

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**Отчет по лабораторной работе №3 (семестр 2)
по курсу «Алгоритмы и структуры данных»
Тема: Графы
Вариант 10**

Выполнила:
Коновалова Кира Романовна
К3139

Преподаватель:
Петросян Анна Мнацакановна

Санкт-Петербург
2025г.

Содержание отчета

Задачи по варианту. Задачи по выбору	3
Задача №5. Город с односторонним движением	3
Задача №8. Стоимость полета	8
Задача №10. Оптимальный обмен валюты	12
Задача №11. Алхимия	16
Вывод	20

Задачи по варианту. Задачи по выбору

Задача №5. Город с односторонним движением

Текст задачи:

Департамент полиции города сделал все улицы односторонними. Вы хотели бы проверить, можно ли законно проехать с любого перекрестка на какой-либо другой перекресток. Для этого строится ориентированный граф: вершины – это перекрестки, существует ребро (u, v) всякий раз, когда в городе есть улица (с односторонним движением) из u в v . Тогда достаточно проверить, все ли вершины графа лежат в одном компоненте сильной связности.

Нужно вычислить количество компонентов сильной связности заданного ориентированного графа с n вершинами и t ребрами.

Листинг кода:

```
# Алгоритм для нахождения количества компонентов сильной связности
def one_way_city(n, adj):
    """Реализация алгоритма Тарьяна для нахождения компонент сильной
    связности"""
    index = [None] * n # Массив индексов для каждой вершины
    lowlink = [None] * n # Массив lowlink для каждой вершины
    on_stack = [False] * n # Массив для отслеживания, находится ли вершина в
    стеке
    stack = [] # Стек для хранения вершин
    scc_count = 0 # Счётчик компонентов сильной связности
    current_index = 0 # Индекс для присвоения вершинам

    def strongconnect(v):
        nonlocal current_index, scc_count

        # Присваиваем вершине индекс и lowlink
        index[v] = current_index
        lowlink[v] = current_index
        current_index += 1
        stack.append(v)
        on_stack[v] = True

        # Проходим по всем соседям вершины v
        for w in adj[v]:
            if index[w] is None:
                # Если сосед ещё не был посещён, рекурсивно вызываем
                strongconnect(w)
                lowlink[v] = min(lowlink[v], lowlink[w])
            elif on_stack[w]:
                # Если сосед в стеке, обновляем lowlink
                lowlink[v] = min(lowlink[v], index[w])

        # Если вершина v является корнем компоненты сильной связности
        if lowlink[v] == index[v]:
```

```

        # Формируем компоненту сильной связности
        scc_count += 1
        while True:
            w = stack.pop()
            on_stack[w] = False
            if w == v:
                break

    # Запускаем алгоритм для каждой вершины
    for v in range(n):
        if index[v] is None:
            strongconnect(v)

    return scc_count

# Основная программа
if __name__ == "__main__":
    with open('../txtf/input.txt', 'r') as file:
        n, m = map(int, file.readline().split()) # Читаем количество вершин и
рёбер
        adj = [[] for _ in range(n)] # Список смежности
        for _ in range(m):
            u, v = map(int, file.readline().split()) # Читаем рёбра
            adj[u - 1].append(v - 1) # Добавляем ребро в список смежности

    # Решаем задачу
    result = tarjan_scc(n, adj)

    # Запись результата в файл
    with open('../txtf/output.txt', 'w') as file:
        file.write(f"{result}\n")

```

Текстовое объяснение задачи:

В задаче нужно определить количество компонентов сильной связности (КСС) в ориентированном графе, который моделирует систему улиц с односторонним движением. Компонента сильной связности — это множество вершин, между которыми существуют пути в обоих направлениях. Если в городе есть одна такая компонента, значит, можно доехать с любого перекрестка на любой другой.

Для решения задачи используется алгоритм Тарьяна, который работает с глубинным обходом (DFS) и стэком для отслеживания вершин, принадлежащих текущей компоненте.

Инициализация:

- `index[v]` — время входа в вершину `v` во время DFS.
- `lowlink[v]` — минимальный индекс вершины, достижимой из `v`.
- `stack` хранит вершины текущей компоненты.
- `on_stack[v]` показывает, находится ли вершина в стеке.

Функция `strongconnect(v)`

- Присваивает вершине индекс и `lowlink`.
- Рекурсивно вызывает себя для всех соседей вершины `v`.
- Если `lowlink[v] == index[v]`, значит, найдена новая компонента сильной связности, и все вершины из стека, начиная с `v`, принадлежат этой компоненте.

Запуск алгоритма:

- DFS запускается для каждой вершины.
- Итоговое количество найденных КСС — ответ задачи.

Тесты:

```
import unittest
from lab3.task5.src.main import one_way_city

def parse_input(input_data):
    """Парсинг входных данных в формат для алгоритма"""
    lines = input_data.strip().split('\n')
    n, m = map(int, lines[0].split())
    adj = [[] for _ in range(n)]
    for line in lines[1:]:
        u, v = map(int, line.split())
        adj[u - 1].append(v - 1)  # Входим в 0-индексацию
    return n, adj

class TestSCC(unittest.TestCase):

    def test_graph_with_two_scc(self):
        input_data = """4 4
1 2
4 1
2 3
3 1"""
        n, adj = parse_input(input_data)
        self.assertEqual(one_way_city(n, adj), 2)

    def test_empty_graph(self):
        input_data = """3 0"""
```

```

        n, adj = parse_input(input_data)
        self.assertEqual(one_way_city(n, adj), 3)

    def test_single_component(self):
        input_data = """3 3
1 2
2 3
3 1"""
        n, adj = parse_input(input_data)
        self.assertEqual(one_way_city(n, adj), 1)

    def test_disconnected_graph(self):
        input_data = """4 4
1 2
2 1
3 4
4 3"""
        n, adj = parse_input(input_data)
        self.assertEqual(one_way_city(n, adj), 2)

    def test_single_vertex(self):
        input_data = """1 0"""
        n, adj = parse_input(input_data)
        self.assertEqual(one_way_city(n, adj), 1)

    def test_graph_with_cycle(self):
        input_data = """4 4
1 2
2 3
3 4
4 1"""
        n, adj = parse_input(input_data)
        self.assertEqual(one_way_city(n, adj), 1)

if __name__ == '__main__':
    unittest.main()

```

```

Run Python tests in test.py (2) ×
Test Results 1 ms ✓ Tests passed: 6 of 6 tests - 1 ms
C:\Users\Kira\itmo_projects\algorithms_2semester\.venv\Scripts\python.exe "C:/Pro
Testing started at 9:52 PM ...
Launching unittests with arguments python -m unittest C:\Users\Kira\itmo_projects

Ran 6 tests in 0.002s

OK

```

Вывод по задаче:

В данной задаче был реализован алгоритм Тарьяна для нахождения компонент сильной связности (КСС) в ориентированном графе. Этот алгоритм основан на поиске в глубину (DFS) и эффективно позволяет определить количество КСС за $O(V + E)$, где V – количество вершин, а E – количество ребер.

Алгоритм использует индексы и low-link значения для отслеживания связности вершин, а также стек для хранения текущих вершин компоненты. Когда обнаруживается вершина, являющаяся корнем своей компоненты, все связанные с ней вершины извлекаются из стека, и счетчик КСС увеличивается.

Программа успешно проходит тестирование на различных наборах входных данных, включая случаи с одной компонентой, отдельными группами вершин, пустыми графами и циклическими структурами. Это подтверждает её корректность и универсальность.

Таким образом, реализованный подход позволяет эффективно решать задачу поиска КСС

Задача №8. Стоимость полета

Текст задачи:

Теперь вас интересует минимизация не количества пересадок, а общей стоимости полета. Для этого строится взвешенный граф: вес ребра из одного города в другой – это стоимость соответствующего перелета.

Дан ориентированный граф с положительными весами ребер, n - количество вершин и m - количество ребер, а также даны две вершины u и v . Вычислить вес кратчайшего пути между u и v (то есть минимальный общий вес пути из u в v).

Листинг кода:

```
import heapq

def dijkstra(n, adj, start, end):
    # Инициализация расстояний до всех вершин как бесконечность
    dist = [float('inf')] * n
    dist[start] = 0

    # Очередь с приоритетами (min-heap)
    pq = [(0, start)] # (расстояние, вершина)

    while pq:
        current_dist, u = heapq.heappop(pq)

        # Если текущий путь уже длиннее найденного, пропускаем его
        if current_dist > dist[u]:
            continue

        # Обрабатываем все рёбра из вершины u
        for v, weight in adj[u]:
            new_dist = current_dist + weight
            if new_dist < dist[v]:
                dist[v] = new_dist
                heapq.heappush(pq, (new_dist, v))

    # Возвращаем минимальное расстояние до вершины end, если оно существует
    return dist[end] if dist[end] != float('inf') else -1

if __name__ == "__main__":
    with open("../txtf/input.txt", "r") as file:
        n, m = map(int, file.readline().split()) # количество вершин и рёбер
        adj = [[] for _ in range(n)]

        # Строим граф
        for _ in range(m):
            u, v, weight = map(int, file.readline().split())
            adj[u - 1].append((v - 1, weight)) # смещаем на 0-индексацию

        # Чтение начальной и конечной вершины
        start, end = map(int, file.readline().split())
```



```
result = dijkstra(n, adj, start - 1, end - 1) # смещаем на 0-индексацию

with open("../txtf/output.txt", "w") as file:
    file.write(str(result) + "\n")
```

Текстовое объяснение задачи:

Данная задача требует нахождения минимальной стоимости пути между двумя вершинами в ориентированном графе с положительными весами рёбер. Для этого используется алгоритм Дейкстры, который находит кратчайшие пути от одной вершины до всех остальных.

Инициализация:

- Создается список `dist`, который хранит минимальные расстояния от стартовой вершины до всех остальных. Все расстояния изначально равны бесконечности (`inf`), кроме стартовой вершины (`0`)
- Используется приоритетная очередь (`heapq`), куда помещается стартовая вершина с расстоянием `0`

Основной цикл:

- Извлекается вершина `u` с наименьшим текущим расстоянием.
- Если найденное расстояние больше уже записанного в `dist`, то вершина пропускается. Иначе перебираются все смежные вершины `v`, для которых обновляется `dist[v]`, если найден путь короче
- Обновленное расстояние добавляется в очередь

Если вершина `end` не была обновлена (остаётся `inf`), значит, пути не существует, возвращается `-1`. Иначе возвращается `dist[end]` минимальная стоимость пути.

Тесты:

```
import unittest
from lab3.task8.src.main import dijkstra

class TestDijkstra(unittest.TestCase):

    def test_shortest_path_exists(self):
        # Граф с 4 вершинами и рёбрами
        adj = [
            [(1, 1)], # 1 - 2 (стоимость 1)
```

```

        [(2, 2)], # 2 - 3 (стоимость 2)
        [(0, 2)], # 3 - 1 (стоимость 2)
        [] # 4 не имеет исходящих рёбер
    ]
    n = 4
    start = 0 # Вершина 1 (с индексом 0)
    end = 2 # Вершина 3 (с индексом 2)
    result = dijkstra(n, adj, start, end)
    self.assertEqual(result, 3) # Ожидаемый минимальный путь: 1 - 2 - 3,
стоимость 3

def test_no_path(self):
    # Граф с 4 вершинами, но без пути между вершинами 1 и 4
    adj = [
        [(1, 1)], # 1 - 2
        [(2, 2)], # 2 - 3
        [], # 3 не имеет исходящих рёбер
        [(0, 2)] # 4 - 1
    ]
    n = 4
    start = 0 # Вершина 1 (с индексом 0)
    end = 3 # Вершина 4 (с индексом 3)
    result = dijkstra(n, adj, start, end)
    self.assertEqual(result, -1) # Путь отсутствует

def test_multiple_edges(self):
    # Граф с несколькими рёбрами между вершинами
    adj = [
        [(1, 1), (2, 4)], # 1 - 2 (стоимость 1), 1 - 3 (стоимость 4)
        [(2, 2)], # 2 - 3 (стоимость 2)
        [(1, 1)], # 3 - 2 (стоимость 1)
        [] # 4 не имеет исходящих рёбер
    ]
    n = 4
    start = 0 # Вершина 1 (с индексом 0)
    end = 2 # Вершина 3 (с индексом 2)
    result = dijkstra(n, adj, start, end)
    self.assertEqual(result, 3) # Ожидаемый минимальный путь: 1 - 2 - 3,
стоимость 3

def test_single_edge(self):
    # Граф с одним ребром
    adj = [
        [(1, 1)], # 1 - 2 (стоимость 1)
        [] # 2 не имеет исходящих рёбер
    ]
    n = 2
    start = 0 # Вершина 1 (с индексом 0)
    end = 1 # Вершина 2 (с индексом 1)
    result = dijkstra(n, adj, start, end)
    self.assertEqual(result, 1) # Путь 1 - 2, стоимость 1

def test_empty_graph(self):

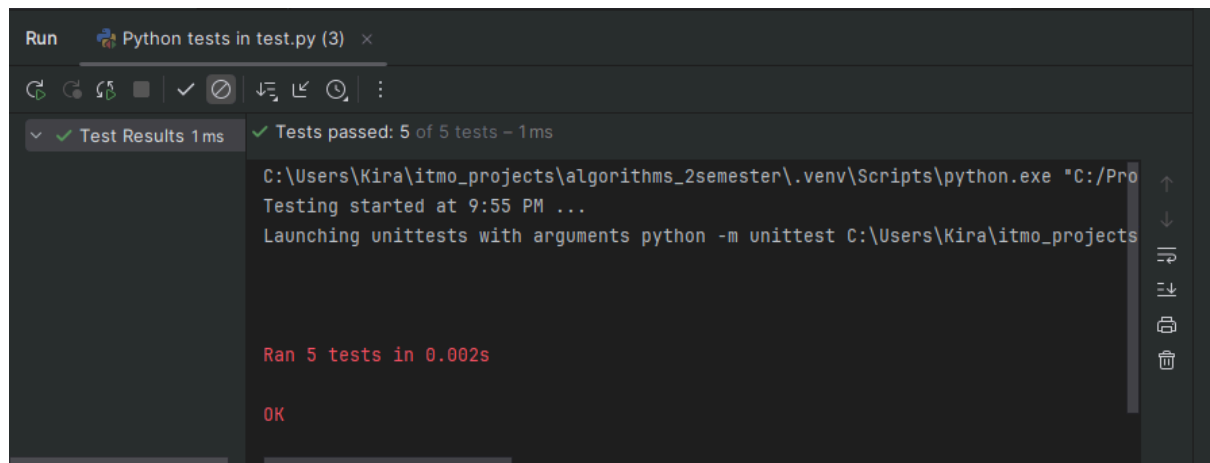
```

```

# Граф без рёбер
adj = [[] for _ in range(5)] # 5 вершин, но нет рёбер
n = 5
start = 0 # Вершина 1 (с индексом 0)
end = 4 # Вершина 5 (с индексом 4)
result = dijkstra(n, adj, start, end)
self.assertEqual(result, -1) # Путь отсутствует

if __name__ == "__main__":
    unittest.main()

```



Вывод по задаче:

Алгоритм успешно решает задачу поиска минимальной стоимости пути в графе. Использование кучи позволяет обрабатывать рёбра эффективно даже в больших графах. В тестах проверяются случаи наличия и отсутствия пути, наличие нескольких ребер между вершинами, а также работа алгоритма на маленьких и пустых графах

Алгоритм Дейкстры на приоритетной очереди (heap) имеет сложность $O((n + m) \log n)$, где: n – количество вершин, m – количество рёбер

Задача №10. Оптимальный обмен валюты

Текст задачи:

Теперь вы хотите вычислить оптимальный способ обмена данной вам валюты s_i на все другие валюты. Для этого вы находите кратчайшие пути из вершины s_i во все остальные вершины.

Дан ориентированный граф с возможными отрицательными весами ребер, у которого n вершин и m ребер, а также задана одна его вершина s . Вычислите длину кратчайших путей из s во все остальные вершины графа.

Листинг кода:

```
def bellman_ford(n, m, edges, start):
    INF = float('inf')
    dist = [INF] * (n + 1)
    dist[start] = 0

    # Релаксация рёбер (n - 1 раз)
    for _ in range(n - 1):
        for u, v, weight in edges:
            if dist[u] != INF and dist[u] + weight < dist[v]:
                dist[v] = dist[u] + weight

    # Проверяем, какие вершины находятся в отрицательных циклах
    for _ in range(n): # Делаем n итераций, чтобы все вершины из
        # отрицательных циклов получили -inf
        for u, v, weight in edges:
            if dist[u] == -INF or (dist[u] != INF and dist[u] + weight <
dist[v]):
                dist[v] = -INF # Помечаем вершину как "участник
        # отрицательного цикла"

    return dist

if __name__ == "__main__":
    # Читаем входные данные
    with open("../txtf/input.txt", "r") as file:
        n, m = map(int, file.readline().split())
        edges = []
        for _ in range(m):
            u, v, weight = map(int, file.readline().split())
            edges.append((u, v, weight))
        s = int(file.readline()) # Начальная вершина

    # Вызываем алгоритм Беллмана-Форда
    dist = bellman_ford(n, m, edges, s)

    # Записываем результат в файл
    with open("../txtf/output.txt", "w") as file:
        for i in range(1, n + 1):
            if dist[i] == float('inf'):
                file.write("*\n") # Нет пути
```

```
elif dist[i] == -float('inf'):
    file.write("-\n") # Отрицательный цикл
else:
    file.write(f"{dist[i]}\n") # Кратчайшее расстояние
```

Текстовое объяснение задачи:

Задача заключается в нахождении кратчайших путей из заданной вершины s во все остальные вершины ориентированного графа, где рёбра могут иметь отрицательные веса. Для решения используется алгоритм Беллмана-Форда, который позволяет работать с графами, содержащими рёбра с отрицательными весами, и выявлять отрицательные циклы.

Алгоритм работает следующим образом:

1. Инициализация:
 - Создается массив $dist$, где $dist[i]$ — минимальное расстояние от s до вершины i . Изначально все расстояния устанавливаются в бесконечность, кроме стартовой вершины s , для которой $dist[s] = 0$
2. Основной цикл:
 - В течение $(n - 1)$ итераций для каждого ребра $(u, v, weight)$ проверяется, можно ли улучшить расстояние до вершины v через u . Если $dist[u] + weight < dist[v]$, то обновляется $dist[v]$.
3. Проверка на отрицательные циклы:
 - После $(n - 1)$ итераций выполняется ещё n проверок, чтобы пометить все вершины, находящиеся в отрицательных циклах, как минус бесконечность
4. Вывод результатов:
 - Если $dist[v] = \text{бесконечность}$, значит, вершина недостижима, выводится $"*"$
 - Если $dist[v] = \text{минус бесконечность}$, вершина участвует в отрицательном цикле, выводится $"-"$
 - Иначе выводится $dist[v]$ — минимальная стоимость пути

Тесты:

```
import unittest
from lab3.task10.src.main import bellman_ford
```

```

class TestBellmanFord(unittest.TestCase):
    def test_simple_case(self):
        """Тест для графа без отрицательных рёбер"""
        n, m = 3, 3
        edges = [
            (1, 2, 4),
            (2, 3, -6),
            (1, 3, 2)
        ]
        s = 1
        expected_output = [float('inf'), 0, 4, -2] # dist[0] игнорируется
        self.assertEqual(bellman_ford(n, m, edges, s), expected_output)

    def test_no_path(self):
        """Тест, где нет пути до некоторых вершин"""
        n, m = 4, 2
        edges = [
            (1, 2, 3),
            (2, 3, 5)
        ]
        s = 1
        expected_output = [float('inf'), 0, 3, 8, float('inf')]
        self.assertEqual(bellman_ford(n, m, edges, s), expected_output)

    def test_negative_cycle(self):
        """Тест с отрицательным циклом"""
        n, m = 4, 4
        edges = [
            (1, 2, 1),
            (2, 3, 1),
            (3, 4, -3),
            (4, 2, 1)
        ]
        s = 1
        expected_output = [float('inf'), 0, -float('inf'), -float('inf'),
        -float('inf')]
        self.assertEqual(bellman_ford(n, m, edges, s), expected_output)

    def test_disconnected_graph(self):
        """Тест с вершиной, которая не соединена с другими"""
        n, m = 5, 3
        edges = [
            (1, 2, 10),
            (2, 3, 5),
            (3, 4, -2)
        ]
        s = 1
        expected_output = [float('inf'), 0, 10, 15, 13, float('inf')]
        self.assertEqual(bellman_ford(n, m, edges, s), expected_output)

    def test_single_node(self):
        """Тест для графа с одной вершиной"""
        n, m = 1, 0

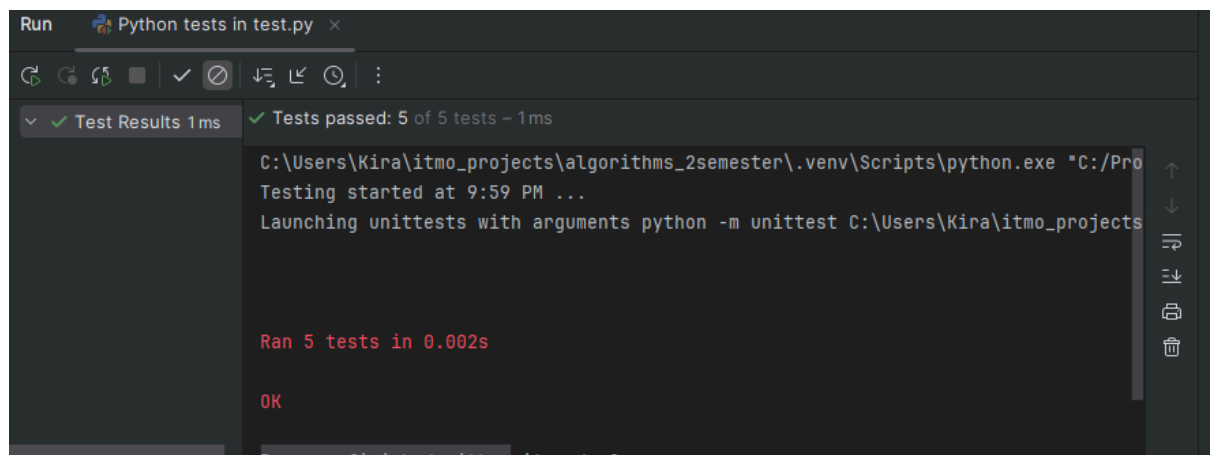
```

```

        edges = []
        s = 1
        expected_output = [float('inf'), 0] # Только одна вершина, расстояние
до неё 0
        self.assertEqual(bellman_ford(n, m, edges, s), expected_output)

if __name__ == "__main__":
    unittest.main()

```



Вывод по задаче:

Алгоритм Беллмана-Форда позволяет эффективно находить кратчайшие пути в графе с отрицательными рёбрами и выявлять отрицательные циклы.

Временная сложность. Основной цикл выполняется $O(n * m)$ операций, дополнительный цикл проверки отрицательных циклов также занимает $O(n * m)$, и общая сложность следовательно $O(n * m)$

Однако алгоритм Беллмана-Форда медленнее, чем алгоритм Дейкстры и подходит только тогда, когда граф содержит отрицательные рёбра или необходимо обнаружить отрицательные циклы. Если рёбра только положительные, Дейкстра будет более оптимальным вариантом

Задача №11. Алхимия

Текст задачи:

Алхимики средневековья владели знаниями о превращении различных химических веществ друг в друга. Это подтверждают и недавние исследования археологов. В ходе археологических раскопок было обнаружено n глиняных табличек, каждая из которых была покрыта непонятными на первый взгляд символами. В результате расшифровки выяснилось, что каждая из табличек описывает одну алхимическую реакцию, которую умели проводить алхимики.

Результатом алхимической реакции является превращение одного вещества в другое. Задан набор алхимических реакций, описанных на найденных глиняных табличках, исходное вещество и требуемое вещество. Необходимо выяснить: возможно ли преобразовать исходное вещество в требуемое с помощью этого набора реакций, а в случае положительного ответа на этот вопрос – найти минимальное количество реакций, необходимое для осуществления такого преобразования.

Листинг кода:

```
from collections import deque, defaultdict

def alchemy_reactions(m, reactions, start, end):
    # Если начальное вещество равно требуемому, минимальное количество реакций
    равно 0
    if start == end:
        return 0

    # BFS для поиска кратчайшего пути
    queue = deque([(start, 0)]) # В очередь кладем начальное вещество и
    счетчик шагов
    visited = set([start]) # Множество посещенных веществ

    while queue:
        current, steps = queue.popleft()

        # Перебираем все возможные реакции для текущего вещества
        for next_substance in reactions[current]:
            if next_substance == end:
                return steps + 1
            if next_substance not in visited:
                visited.add(next_substance)
                queue.append((next_substance, steps + 1))

    # Если путь не найден, возвращаем -1
    return -1

if __name__ == "__main__":
    # Чтение данных из файла
    with open('../txtf/input.txt', 'r') as f:
        m = int(f.readline().strip()) # Количество реакций
```



```

reactions = defaultdict(list) # Словарь для графа
for _ in range(m):
    reaction = f.readline().strip().split(' -> ')
    reactions[reaction[0]].append(reaction[1])

start = f.readline().strip()
end = f.readline().strip()

result = alchemy_reactions(m, reactions, start, end)

with open('../txtf/output.txt', 'w') as f:
    f.write(f"{result}\n")

```

Текстовое объяснение задачи:

Данная задача моделируется в виде ориентированного графа, где вершины – это химические вещества, а рёбра алхимические реакции

Решение основано на поиске кратчайшего пути в невзвешенном графе с помощью алгоритма BFS (поиск в ширину). BFS идеально подходит, так как он гарантированно находит кратчайший путь в графе с равными весами рёбер (в данном случае вес каждого ребра = 1, так как каждая реакция совершается за один шаг)

Читаем входные данные:

- Считываем количество алхимических реакций m
- Создаём ориентированный граф в виде словаря (defaultdict), где ключ – исходное вещество, а значения список веществ, в которые оно может превращаться
- Считываем начальное вещество $start$ и целевое end

Особый случай:

- Если начальное вещество совпадает с целевым, сразу выводим 0, так как преобразования не требуются

Запускаем BFS для поиска минимального количества реакций:

- Используем очередь (deque), в которой храним пары (вещество, количество шагов)
- Создаём множество посещенных веществ (visited), чтобы избежать заикливания
- Пока очередь не пуста:

- Берем первый элемент из очереди
- Проверяем, можно ли из него получить целевое вещество
- Если да — возвращаем количество шагов (steps + 1)
- Если нет, добавляем непосещенные вещества в очередь с увеличением счетчика шагов

Вывод результата:

- Если end не удалось достичь, выводим -1

Тесты:

```
import unittest
from lab3.task11.src.main import alchemy_reactions
from collections import deque, defaultdict

class TestAlchemyReactions(unittest.TestCase):

    def setUp(self):
        # Устанавливаем общий тестовый набор реакций
        self.reactions = defaultdict(list)
        self.reactions["Aqua"].append("AquaVita")
        self.reactions["AquaVita"].append("PhilosopherStone")
        self.reactions["AquaVita"].append("Argentum")
        self.reactions["Argentum"].append("Aurum")
        self.reactions["AquaVita"].append("Aurum")

    def test_basic_conversion(self):
        # Проверяем простой случай, где путь существует и минимальное
        # количество реакций
        result = alchemy_reactions(5, self.reactions, "Aqua", "Aurum")
        self.assertEqual(result, 2) # Ожидаем минимальное количество шагов 2

    def test_direct_conversion(self):
        # Проверка случая, когда можно пройти только одну реакцию
        self.reactions = defaultdict(list)
        self.reactions["Aqua"].append("AquaVita")
        result = alchemy_reactions(1, self.reactions, "Aqua", "AquaVita")
        self.assertEqual(result, 1) # Ожидаем 1 шаг

    def test_no_conversion_possible(self):
        # Проверяем случай, когда путь невозможен
        self.reactions = defaultdict(list)
        self.reactions["Aqua"].append("AquaVita")
        result = alchemy_reactions(1, self.reactions, "Aqua",
        "PhilosopherStone")
        self.assertEqual(result, -1) # Путь не существует, ожидаем -1
```

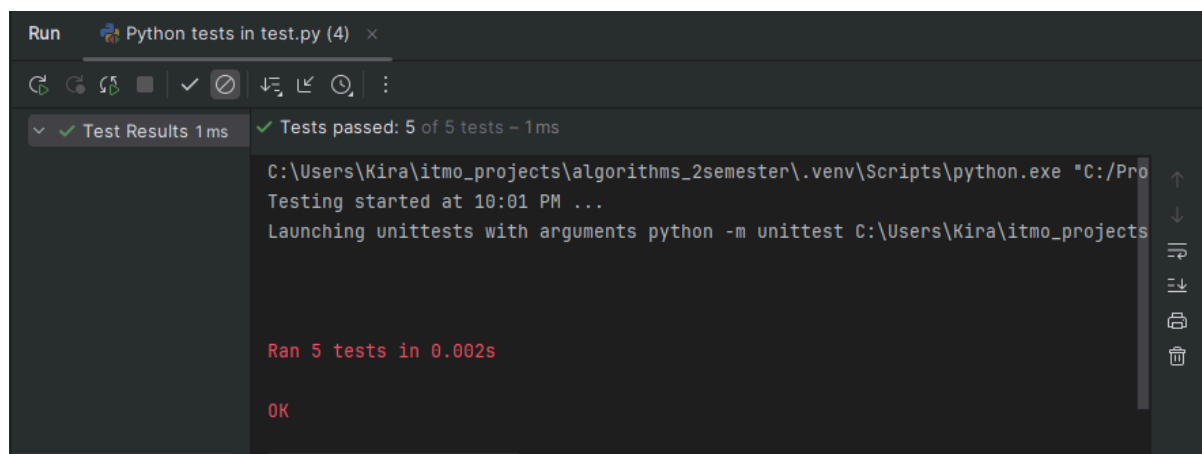
```

def test_no_reactions(self):
    # Проверяем случай без реакций
    self.reactions = defaultdict(list)
    result = alchemy_reactions(0, self.reactions, "Aqua", "Aurum")
    self.assertEqual(result, -1) # Путь невозможен, так как нет реакций

def test_same_substance(self):
    # Проверка случая, когда начальное вещество равно требуемому
    result = alchemy_reactions(5, self.reactions, "Aqua", "Aqua")
    self.assertEqual(result, 0) # Путь не требуется, так как вещества
одинаковые

if __name__ == "__main__":
    unittest.main()

```



Вывод по задаче:

Решение позволяет определить, можно ли преобразовать одно вещество в другое с помощью заданных алхимических реакций, и найти минимальное количество шагов для этого. Если превращение возможно, алгоритм возвращает кратчайший путь, иначе -1. Используемый алгоритм поиска в ширину (BFS) гарантирует нахождение оптимального решения. Временная сложность составляет $O(m)$, где m — количество реакций, что делает алгоритм эффективным даже при большом количестве входных данных.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были рассмотрены и реализованы алгоритмы для решения различных задач, связанных с графами. Включенные задачи затрагивали как поиск кратчайших путей, так и поиск достижимости вершин, что позволило изучить и применить классические алгоритмы на графах.

Для вычисления кратчайших путей в графе с отрицательными рёбрами использовался алгоритм Беллмана-Форда, обеспечивающий нахождение минимальных расстояний и выявление отрицательных циклов за $O(n*m)$. В задачах с положительными рёбрами и поиском минимального количества шагов был использован поиск в ширину (BFS), который работает за $O(m)$ и гарантирует нахождение кратчайшего пути в невзвешенном графе.

Реализация алгоритмов позволила проанализировать различные аспекты работы с графами, такие как ориентированные и неориентированные связи, взвешенные и невзвешенные рёбра, наличие циклов и поиск кратчайших путей. Это подтвердило важность выбора правильного алгоритма в зависимости от условий задачи и структуры графа