

Матрично-векторное дифференцирование

Основная часть.

Задача 1. (4 балла) Найдите $f'(t)$ и $f''(t)$ функции $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(t) = \det(A - tI_d), \quad A \in \mathbb{S}^d,$$

при $\det(A - tI_d) \neq 0$.

Задача 2. (8 баллов) Найдите $\nabla f(x)$ и $\nabla^2 f(x)$ функции $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$:

2.1. (4 балла)

$$f(x) = \frac{1}{2} \|A - xx^\top\|_F^2, \quad A \in \mathbb{S}^d.$$

2.2. (4 балла)

$$f(x) = \langle x, x \rangle^{\langle x, x \rangle},$$

при $x \neq 0$.

Задача 3. (8 баллов) Найдите $\nabla f(X)$ и $d^2 f(X)$ функции $f : \mathbb{S}_{++}^d \rightarrow \mathbb{R}$:

3.1. (4 балла)

$$f(X) = \langle (A + X)^2, (BX^{-1} + C) \rangle, \quad A, B, C \in \mathbb{R}^{d \times d}.$$

3.2. (4 балла)

$$f(X) = (\det(X))^{1/d}, \quad d \in \mathbb{R}.$$