

The background features a traditional Chinese ink wash painting. On the left, there are large, detailed flowers, possibly peonies, with delicate petals and dark centers. A small pavilion with a tiled roof is visible in the middle ground, nestled among the foliage. The overall style is soft and artistic, with a light color palette.

NOIP2018模拟试题day1题解

2018.10.20

Cake

“这是一道看起来很原很原的题目
我也不知道它是不是原题
假装是自己原创的”

Cake

一点想法:

subtask1: 只要不是满的 $O(N! * N)$ 就行了

subtask2: 状压DP, $O(2^N * N)$

subtask3&4: ? ? ?

Cake

将所有的蛋糕按 A_i 排序，显然问题变为：

给定一个 $1 \sim N$ 的排列 (B_i) ，将其划分为尽可能少的上升子序列

Cake

将所有的蛋糕按 A_i 排序，显然问题变为：

给定一个 $1 \sim N$ 的排列 (B_i) ，将其划分为尽可能少的上升子序列

首先我们知道，答案的大小不会小于 B_i 的最长下降子序列的长度

因为这个子序列里的任意两个元素都不能出现在一组里

Cake

我们已经得到了答案的一个下界(记为 W)

那么只要构造一个这样的合法解

就能同时证明这是最优解

Cake

考虑一个求最长下降子序列的二分算法

这个算法实质上是DP

每次通过二分找到唯一合法的转移

Cake

考虑一个求最长下降子序列的二分算法

这个算法实质上是DP

每次通过二分找到唯一合法的转移

我们可以发现以下的事实：

这个过程恰有 W 个状态

每个数字恰好会更新一个状态

更新每个状态的数字是单调增的

Cake

那么，在求最长下降子序列长度的过程中
我们把状态数组的每个位置改为栈
每次更新就是将一个新元素压入栈中
最后输出每个栈里的元素就可以了
具体实现可以用链表或者vector数组就好了

Cake

这是一道普及组级别的题目
考察了最长单调子序列的求法
只用到了二分法来解决问题
是不是一道标准的送分题呢

A faint, artistic illustration in the background. On the left, there are large, detailed flowers, possibly peonies, with dark centers. To the right, a traditional Chinese pavilion with a tiled roof is visible, surrounded by mist or smoke. The overall style is soft and painterly.

Bread

“本来K是 10^5 的”

Bread

一点想法:

subtask1: 暴力枚举, $O(N^6)$

subtask2: 前缀和优化, $O(N^4)$

subtask3: ? ? ?

Bread

首先我们要知道方差的性质：

方差=平方的期望-期望的平方

期望很好计算，只需要知道每个特殊点在多少个矩形里出现过

那么平方的期望怎么算呢

Bread

对于一种选取方案
包含的特殊点个数的平方就相当于
包含了多少对特殊点

Bread

对于一种选取方案

包含的特殊点个数的平方就相当于

包含了多少对特殊点

我们只需要枚举一对特殊点

计算其被多少个矩形包含就行了

具体来说就是分别得出四个边界可以取几个值，再相乘

The background features a traditional Chinese ink wash painting style illustration. On the left side, there are large, detailed flowers, possibly peonies, with delicate petals and dark centers. Behind the flowers, a small pavilion with a traditional Chinese roof is visible, nestled among more foliage. The overall tone is soft and artistic, with a light gray background.

Bread

所以我们就愉快地做完了这道题啦

Bread

所以我们就愉快地做完了这道题啦
诶。。好像总方案数并不容易计算啊

Bread

这是一个经典问题，考虑枚举矩形下边界

由于受到上方特殊点的限制

合法的矩形必然包含于一个折现围成的区域

Bread

这是一个经典问题，考虑枚举矩形下边界

由于受到上方特殊点的限制

合法的矩形必然包含于一个折现围成的区域

可以用笛卡尔树来方便地计算贡献，构建时需要单调栈

但是坐标范围很大，注意离散化的处理：

1. 空行的处理
2. 上方没有特殊点的列的处理

Chocolate

The background of the slide features a faint, artistic illustration. On the left side, there are several large, light-colored flowers, possibly peonies, with detailed petals and centers. A small butterfly is depicted in flight near the bottom center. In the upper right background, a traditional Chinese pavilion with a tiled roof is visible, surrounded by misty or ethereal elements. The overall style is soft and painterly.

“数据该怎么造呢
怎么造呢。。。？”

Chocolate

一点想法:

subtask1: 哈希, 排序, $O(N \log N)$

subtask2: 一对串计入答案

当且仅当除去#后

一个串是另一个串的后缀

trie+树形DP

subtask3:

Chocolate

有了 subtask2 的提示，可以发现

一对串被计入答案的必要条件是：

- 取出第一个 # 前面的部分，其中一个是另一个的前缀
- 取出最后一个 # 后面的部分，其中一个是另一个的后缀

Chocolate

有了 subtask2 的提示，可以发现

一对串被计入答案的必要条件是：

- 取出第一个 # 前面的部分，其中一个是另一个的前缀
- 取出最后一个 # 后面的部分，其中一个是另一个的后缀

其实这也是充分条件

可以通过递归构造证明

Chocolate

那么类似subtask2

可以在两棵trie树上进行类似的统计

只要使用 $O(N^2)$ 的暴力，就可以通过subtask3

Chocolate

考虑到这是一个离线的问题

可以在对第一棵树进行dfs的过程中

维护第一棵树上当前点到根的路径上的所有点

在第二棵树上的对应点

由于要支持对子树求和、对到根的一条链求和两种查询

只需要用两个树状数组配合dfs序来支持这些操作

时间复杂度 $O(L \log L)$ ，其中 L 为字符串总长

Chocolate

这是一道基础数据结构题
考察了trie和树状数组的应用
完全在NOIP的考察范围内(理直气壮



Thanks!