

Policy base

○ 다음과 같이 정책을 바로 파라미터화 해서 함수로 근사시키는 방법

$$\pi_{\theta}(s, a) = \mathbb{P}\left[a \mid s, \theta\right]$$

장점

- 빠른 수렴
- 연속되거나 높은 차원의 출력에 강하다.
- 확률적 정책 학습이 편리

단점

- Local optimum에 갇히기 쉽다
- Variance가 높다.

목적함수

○ 정책을 학습시키기 위해 해당 정책이 최대화하고자 하는 목적이 목적 함수이고 이를 통해 gradient decent를 진행

○ 일반적으로 다음과 같은 목적함수 사용

$$J_{avR}(\theta) = \sum_{s} d^{\pi_{\theta}}(s) \sum_{a} \pi_{\theta}(s, a) \mathcal{R}_{s}^{a}$$

- 여기서 d는 stationary distribution이라 해서 해당 state를 머물 확률 즉 state의 분포를 나타냄
- 즉 식은 해당 정책을 사용 할때 얻게 되는 보상의 합이다.

REINFORCE – monte carlo gradient

$$J(\theta) = \mathbb{E}_{\pi_{\theta}}[r]$$

$$= \sum_{s \in \mathcal{S}} d(s) \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_{\theta}(s, a) \mathcal{R}_{s, a}$$

$$\nabla_{\theta} J(\theta) = \sum_{s \in \mathcal{S}} d(s) \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_{\theta}(s, a) \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(s, a) \mathcal{R}_{s, a}$$

$$= \mathbb{E}_{\pi_{\theta}} \left[\nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(s, a) r \right]$$
7

기대 값으로 표현 => 확률적 샘플링 사용

$$abla_{ heta}\pi_{ heta}(s,a) = \pi_{ heta}(s,a) rac{
abla_{ heta}\pi_{ heta}(s,a)}{\pi_{ heta}(s,a)} = \pi_{ heta}(s,a) rac{
abla_{ heta}\pi_{ heta}(s,a)}{\pi_{ heta}(s,a)}$$

목적함수

◦ 옆의 식이 가지는 의미

- $g = \mathbb{E}\left[\sum_{t=0}^{\infty} \Psi_t \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t \mid s_t)\right],$
- 파라미터 공간에서 그라디언트의 방향과 r는 그 크기를 나타낸다.
- 우리는 간헐적으로 r를 사용해서 하기보다 그 의미가 비슷한 여러 지표를 대신 사용하는데
- 여기서는 미래 행동에 대한 예상 보상치인 Q를 사용한다.
- 이에 대한 증명은 여기서는 언급 안함

$$g = \mathbb{E}\left[\sum_{t=0}^{\infty} \Psi_t \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t \mid s_t)\right],\tag{1}$$

where Ψ_t may be one of the following:

1.
$$\sum_{t=0}^{\infty} r_t$$
: total reward of the trajectory.

2.
$$\sum_{t'=t}^{\infty} r_{t'}$$
: reward following action a_t .

3.
$$\sum_{t'=t}^{\infty} r_{t'} - b(s_t)$$
: baselined version of previous formula.

4. $Q^{\pi}(s_t, a_t)$: state-action value function.

5.
$$A^{\pi}(s_t, a_t)$$
: advantage function.

6.
$$r_t + V^{\pi}(s_{t+1}) - V^{\pi}(s_t)$$
: TD residual.

The latter formulas use the definitions

$$V^{\pi}(s_t) := \mathbb{E}_{\substack{s_{t+1:\infty},\\a_{t:\infty}}} \left[\sum_{l=0}^{\infty} r_{t+l} \right] \qquad Q^{\pi}(s_t, a_t) := \mathbb{E}_{\substack{s_{t+1:\infty},\\a_{t+1:\infty}}} \left[\sum_{l=0}^{\infty} r_{t+l} \right]$$
 (2)

$$A^{\pi}(s_t, a_t) := Q^{\pi}(s_t, a_t) - V^{\pi}(s_t), \quad \text{(Advantage function)}. \tag{3}$$

REINFORCE – monte carlo gradient

Monte-Carlo Policy Gradient (REINFORCE)

- Update parameters by stochastic gradient ascent
- Using policy gradient theorem
- Using return v_t as an unbiased sample of $Q^{\pi_{\theta}}(s_t, a_t)$

$$\Delta \theta_t = \alpha \nabla_\theta \log \pi_\theta(s_t, a_t) v_t$$

function REINFORCE

```
Initialise \theta arbitrarily for each episode \{s_1, a_1, r_2, ..., s_{T-1}, a_{T-1}, r_T\} \sim \pi_{\theta} do for t=1 to T-1 do \theta \leftarrow \theta + \alpha \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(s_t, a_t) v_t end for end for return \theta end function
```

- 기존의 high variance 문제 why 바로 return을 이용하기에
- Episode 길이가 길면 학습이 느려짐 => step 별 학습을 원함
- ∘ 해결 방법
- Actor critic 이라는 방식 도입
- 비동기적 학습
- Advantage 함수 도입
- ∘ N- step 학습

0

Actor critic

Critic은 TD 에러를 이용 state action value 최적화

Actor는 critic을 바탕으로 목적함수를 최적화 이를 스텝별로 시행

Action-Value Actor-Critic

- Simple actor-critic algorithm based on action-value critic
- Using linear value fn approx. $Q_w(s, a) = \phi(s, a)^{\top} w$ Critic Updates w by linear TD(0) Actor Updates θ by policy gradient

```
function QAC Initialise s, \theta Sample a \sim \pi_{\theta} for each step do Sample reward r = \mathcal{R}_{s}^{a}; sample transition s' \sim \mathcal{P}_{s,\cdot}^{a} Sample action a' \sim \pi_{\theta}(s', a') \delta = r + \gamma Q_{w}(s', a') - Q_{w}(s, a) \theta = \theta + \alpha \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(s, a) Q_{w}(s, a) w \leftarrow w + \beta \delta \phi(s, a) a \leftarrow a', s \leftarrow s' end for end function
```

- A3C는 Asynchronous Advantage Actor Critic 라서 A3C 이다.
- Advantage 함수는 일종의 base line으로 현재 정책이 기존보다 나은지 아닌지를 판단한다.
- 여기서 n-step 학습을 도입 성능을 높인다.

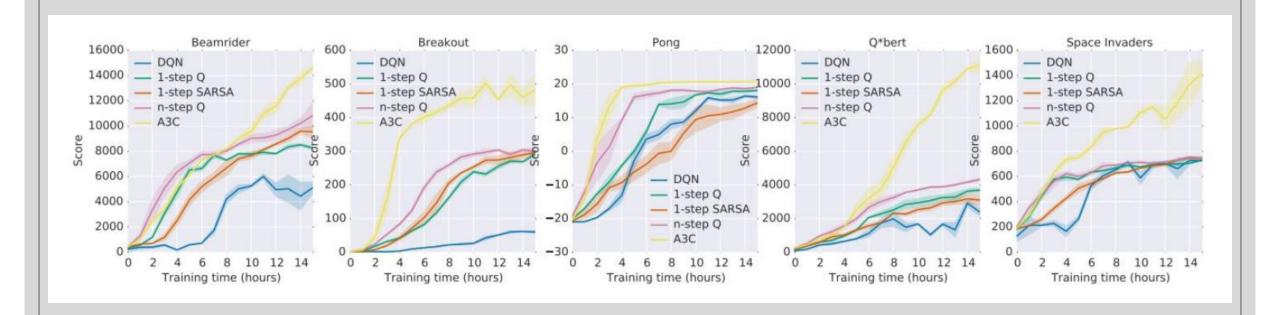
$$\sum_{i=0}^{k-1} \gamma^i r_{t+i} + \gamma^k V(s_{t+k}; \theta_v) - V(s_t; \theta_v)$$

$$\nabla_{\theta'} \log \pi(a_t|s_t;\theta') A(s_t,a_t;\theta,\theta_v)$$

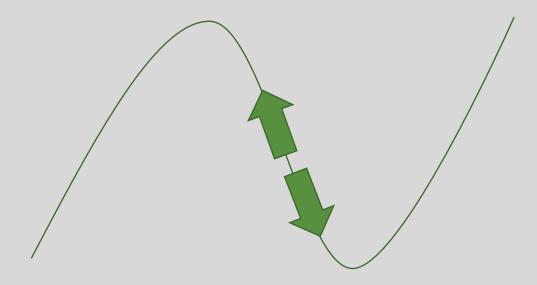
○ 추가적으로 앞서 말했던 local optimal에 빠지는 것을 방지하기 위해 추가적으로 그라디언트에 엔트로피 항을 추가해 학습시킨다.

$$\beta \nabla_{\theta'} H(\pi(s_t; \theta'))$$

앞서 나왔던 DQN에서의 replay memory는 없다. 이는 각 데이터별 시간 종속성을 없애기 위함이었는데 이는 비동기적 시행이 해결한다. 여러 개의 쓰레드에서 동시적으로 에이전트가 돌아가며 각 에이전트는 독립적이라 각 에이전트가 보내는 그라디언트는 시간 종속성이 없다. 거기에다 cpu 쓰레드를 사용해서 데이터를 쉽게 주고 받으며학습 속도도 현저히 올릴 수 있다.



- Policy gradien의 근본적인 문제란?
- ∘ 해당 그라디언트가 성능의 증가를 보장하지 않는다. ???
- 이유는 간단한데 일반적으로 loss 함수는 0으로 수렴시키기 위해 학습하지만 목적함수는 커지게 하기 위해 학습하기 때문이고 그라디언트에 곱해지는 지표가 variance가 너무 높기도 하기 때문이다.



○ 수학적으로 성능 증가가 보장되는 범위 내에서 학습이 이루어지도록 강제화 한다.

○ 여기서 수학적 증명을 설명하기에는 너무나 길다. 본 논문을 찾아서 보도록 하자.

Algorithm 1 Policy iteration algorithm guaranteeing nondecreasing expected return η

Initialize π_0 .

for $i = 0, 1, 2, \ldots$ until convergence do Compute all advantage values $A_{\pi_i}(s, a)$. Solve the constrained optimization problem

$$\pi_{i+1} = \underset{\pi}{\operatorname{arg\,max}} \left[L_{\pi_i}(\pi) - CD_{\mathrm{KL}}^{\mathrm{max}}(\pi_i, \pi) \right]$$
where $C = 4\epsilon\gamma/(1-\gamma)^2$
and $L_{\pi_i}(\pi) = \eta(\pi_i) + \sum_s \rho_{\pi_i}(s) \sum_a \pi(a|s) A_{\pi_i}(s, a)$

end for

$$\underset{\theta}{\text{maximize}} \left[L_{\theta_{\text{old}}}(\theta) - CD_{\text{KL}}^{\text{max}}(\theta_{\text{old}}, \theta) \right]$$





- 보통 저 surrogate 목적함수를 아래 제약조건내에서 학습 시키는게 좀 까다롭다.
- 가장 구현적으로 편한건 위 아래를 1차 2차 근사화해서 NPG로 학습시키는데 이것도 좀 힘듬

PPO

- 그래서 나온 것이 PPO
- 아래 식은 정책 파라미터에 따라 적절한 베타 선택이 어렵고 variance가 너무 커서 문제가 있었는데

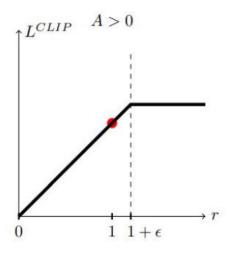
$$\underset{\theta}{\text{maximize}} \, \hat{\mathbb{E}}_t \left[\frac{\pi_{\theta}(a_t \mid s_t)}{\pi_{\theta_{\text{old}}}(a_t \mid s_t)} \hat{A}_t - \beta \operatorname{KL}[\pi_{\theta_{\text{old}}}(\cdot \mid s_t), \pi_{\theta}(\cdot \mid s_t)] \right]$$

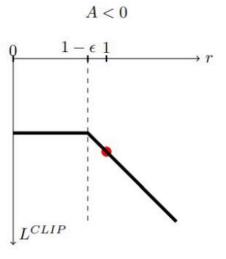
PPO

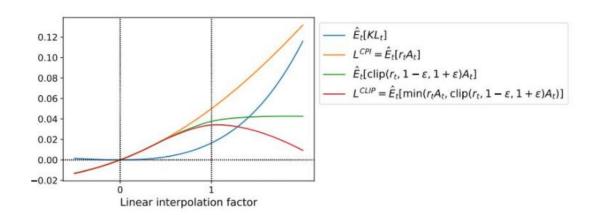
$$r_t(\theta) = \frac{\pi_{\theta}(a_t \mid s_t)}{\pi_{\theta_{\text{old}}}(a_t \mid s_t)}$$

$$L^{CPI}(\theta) = \hat{\mathbb{E}}_t \left[\frac{\pi_{\theta}(a_t \mid s_t)}{\pi_{\theta_{\text{old}}}(a_t \mid s_t)} \hat{A}_t \right] = \hat{\mathbb{E}}_t \left[r_t(\theta) \hat{A}_t \right]$$

$$L^{CLIP}(\theta) = \hat{\mathbb{E}}_t \left[\min(r_t(\theta) \hat{A}_t, \operatorname{clip}(r_t(\theta), 1 - \epsilon, 1 + \epsilon) \hat{A}_t) \right]$$







PPO

○ 이런식으로 clip과 min 함수가 일종의 lower bound가 되도록 해서 학습의 안정성을 높일 뿐더러 구현도 쉽고 속도도 빠르다.

