Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Иракский государственный университет им. Д.В. Буша»

Арбузолитейный факультет

Специальность «Фундаментальный исламизм и физическая софистика»

Кафедра общей демократии

Дипломная работа

Восстановление архитектуры разрушенных городов по многобахчевым дынным полям методом всеобщего голосования

«К защите допущен»:

Зав. кафедрой общей демократии,
профессор, д.ф.-м.н. ______________ Иванов И.И.

Научный руководитель,
профессор, в.н.с. ЁКЛ ЭМЭН,
д.ф.-м.н. ______________ Петров П.П.

Рецензент,
зав. лаб. ЖЗ ИКЛ,
д.ф.-м.н. ______________ Сидоров С.С.

Консультант по технике
безопасности, ассистент
каф. софистики ______________ Рейсфейдер Р.Р.

Дипломник ______________ Ватманн В.В.

г. Анкара, 2009

Содержание

Глава I. Введение

Гипероктаэдральные или кубические комбинаторные виды — развите идеи комбинаторных типов (species). Мы будем обозначать их h-species для краткости. TODO:добавить введение (видимо взять часть из Bergeron)

План: Изложить теорию для species, параллельно строить ее для h-species

species — сложение умножение — аналитический функтор — композиция аналитических функторов — композиция species — декатегорификация аналитического функтора — примеры

Глава II. Основные определения

species HSet h-species аналитический функтор

Глава III. Формулы

3.1. Аналитический функтор для h-species

Аналитический функтор $\mathcal{F}$ соответствующий species F является продуктивной конструкцией, позволяющей определить композиционное произведение species. Вводить его можно разными способами, мы ограничимся универсальным свойством и явной конструкцией (TODO: дописать и возможно добавить определение Дурова). Аналитический функтор является левым расширением по Кану функтора F относительно i.

$$\begin{tikzcd} B \arrow[r, "F"] \arrow[d, hook, "i"'] & Set \\ Set \arrow[ur, "\mathcal{F}"'] & \end{tikzcd}$$

Эта диаграмма не коммутативна, а почти коммутативна. Иммется в виду, что из F существует естественное преобразование в $i \circ \mathcal{F}$. Это естественное преобразование обозначим κ. Универсальность заключаеться в том, что для любого функтора $M\colon Set \to Set$ и морфизма функторов $\eta\colon F \to i \circ M$ этот морфизм пропускаеться через $\mathcal{F}$ при помощи κ.

$$\begin{tikzcd} F \arrow[r, "\kappa"] \arrow[dr, "\alpha"'] & \mathcal{F} \arrow[d, dashed] \\ & M \end{tikzcd}$$

Явная формула для аналитического функтора. Для доказательства см (TODO)

$$\mathcal{F} = \sum_n F[n] \times A^n / S_n \tag{3.1}$$

Хочется построить аналог аналитического функтора для h-species

$$\begin{tikzcd}
HB \arrow[r, "F"] \arrow[d, hook, "i"'] & HSet \\
HSet \arrow[ur, "\mathcal{F}"'] &
\end{tikzcd}$$

$$\mathcal{F} = \sum_n F[\bar{n}] \times A^{\bar{n}}/B_n \tag{3.2}$$

Где $A^{\bar{n}}$ задает отображение, сохраняющее инволюцию.

TODO:Здесь нужно добавить проверук универсальности картинки

3.2. Декотигорификация аналитического функтора

Напомним ситуацию с обычными species. Надо устроить морфизм из моноидальной категории (категории с тензорным произведением) в какую-нибудь алгебру функций. Мы вводим весовую функцию таким образом что орбита раскрашенной структуры под действием S_n имеет один и тот же вес. После этого можно задать вопрос о коэфициенте при мономе, отвечающем весу. Это будет число орбит с заданной весовой функцией. По Лемме Бернсайда это то же самое что и усредненное число неподвижных точек по всем элементам группы. Чтобы раскрашенная структура была неподвижна под действием перестановки σ нужно, чтобы во-первых она была неподвижна как не раскрашенная структура, а во-вторых расскраска должна перехожить в себя. В качестве весовой функции выбираем моном возникающий в произведении переменных отвечающим цветам. Например расскраске в которой 2 первых цвета и 1 второй соответсвует моном $x_1^2 x_2$. Тогда первое условие дает нам сомножитель $\chi(\sigma)$, где характер это характер соответсвующего перестановочного представления с базисом из структур. Второе условие требует покраски каждого цикла в один и тот же цвет. Итоговая формула называеться фробениусовой характеристикой (TODO: закончить мысль)

3.3. Фробениусова характеристика

В этом разделе мы напишем формулу для Фробениусовой характеристики. То есть подчитаем количество неподвижных раскрасок.

Напомним, что в случае обычных species формула выглядит так:

$$\sum_{\lambda \vdash n} \chi(\sigma_\lambda) \frac{\phi^\lambda}{z_\lambda} \tag{3.3}$$

Где χ — характер (перестановочного) представления, σ — перестановка цикленного типа λ, $\phi^\lambda = (x_1^{\lambda_1} + x_2^{\lambda_1} + x_3^{\lambda_1} + \dots)(x_1^{\lambda_2} + x_2^{\lambda_2} + x_3^{\lambda_2} + \dots)(x_1^{\lambda_3} + x_2^{\lambda_3} + x_3^{\lambda_3} + \dots) \dots$, z_λ — индекс класса сопряженности σ. Появляется она из следующих соображений: в числителе стоит симметрическая функция считающая все неподвижные раскраски. Цвета это $x_1, x_2, x_3, \dots$

Формула для h-species будет следующей

$$\sum_{\lambda^1 + \lambda^2 \vdash n} \chi(\sigma_{\lambda^1 \lambda^2}) \frac{\bar{\phi}^{\lambda^1} \phi^{\lambda^2}}{z_{\lambda^1 \lambda^2}} \tag{3.4}$$

Циклы в каждом элементе H_n бывают двух типов: длинные — каждая грань входит в цикл вместе со своей противоположной гранью и короткие — пара граней лежит в симметричных, различных циклах. Здесь λ^1 — цикленный тип коротких перестановок, λ^1 — цикленный тип длинных перестановок. В пояснении нуждается числитель. Дело в том что длинный цикл соответсвует одному цвету, а пара симметричных коротких может быть либо покрашена в один цвет, либо в два оттенка одного цвета (???что-то тут не то???).