

特別研究報告書

レーザ照射に伴うアブレーションと熱膨張による
励起超音波のソース同定について

指導教員 吉川仁 准教授
 西村直志 教授

京都大学工学部情報学科
数理工学コース
平成 25 年 4 月入学

千代田 真一

平成 29 年 1 月 27 日提出

摘要

超音波の励起にパルスレーザを使用し、計測にレーザ干渉計を用いるレーザ超音波非破壊評価における、励起超音波のソース同定について考える。レーザ照射による超音波励起には、強い強度のレーザを対象物表面に照射した場合にレーザ照射部が気化する現象（アブレーション）から起こる弾性波動（A モード）、及び、弱い強度のレーザを照射した場合に対象物内部に生ずる熱膨張・収縮から起こる弾性波動（T モード）がある。

本研究では、A モード励起超音波と T モード励起超音波が同時に生じるレーザ励起弾性波動場において、それぞれのモードを Green 関数を用いて定式化し、熱膨張の影響を考慮したアブレーション励起弾性波動場のソースを同定できた。

目次

1	序論	1
2	定式化	2
2.1	対象とする問題	2
2.2	A モードの定式化	3
2.3	T モードの定式化	4
3	数値計算結果	7
4	結論	10
	参考文献	10

1 序論

超音波の励起にパルスレーザを使用し、計測にレーザ干渉計を用いるレーザ超音波非破壊評価における、励起超音波のソース同定について考える。レーザ照射による超音波励起には、強い強度のレーザを対象物表面に照射した場合にレーザ照射部が気化する現象 (アブレーション) から起こる弾性波動 (A モード)、及び、弱い強度のレーザを照射した場合に対象物内部に生ずる熱膨張・収縮から起こる弾性波動 (T モード) がある。吉川ら [1] は、アブレーションが生じない T モード励起について、熱方程式と動弾性方程式の Green 関数を用いてソースを同定している。また、A モード励起について、熱の影響を考慮せずに、アブレーションを対象物に作用する法線方向の力で等価し、アブレーション等価力を動弾性方程式の Green 関数を用いて同定している。

実際の現象としてアブレーションが起きるほどの高エネルギーを照射した場合には、アブレーションと同時にレーザ照射部付近は熱膨張していると考えられる。本論文では、そのような A モードと T モードが混在している場合を考え、アブレーションが生じるレーザ強度でのレーザ超音波試験での計測データから定量的なソース同定を行うことを目的とする。

本論文の構成は以下の通りである。2 節において、A モード励起超音波と T モード励起超音波が混在している時間域弾性波動問題を考え、ソース同定のための定式化を行う。次に 3 節において、実際に計測されたデータを用いて数値計算を行い、励起超音波のソースを同定する。最後に 4 節で結論を述べる。

2 定式化

2.1 対象とする問題

十分に大きな金属板へのパルスレーザ照射をモデル化し、三次元半無限弾性領域 ($z \geq 0$) において、境界 $z = 0$ に空間分布 $\frac{q_{\text{abs}}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$ 、時間変動がデルタ関数 $\delta(t)$ の熱量を与え、 $z = 0$ 上の領域 ∂D_{ab} (図 1) にアブレーションが生じる場合を考える。ここに、パルスレーザはガウス分布のビームプロファイルを持ち、 σ^2 はガウス分布の分散、 q_{abs} は金属に吸収される熱量である。強いエネルギーを持ったパルスレーザを金属表面に照射した際に、表面にアブレーションが生じる場合に金属材料に作用する力を表面に対して法線方向となると仮定する。つまり、三次元半無限弾性領域 $z \geq 0$ において、 $z = 0$ 上の領域 ∂D_{ab} にアブレーションをモデル化した鉛直方向の力 $p(r, t)$ を与えることを考える。アブレーション等価力である $p(r, t)$ によって弾性波動が励起される。一方で金属に吸収された熱量により、金属が熱膨張することによっても弾性波動が励起される。アブレーションと熱膨張により励起される弾性波動を考慮すると、考える問題は次の初期値境界値問題となる。

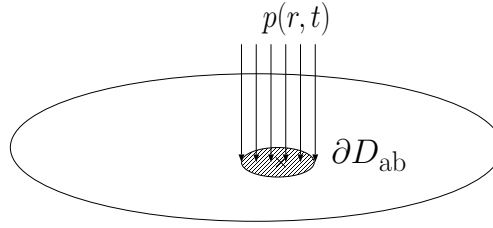


図 1: アブレーションが起こる際の照射

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) = \rho \ddot{\mathbf{u}} + \alpha^T (3\lambda + 2\mu) \nabla T \quad (1)$$

$$\Delta T - \frac{1}{\kappa^2} \dot{T} = -\frac{\delta(z)\delta(t)}{4\pi^2 r K \sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{for } t \leq 0 \quad (3)$$

$$\tau_{zz} = -p(r, t), \quad \tau_{zr} = 0 \quad \text{on } \partial D_{\text{ab}}, \quad \text{for } t \geq 0 \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{0} \quad \text{on } z = 0 \setminus \partial D_{\text{ab}}, \quad \text{for } t \geq 0 \quad (5)$$

$$T = 0 \quad \text{for } t \leq 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad \text{on } z = 0, \quad \text{for } t \geq 0 \quad (7)$$

ここに \mathbf{u} は変位、 λ 、 μ はラメ定数、 $\boldsymbol{\tau}$ は応力テンソル、 α^T は線膨張率、 T は温度、 K は熱伝導率、 κ^2 は温度拡散率、 \mathbf{n} は領域 ($z > 0$) の外向き単位法線ベクトルである。

問題の線形性より、初期値境界値問題 (式 (1)~(6)) は、次節以降に示す A モード、T モードそれぞれの初期値境界値問題に分けることができる。A モード、T モードに関する弾性波動方程式を個別に解き、得られた解を重ねあわせることによって式 (1)~(6) の初期値境界値問題の解を得る。以下では A モード、T モードのそれぞれの定式化を示す。

2.2 A モードの定式化

アブレーション等価力 $p(r, t)$ により、励起される弾性波動場は以下のように記述できる。

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (7)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{for } t \leq 0 \quad (8)$$

$$\tau_{zz} = -p(r, t), \tau_{zr} = 0 \quad \text{on } \partial D_{\text{ab}}, \text{ for } t \geq 0 \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{0} \quad \text{on } z = 0 \setminus \partial D_{\text{ab}}, \text{ for } t \geq 0 \quad (10)$$

三次元半無限弾性領域 ($z \geq 0$) の原点に大きさ $H(t)$ (Heaviside 関数) の集中荷重を与えたときの $z = 0$ 上の点の変位は Lamb の解 \mathbf{u}_{Lamb} とよばれ [2] 解析的に求めることができる。(7)~(10) の初期値境界値問題の解 \mathbf{u} の z 方向成分 $u_z(r, 0, t)$ は \mathbf{u}_{Lamb} の z 成分である $u_{z\text{Lamb}}$ を用いて以下の積分で表すことができる。

$$u_z(r, 0, t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\partial D_{\text{ab}}} u_{z\text{Lamb}}(r - r', t) * p(r', t) dr' \quad (11)$$

ここに、 $*$ は時間に関する畳み込みである。

本研究では、金属表面 ($z = 0$) での鉛直方向速度を計測し、これらのデータを用いてソース同定を行う。そこで、式 (11) の両辺を時間微分し、速度に関する積分方程式を導く。このとき、左辺を計測点 $M^i (i = 1, 2, \dots)$ における鉛直方向速度 $V^i(t)$ とし、また、レーザを照射した領域は非常に小さくアブレーションによる鉛直方向の力は空間的には一定であると仮定し、 $p(r, t) = p_c(t)$ とすることで速度に関する次の積分方程式 (12) を得る。

$$V^i(t) = \int_0^t k^i(t - s) p_c(s) ds \quad (12)$$

また、 $k^i(t)$ は以下のように表される。

$$k^i(t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{\partial D_{\text{ab}}} u_{z\text{Lamb}}(r^i - r', t) dr' \quad (13)$$

また、 r^i は計測点 M^i と原点の距離である。

解くべきソース同定の問題は、与えられた $V^i(t)$ に対して積分方程式 (12) を解き、 $p_c(t)$ を求める問題として定式化される。ところが、積分方程式 (12) をそのまま解くことは数値的不安定性のため困難である。そこで、複数の計測点 M^i でデータを取り、Tikhonov の方法を用いて $p_c(t)$ を求める [3]。

2.2.1 Tikhonov の方法

次のようなコスト関数 J_p を導入する (T は十分大きいとする)。

$$J_p = \sum_i \int_0^T \left(V^i(t) - \int_0^t k^i(t-s)p_c(s) ds \right)^2 dt + \epsilon \int_0^T p_c(t)^2 dt \quad (14)$$

積分方程式 (12) を直接解くかわりに、この J_p を最小にするような $p_c(t)$ を求め、式 (12) の解とする。このような $p_c(t)$ は、 J_p の変分を 0 として得られる以下の式を解いて求めることができる。

$$\epsilon p_c(t) + \int_0^T K(t, \tau) p_c(\tau) d\tau = \sum_i \int_t^T k^i(s-t) V_a^i(s) ds \quad (15)$$

ここに、

$$K(t, \tau) = \sum_i \int_{\max(t, \tau)}^T k^i(s-t) k^i(s-\tau) ds$$

また、 ϵ は定数であり L カーブ法を用いて決定する。具体的には ϵ の値を変えながら式 (15) を p_c について解き、その $p_c(t)$ を用いて、式 (12) の第 1 項、第 2 項の対数を取りプロットした L 字の曲線の曲率が最大となる ϵ を最適値として選ぶ。

以上のように $p_c(t)$ を数値計算し、アブレーションとして計測された鉛直方向の力を求める。

2.3 T モードの定式化

三次元半無限弾性領域 ($z \geq 0$) において、境界 $z = 0$ に空間分布 $\frac{q_{\text{abs}}}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)$ 、時間変動 $\delta(t)$ の熱量が与えられたときの、熱膨張による弾性波動場 (図 2、3) は次式のように記述できる。

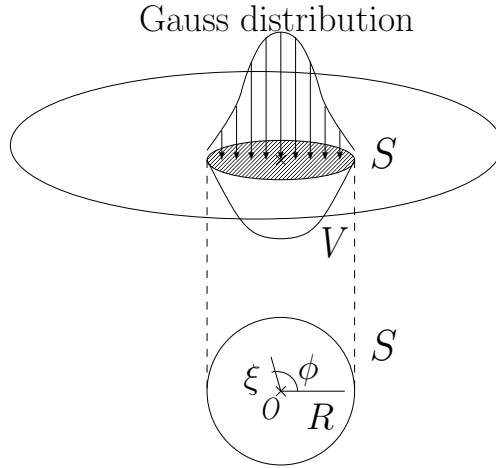


図 2: Gauss 分布をもつレーザの照射

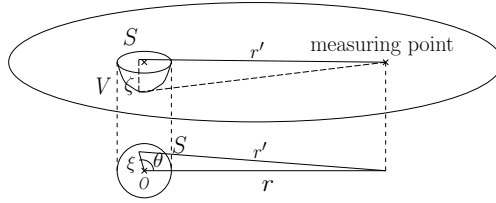


図 3: 計測点と照射点の位置

$$\begin{aligned}
\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) &= \rho \ddot{\mathbf{u}} + \alpha^T (3\lambda + 2\mu) \nabla T \\
\Delta T - \frac{1}{\kappa^2} \dot{T} &= -\frac{\delta(z)\delta(t)}{4\pi^2 r K \sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \\
\mathbf{u} &= \mathbf{0} \quad \text{for } t \leq 0 \\
\tau_{zz} = \tau_{zr} &= 0 \quad \text{on } z = 0, \text{ for } t \geq 0 \\
T &= 0 \quad \text{for } t \leq 0 \\
\frac{\partial T}{\partial n} &= 0 \quad \text{on } z = 0, \text{ for } t \geq 0
\end{aligned}$$

ここに、図 2 に示す V は熱膨張した領域、 S は V の $z = 0$ での境界である。

金属内の温度分布 T は、熱伝導方程式の基本解 [4] を用いて次のように書ける。

$$T(\xi, \zeta, t) = \frac{2\kappa^2}{K} \left(\frac{1}{4\pi\kappa^2 t} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{4\kappa^2 t}\right) \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{(\xi - R \cos \phi)^2 + R^2 \sin^2 \phi}{4\kappa^2 t}\right) \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right) R dR d\phi \quad (16)$$

金属表面の鉛直方向変位 u_z は、動弾性問題の Green 関数 $G_{z\beta}(r', \zeta, t)$ を用いて、以下の積分で表すことができる。

$$u_z(r, 0, t) = \int_V \alpha^T \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} T(\xi, \zeta, t) * g(r', \zeta, t) dV(\xi, \theta, \zeta) \quad (17)$$

ただし、

$$g(r', \zeta, t) = \left\{ \frac{\partial(\xi G_{zr})}{\xi \partial \xi} + \frac{\partial G_{zz}}{\partial \zeta} \right\} (r', \zeta, t)$$

であり、 $r' = \sqrt{r^2 + \xi^2 - 2r\xi \cos \theta}$ 、 θ は照射点と計測点のなす角である。

温度分布 T についての式から、 T は距離減衰が大きいことがわかるため、領域 V の深さは小さく、 g は深さ方向に一定とすることができる。したがって、 $g(r', \zeta, t) = g(r', 0, t)$ とすると、

$$u_z(r, 0, t) = \int_S \alpha^T \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} \left(\int_0^\infty T(\xi, \zeta, t) d\zeta \right) * g(r', 0, t) dS(\xi, \theta) \quad (18)$$

この式の両辺を時間微分したものを数値計算して鉛直方向速度を求める。金属表面で計測される法線速度と式 (18) の時間微分を比較し、熱膨張から励起される鉛直方向速度を決定づける金属への吸収熱量 q_{abs} とレーザの強度分散 σ^2 を決定する。

3 数値計算結果

本研究で用いた金属供試体の物理量は以下の表のとおりである。

密度 ρ	$2.70 \times 10^6 [\text{g}/\text{m}^3]$
比熱 c	$0.896 [\text{J}/\text{deg} \cdot \text{g}]$
線膨張率 α^T	$2.313 \times 10^{-5} [1/\text{deg}]$
熱伝導率 K	$203.9 [\text{J}/\text{m} \cdot \text{sec} \cdot \text{deg}]$
温度拡散率 κ^2	$8.432 \times 10^{-5} [\text{m}^2/\text{sec}]$
P 波速度 c_L	$6380 [\text{m}/\text{sec}]$
S 波速度 c_T	$3180 [\text{m}/\text{sec}]$

表 1: 金属供試体の物理量

本研究で用いた実測値のデータは、焦点距離 200[mm] のレンズの焦点距離に金属供試体を設置し、14[J] のエネルギーを持つレーザを絞り、半径 0.3[mm] の円領域にアブレーションを起こし、励起された弾性波動の鉛直方向速度を照射の中心から 10[mm]、15[mm]、20[mm] の点でレーザ干渉計を用いて計測したデータである (図 4)。

まず、この計測データを式 (12) の左辺 $V^i(t)$ の計測値とし、積分方程式 (12) を数値的に解くことでアブレーション等価力 $p_c(t)$ を求めた。得られたアブレーション等価力を図 5 に示す。

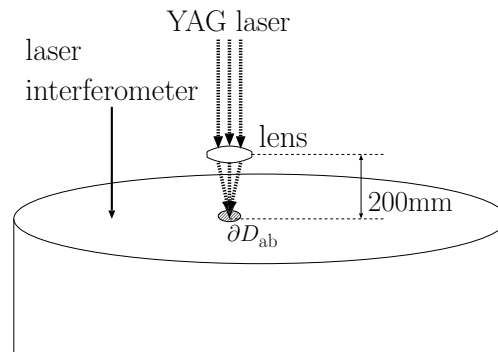


図 4: レーザ超音波計測

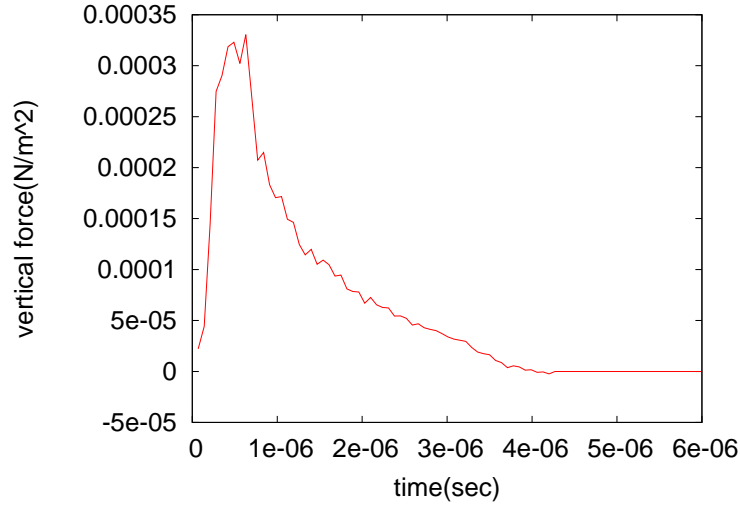


図 5: アブレーション等価力 $p_c(t)$

アブレーションは短時間に起こる現象であるが、求められたアブレーション等価力は、急峻な立ち上がりを見せるものの、時間経過ともになだらかに減少していることが図 5 から読み取れる。これは熱膨張の影響を無視して、アブレーション等価力を求めていることが原因であると考えられる。

そこで、なだらかに減少している部分を熱膨張の影響によるものと考え、 $p_c(t)$ の $0 \leq t \leq t_{ab} = 7 \times 10^{-7} [\text{sec}]$ の部分のみをアブレーション等価力とみなし、計測データから A モード励起超音波を次式のとおりに取り除く。

$$V_{\text{thermo}}^i(t) = V^i(t) - \int_0^{t_{ab}} k^i(t-s)p_c(s)ds \quad (19)$$

ここに、 $V_{\text{thermo}}^i(t)$ は計測データの T モード励起に起因する成分である。熱膨張による弾性波動 $V_{\text{thermo}}^i(t)$ と、式 (18) の時間微分により求められる速度を比較し、最も近い波形を持つ吸収熱量 q_{abs} とレーザの分散 σ^2 を求めた。図 6、7、8 に最適値として求められた q_{abs} 、 σ^2 の場合の数値解と $V_{\text{thermo}}^i(t)$ を比較した。

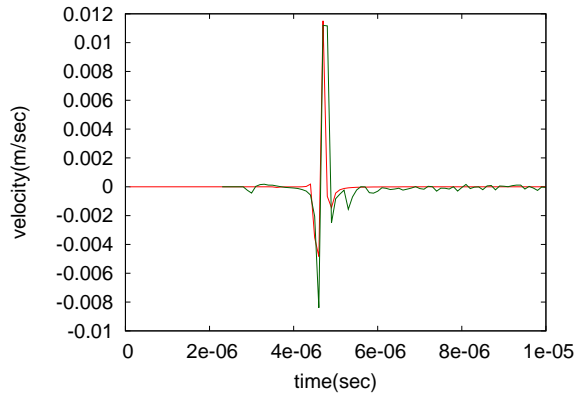


図 6: 熱膨張による弾性波動の鉛直方向速度
(10mm)

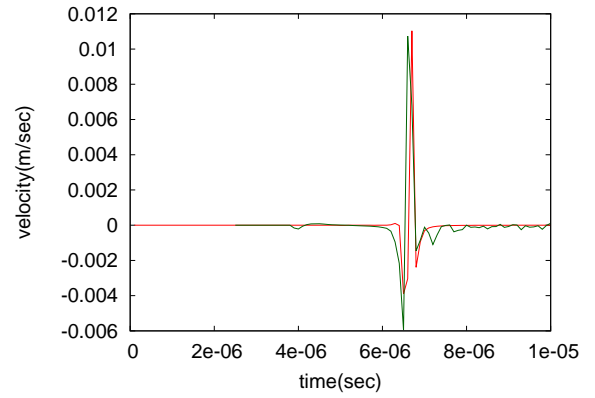


図 7: 熱膨張による弾性波動の鉛直方向速度
(15mm)

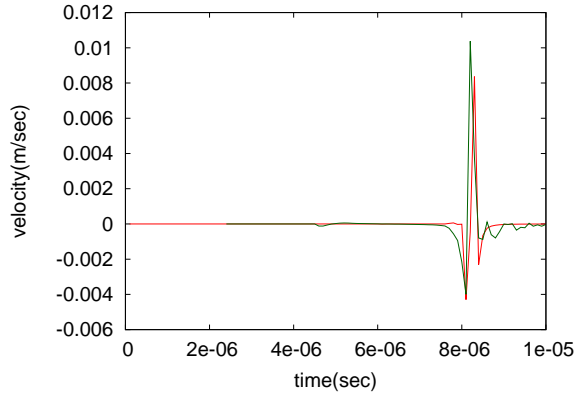


図 8: 熱膨張による弾性波動の鉛直方向速度
(20mm)

赤線が吸収熱量 $q_{\text{abs}} = 1.3[\text{mJ}]$ 、分散 $\sigma^2 = 0.13[\text{mm}^2]$ のときの熱膨張により励起された弾性波動の鉛直方向速度、緑線が $p_c(t)$ の $7 \times 10^{-7}[\text{sec}]$ 以降の影響により生じた弾性波動の鉛直方向速度である。

図 6、7、8 に示す求めた吸収熱量と分散から生じる弾性波動は概ね良い精度で計測データと一致している。また、 $\sigma = 0.36 [\text{mm}]$ であり、アブレーションが起こった領域の半径も $0.3[\text{mm}]$ であることからこの結果は妥当であると考えられる。

4 結論

本研究では、A モード励起超音波と T モード励起超音波が同時に生じるレーザ励起弾性波動場において、それぞれのモードを Green 関数を用いて定式化し、解くことによって、アブレーションとして計測されたデータから熱膨張の影響を取り出し、そのソースを同定した。これにより、熱膨張を考慮したアブレーション励起弾性波動場の定量的なソース同定が可能となった。

しかし、本研究ではアブレーション等価力の同定の際に、アブレーションが起こっている間の熱の影響を考慮していない。アブレーション等価力、照射したレーザの分散、金属に吸収された熱量を同時に求めるような最適化をすることが今後の課題として挙げられる。

謝辞

本論文を執筆するにあたり、ご指導をしてくださった吉川仁准教授、西村直志教授、ならびに研究室の皆さんに深く感謝いたします。

参考文献

- [1] 吉川 仁, 西村 直志, Green 関数を用いた超音波励起レーザのソース同定, 計算数理工学論文集, Vol.5, pp.95-100, 2005
- [2] C.A. Eringen and E.S. Suhubi, ELASTODYNAMICS Vol.II, Academic Press, New York, 1975
- [3] H.Yoshikawa, N.Nishimura, and S.Kobayashi, On the determination of ultrasonic waves emitted from transducers using laser measurements with applications to defect determination problems, 土木学会応用力学論文集, Vol.4, pp.145-152, 2001
- [4] 今村 勤, 物理とグリーン関数, 岩波全書, 1978

特別研究報告書

レーザ照射に伴うアブレーションと熱膨張による
励起超音波のソース同定について

指導教員 吉川仁 准教授
 西村直志 教授

京都大学工学部情報学科
数理工学コース
平成 25 年 4 月入学

千代田 真一

平成 29 年 1 月 27 日提出

レーザ照射に伴うアブレーションと熱膨張による励起超音波のソース同定について

千代田 真一

平成28年度

特別研究報告書

レーザ照射に伴うアブレーションと熱膨張による
励起超音波のソース同定について

指導教員 吉川仁 准教授
 西村直志 教授

京都大学工学部情報学科
数理工学コース
平成 25 年 4 月入学

千代田 真一

平成 29 年 1 月 27 日提出

レーザ照射に伴うアブレーションと熱膨張による 励起超音波のソース同定について

千代田 真一

摘要

超音波の励起にパルスレーザを使用し、計測にレーザ干渉計を用いるレーザ超音波非破壊評価における、励起超音波のソース同定について考える。レーザ照射による超音波励起には、強い強度のレーザを対象物表面に照射した場合にレーザ照射部が気化する現象（アブレーション）から起こる弾性波動（A モード）、及び、弱い強度のレーザを照射した場合に対象物内部に生ずる熱膨張・収縮から起こる弾性波動（T モード）がある。

本研究では、A モード励起超音波と T モード励起超音波が同時に生じるレーザ励起弾性波動場において、それぞれのモードを Green 関数を用いて定式化し、熱膨張の影響を考慮したアブレーション励起弾性波動場のソースを同定できた。