Лескин К.А.
гр. 9892

Задание

а) Дан двоичный код длины m. Найти число k дополнительных бит и код Хемминга, соответствующий исходному двоичному коду

б) Дан двоичный код Хемминга. Установить, в каком бите произошла ошибка и восстановить исходный код.

Вар. 4
а) 1011111111
б) 0100010

Решение а)

а) 1011111111
$m = 10$ — длина исходного кода.
Найдём k — количество контрольных бит:
$2^k \geq k + m + 1$

$2^k \geq k + 11$

$k = 4$

Общая длина кода Хемминга l:
$l = k + m = 14$

Составим таблицу битов и заполним её:

$*$	$*$	1	$*$	0	1	1	$*$	1	1	1	1	1	1
b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}

Выпишем "рабочие" множества L_{0-3}:

$L_0 = \{\mathbf{1}, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

$L_1 = \{\mathbf{2}, 3, 6, 7, 10, 11, 14\}$

$L_2 = \{\mathbf{4}, 5, 6, 7, 12, 13, 14\}$

$L_3 = \{\mathbf{8}, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

С помощью суммы Жегалкина найдём контрольные биты b_1, b_2, b_4, b_8:

$b_1 = b_3 \oplus b_5 \oplus b_7 \oplus b_9 \oplus b_{11} \oplus b_{13} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$

$b_2 = b_3 \oplus b_6 \oplus b_7 \oplus b_{10} \oplus b_{11} \oplus b_{14} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$

$b_4 = b_5 \oplus b_6 \oplus b_7 \oplus b_{12} \oplus b_{13} \oplus b_{14} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$

$b_8 = b_9 \oplus b_{10} \oplus b_{11} \oplus b_{12} \oplus b_{13} \oplus b_{14} = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$

Запишем результат:

1	**0**	1	**1**	0	1	1	**0**	1	1	1	1	1	1
b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}

Ответ: код Хемминга для исходного сообщения $\beta = 10110110111111$

Решение б)

б) 0100010
$l = 7$

Запишем код в виде таблицы:

0	**1**	0	**0**	0	1	0
b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7

Выпишем "рабочие" множества L_{0-2}:

$L_0 = \{\mathbf{1}, 3, 5, 7\}$

$L_1 = \{\mathbf{2}, 3, 6, 7\}$

$L_2 = \{\mathbf{4}, 5, 6, 7\}$

Найдём U_{0-2}:

$U_0 = b_1 \oplus b_3 \oplus b_5 \oplus b_7 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$

$U_1 = b_2 \oplus b_3 \oplus b_6 \oplus b_7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$

$U_2 = b_4 \oplus b_5 \oplus b_6 \oplus b_7 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$

Номер бита $n = U_2U_1U_0 = 100_2 = 4_{10}$

Номер $n = 4$ совпадает с контрольным битом, поэтому просто вычёркиваем контрольные биты и получаем ответ:

~~0~~	~~1~~	0	~~0~~	0	1	0
b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7

Ответ: $\alpha = 0010$