

# 高级数据结构 / Advanced Data Structure

- 优先队列 / Priority Queue
- 图 / Graph
- 前缀树 / Trie
- 线段树 / Segment Tree
- 树状数组 / Fenwick Tree / Binary Indexed Tree

## 优先队列 / Priority Queue



### 与普通队列的区别

保证每次取出的元素是队列中优先级最高的  
优先级别可自定义

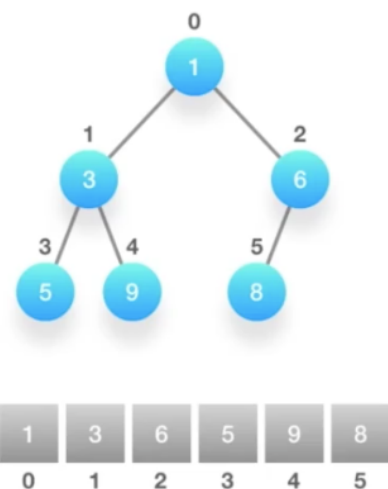
### 最常用的场景

从杂乱无章的数据中按照一定的顺序（或者优先级）筛选数据



### 本质

二叉堆的结构，堆在英文里叫 Binary Heap  
利用一个数组结构来实现完全二叉树



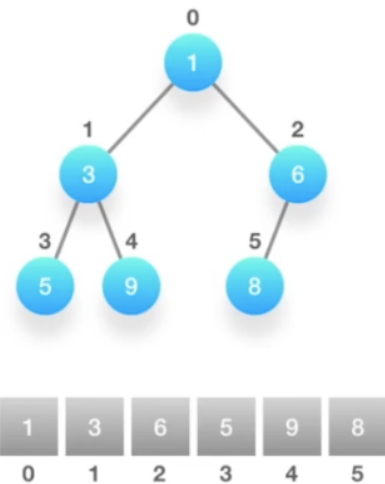
### 特性

数组里的第一个元素 `array[0]` 拥有最高的优先级

给定一个下标  $i$ ，那么对于元素 `array[i]` 而言

- ▶ 父节点 对应的元素下标是  $(i-1)/2$
- ▶ 左侧子节点 对应的元素下标是  $2*i + 1$
- ▶ 右侧子节点 对应的元素下标是  $2*i + 2$

数组中每个元素的优先级都必须高于它两侧子节点



### 其基本操作为以下两个

向上筛选 (sift up / bubble up)

向下筛选 (sift down / bubble down)

另一个最重要的时间复杂度：优先队列的初始化

$$\begin{aligned} T(n) &= \sum_{h=0}^{\log(n)} \left[ \frac{n}{2^{h+1}} \right] * O(h) \\ &= O(n * \sum_{h=0}^{\log(n)} \frac{h}{2^h}) \\ &= O(n * \sum_{h=0}^{\infty} \frac{h}{2^h}) \end{aligned}$$

## 347. 前 K 个高频元素

给定一个非空的整数数组，返回其中出现频率前  $k$  高的元素。

说明：

你可以假设给定的  $k$  总是合理的，且  $1 \leq k \leq$  数组中不相同的元素的个数。

你的算法的时间复杂度必须优于  $O(n \log n)$ ， $n$  是数组的大小。



示例：car, car, book, desk, desk, desk

### 围绕图的算法也是各式各样

图的遍历：深度优先、广度优先

环的检测：有向图、无向图

拓扑排序

最短路径算法：Dijkstra、Bellman-Ford、Floyd Warshall

连通性相关算法：Kosaraju、Tarjan、求解孤岛的数量、判断是否为树

图的着色、旅行商问题等

### 必需熟练掌握的知识点

图的存储和表达方式：邻接矩阵、邻接链表

图的遍历：深度优先、广度优先

二部图的检测（Bipartite）、树的检测、环的检测：有向图、无向图

拓扑排序

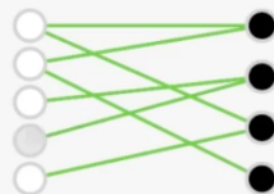
联合-查找算法（Union-Find）

最短路径：Dijkstra、Bellman-Ford

## 785. 判断二分图

给定一个无向图 `graph`，当这个图为二分图时返回 `true`。

如果我们能将一个图的节点集合分割成两个独立的子集 A 和 B，并使图中的每一条边的两个节点一个来自 A 集合，一个来自 B 集合，我们就将这个图称为二分图。





## 也称字典树

这种数据结构被广泛地运用在字典查找当中

## 什么是字典查找？

例如：给定一系列构成字典的字符串，要求在字典当中找出所有以“ABC”开头的字符串

### ‣ 方法一：暴力搜索法

时间复杂度： $O(M*N)$

### ‣ 方法二：前缀树

时间复杂度： $O(M)$

## 经典应用

搜索框输入搜索文字，会罗列以搜索词开头的相关搜索



## 重要性质

每个节点至少包含两个基本属性

- children：数组或者集合，罗列出每个分支当中包含的所有字符
- isEnd: 布尔值，表示该节点是否为某字符串的结尾

根节点是空的

除了根节点，其他所有节点都可能是单词的结尾，叶子节点一定都是单词的结尾

## 最基本的操作

### 创建

### 方法

遍历一遍输入的字符串，对每个字符串的字符进行遍历

从前缀树的根节点开始，将每个字符加入到节点的 children 字符集当中

如果字符集已经包含了这个字符，跳过

如果当前字符是字符串的最后一个，把当前节点的 isEnd 标记为真

## 最基本的操作

### 搜索

### 方法

从前缀树的根节点出发，逐个匹配输入的前缀字符

如果遇到了，继续往下一层搜索

如果没遇到，立即返回

## 212. 单词搜索 II

给定一个二维网格 board 和一个字典中的单词列表 words，找出所有同时在二维网格和字典中出现的单词。

单词必须按照字母顺序，通过相邻的单元格内的字母构成，其中“相邻”单元格是那些水平相邻或垂直相邻的单元格。同一个单元格内的字母在一个单词中不允许被重复使用。

### 说明:

你可以假设所有输入都由小写字母 a-z 组成。



## 先从一个例题出发

假设我们有一个数组  $\text{array}[0 \dots n-1]$ ，里面有  $n$  个元素，现在我们要经常对这个数组做两件事：

1. 更新数组元素的数值
2. 求数组任意一段区间里元素的总和（或者平均值）

### 方法一：遍历一遍数组

时间复杂度： $O(n)$

### 方法二：线段树

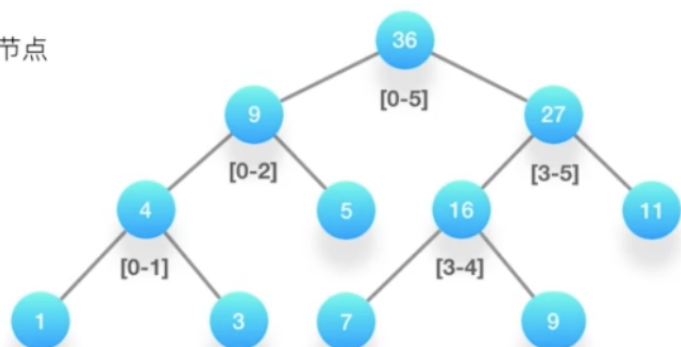
时间复杂度： $O(\log n)$

## 什么是线段树

一种按照二叉树的形式存储数据的结构，每个节点保存的都是数组里某一段的总和

### 例如

数组是  $[1, 3, 5, 7, 9, 11]$



## 315. 计算右侧小于当前元素的个数

给定一个整数数组  $\text{nums}$ ，按要求返回一个新数组  $\text{counts}$ ，使得数组  $\text{counts}$  有该性质： $\text{counts}[i]$  的值是  $\text{nums}[i]$  右侧小于  $\text{nums}[i]$  的元素的数量。

### 示例：

输入： $[5, 2, 6, 1]$

输出： $[2, 1, 1, 0]$

### 解释：

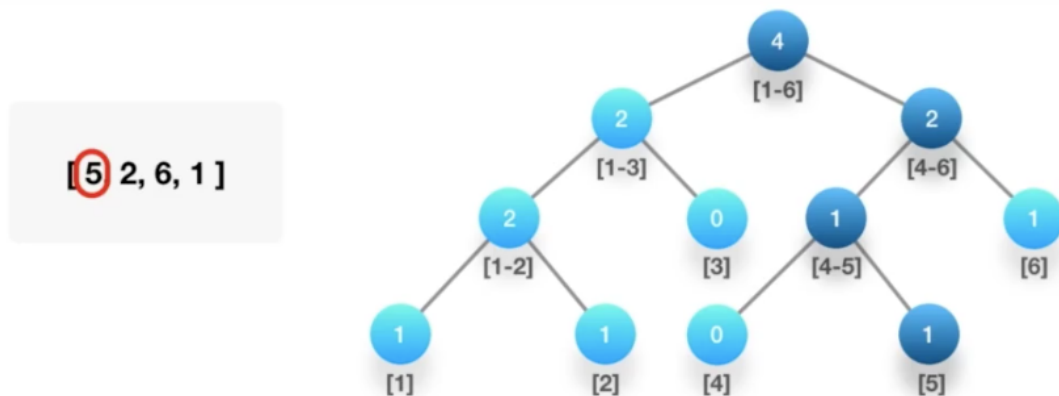
5 的右侧有 2 个更小的元素（2 和 1）

2 的右侧仅有 1 个更小的元素（1）

6 的右侧有 1 个更小的元素（1）

1 的右侧有 0 个更小的元素

## 315. 计算右侧小于当前元素的个数



## 树状数组 / Fenwick Tree / Binary Indexed Tree



也被称为 Binary Indexed Tree

### 先从一个例题出发

假设我们有一个数组 `array[0 ... n-1]`，里面有  $n$  个元素，现在我们要经常对这个数组做两件事：

1. 更新数组元素的数值
2. 求数组前  $k$  个元素的总和（或者平均值）

#### 方法一：线段树

时间复杂度： $O(\log n)$

#### 方法二：树状数组

时间复杂度： $O(\log n)$

## 树状数组 / Fenwick Tree / Binary Indexed Tree



### 重要的基本特征

利用数组来表示多叉树的结构，和优先队列有些类似

优先队列是用数组来表示完全二叉树，而树状数组是多叉树

树状数组的第一个元素是空节点

如果节点 `tree[y]` 是 `tree[x]` 的父节点，那么需要满足  $y = x - (x \& (-x))$

### 拓展练习

力扣 308. 二维区域和检索 - 可变

求一个动态变化的二维矩阵里，任意子矩阵里的数的总和

## 本节课总结

**优先队列：**常见面试考点，实现过程比较繁琐。在解决面试中的问题时，实行“拿来主义”即可

**图：**被广泛运用的数据结构，如大数据问题都得运用图论

- ▶ 在社交网络里，每个人可以用图的顶点表示，人与人直接的关系可以用图的边表示
- ▶ 在地图上，要求解从起始点到目的地，如何行驶会更快捷，需要运用图论里的最短路径算法

**前缀树：**出现在面试的难题中，要求能熟练地书写它的实现以及运用

**线段树和树状数组：**应用场合比较明确

如果要求在一幅图片当中修改像素的颜色，求解任意矩形区间的灰度平均值，则需要采用二维的线段树