

作业 1

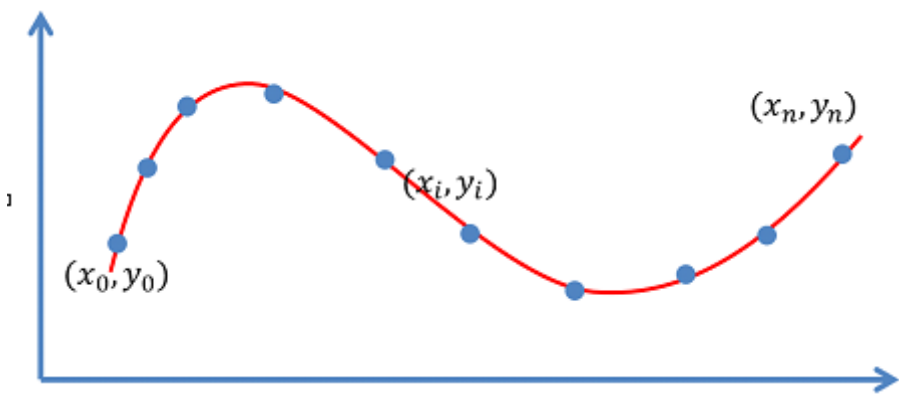
2020/10/11

问题

Input: 已知平面内 n 个点 $P_j(x_j, y_j), j = 1, 2, \dots, n$ 。

Output: 拟合这些点的函数。

要求：实现不同的拟合方法，并进行比较。输入点集可以进行交互式鼠标指定，或者其他方法生成。



一、插值型拟合方法

1. 使用多项式函数（幂基函数的线性组合） $f(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i B_i(x)$ 插值 $\{P_j\}$ ，其中 $B_i(x) = x^i$
2. 使用 Gauss 基函数的线性组合 $f(x) = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i g_i(x)$ 插值 $\{P_j\}$ ，其中

$$g_i(x) = \exp\left(-\frac{(x - x_i)^2}{2\sigma^2}\right)$$

即对称轴在插值点上, $i = 1, \dots, n$, 缺省设 $\sigma = 1$

思考：（1）变量比方程多，如何加约束条件？（2）常数项也可以改为一个低次（比如2次或3次）的多项式，相应也要加约束条件。

二、逼近型拟合方法

- 固定幂基函数的最高次数 m ($m < n$)，使用最小二乘法： $\min E$ ，其中 $E(x) = \sum_{i=0}^n (y_i - f(x_i))^2$ 拟合 $\{P_j\}$ 。
- 岭回归 (Ridge Regression)：对上述最小二乘法误差函数增加 E_1 正则项，参数 λ ， $\min(E + \lambda E_1)$ ，其中 $E_1 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2$

输出形式： $P_k(x_k, y_k), k = 1, 2, \dots, r$ 。 x_k 沿着 x 轴均匀采样 (r 可以取得大些，点就密些)， y_k 根据拟合出来的函数计算出来，依次连接这些点的 polyline 作为该拟合函数的图像绘制出来。

作业要求：

- 实现上述四种拟合方法，并进行比较；如果同时画出，四种方法得到的曲线用不同颜色绘制；
- 实现框架不限：可以用课程提供的无境框架 (C++) 来做，也可以用 Matlab 等做；
- 提交（通过 SmartChair 系统）：作业报告，含做法、试验、比较结果等。

Deadline：2020年10月17日晚

作业目的

- 掌握和熟悉数据的函数拟合的一般方法；
- 理解拟合结果好坏的原因，并思考如何改进拟合结果。