### 第一题

### 算法1

30%的数据, $4 \le n \le 10, 1 \le A_i \le 10000$ ,数据组数不超过10。 暴力?  $O(n^4 \log A)$ 。

### 算法2

30%的数据, $4 \le n \le 500, 1 \le A_i \le 500$ ,数据组数不超过10。 DP?  $dp_{i,j,k}$ 表示前i个选了j个gcd = k的方案数, $O(nA \log A)$ 。

### 算法3

40%的数据, $4 \le n \le 10000, 1 \le A_i \le 10000$ ,数据组数不超过100。 容斥? 设f(x)为gcd = x的方案数,g(x)为是x的倍数的个数。

$$f(x) = \binom{g(x)}{4} - \sum_{x|t} f(t)$$

 $O(n + A \log A)$ .

# 第二题

这里算复杂度的时候设n,Q同阶。

### 算法1

40%的数据, $n, Q \leq 5000$ 。 暴力?每次DFS一遍 $O(n^2)$ 。

### 算法2

30%的数据, $n,Q \leq 3 \times 10^4$ 。 分块?莫队。 用一个线段树维护连通块的根节点, $O(n\sqrt{n}\log n)$ 。

### 算法3

30%的数据, $n, Q \le 10^5$ 。 转化为问两个端点都 $\in [l, r]$ 的边数。 离线排序+树状数组? $O(n \log n)$ 。

## 第三题

 $1 \le p_i, l_i \le 1000$ °

#### 算法1

40%的数据, $t = 1, n, Q \le 2 \times 10^5$ 。 全局最大值?  $O(Q \log n)$ 。

#### 算法2

20%的数据, $n, Q, t \leq 300$ 。  $f_A(x) = \frac{x}{A+x}$ 是凹函数,可以贪心每次取增量最大的。 暴力? O(Qnt)。

### 算法3

20%的数据, $t, Q \le 3000, n \le 2 \times 10^5$ 。 把上面那个暴力用堆优化一下?  $O(Qt \log n)$ 。

### 算法4

20%的数据,  $n, Q, t < 2 \times 10^5$ 。

考虑当前改变的赌池,若初始注为A,如果上一次投了k的注,这次操作是+1。

那么这次第k-1次注的收益是 $\frac{A+1}{(A+k)(A+k-1)}$ 。 上一次第k次注的收益是 $\frac{A}{(A+k)(A+k-1)}$ 。 那么这次至少会投k-1次此赌池。

-1操作的分析类似,所以只要拿个数据结构check一下要不要改即可。  $O((t+Q)\log n)$ 。