组合数：

C(n+m,n)=C(n+m,m)　n+m 个数中取出 n 个数与取出 m 个数方案数相同

C(m,n)=m!/(n!*(m-n)!) 可以看成 n 个 1，m-n 个 0 的全排列个数

C(m,n)=C(m-1,n-1)+C(m-1,n) 杨辉三角

C（M，N）是从 M 个物品中任选 N 个的方法。

从 M 个物品中任意指定一个。则选出 N 个的方法中，包含这一个的有 C（M-1，N-1）种，不包含这一个的有 C（M-1，N）种。

C(a,b)=C(a-1,b-1)+C(a-1,b)=C(a-1,b-1)+C(a-2,b-1)+C(a-2,b)=…=C(a-1,b-1)+C(a-2,b-1)+…+C(0,b-1)

C(a,b)=C(a-1,b-1)+C(a-1,b)=C(a-2,b-2)+C(a-2,b-1)+C(a-1,b)=…=C(a-b,0)+C(a-b+1,1)+…+C(a-1,b);

卡特兰数：

h(n)= h(0)*h(n-1)+h(1)*h(n-2) + ... + h(n-1)h(0) (n>=2)

h(n)=h(n-1)*(4*n-2)/(n+1);

h(n)=C(2n,n)/(n+1) (n=0,1,2,...)

h(n)=c(2n,n)-c(2n,n-1)(n=0,1,2,...)

欧拉定理

若 x 与 y 互质，有 x^phi(y) mod y = 1

证明 ：将小于 **y** 且与 **y** 互质的所有数表示为 **q1，q2，。。。，qphi（y）**

另设 **m1=x*q1，m2=x*q2，。。。，mphi(y)=x*qphi(y)**

那么有两个性质 ：

1) 所有 **m** 与 **y** 不同余，若有同余的话，即存在 **m1 mod y = m2 mod y => m2-m1=ky => x (q2-q1)=ky** 这意味着 **x(q2-q1)**可以整除 **y,**因为 **x** 与 **y** 互质且 **q2-q1<y,**所以不可能。
2) 所有 **m** 与 **y** 的余数与 **y** 互质,若有因子 **r**，设 **y=kr**，则有 **m mod kr = br, m=nkr+br=r*(nk+b),**这意味这 **m** 与 **y** 不互质，而 **x**，**q** 均与 **y** 互质，所以 **xq** 也与 **y** 互质。矛盾；

综上可得所有 **m** 与 **y** 的余数经过重新排列后即为 **q**

所以有 **m1*m2*…*mphi(y) mod y = q1*q2*…*qphi(y) mod y**

转化即为 **x^phi(y)*q1*q2*…*qphi(y) mod y = q1*q2*…*qphi(y) mod y**

就有 **(x^phi(y)-1)*q1*q2*…*qphi(y) mod y = 0**

因为 **q1*q2*…*qphi(y)** 不可能被 **y** 整除,所以**(x^phi(y)-1) mod y = 0**

所以 **x^phi(y) mod y = 1;**

若 x^y 与 p 互质，则 x^y mod p=x^(y mod phi(p)) mod p.

证明 ：设 **y=k*phi(p)+b.**则原式为**(x^k*phi(p))*(x^b) mod p ;**

由 **x^y** 与 **p** 互质得 **x** 与 **p** 互质，有 **x^phi(p) mod p=1**

所以原式为 **1^k * x^b mod p**

即为 **x^(y mod phi(p)) mod p ,**证毕；

xr mod yr = r * (x mod y)

设 x=ky+b 则原式为 kyr+br mod yr = br mod yr ;

因为 $b<y$ 所以 br mod yr = br 即 xr mod yr = br = (x mod y) * r;

斯特林近似求解 n!

n! 约等于 ((2*π*n)^0.5)*(n/e)^n