

## 2. Конечные автоматы

### 2.1 Построение КА с заданными свойствами

Во всех следующих задачах необходимо построить в виде диаграммы или автоматной таблицы КА, производящий заданное преобразование информации.

1.  $A_{вх} = A_{вых} = \{0, 1\}$ . Построить КА, осуществляющий задержку на один такт поданной на вход двоичной последовательности. Задерживающий символ – 0.

Пример работы:  $11\ 11101100010 \longrightarrow 1111011000100$ .

2.  $A_{вх} = A_{вых} = \{0, 1\}$ . Построить КА, осуществляющий задержку на два такта поданной на вход двоичной последовательности. При построении не использовать автомат задержки на один такт. Задерживающие символы – 00.

Пример работы:  $01011101100010 \longrightarrow 01110110001000$ .

3.  $A_{вх} = \{0, 1, *\}$ ;  $A_{вых} = \{0, 1, ч, н\}$ . Словом будем называть последовательность из символов 0 и 1, оканчивающуюся символом \*, например  $*110101 \longrightarrow$ . Построить КА, который, не изменяя символы 0 и 1, вместо каждого символа \* выдает ч или н в зависимости от четности единиц в слове, которое заканчивается данной \*. КА должен работать на последовательностях из нескольких слов подряд.

Примеры работы:  $*110101 \longrightarrow ч110101$

$*1110101\ **\ 11\ *01\ *000\ *1 \longrightarrow н1110101ччч11н01ч000н1$ .

4.  $A_{вх} = \{0, 1, *, +\}$ ;  $A_{вых} = \{0, 1, ч, н\}$ . В двоичном слове (см. предыдущую задачу) могут встречаться символы +, никак не влияющие на четность числа единиц в слове. Построить КА, который вместо символа \* выдает четность числа единиц в слове, которое заканчивается данной \*, а вместо + – четность числа единиц во всей поданной на вход до данного символа + последовательности.

Примеры работы:  $* + 0111 + 1001 \longrightarrow нн0111ч1001$

$+ * 11 * 1 + 00 + 1 * 11 + 111 * 00 + \longrightarrow нч11н1ч00ч1ч11н111ч00ч$ .

5.  $A_{вх} = A_{вых} = \{0, 1\}$ . Построить КА, который после каждых трех символов, вместо четвертого выдает двоичную сумму трех предшествовавших (эти три символа подаются на выход без изменения).

Пример работы:

$11010111101001000010 \longrightarrow 01011111101011001010$ .

6.  $A_{вх} = A_{вых} = \{0, 1\}$ . Построить КА, увеличивающий заданное в двоичной записи число на единицу. Число подается поразрядно, начиная с младшего разряда. Значение старшего разряда поданного числа равно 0.

$$0110111 \longrightarrow 01111000$$

Примеры работы:  $0100 \longrightarrow 0101$

$$01111 \longrightarrow 10000.$$

7.  $A_{вх} = A_{вых} = \{0, 1\}$ . На вход проектируемого КА поразрядно, начиная с младшего разряда, подается число в двоичной записи. Необходимые условия на количество нулевых старших разрядов нужно сформулировать при решении каждой задачи.

а) Построить КА, увеличивающий заданное число в два раза. Пример работы:  $01101 \longrightarrow 11010$ .

б) Построить КА, увеличивающий заданное число в четыре раза. Пример работы:  $001001 \longrightarrow 100100$ .

в) Построить КА, увеличивающий заданное число в пять раз. Пример работы:  $00101 \longrightarrow 11001$ .

8.  $A_{вх} = \{0, 1, *\}$ ;  $A_{вых} = \{0, 1, 2, *\}$ . На вход проектируемого КА подается последовательность чисел в двоичной записи, каждое с младшего разряда. Два числа разделены символом  $*$ .

а) Построить КА, выдающий вместо каждого символа  $*$  остаток от деления на 2 числа, которое оканчивается данной  $*$ . Само число должно быть переведено в последовательность символов  $*$ . Пример работы:

$$*110 * 101100 * 100001 * 0 * 1 * 11 \longrightarrow 0 *** 0 ***** 1 ***** 0 * 1 * 1 **.$$

б) Построить КА, выдающий вместо каждого символа  $*$  остаток от деления на 3 числа, которое оканчивается данной  $*$ . Само число должно быть переведено в последовательность символов  $*$ . Пример работы:

$$*110 * 101100 * 100001 * 0 * 1 * 11 \longrightarrow 0 *** 2 ***** 0 ***** 0 * 1 * 0 **.$$

## 2.2 Автоматные функции, диаграммы, таблицы переходов и выходов, канонические уравнения

Построить диаграммы, таблицы переходов и выходов, канонические уравнения для функции:

1.

$$y(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t = 1, \\ 1 & \text{при } t \geq 2; \end{cases}$$

2.

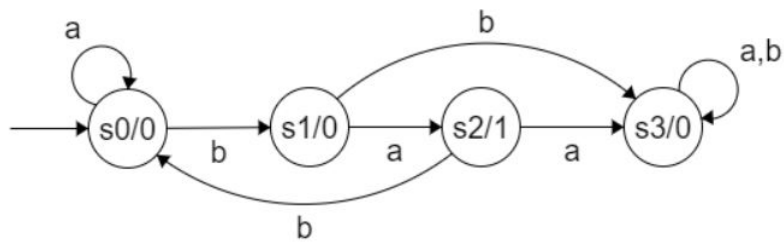
$$y(t) = \begin{cases} x(t) & \text{при } t \text{ нечетном,} \\ \bar{x}(t-1) & \text{при } t \text{ четном;} \end{cases}$$

3.

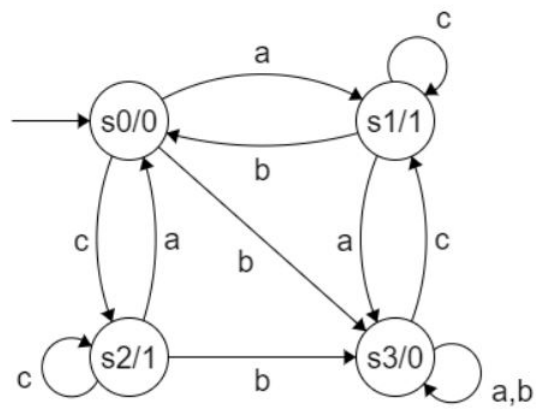
$$y(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t = 1, \\ x(1) & \text{при } t \geq 2; \end{cases}$$

## 2.3 Эквивалентность автомата Мили и Мура

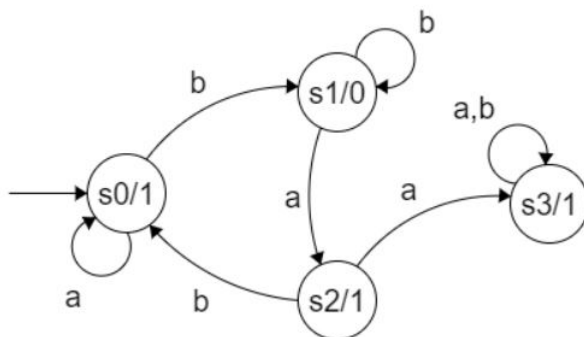
1. Для автомата Мура найти эквивалентный автомат Мили.



(a)

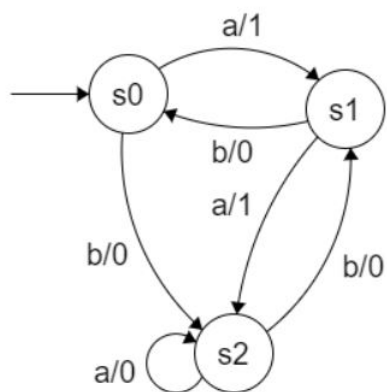


(b)

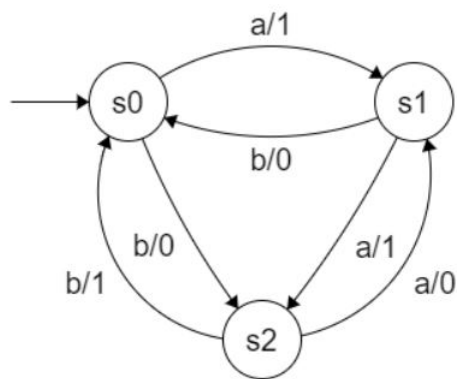


(c)

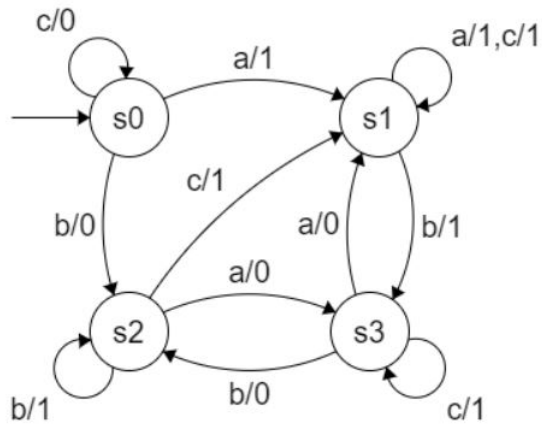
2. Для автомата Мили построить эквивалентный автомат Мура.



(a)



(b)



(c)

## 2.4 Минимизация КА

Во всех следующих задачах необходимо минимизировать КА, заданный в виде автоматной таблицы.

1.

	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$
0	0 / $q_2$	1 / $q_3$	1 / $q_1$	0 / $q_0$
1	0 / $q_3$	1 / $q_1$	1 / $q_2$	0 / $q_1$

2.

	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$
0	1 / $q_3$	0 / $q_6$	1 / $q_1$	0 / $q_4$	1 / $q_5$	0 / $q_0$
1	0 / $q_7$	1 / $q_2$	0 / $q_5$	1 / $q_6$	0 / $q_5$	1 / $q_4$

	$q_6$	$q_7$
0	1 / $q_7$	0 / $q_2$
1	0 / $q_3$	1 / $q_0$

3.

	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$
0	0 / $q_1$	0 / $q_5$	1 / $q_4$	1 / $q_0$	1 / $q_4$	0 / $q_1$
1	1 / $q_5$	1 / $q_3$	1 / $q_0$	1 / $q_4$	1 / $q_5$	1 / $q_0$

4.

	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$
0	1 / $q_5$	1 / $q_2$	1 / $q_4$	0 / $q_0$	1 / $q_0$	1 / $q_0$
1	0 / $q_2$	0 / $q_3$	0 / $q_1$	1 / $q_5$	0 / $q_5$	0 / $q_2$

5.

	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$
0	1 / $q_2$	0 / $q_2$	1 / $q_4$	1 / $q_1$	0 / $q_2$	0 / $q_2$	0 / $q_2$
+	1 / $q_6$	1 / $q_3$	1 / $q_1$	1 / $q_6$	0 / $q_1$	0 / $q_6$	1 / $q_3$
*	0 / $q_4$	0 / $q_1$	0 / $q_3$	0 / $q_6$	1 / $q_5$	1 / $q_4$	0 / $q_6$

6.

	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$
0	+ / $q_1$	+ / $q_0$	0 / $q_0$	+ / $q_2$	0 / $q_1$	+ / $q_2$
1	+ / $q_2$	+ / $q_2$	* / $q_2$	+ / $q_5$	* / $q_2$	+ / $q_3$
2	* / $q_3$	0 / $q_4$	+ / $q_4$	0 / $q_4$	* / $q_5$	0 / $q_4$
3	0 / $q_5$	+ / $q_1$	* / $q_1$	0 / $q_0$	0 / $q_3$	0 / $q_0$

7.

	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$
0	$0/q_3$	$0/q_5$	$0/q_8$	$0/q_6$	$0/q_1$	$0/q_7$
1	$1/q_1$	$1/q_0$	$1/q_0$	$1/q_5$	$1/q_6$	$1/q_3$
2	$0/q_7$	$1/q_4$	$1/q_3$	$0/q_4$	$1/q_3$	$1/q_2$

	$q_6$	$q_7$	$q_8$
0	$0/q_3$	$0/q_1$	$0/q_5$
1	$1/q_8$	$1/q_0$	$1/q_6$
2	$0/q_2$	$1/q_3$	$1/q_7$

8.

	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$
0	$0/q_1$	$1/q_5$	$1/q_6$	$1/q_6$	$0/q_0$	$0/q_5$	$0/q_6$
1	$0/q_2$	$0/q_0$	$0/q_4$	$0/q_8$	$0/q_7$	$1/q_1$	$1/q_3$
2	$1/q_3$	$0/q_8$	$0/q_9$	$0/q_0$	$1/q_9$	$1/q_3$	$1/q_1$

	$q_7$	$q_8$	$q_9$
0	$1/q_5$	$0/q_3$	$0/q_8$
1	$0/q_9$	$0/q_7$	$0/q_2$
2	$0/q_9$	$1/q_1$	$1/q_4$

9.

	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$
0	$1/q_1$	$1/q_2$	$1/q_6$	$1/q_7$	$1/q_9$	$1/q_6$	$1/q_7$
1	$1/q_2$	$0/q_4$	$0/q_9$	$1/q_{11}$	$0/q_1$	$1/q_4$	$0/q_2$
2	$0/q_0$	$1/q_{11}$	$1/q_0$	$0/q_1$	$1/q_{10}$	$0/q_5$	$1/q_3$

	$q_7$	$q_8$	$q_9$	$q_{10}$	$q_{11}$
0	$1/q_1$	$1/q_4$	$1/q_4$	$1/q_9$	$1/q_2$
1	$0/q_6$	$1/q_3$	$0/q_2$	$1/q_7$	$1/q_8$
2	$1/q_5$	$0/q_6$	$1/q_8$	$0/q_{10}$	$0/q_9$

**10. Необходимо минимизировать частичный КАВ**

$A_{вх} = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $B_{вых} = \{00, 01, 10, 11\}$ ,  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , заданный в виде автоматной таблицы:

$A_{вх} / Q$	1	2	3	4	5	6	7
$a$	1 / 00	5 / 00	4 / 11	6 / 11	—	—	—
$b$	5 / 01	4 / 0—	—	6 / 00	7 / 0—	—	2 / — —
$c$	—	—	—	—	—	3 / 00	1 / 00
$d$	—	—	—	2 / 00	4 / 00	—	—
$e$	6 / 10	—	6 / 00	—	—	2 / 10	—

**11. Необходимо минимизировать частичный КАВ**

$A_{вх} = \{a, b, c, d\}$ ,  $B_{вых} = \{0, 1\}$ ,  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , заданный в виде автоматной таблицы:

$A_{вх} / Q$	1	2	3	4	5	6	7	8
$a$	4 / 1	— / —	2 / 1	6 / 0	3 / 1	2 / 0	— / —	7 / 1
$b$	— / —	— / —	— / —	— / —	4 / 1	3 / 1	5 / 0	— / —
$c$	5 / 1	5 / 1	— / —	— / —	— / —	— / —	5 / 0	5 / 0
$d$	7 / 0	— / —	8 / 0	— / —	— / —	— / —	1 / 1	2 / 1

**12. Необходимо минимизировать частичный КАВ**

$A_{вх} = \{a, b, c, d\}$ ,  $B_{вых} = \{0, 1\}$ ,  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , заданный в виде автоматной таблицы:

$A_{вх} / Q$	1	2	3	4	5	6	7	8
$a$	5 / 0	8 / 0	8 / 1	4 / 1	7 / 0	7 / 1	5 / 0	5 / 0
$b$	2 / 1	1 / 1	— / —	— / —	8 / 1	— / —	— / —	7 / 1
$c$	3 / 1	— / —	— / —	5 / 1	7 / 0	4 / 0	— / —	2 / 0
$d$	3 / 0	6 / 0	1 / 0	2 / 1	— / —	— / —	— / —	— / —



**13. Необходимо минимизировать частичный КАВ**

$A_{\text{вх}} = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ ,  $B_{\text{вых}} = \{0, 1\}$ ,  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , заданный в виде автоматной таблицы:

$A_{\text{вх}} / Q$	1	2	3	4	5
$z_1$	2 / 0	3 / 0	3 / 0	— / —	— / —
$z_2$	— / 1	5 / 1	4 / 1	1 / 1	— / —
$z_3$	3 / —	2 / 0	— / —	2 / —	1 / 1
$z_4$	2 / 0	— / —	5 / 0	— / —	— / —

**14. Необходимо минимизировать частичный КАВ**

$A_{\text{вх}} = \{1, 2, 3\}$ ,  $B_{\text{вых}} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Q = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ , заданный в виде автоматной таблицы:

$A_{\text{вх}} / Q$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
1	— / —	$a_4$ / 3	$a_5$ / 5	$a_3$ / 4	$a_1$ / —	$a_1$ / —
2	$a_3$ / 1	$a_1$ / 4	$a_3$ / 3	$a_6$ / —	— / 1	— / 1
3	$a_1$ / 2	— / —	$a_1$ / 3	$a_2$ / 1	$a_5$ / 2	— / —

**15. Необходимо минимизировать частичный КАВ**

$A_{\text{вх}} = \{a, b, c\}$ ,  $B_{\text{вых}} = \{0, 1\}$ ,  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , заданный в виде автоматной таблицы:

$A_{\text{вх}} / Q$	1	2	3	4	5	6	7	8
$a$	7 / 0	7 / 0	8 / 0	8 / 0	7 / 0	5 / 0	1 / 1	3 / 1
$b$	6 / 1	2 / 1	6 / 1	2 / 1	4 / 1	1 / 1	8 / 0	8 / 0
$c$	1 / 0	1 / 0	3 / 0	3 / 0	3 / 0	1 / 0	3 / 0	1 / 0

## 2.5 Абстрактный синтез КАВ

1. Провести абстрактный синтез автомата для управления роботом-упаковщиком, который укладывает в подарочные коробки три предмета: флакон духов, флакон одеколона и коробочку пудры. Робот обладает «зрением» и снабжен тремя манипуляторами.

С помощью зрительного анализатора робот распознает наличие предметов и выдает для автомата сигнал о наличии духов, пудры или одеколона. Элементы, составляющие набор, поступают неравномерно и без определенного порядка, так что, перед роботом, например, может оказаться флакон духов и пудра, но не одеколон.

Один манипулятор имеет захват для взятия стеклянных флаконов, второй – захват коробочек пудры. Третий манипулятор по жесткой программе осуществляет упаковку коробки и сдвигает ее на отходящий конвейер. Следовательно выходные сигналы: ждать, закрыть коробку и сдвинуть, взять духи, взять одеколон, взять пудру.

Цикл работы робота таков, что, начав собирать один из наборов, он должен полностью завершить сборку.

2. Произвести абстрактный и структурный синтез логического устройства «секретный замок», который выдает сигнал тревоги после неправильно набранной комбинации, открывает замок после введения пароля. На панели имеется 4-е кнопки А, В, С, D. Пароль «АСС». Ввод последовательный.
3. Произвести абстрактный и структурный синтез устройства «автоматический контроллер в метро», который работает следующим образом:
  - (а) Сначала горит табло «опустить монету».
  - (b) После опускания монеты загорается табло «ИДИТЕ».
  - (c) Если человек не опустил монету и пошел, то срабатывает датчик  $\Phi_2$  и задвижка.
  - (d) После пересечения луча  $\Phi_1$  переход в начальное состояние.

