

## Devoir 3

- À remettre au plus tard **le Dimanche 24 Novembre à minuit** dans un format pdf portant le nom (voir les consignes de la remise sur la page Moodle du cours).
- Toute réponse **NON JUSTIFIÉE** recevra la note 0.

### Question 1 (15 pts)

Sans utiliser la calculatrice, calculez les intégrales suivantes :

a)  $\int \frac{5e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$

b)  $\int \frac{2x-1}{x^2-6x+18} dx$

c)  $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{t}(\sqrt{t}+1)^3} dt$

d)  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{5\sqrt{x}} dx$

e)  $\int (3x+1)e^{2x+1} dx$

## Question 2 (6pts)

On considère la fonction définie par  $f(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$ .

- a) Vérifiez que  $f(x)$  vérifie l'équation différentielle  $f'(x) + 2xf(x) = 1$  et  $f(0) = 0$ .
- b) Calculez les sommes de gauche et de droite avec  $n=100$  pour donner une estimation de  $f(1)$ .

## Question 3 (9pts)

À 13h00, une piscine contient 400 litres d'eau. À partir de ce moment, on verse de l'eau dans la piscine avec un débit de remplissage

$$Q(t) = \frac{2500}{(1+2t)^2} \text{ litres/heure}$$

où  $t$  est mesuré en heures à compter de midi.

- a) Calculez l'aire sous la courbe  $y = Q(t)$  entre  $t = 2$  et  $t = 5$ . Expliquez ce que signifie cette valeur dans ce contexte.
- b) Quel volume d'eau sera dans la piscine à 16h00 ?
- c) Calculer le débit moyen entre 13h00 et 16h00 ?
- d) Si la piscine ne peut contenir que 1 500 litres d'eau, débordera-t-elle ? Si oui, à quelle heure ?