МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)
Кафедра Физики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3(2)
по дисциплине «Физика»
Тема: Исследование динамики свободных гармонических колебаний в поле силы тяжести

Студент гр. 9892	____________	Лескин К.А.
Преподаватель	____________	Чурганова С.С.

Санкт-Петербург
2020

Цель работы

Изучение закономерностей колеба- тельного движения тела в однородном поле силы тяжести; исследование процессов превращения энергии в консерва- тивных системах; определение момента инерции физического маятника.

Приборы и принадлежности

Физический маятник; секундомер; масштабная линейка, чертежный треугольник.

Конструкция оборотного маятника представлена на рис. 1. На стержне 1 закреплены два диска – D 1 и D 2. Маятник может быть подвешен на кронштейне к легкой призме, трение в которой пренебрежимо мало.

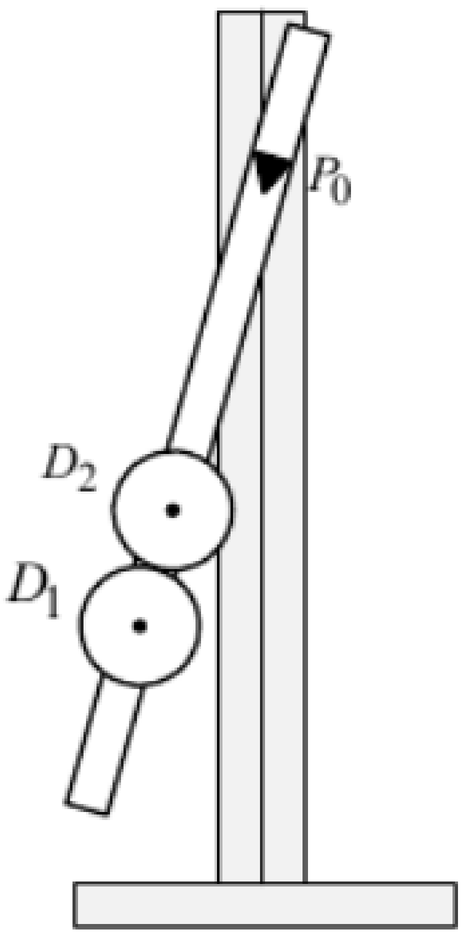

Рис. 1

Основные исследуемые закономерности

Физическим маятником называют тело с распределенной массой (систему тел), ось вращения которого расположена выше центра масс маятника. Период колебаний такого маятника

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgx_c}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}} \tag{1}$$

Для составного маятника масса $m = \sum m_i$. Если m_i – масса $i-$го тела, а x_{ci} – положение его центра масс относительно оси вращения, то положение центра масс относительно оси вращения всего маятника будет $x_c = \dfrac{1}{m}\sum m_i x_{ci}$. Полный момент инерции состоит из моментов инерции всех тел, составляющих маятник $I = \sum I_i$. I_i для каждого тела можно рассчитать по теореме Гюйгенса-Штейнера $I_i = I_{0i} + m_i x_{ci}^2$, где I_{0i} – собственный момент инерции тела, составляющего маятник.

Приведённая длинна физического маятника — такая длина маятника, при которой период математического совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

$$l_0 = \frac{I}{mx_c} = \frac{gT_0^2}{4\pi^2} \tag{2}$$

Полный момент инерции маятника может быть представлен в виде:

$$I = I_0 + m\overline{x_c^2} \tag{3}$$

Если период колебаний маятника определен экспериментально, то из (1) можно найти момент инерции маятника:

$$I = \frac{mgx_cT_0^2}{4\pi^2} \tag{4}$$

Контрольные вопросы

1. Какие колебания называют гармоническими? Объясните смысл требования малости угловой амплитуды колебаний маятника.

   Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному, косинусоидальному) закону.

   Смысл требования заключается в том, что только при малых амплитудах можно приближенно заменить синус угла отклонения на сам угол, как это делается при выводе уравнения колебаний. Благодаря этой замене возвращающая сила оказывается пропорциональной углу отклонения, а это, в свою очередь, означает, что колебания являются гармоническими (то есть происходящими по синусоидальному закону) . Если не предполагать малости амплитуды, то возвращающая сила оказывается пропорциональной не самому углу, а его синусу. Такие колебания гармоническими не являются, и их математическое описание оказывается гораздо более сложным.

2. Какой маятник называют физическим, а какой математическим? Что такое приведенная длина физического маятника? Как ее определить экспери- ментально?

   Физическим маятником называют твердое тело, способное вращаться вокруг невертикальной оси, не проходящей через центр масс тела.

   Математическим маятником называют материальную точку, подвешенную на невесомой и нерастяжимой нити. Период колебаний математического маятника зависит только от его длины l и от ускорения свободного падения g, и не зависит от массы маятника.

   Приведённая длинна физического маятника — такая длина маятника, при которой период математического совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

   Если найти новую ось O', называемую осью качания, относительно которой маятник колеблется с тем же периодом T_0 , что и относительно оси вращения O, то можно найти приведённую длинну физического маятника.

3. Дайте определение центра масс системы тел.

   Центр масс системы — точка, через которую должна проходить линия действия силы, чтобы под действием этой силы система двигалась поступательно (не вращалась).

4. Дайте определение моментов инерции материальной точки и составного тела.

   Момент инерции является мерой инертности тела во вращательном движении и определяет способность тела изменять состояние вращательного движения под действием момента силы (рис. 2).

   Масса реального тела представляется в виде суммы масс составляющих его материальных точек. Соответственно, момент инерции тела есть совокупность моментов инерции его частей, рассматриваемых как материальные точки

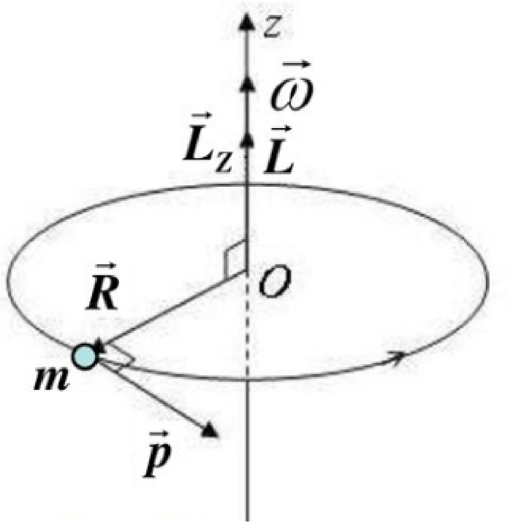

Рис. 2

5. Сформулируйте методику измерений, используемую в лабораторной работе, и опишите лабораторную установку.

   Перед началом проведения эксперимента необходио найти центр масс маятника. После измерения маятник вешается на кронштейн и отклоняется на 5 градусов. Измеряется 10 полных колебаний.

   Конструкция оборотного маятника представлена на рис. 1. На стержне 1 закреплены два диска – D 1 и D 2 . Маятник может быть подвешен на кронштейне к легкой призме, трение в которой пренебрежимо мало.

6. Сформулируйте теорему Штейнера.

   момент инерции I тела относительно произвольной неподвижной оси равен сумме момента инерции этого тела I_c относительно параллельной ей оси, проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями (рис. 3)

$$I = I_c + md^2 \tag{5}$$

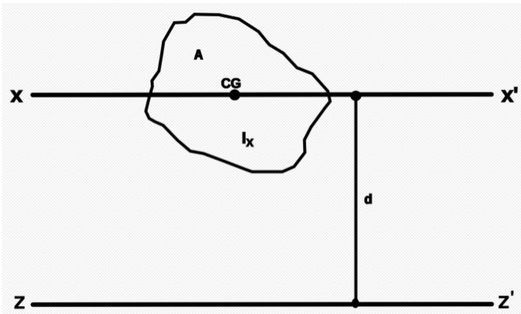

Рис. 3

7. Одинаковы или различны угловые и линейные ускорения и скорости различных точек маятника в фиксированный момент времени при его колебаниях.

   При вращении твердого тела относительно неподвижной оси все его точки движутся с одинаковыми угловыми скоростями и одинаковыми угловыми ускорениями. За положительное направление вращения обычно принимают направление против часовой стрелки.

8. Какие законы используются для описания колебаний физического маятника?

   При небольших углах отклонения α физический маятник так же совершает гармонические колебания. Будем считать, что вес физического маятника приложен к его центру тяжести в точке . Силой, которая возвращает маятник в положение равновесия, в данном случае будет составляющая силы тяжести – сила F.

$$F = -mg\sin(\alpha) \tag{6}$$

   Знак минус в правой части означает то, что сила F направлена в сторону уменьшения угла α. С учетом малости угла α

$$F = -mg\alpha \tag{7}$$

Для вывода закона движения математического и физического маятников используем основное уравнение динамики вращательного движения $I = md^2$ Момент силы: определить в явном виде нельзя. С учетом всех величин, входящих в исходное дифференциальное уравнение колебаний физического маятника имеет вид:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgL}{I}\alpha = 0 \tag{8}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}; T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}} \tag{9}$$

9. Напишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний осциллятора и его решение и объясните физический смысл величин, входящих в это уравнение.

   Дифференциальное уравнение гармонических колебаний осциллятора:

$$\frac{dS}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \tag{10}$$

Фаза $\frac{dS}{dt}$ отличается от фазы S на $\frac{\pi}{2}$ — опережает.

$$\frac{d^2S}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi) \tag{11}$$

Фаза $\frac{d^2S}{dt^2}$ отличается от фазы S на π — опережает.

Из уравнения (11) следует, что гармонически колеблющаяся величина $S(t)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2S}{dt^2} = -S\omega_0^2 \Rightarrow \frac{d^2S}{dt^2} + S\omega_0^2 = 0 \tag{12}$$

– дифференциальное уравнение гармонического колебания.

Общее решение диф. уравнения гармонического колебания имеет вид

$$S = A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t) \tag{13}$$

где A_1, A_2 – произвольные постоянные интегрирования, которые можно найти из начальных условий $t = 0$.

10. Покажите, что максимальные кинетическая и потенциальная энергии тела, колеблющегося по гармоническому закону, совпадают с его полной механической энергией.

 Потенциальная энергия при достижении амплитудного значения угла отклонения маятника равна:

$$W_{pm} = mgh_c = mgx_c(1 - \cos\varphi_m) = 2mgx_c \sin^2 \frac{\varphi_m}{2} \qquad (14)$$

 где h_c высота поднятия центра масс маятника при его максимальном отклонении от положения равновесия, x_c – положение центра масс маятника относительно его точки подвеса, φ_m аксимальный угол отклонения маятника от положения равновесия.

 При малых углах отклонения маятника (до $20°$) максимальная потенциальная энергия равна:

$$W_{pm} \approx \frac{1}{2} mgx_c\varphi_m^2 \qquad (15)$$

 Максимальная кинетическая энергия физического маятника

$$W_{km} = \frac{I\omega_m^2}{2} = \frac{mgx_cT_0^2\omega_m^2}{8\pi^2} \qquad (16)$$

 где момент инерции маятника выражен по формуле (3) через период его ко- лебаний. таким образом, закон сохранения полной механической энергии включает в себя максимальные кинематическую и потенциальную энергии

$$W = W_k + W_p = W_{km} = W_{pm} = const \qquad (17)$$