

Les bases 2 (binaire) et 16 (hexadécimal)

1.Introduction

Base : nombre de chiffres pour former les nombres

Ex :

Base 10 (décimal) : 10 chiffres pour former les nombres (0 à 9)

Base 2 (binaire) : 2 chiffres pour former les nombres (0 et 1)

Base 16 (hexa ou hexadécimal) : 16 chiffres (plutôt symboles ici) pour former les nombres (0 à 9 et A,B,C,D,E,F)

Pour compter :

Base 10 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15...

Base 2 : 0 1 10 11 100 101 110 111 1000 1001

Base 16 : 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 1A 1B 1C 1D 1E 1F 20 21 22...99 9A 9B
9C 9D 9E 9F A0 A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 A9 AA AB AC AD AE AF B0 ...FF 100

2. Additions en base 2 :

Rappelons-nous d'abord comment se font les additions en base 10 :

Exemple en base 10 : 778 + 876 (les retenues sont en rouge)

$$\begin{array}{r} \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{1} \\ 778 \\ + 876 \\ \hline 1654 \end{array}$$

Exemple 2 en base 10 : 8 0 0 1 - 6 3 6 2

$$\begin{array}{r}
 799 \\
 \text{8 0 0} \quad {}^11 \\
 - 6362 \\
 \hline
 1639
 \end{array}$$

En base 2 :

Exemple 1 :

$$\begin{array}{r}
 1101 \quad (13 \text{ en base } 10) \\
 - 1001 \quad (9 \text{ en base } 10) \\
 \hline
 0100 \quad (4 \text{ en base } 10)
 \end{array}$$

Exemple 2 :

$$\begin{array}{r}
 1010 \\
 - 1001 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0 \\
 10\text{1} \quad {}^10 \\
 - 1001 \\
 \hline
 0001
 \end{array}$$

Exemple 3 :

$$\begin{array}{r}
 1000 \\
 - 11 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 011 \\
 \text{1 0 0} \quad {}^10 \\
 - 11 \\
 \hline
 0101
 \end{array}$$

Exercices

- a) $1011101 - 11011$
- b) $101110 - 1010$
- c) $11000011 - 1111$

Solution des exercices

- a) 1000010
- b) 100100
- c) 10110100

4. Additions en base 16

Exemple :

	4	B	2	9	
+	7	C	1	4	

<u>Base 10</u>	<u>Base 16</u>
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D

14	E
15	F
16	10
17	11
18	12
19	13
20	14
21	15
22	16
23	17
24	18
25	19
26	1A
27	1B
28	1C
29	1D
30	1E

Méthode 1 : avec la droite numérique de la base 16 :

$$\begin{array}{r}
 \textcolor{red}{1} \text{ } \textcolor{red}{1} \\
 4 \text{ B C } 9 \\
 + \quad 7 \text{ C } 6 \text{ } 4 \\
 \hline
 \text{C } 8 \text{ } 2 \text{ D}
 \end{array}$$

Méthode 2: en passant par la base 10 :

$$\begin{array}{r}
 \text{1 1} \\
 4 \text{ B C } 9 \\
 + 7 \text{ C 6 } 4 \\
 \hline
 \text{C } 8 \text{ 2 D}
 \end{array}$$

Exercices :

- a) AB97 + 456
- b) FFFF + FFFF
- c) 456 + 789

Solution des exercices :

- a) AFED
- b) 1FFFE
- c) BDF

5. Changements de base

5.1 Pour tous les changements entre les bases 2,10 et 16 : avec la calculatrice en mode Programmeur

5.2 Méthode rapide base 2 vers base 10

Il s'agit d'associer la puissance de 2 correspondant à chaque chiffre « 1 » du nombre en base 2 (en commençant par la droite) et d'additionner ces puissances ensuite.

Exemple : $10011_2 = (\quad)_{10}$

$$\begin{array}{l}
 \text{Nombre en binaire :} \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\
 \text{Puissances de 2 :} \quad 2^4 \quad 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0 \\
 \quad \quad \quad 16 \quad \quad \quad 2 \quad + \quad 1 \quad = \quad 19
 \end{array}$$

D'où $10011_2 = 19_{10}$

Exercices :

- a) $(101010)_2 = (\quad)_{10}$
- b) $(10101101)_2 = (\quad)_{10}$
- c) $(1011101)_2 = (\quad)_{10}$
- d) $(11101)_2 = (\quad)_{10}$

Solution des exercices :

- a) 42
- b) 173
- c) 93
- d) 29

5.3 Méthode rapide base 10 vers base 2

Ex : $467_{10} = (\quad)_2$

256	128	64	32	16	8	4	2	1
1	1	1	0	1	0	0	1	1

$$467 - 256 = 211$$

$$211 - 128 = 83$$

$$83 - 64 = 19$$

$$19 - 16 = 3$$

$$3 - 2 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

(un « 1 » a été écrit suite à chaque soustraction)

$$467_{10} = 111010011_2$$

Exercices :

- a) $(23)_{10} = (\quad)_2$
- b) $(125)_{10} = (\quad)_2$
- c) $(100)_{10} = (\quad)_2$

Solution des exercices :

- a) 10111
- b) 1111101
- c) 1100100

5.4 Méthode rapide base 2 vers base 16 et inversement

→ Par groupes de 4

Dans les 2 cas, on utilise les correspondances suivantes :

Base 2	Base 16
0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

1. Pour passer de la base 2 à la base 16 :

Ex : $1101111010110_2 = ()_{16}$

1 1011 1101 0110

1 B D 6

$1101111010110_2 = 1BD6_{16}$

Exercices :

- a) $(10000000111)_2 = ()_{16}$
- b) $(10011110101)_2 = ()_{16}$
- c) $(1111101000101100)_2 = ()_{16}$
- d) $(1001101001)_2 = ()_{16}$
- e) $(101100111010100)_2 = ()_{16}$

Solution des exercices :

- a) 407
- b) 4F5
- c) FA2C
- d) 269
- e) 59D4

2. Pour passer de la base 16 à la base 2 :

Ex : $FA2C_{16} = ()_2$

$F_{16} = 1111_2$ $A_{16} = 1010_2$ $2_{16} = 0010_2$ $C_{16} = 1100_2$
 $F2AC_{16} = 1111101000101100_2$

Exercices

- a) $(407)_{16} = (\quad)_2$
- b) $(6F5)_{16} = (\quad)_2$
- c) $(1A3)_{16} = (\quad)_2$
- d) $(10)_{16} = (\quad)_2$
- e) $(366B)_{16} = (\quad)_2$

Solution des exercices

- a) 10000000111
- b) 11011110101
- c) 110100011
- d) 10000
- e) 11011001101011