行列式

題目敘述:

行列式（Determinant），記作det(A)或 |A|，是一個在方塊矩陣上計算得到的純量。行列式可以看做是有向面積或體積的概念在一般的歐幾里得空間中的推廣。或者說，在歐幾里得空間中，行列式描述的是一個線性變換對「體積」所造成的影響。無論是在線性代數、多項式理論，還是在微積分學中（比如說換元積分法中），行列式作為基本的數學工具，都有著重要的應用。

行列式的降階方法如下:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \cdot \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \cdot \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \cdot \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

二階行列式的計算方式如下:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

東東目前正在準備考研所以要學習線性代數，他一直很困擾要如何計算方陣的行列式值，請你幫東東設計一個程式讓他能快速算出行列式值。

輸入說明:

輸入的每一行包含多筆測資(也就是要你用while(scanf…!=EOF))。一個測資第一行包含一個整數 N。接下來有 N 行，每行上有 N 個整數 Aij (-100 <= Aij <= 100) 。

Easy Version：
N最多為8，且測資一次數量<100。

Normal Version：
N最多為10，且測資一次會有1萬筆。

輸出說明:

det(A) 可能很大，輸出 mod 100000007 的答案即可。

範例輸入1:

```
2
3 4
1 2
3
-9 -18 -27
0 -5 -7
6 -1 3
2
-1 1
1 1
```

範例輸出1:

```
2
144
100000005
```

HINT:

行列式展開, 更...regular 取自wiki

餘因式 [編輯]

又稱「餘子式」、「餘因子」。參見主條目餘因式。

對一個n階的行列式M，去掉M的第i行第j列後形成的$n-1$階的行列式叫做M關於元素m_{ij}的**餘因式**。記作M_{ij}[41]。

$$M_{ij}=\begin{vmatrix} m_{1,1} & \dots & m_{1,j-1} & m_{1,j+1} & \dots & m_{1,n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ m_{i-1,1} & \dots & m_{i-1,j-1} & m_{i-1,j+1} & \dots & m_{i-1,n} \\ m_{i+1,1} & \dots & m_{i+1,j-1} & m_{i+1,j+1} & \dots & m_{i+1,n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ m_{n,1} & \dots & m_{n,j-1} & m_{n,j+1} & \dots & m_{n,n} \end{vmatrix}$$

代數餘子式 [編輯]

M關於元素m_{ij}的**代數餘子式**記作C_{ij}。$C_{ij}=(-1)^{(i+j)}\cdot M_{ij}$[41]。

行列式關於行和列的展開 [編輯]

一個n階的行列式M可以寫成一行（或一列）的元素與對應的代數餘子式的乘積之和，叫作行列式按一行（或一列）的展開。

$$\det M=\sum_{i=1}^{n} m_{i;j}C_{i,j}$$

$$\det M=\sum_{j=1}^{n} m_{i;j}C_{i,j}$$