_2=f'(1)(x-1)+f(1)$ $\quad f'(1)=4(1)^3=4$

$=4(x-1)+4$ $\quad x-1=x-1$ $\quad f(1)=1^4=1$

$y_2=4x-4+1$

$y_2=4x-3$

intersection tangente

$-32x-48=4x-3$

$-48+3=4x+32$

$-45=36x$

$\frac{-45}{36}=x$

$\frac{-5}{4}=x$

Soit A la région du plan bornée par la parabole $y=36-x^2$ et l'axe des x. N'oubliez pas d'expliquer clairement vos raisonnements

a) Calculez le périmètre de la région A.
b) Calculez le volume du solide engendré par la révolution de A autour de l'axe $y=-4$.

$L=\int_{-6}^{6}\sqrt{1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\,dx$ $\quad v=\int_{-6}^{6}\pi r^2\,dx$

Coupe à -6

$0=36-x^2$

$x=\pm 6$

$\frac{dy}{dx}=(36-x^2)=-2x$

$L=\int_{-6}^{6}\sqrt{1+(-2x)^2}\,dx$

$L=73{,}8395+(6-(-6))$

$85{,}839$

$=\int_{-6}^{6}\pi\cdot(36-x^2-4)^2$

$=19422{,}6$

$\lim_{x\to 4^-}\frac{5\cdot(x-4)^{3/5}}{3}$

$\bar{c}$ converge

$\lim_{x\to 4^+}\frac{5\cdot(x-4)^{3/5}}{3}$

diverge

Sans utiliser la calculatrice, dites si les intégrales suivantes convergent ou divergent :

a) $\int_0^\infty \frac{x}{4-x^2}\,dx$

b) $\int_2^5 \frac{1}{(4-x)^{2/5}}\,dx$

$\int_0^\infty \frac{x}{4-x^2}\Rightarrow\int\frac{x}{4-x^2}=-\ln\frac{(|x^2-4|)}{2}$

indéfini à $x=2$ $\quad \int_0^{2^-}\frac{x}{4-x^2}+\int_{2^+}^{\infty}\frac{x}{4-x^2}$

$\lim_{x\to 2^-}\frac{-\ln(|x^2-4|)}{2}$ ∉ diverge

$\lim_{x\to 2^+}$ '' ∉ diverge

$\int_2^5\frac{1}{(4-x)^{2/5}}\Rightarrow\int\frac{1}{(4-x)^{2/5}}=\frac{5\cdot(x-4)^{3/5}}{3}$

$x=4$ $\quad \int_2^{4^-}\frac{1}{(4-x)^{2/5}}+\int_{4^+}^{5}\frac{1}{(4-x)^{2/5}}$

À 13h00, une piscine contient 400 litres d'eau. À partir de ce moment, on verse de l'eau dans la piscine avec un débit de remplissage

$$Q(t)=\frac{2500}{(1+2t)^2} \quad \text{litres/heure}$$

où t est mesuré en heures à compter de midi.

a) Calculez l'aire sous la courbe $y=Q(t)$ entre $t=2$ et $t=5$. Expliquez ce que signifie cette valeur dans ce contexte.

b) Quelle volume d'eau sera dans la piscine à 16h00 ?

c) Calculer le débit moyen entre 13h00 et 16h00 ?

d) Si la piscine ne peut contenir que 1 500 litres d'eau, débordera-t-elle ? Si oui, à quelle heure ? $[2,5]$

a) $\int_2^5 Q(t)dt=\int_2^5\frac{2500}{(1+2t)^2}dt$ $\quad u=1+2t$ $\quad du=2dt$ $\quad dt=\frac{du}{2}$ $\quad t_1=2$, $t_2=5$

$\int_5^{11}\frac{2500}{u^2}\cdot\frac{du}{2}=1250\int_5^{11}u^{-2}du=1250\left[-\frac{1}{u}\right]_5^{11}$

$1250\left[-\frac{1}{11}+\frac{1}{5}\right]$ $\quad 1250\left(\frac{6}{55}\right)=\frac{2500}{55}=136{,}36\,L/h$

b) $\int_1^4 Q(t)dt$ $\quad t=1=1+2(1)=3$ $\quad t=4=1+2(4)=9$

$1250\int_3^9\frac{1}{u^2}du=-1250\left[\frac{1}{u}\right]_3^9$

$=-1250\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{3}\right)=-1250\left(-\frac{2}{9}\right)$

$=277{,}78\,L$

$V(4)=400+277{,}78$

$=677{,}78\,L$

$D_{moyen}=\frac{V_{total}}{T}$

$\frac{277{,}78}{3}=92{,}59$

$U(n)=\frac{n!\,x^n}{100^n}$

$U(n+1)=\frac{(n+1)!\,x^{n+1}}{100^{n+1}}$ $\quad \left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right|=\left|\frac{\frac{(n+1)!\,x^{n+1}}{100^{n+1}}}{\frac{n!\,x^n}{100^n}}\right|=\left|\frac{n+1\ \ x}{100}\right|$

on $(n+1)!=(n+1)n!$

$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right|=\infty$ donc $S(x)$ diverge partout sauf à $x=0$

Taylor

Test du rapport

$f(x)=\sin(4x)$ en $a=0$

$f(0)$ $\sin(4\cdot 0)=0$ $\quad T_6(x)=0+\frac{4}{1!}x+\frac{0}{2!}x^2+\frac{-64}{3!}x^3+\frac{0}{4!}x^4+\frac{1024}{5!}x^5+\frac{0}{6!}x^6$

$'=4\cos(4x)$ $\quad 4\cdot 1=4$ $\quad 4$ $\quad -\frac{64}{6}$ $\quad -\frac{32}{3}$ $\quad \frac{1024}{120}$ $\quad \frac{128}{15}$

$=-16\sin(4x)$ $\quad -16\cdot 0=0$

$=-64\cos(4x)=-64\cdot 1=-64$

$=256\sin(4x)$ $\quad 256\cdot 0=0$

$1024\cos(4x)$ $\quad 1024\cdot 1=1024$

$-4096\sin(4x)$ $\quad -4096\cdot 0=0$

$\sin(0)=0$

$\cos(0)=1$

$T_6(x)=4x-\frac{32}{3}x^3+\frac{128}{15}x^5$

$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=L$

On a $U_n=\frac{2^n(x-5)^n}{n+1}$

$U_{n+1}=\frac{2^{n+1}(x-5)^{n+1}}{n+2}$

on a $R=\left|\frac{U_{n+1}}{U_n}\right|=\left|\frac{\frac{2^{n+1}(x-5)^{n+1}}{n+2}}{\frac{2^n(x-5)^n}{n+1}}\right|=\left|2(x-5)\cdot\frac{n+1}{n+2}\right|$

avec la TR $\quad U(n)=\frac{2^n(x-5)^n}{n+1}$

$u_{(n+1)}$ $\quad \frac{2(x-5)(2(x-5))^n}{n+2}$

$\left|\frac{u_{(n+1)}}{u_{(n)}}\right|$ $\quad 2\left|\frac{(n+1)(x-5)}{n+2}\right|$

$\lim_{n\to\infty}\left(\left|\frac{u(n+1)}{u(n)}\right|\right)$ $\quad 2|x-5|$

$S(x)$ converge si $|2(x-5)|<1$

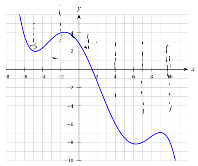
donc $-1<2(x-5)<1$

$-\frac{1}{2}<x-5<\frac{1}{2}$

$\frac{9}{2}<x<\frac{11}{2}$

$I_c=\left]\frac{9}{2},\frac{11}{2}\right[$

si $2|x-5|<1$ $\quad |x-5|<\frac{1}{2}$



Intervalle $[-5, 10]$ D_5 G_5

$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{10-(-5)}{5} = \frac{15}{5} = 3$

$[-5, -2]$, $[-2, 1]$, $[1, 4]$, $[4, 7]$, $[7, 10]$

$G_5 = 3[f(-5) + f(-2) + f(1) + f(4) + f(7)]$
$= 3(2+6+1-6-8)$
$3(7)$
$= 21$

$D_5 = 3[f(-2) + f(1) + f(4) + f(7) + f(10)]$
$3(6+1-6-8-8)$
$= 51$

4.28 La vitesse v (en m/s) d'un objet se déplaçant sur une tige verticale est donnée par

$$v(t) = \frac{t^2}{5} - 2, \qquad \text{pour} \qquad 0 \le t \le 6$$

où t est exprimé en secondes. Une vitesse positive indique un déplacement vers le haut. Au temps $t = 0$, la hauteur de l'objet est de 5 m.

(a) Exprimez la hauteur en fonction du temps.
(b) À quelle hauteur se trouve l'objet après 2 secondes ? Et après 5 secondes ?
(c) À quel moment la vitesse de l'objet change-t-elle de sens ?
(d) Quelle est l'accélération de l'objet au temps $t = 2$ s ? Au temps $t = 4$ s ?
(e) L'objet repassera-t-il par sa position de départ ? Si oui, à quel moment cela se produira-t-il pour la première fois ?
(f) Au temps $t = 2$ s, l'objet est-il en train de ralentir ?
(g) Au temps $t = 2$ s, l'objet se dirige-t-il vers le haut ou vers le bas ?

g) $v(2) = \frac{-6}{5} < 0$ donc vers le bas

$v(t) = \frac{t^2}{5} - 2$ pour $0 \le t \le 6$

$h(t) = h(0) + \int_0^t v(t)\,dt$, $h(0) = 5$

$h(t) = 5 + \int_0^t \left(\frac{t^2}{5} - 2\right) dt$

$\frac{1}{5}\int \frac{t^{2+1}}{2+1} = \frac{1}{5}\int \frac{t^3}{3} = \frac{t^3}{15}$

$h(t) = 5 + \left[\frac{t^3}{15} + 2t\right]_0^t$

$h(t) = 5 + \frac{t^3}{15} - 2t$

b) $t=2$: $5 + \frac{2^3}{15} - 2(2)$ $\frac{23}{15}$ m; $t=5$: $5 + \frac{5^3}{15} - 2(5)$ $\frac{10}{3}$ m

c) $\frac{t^2}{5} - 2 = 0$, $\frac{t^2}{5} = 2$, $t^2 = 10$, $\sqrt{10}$ s

d) $v'(t) = \frac{t^2}{5} - 2$, $\frac{2t}{5}$; $= \frac{2(2)}{5} = \frac{4}{5}$; $t=4$: $\frac{2(4)}{5} = \frac{8}{5}$

f) $v(t) = \frac{t^2}{5} - 2$, $a(t) = \frac{2t}{5}$, $v(2) = \frac{2^2}{5} - 2 = -\frac{6}{5} < 0$, $a(2) = \frac{2(2)}{5} = \frac{4}{5} > 0$

des 2 sont opposé donc ralentit

4.39 La **fonction d'écart logarithmique intégrale**, notée $\mathrm{Li}(x)$, est définie par

$$\mathrm{Li}(x) = \int_2^x \frac{1}{\ln(t)}\,dt.$$

Répondez aux questions (a) à (e) *sans utiliser de calculatrice.*

(a) Trouvez la valeur de $\mathrm{Li}(2)$.
(b) Calculez les dérivées première et seconde de $\mathrm{Li}(x)$. *Conseil : pensez au TFC (p. 14).*
(c) Étudiez le signe des dérivées première et seconde de $\mathrm{Li}(x)$ pour $x \ge 2$.
(d) Déterminez si la fonction $\mathrm{Li}(x)$ est croissante ou non pour $x \ge 2$.
(e) Déterminez si le graphe de la fonction $\mathrm{Li}(x)$ est concave vers le haut ou vers le bas pour $x \ge 2$.

À l'aide d'une calculatrice symbolique :

(f) Calculez $\mathrm{Li}(5)$ en arrondissant au millième.
(g) Faites tracer le graphe de $\mathrm{Li}(x)$ sur $[2; 7]$.
(h) Faites tracer le graphe de $\frac{1}{\ln(x)}$ et expliquez à quoi correspond la valeur $\mathrm{Li}(5)$ sur ce graphe.

Remarque. La fonction $\mathrm{Li}(x)$ joue un rôle important en théorie des nombres. Elle permet d'estimer le nombre de nombres premiers inférieurs à x. Par exemple, il y a 78498 nombres premiers inférieurs à 10^6, alors que $\mathrm{Li}(10^6)$ arrondi à l'unité vaut 78627.

f) $Li(x) = \int_2^x \frac{1}{\ln(t)}\,dt$

Méthode des trapèzes

$Li(5) = \frac{\Delta t}{2}\sum_{i=1}^{n}(f(t_{i-1}) + f(t_i))$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\ln(2)} + \frac{1}{\ln(3)} + \frac{1}{\ln(4)} + \frac{1}{\ln(5)}\right)$

$Li(5) = 2{,}696$

$Li(x) = \int_2^x \frac{1}{\ln(t)}\,dt$

a) $Li(2) = \int_2^2 = 0$, même borne

b) $Li'(x) = F(x) - F(2)$ si $F(x) = \int \frac{1}{\ln(t)}\,dt$
$= \frac{1}{\ln(x)}$
$Li''(x) = \left(\frac{1}{\ln(x)}\right)' = \frac{1 \cdot \ln x' - 1 \cdot \ln(x)'}{\ln^2(x)} = \frac{-1}{x\ln^2(x)}$

c) $x \ge 2$
$Li'(x) = \frac{1}{\ln(x)}$, $= \frac{1}{\ln(2)} = 1{,}443 \ge 2$
$Li''(x) = \frac{1}{x\ln(x)^2} = \frac{1}{2\ln(2)^2} = -1{,}402 < 2$

d) La dérivée première détermine si une fonction est décroissante ou croissante
$Li'(x) > 0$ croissante
$Li'(x) < 0$ décroissante
La fonction est donc croissante selon le c)

e) La concavité est déterminée par la dérivée seconde
si $f''(x) > 0$ concave vers le haut
si $f''(x) < 0$ concave vers le bas
selon le c) la fonction est concave vers le bas

Intégration par partie

$\int u\,dv = uv - \int v\,du$

c) $\int xe^x\,dx$ $u = x$, $du = dx$, $dv = e^x$

$xe^x - \int e^x\,dx$
$xe^x - e^x$
$e^x(x-1) + c$

$(x + \frac{6}{2a})^2 - (\frac{6}{2a})^2$

$-9x^2 - 12x + 12 = -(9x^2 + 12x) + 12$

$a = 3$, $b = 12$: $(3x + \frac{12}{2\cdot 3})^2 - (\frac{12}{2\cdot 3})^2$

$-((3x+2)^2 - 4) + 12$

$-(3x+2)^2 + 16$

intégrale impropre

$\int_2^6 \frac{3}{\sqrt{t-2}}\,dt = \lim_{t\to 2^+}\int_t^6 \frac{3}{\sqrt{t-2}}\,dt$

impropre à cause de $\sqrt{t-2}$

$\int (t-2)^{-1/2}\,dt = 2(t-2)^{1/2} + c$

si $t = 2$

$= 2\sqrt{t-2} + c$

$\int \frac{3}{\sqrt{t-2}}\,dt = 6\sqrt{t-2}\,\Big]_t^6$

$= 6\sqrt{6-2}$
$= 12$

$\int_0^\infty e^{-x}\,dx = \lim_{t\to\infty}\int_0^t e^{-x}\,dx$

$= -e^{-x} + c\,\Big]_0^t$, $t = 5$

$-e^{-t} - (-1)$

$t \to \infty$, $e^{-t} = 0$

$1 - 0 = 1$

f) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,dx$

$= \int_{-\infty}^{0} \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,dx + \int_0^\infty \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}}\,dx$

$= \lim_{b\to -\infty}\int_b^0 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,dx + \lim_{t\to\infty}\int_0^t \frac{e^x}{1+e^{2x}}\,dx$

$= \frac{\pi}{4}$

cueillir les intégrale de façon géométrique

a) $\int_1^7 5\,dx$ $7 \cdot 1 = 6$, $5 \cdot 6 = 30$

c) $\int_2^6 (10-x)\,dx = \frac{(b+b)\cdot h}{2}$
$= \frac{(8+4)\cdot 4}{2} = 24$

calculer la valeur exacte à l'aide du théorème fondamental

e) $f(x) = \frac{1}{x} = \ln(|x|) + c$

$x = 1$, $x_f = 2$

$= \ln(2) - \ln(1)$
$= \ln(2)$

m) $\frac{x^4 + 3x^2 + 5x + 10}{x^2}\,dx$

$= \int x^2 + 3 + 5x^{-1} + \frac{10}{x^2}\,dx$

$= \int \frac{x^3}{3} + 3x + 5\ln(|x|) + -\frac{10}{x} + c$

q) $\int \frac{1}{2x^3}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{x^{-3+1}}{-3+1} = \frac{1}{2}\int \frac{x^{-2}}{-2}$

$= \int -\frac{1}{4x^2} + c$

i) $\int \sqrt[3]{x}\,dx = \int x^{1/3}\,dx$

$= \frac{x^{1/3+1}}{1/3+1} = \frac{x^{4/3}}{4/3} + c$

a) $\int_2^6 e^x\,dx = [e^x]_2^6 = e^6 - e^2$

d) $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-1/2} = \frac{x^{1/2}}{1/2}$

$2\sqrt{x}\,\Big]_0^4 = 4$

déterminer $f(x)$

a) $f'(x) = \cos(x)$, $f(\frac{\pi}{2}) = 4$

$= \sin(\frac{\pi}{2}) + c = 1 + c$
$1 + c = 4$
$c = 4 - 1$
$c = 3$
$\sin(x) + 3$

$f'(x) = 2x + 5$, $f(2) = 10$
$= x^2 + 5x + c$
$= 2^2 + 5(2) + c = 10$
$= 14 + c = 10$
$= c = 10 - 14 = -4$
$= x^2 + 5x - 4$

a) $\int 25x\cos(5x^2+1)\,dx$ $u = 5x^2 + 1$, $du = 10x\,dx$, $x\,dx = \frac{du}{10}$

$25\int x\cos(u)$

$\int 25x\cos(5x^2+1)\,dx = 25\int \cos u \frac{du}{10}$

$= \frac{25}{10}\int \cos(u)\,du$

$= \frac{5}{2}\int \cos(u)\,du$

$= \frac{5}{2}\int \sin(u) + c$

$= \frac{5}{2}\sin(5x^2+1) + c$

$\int_2^4 3(y-2)^5\,dy$ $u = y - 2$, $\frac{du}{dy} = 1$, $du = dy$

$u = 2 - 2$, $u = 0$; $u = 4 - 2$, $u = 2$

$3\int_0^2 u^5\,du = 3\int_0^2 \frac{u^6}{6}$

$= \left[\frac{u^6}{6}\right]_0^2 = \frac{2^6}{6} - \frac{0^6}{6}$

$= 64$

donc $\frac{64}{6}$

$3 \cdot \frac{64}{6}$

$= 32$

e) $\int \frac{2x}{\sqrt{3x^2+1}}\,dx$ $u = 3x^2 + 1$, $\frac{du}{dx} = 6x$, $x\,dx = \frac{du}{6}$

$\int \frac{2\frac{du}{6}}{\sqrt{u}} = \frac{2}{6}\int \frac{1}{\sqrt{u}}$

$= \frac{1}{3}\int u^{-1/2} = \frac{u^{1/2}}{1/2} = \frac{1}{3}\int 2u^{1/2}$

$= \frac{2}{3}\sqrt{3x^2+1} + c$

p) $\int_0^{\pi/6} \frac{60\cos(3x)}{9 + 5\sin(3x)}\,dx$ $u = \sin(3x)$, $du = 3\cos(3x)$, $\cos(3x)\,dx = \frac{du}{3}$

$\int_{-1}^{1} \frac{60\frac{1}{3}}{9+5u}$

$\int_{-1}^{6} \frac{20}{9+5u}$

$\int \frac{1}{a + bu}\,du = \frac{1}{b}\ln|a + bu| + c$

$= \frac{1}{5}\ln|9 + 5u| + c$

$20 \cdot \frac{1}{5} = 4$

h) $\int e^{x^3} x^2\,dx$ $u = x^3$, $\frac{du}{dx} = 3x^2$

$\int e^u \cdot \frac{du}{3}$

$du = 3x^2\,dx$, $x^2\,dx = \frac{du}{3}$

$\frac{1}{3}\int e^{3x}\,dx$

$\frac{e^{3x}}{3} + c$

o) $\int 2^{\cos(x)}\sin(x)$ $u = \cos(x)$, $\frac{du}{dx} = -\sin(x)$, $\sin(x)\,dx = -du$

$\int 2^u\,du$

$= \frac{1}{\ln(u)} + c$

$= \frac{1}{\ln(\cos x)} 2^x = -\frac{2^{\cos(x)}}{\ln(\cos x)}$

h) $\int \frac{\cos(x)}{4 + \sin^2(x)}\,dx$ $u = \sin^2(x)$, $\frac{du}{dx} = \cos(x)$, $du = \cos(x)\,dx$

$\int \frac{\cos(x)}{4 + u^2}\,dx$

$\int \frac{1}{2^2 + u^2} = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{\sin^2(x)}{2}\right) + c$

$h(10) = 25$ $v(10) = -3$ $a(10) = 1$ $a'(10) = \frac{2}{3}$

h h' h'' h'''

$P_3(t) = h(10) + \frac{h'(10)}{1!}(x-10) + \frac{h''(10)}{2!}(x-10)^2 + \frac{h'''(10)}{3!}(x-10)^3$

$25 - 3(x-10) + \frac{1}{2}(x-10)^2 + \frac{1}{10}(x-10)^3$

$t_4(x) = 15 + 2x - 2x^2 + \frac{x^4}{8}$

$t_4(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \frac{f''''(0)}{4!}x^4$

$f(0) = 15$ $f'(0) = 2$ $f''(0) = -4$ $f'''(0) = \frac{1}{8} \cdot 24 = 3$

Calcul

7) $f(x) = -2x^2 + 1$
$g(x) = \sin(2x - 4{,}5)$
$\mathrm{solve}(f(x) = g(x), x)$
$x_1 = 0{,}925$
$x_2 = 0{,}51$

$\int_{x_1}^{x_2}(f(x) - g(x))\,dx$

$= 1{,}602$

Taylor

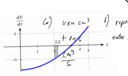
$f(x) = \sin(4x)$

$c(n) := \frac{d^n}{dx^n}(f(x))\,|\,x = 0$

$T_6(x) := \sum_{n=0}^{6}(c(n)x^n)$

$c(0)$
$c(1)$
$c(n) := \frac{\frac{d^n}{dx^n}}{n!}\,|\,x = 0$
$c(1)$
$c(2) =$

$T6(x)$



Théorème fondamental

$v(x) = v(x_0) + \int_{x_0}^{x} \frac{du}{dt}\,dt$