

CHAPITRE VI- 1^{ère} PARTIE
CINÉMATIQUE DE ROTATION : MOUVEMENT CIRCULAIRE
PROBLÈMES SUGGÉRÉS

Problème N° 6.1

La vitesse angulaire du moteur d'une automobile augmente de 1200 RPM à 3000 RPM en 12 secondes.

- a) Calculez l'accélération angulaire α en supposant qu'elle est uniforme;
- b) Combien de révolutions accomplit le moteur pendant ces 12 secondes ?

Problème N° 6.2

Une plaque tournante, dont la vitesse angulaire est de 78 RPM, met 30 secondes à s'arrêter, une fois le contact coupé.

- a) Trouvez l'accélération angulaire de la plaque, en supposant qu'elle soit uniforme;
- b) Combien de révolutions accomplit-elle pendant ce temps ?

Problème N° 6.3

En attendant votre tour de monter à bord d'un hélicoptère, vous calculez que la vitesse du rotor passe de 300 RPM à 225 RPM en une minute.

- a) Trouvez l'accélération angulaire moyenne pendant cet intervalle de temps;
- b) En supposant que l'accélération angulaire demeure constante, combien de temps mettra le rotor à s'arrêter ?
- c) Combien de tours aura fait le rotor entre la fin de la première minute et le moment où il s'arrêtera ?

Problème N° 6.4

Un disque en rotation autour d'un axe fixe accélère uniformément à partir du repos. À un instant donné, sa vitesse angulaire vaut 10 révolutions/sec. Après 60 tours supplémentaires, sa vitesse angulaire vaut 15 révolutions/sec. Calculez :

- a) l'accélération angulaire α ;
- b) le temps requis pour accomplir 60 révolutions;
- c) le temps requis pour atteindre la vitesse de 10 révolutions /sec;
- d) le nombre de révolutions accomplies à partir du repos jusqu'au moment où sa vitesse vaut 10 révolutions /sec.

6.1

$$\text{RPM}_i = 1200$$

$$\text{RPM}_f = 3000$$

$$t_f = 12\text{s}$$

$$t_i = 0\text{s}$$

$$\textcircled{3} \quad 1 \text{ rpm} = \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}$$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$$

$$\omega_i = 1200 \cdot \frac{2\pi}{60}$$

$$\omega_i = 40\pi \text{ rad/s}$$

$$\frac{100\pi - 40\pi}{12 - 0} = 5\pi \approx 15.708 \text{ rad/s}^2$$

②

$$\omega_f = 3000 \cdot \frac{2\pi}{60}$$

$$\omega_f = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\alpha \text{ (en rev/s}^2\text{)} = \frac{\alpha \text{ (en rad/s}^2\text{)}}{2\pi}$$

$$\alpha = \frac{15}{2\pi} = 2.387 \text{ rev/s}^2$$

$$\textcircled{6} \quad \theta_f = \theta_i + \omega_i (t_f - t_i) + \frac{1}{2} \alpha (t_f - t_i)^2$$

$$\theta_f = 0 + 40\pi (12 - 0) + \frac{1}{2} 5\pi (12 - 0)^2$$

$$\theta_f = 40\pi (12) + \frac{1}{2} 5\pi (12)^2$$

$$\theta_f = 2638.94 \text{ rad}$$

$$\text{Nb revolution} = \frac{\theta \text{ (en rad)}}{2\pi}$$

$$\text{Nr} = \frac{2638.94}{2\pi}$$

$$= 420 \text{ rev}$$

6.2

$$\text{RPM}_i = 78$$

$$\text{RPM}_f = 0$$

$$t_f = 30$$

$$1 \text{ rpm} = \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}$$

$$\omega_i = 78 \cdot \frac{2\pi}{60} = \frac{13\pi}{5} \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = 0 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$$

$$= \frac{0 - \frac{13\pi}{5}}{30} = -\frac{13\pi}{150}$$

$$\alpha = \frac{-\frac{13\pi}{5}}{2\pi} \quad \square$$

$$\alpha = -0.428 \text{ rev/s}^2 \quad \square$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i (t_f - t_i) + \frac{1}{2} \alpha (t_f - t_i)^2$$

$$\theta_f = 0 + \frac{13\pi}{5} (30 - 0) + \frac{1}{2} \left(\frac{13\pi}{150} \right) (30)^2$$

$$\theta_f = \frac{13\pi}{5} (30) + \frac{1}{2} \left(\frac{13\pi}{150} \right) (30)^2$$

$$\theta_f = 122.52 \text{ rad} \quad \square$$

$$\text{Nr} = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{122.52}{2\pi} = 19.52 \text{ rev}$$

6.3

$$\text{RPM}_i = 300$$

$$\text{RPM}_f = 225$$

$$t_f = 60\text{s}$$

$$t_i = 0$$

$$1 \text{ rpm} = \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}$$

$$\omega_i = 300 \cdot \frac{2\pi}{60}$$

$$\omega_i = 10\pi$$

$$\omega_f = 225 \cdot \frac{2\pi}{60}$$

$$\omega_f = \frac{15\pi}{2} \text{ rad/s}$$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$$

$$\alpha = \frac{10\pi - \frac{15\pi}{2}}{60}$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{24} \text{ rad/s}^2$$

$$\text{Nr} = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$\frac{\pi}{24}$$

$$\frac{\pi}{48} \text{ rev}$$

$$\textcircled{6} \quad \omega_f = \omega_i + \alpha (t_f - t_i)$$

$$0 = \frac{15\pi}{2} + \frac{\pi}{24} (60)$$

6,4

$$\omega_i = 0 \text{ rad/s}$$

$$\omega_m = 10 \text{ rev/s}$$

$$\omega_f = 15 \text{ rev/s}$$

$$\theta = 60 \text{ rev}$$

$$\begin{aligned} \omega_i &= 10 \cdot 2\pi = 20\pi \text{ rad/s} \\ \omega_f &= 15 \cdot 2\pi = 30\pi \text{ rad/s} \\ \theta &= 60 \cdot 2\pi = 120\pi \text{ rad/s} \end{aligned}$$

$$\omega_f = \omega_i + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$$

$$30\pi = 20\pi + 2\alpha(120\pi)$$

$$\alpha = 6.545 \text{ rad/s}^2 \quad \square$$

$$\frac{6.545}{2\pi} = 1.040 \text{ rev/s}^2 \quad \square$$

6)

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i(t_f - t_i) + \frac{1}{2}\alpha(t_f - t_i)^2$$

$$320.99 = 0 + 20\pi + \frac{1}{2} \cdot 6.545 t^2$$

$$t = 7.92 \quad \square$$

c)

$$\omega_f = \omega_i + \alpha(t_f - t_i)$$

$$20\pi = 0 + 6.545(t_f - t_i)$$

$$t = 9.6 \text{ s} \quad \square$$

d)

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i(t_f - t_i) + \frac{1}{2}\alpha(t_f - t_i)^2$$

$$\theta_f = 0 + 0(t) + \frac{1}{2} \cdot 6.545(9.6)^2$$

$$\theta_f = \frac{1}{2} \cdot 6.545(9.6)^2$$

$$\theta_f = 308.584 \text{ rad} \quad \square$$

6,5

$$\ell_{rev} = 2\pi \text{ rad}$$

$$\theta = 40 \text{ rev} \cdot 2\pi = 80\pi$$

$$\omega_i = 1.5 \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = 0 \text{ rad/s}$$

b)

$$\alpha = 0.004476 \text{ rad/s}^2 \Rightarrow \text{cm rev/s}^2$$

$$\alpha = 0.007033 \text{ rev/s}^2 \quad \square$$

c)

$$\theta_{90} = ?$$

a)

$$\omega_f = \omega_i + \alpha(t_f)$$

$$1.5 = 0 + \alpha(t_f)$$

$$1.5 = 0 + 0.004476(t_f)$$

$$t_f = 33.5103 \text{ s} \quad \square$$

$$\alpha = 5.9 \text{ mm/s}^2$$

$$\omega_f = \omega_i + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$$

$$0 = 1.5^2 - 2\alpha(80\pi)$$

$$\alpha = 0.004476 \text{ rad/s}^2$$

$$20 \cdot 2\pi = 40\pi \text{ rad}$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i(t_f - t_i) + \frac{1}{2}\alpha(t_f - t_i)^2$$

$$40\pi = 0 + 1.5 \cdot t_f + \frac{1}{2} \cdot (0.004476)t_f^2$$

$$t_f = 98.16 \text{ s}$$

$$\alpha = 1.64 \text{ m/s}^2 \quad \square$$

Problème N° 6.5

Un disque accomplit 40 révolutions avant de s'arrêter. Avec une vitesse initiale de 1,5 rad/sec et une accélération uniforme,

- a) Combien de temps a pris la roue pour s'arrêter ?
- b) Quelle était l'accélération angulaire ?
- c) Combien de temps a mis le disque pour accomplir les 20 premières révolutions ?

CHAPITRE VI- 1^{ère} PARTIE

CINÉMATIQUE DE ROTATION : MOUVEMENT CIRCULAIRE

RÉPONSES DES PROBLÈMES SUGGÉRÉS

Problème N° 6.1 :

Rép. :

$$\text{a) } \begin{cases} \alpha = 15,708 \text{ rad/s}^2 \\ \alpha = 2,5 \text{ rev/s}^2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \text{b) } \begin{cases} \theta_f = 2638,93 \text{ rad} \\ \theta_f = 420 \text{ rev} \end{cases}$$

Problème N° 6.2 :

Rép. :

$$\text{a) } \begin{cases} \alpha = -0,2723 \text{ rad/s}^2 \\ \alpha = -0,0433 \text{ rev/s}^2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \text{b) } \begin{cases} \theta_f = 122,52 \text{ rad} \\ \theta_f = 19,5 \text{ rev} \end{cases}$$

Problème N° 6.3 :

Rép. :

$$\text{a) } \begin{cases} \alpha = -0,1309 \text{ rad/s}^2 \\ \alpha = -0,0208 \text{ rev/s}^2 \end{cases} \quad \text{b) } \Delta t = 240 \text{ s} \quad \text{c) } \begin{cases} \theta_f = 2120,57 \text{ rad} \\ \theta_f = 337,5 \text{ rev} \end{cases}$$

Problème N° 6.4 :

Rép. :

$$\text{a) } \begin{cases} \alpha = 6,545 \text{ rad/s}^2 \\ \alpha = 1,042 \text{ rev/s}^2 \end{cases} \quad \text{b) } \Delta t = 4,8 \text{ s} \quad \text{c) } \Delta t' = 9,6 \text{ s} \quad \text{d) } \theta_f = 48 \text{ rév}$$

Problème N° 6.5 :

Rép. :

$$\text{a) } \begin{cases} \Delta t = 335,1 \text{ s} \\ \Delta t = 5,58 \text{ min} \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \alpha = 4,476 \times 10^{-3} \text{ rad/s} \\ \alpha = 7,12 \times 10^{-4} \text{ rév/s} \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} \Delta t = 98,14 \text{ s} \\ \Delta t = 1,64 \text{ min} \end{cases}$$