Questo documento è stato scritto utilizzando appunti integrativi presi a lezione sul libro di appunti di Fisica Sperimentale del Prof. Luca Venturelli.

CINEMATICA

E' lo studio del moto dei corpi, indipendentemente dalle sue cause. Possiamo studiare il caso del corpo senza dimensioni spaziali - quindi un punto, una particella che ha massa ma non volume - il caso del moto su una sola direzione (rettilineo). Quando si studia un moto lo si descrive; ma il moto è relativo, viene visto in modi diversi in base a come varia la particella di cui studiamo il moto rispetto ad un sistema di riferimento fissato.
Spostamento = cambiamento di posizione. In generale diciamo che è caratterizzato da una direzione, un verso ed un intensità. Caso 1D: abbiamo xf e xi => delta_x = xf - xi

Si sceglie di rappresentare un SdR come un sistema di assi ortogonali, descrivendo il moto come una funzione, spostamento in funzione del tempo che scorre.
I sistemi di riferimento sono usati per misurare le grandezze vettoriali delle particelle.

MOTO IN DUE E TRE DIMENSIONI

In generale i corpi si muovono su traiettorie non rettilinee; sfruttiamo dunque la struttura formale dei vettori per descrivere il moto delle PTC nello spazio.
Spostamento: il vettore spostamento delta_r è un vettore che va da r uno a r due ed è uguale a delta_r = r_1 - r_2
Velocità vettoriale media: rapporto tra lo spostamento delta_r e l'intervallo di tempo durante il quale la ptc subisce tale spostamento
Velocità vettoriale istantanea: limite della velocità vettoriale media quando l'intervallo delta_t tende a zero.=> derivata prima dello spostamento in funzione del tempo su derivata prima del tempo
Accel. Media: rapporto tra variazione di velocità delta_v che la PTC subisce e il rispettivo intervallo di tempo delta_t
Accel. Istant: limite delal accel media quando delta_t tende a zero + (in derivate)

MOTO DEI PROIETTILI

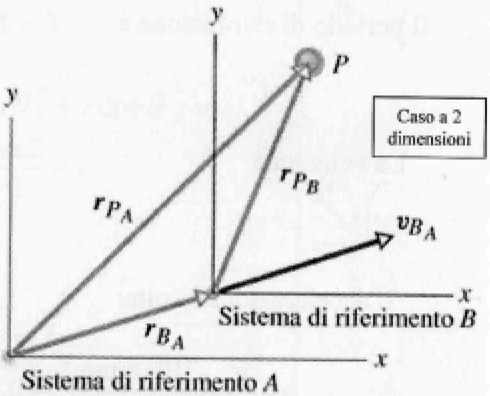
Proiettile: PTC dotata di una certa velocità iniziale v_zero in caduta libera (accel gravità)
Di solito consideriamo questo moto trascurando la resistenza dell'aria.(velocità relativ basse)
DIM p1
Il moto verticale e quello orizzontale sono indipendenti. Il moto verticale rimane lo stesso qualunque sia la componente orizzontale del moto.
Traiettoria: insieme delle posizioni occupate dalla PTC nel suo moto (funzione di x e yn non t) = > è l'equazione di una parabola. Moto dei proiettili è parabolico
ANCHE SE RIMUOVO IL TEMPO, RIMANE LA DIPENDENDENZA PERCHE' X ED Y SONO IN FUNZIONE DI QUEST'ULTIMO IN OGNI CASO
Gittata: orizzontale, è al distanza coperta dal proiettile tra il punto di lancio e il prossimo alla stessa quota. Lo trovo ponendo y=0 nell'eq della traiettoria
DIM proiettile bersaglio p36V

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

Moto lungo una circonferenza (o parte di essa) percorsa con velocità in modulo costante.
Il modulo non cambia ma la velocità sì: cambia direzione affinché sia sempre tangente alla circonferenza => moto accelerato
Accelerazione centripeta: condotta radialmente verso il centro della circonferenza
TRA VELOCITÀ (LINEARE) E ACCEL SMEPRE 90 GRADI

MOTO RELATIVO TRASLATORIO

Il moto è un concetto relativo (casa ferma rispetto a terra ma non sole). Non esistono SdR "migliori" ma solo comodi.



Consideriamo 2 SdR. Il SdR B è in moto rispetto ad A come pure il SdR A è in moto rispetto a B. Supponiamo che il moto tra i 2 SdR sia un moto di sola traslazione senza rotazione.

Sia v_{BA} la velocità di B rispetto ad A. Sia P una ptc. in moto.

Vogliamo determinare le relazioni tra le grandezze cinematiche di P viste dai 2 SdR

- Relazione tra le posizioni $\boxed{\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{BA} + \vec{r}_{PB}}$
- Relazione tra le velocità $\frac{d\vec{r}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{BA}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{PB}}{dt} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{BA} + \vec{v}_{PB}}$
- Relazione tra le accelerazioni $\frac{d\vec{v}_{PA}}{dt} = \frac{d\vec{v}_{BA}}{dt} + \frac{d\vec{v}_{PB}}{dt} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{BA} + \vec{a}_{PB}}$

Nel caso che v_{BA} sia costante (moto tra i 2 SdR è rettilineo uniforme) risulta $a_{BA} = 0$ e quindi

$$\boxed{\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}}$$

L'accelerazione vista dai 2 SdR è la stessa (mentre sono viste diversamente le posizioni e le velocità)

Fisica Sperimentale I - L. Venturelli 40

DINAMICA

Studia il moto delle PTC in relazione alle cause, cioè le forze, che lo determinano. Il moto non è necessariamente collegato ad azioni di spinta o traino.

(Assumiamo: velocità molto minori luce (meccanica relativistica) e corpi con dimensioni non atomiche (meccanica quantistica))

Forze

DEF: Prima si credeva che la velocità fosse proporzionale alla forza agente: Galileo scopre che i **corpi cadono con accelerazione costante e non vel costante** = > la **forza produce l'accelerazione** e non la velocità!
Il comportamento di un corpo è influenzato dalla presenza di altri corpi. L'interazione tra i corpi diminuisce allontanandoli fra loro. L'azione conseguente all'interazione è definita quantitativamente dalla grandezza forza. Gli effetti delle forze sono di modificare lo stato di moto e deformare i corpi.
In realtà anche le forze di contatto non sono di vero contatto: gli atomi di una mano non toccano davvero gli atomi di un oggetto che sta spostando.

FORZA: sfruttando il suo effetto statico (deformazione) dico che: la forza è quella grandezza che viene misurata col dinamometro
(appendendo forze diverse avrò deformazioni diverse)

"Una forza può avere nature diverse: interazioni nucleari, elettromagnetiche, attrito, gravitazione, tensione.."

=> per definire un vettore serve verso, dir, intensità e soddisfare la regola della somma
La forza ha tutti questi e per dimostrare la somma: posso usare fili e carrucole per cambiare direzione di una forza senza cambiare modulo = > **LA FORZA E' UNA GRANDEZZA VETTORIALE** e quando si hanno più forze la risultante è la loro somma (**Principio di sovrapposizione**)

Unità di misura: usando il SI vediamo che la forza è una grandezza derivata = [kg * m/s^2]
Quindi 1 Newton è la forza da applicare ad un kg di massa per ottenere una accel di 1 m/s^2

*PRIMO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

In cinematica SdR è puramente arbitrario. In Dinamica utilizzo una classe di SdR dove le leggi fondamentali hanno una stessa forma definita.
Per dire che una particella è in equilibrio di solito si dice che la risultante deve essere zero
=> condizione non sufficiente: perché se la risultante è zero ma il corpo era già in moto uniforme allora il corpo continuerebbe nel suo moto uniforme indisturbato

Idea per principio di Inerzia: Se una particella non è soggetta a forze sbilanciate allora essa ha velocità vettoriale costante (eventuale caso particolare avrà vel nulla)
"Lo stato naturale di un corpo è il moto rettilineo uniforme"

Se una traiettoria rettilinea in un SdR può essere curva in un'altro => bisogna trovare gli SdR precisi perché il principio d'inerzia possa valere, lo chiameremo **SdR inerziale**
ESEMPIO: centro nel sole con gli assi nelle direzione delle stelle fisse (galassie); una approssimazione può essere anche qualsiasi SdR solidale alla terra che ruotando sul suo

asse soddisfa la legge d'inerzia solo parzialmente (la rotazione provoca una leggera forza fittizia quindi non è rigoroso)

Th: se esiste un SdR inerziale, allora ne esistono infiniti; sono tutti quelli con moto di traslazione rettilinea uniforme rispetto a quello dato.

Corpo isolato: non soggetto a forze
Corpo libero: corpo isolato (no forze) o soggetto a forze bilanciate dunque Fnet = 0

Riformulando il principio d'inerzia avrò il
PRIMO PRINCIP. DINAMICA: esistono infiniti SdR detti inerziali, rispetto ai quali ogni singola PTC libera ha velocità costante.

=> per principio ho formulato l'esistenza di una classe di SdR dove i vettori velocità sono costanti tra loro (per paragone, la velocità sarà costante rispetto alla terra)
=> senza forze non c'è accelerazione per quanto riguarda gli SdR inerziali

SECONDO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

I vettori forza e accelerazione sono paralleli e con verso uguale => sono proporzionali! Sperimentalmente ci accorgiamo che la costante che li lega è la massa del corpo su cui si esercita la forza.

SECONDO PRINC. DINAMICA: in un SdR inerziale (= ammesso il primo princ), ogni volta che un corpo ha moto accelerato esiste almeno una forza responsabile di tale accelerazione. Tra la forza risultante e la accelerazione esiste IN OGNI ISTANTE:

$$F = m*a$$

DEF: La **massa** è una misura di come il corpo tende a conservare la propria velocità. E' una proprietà intrinseca della materia, "dipende dalla quantità di materia stessa". Vediamo quindi che a pari forza, se un corpo ha più massa avrà accelerazione minore, si opporrà di più al cambiamento di velocità = inerzia maggiore. a= F/m

Se ho forza nulla, avrò accelerazione nulla. Ma quindi il secondo principio è un caso particolare del primo? No, perchè il primo principio serve a sancire il pretesto, il contesto in cui vale e si può applicare il secondo, quindi viene prima: enuncia cos'è un SdR inerziale.

Forza Gravitazionale

Def: forza agente su un corpo in seguito all'attrazione dovuta ad un altro (interazione senza contatto) Normalmente ci si riferisce alla forza agente sul corpo diretta radialmente verso il centro della terra, perpendicolare al terreno (che assumiamo essere un SdR inerziale)
Caduta libera:

$$F_g = m*g \qquad F_g = -F_g*j = m*(-g)*j$$

Forza Peso

Def: il peso P di un corpo è il modulo della forza (P) che controbilancia la Fg misurata nel SdR della superficie terrestre

$P = | Fg | = m*g$ (ricavato da 2^ principio con P+Fg=0)

Forza Normale

Un effetto delle forze è la deformazione del corpo.
Il corpo preme sul tavolo per la gravità e questo si deforma e spinge con una forza N perpendicolare alla superficie. $N + Fg = m*a$ $N=m*(g+ay)$

Attrito vedi più avanti (forza che si oppone al moto di scivolamento su una superficie)

Tensione

Un filo collegato a un corpo e tirato si dice essere **sotto tensione**. Quindi sul corpo agirà una forza di tensione detta **T** diretta lungo la direzione del filo.

***Filo inestensibile** = ogni infinitesimo di corda ha la stessa accelerazione

Forza Elastica

Forza ottenuta si contrappone alle deformazioni dovute all'allungamento, per riportare la molla alla lunghezza iniziale.

TERZO PRINCIPIO DELLA DINAMICA

Il comportamento di un corpo è influenzato dalla presenza di altri corpi: essi interagiscono e i corpi esercitano delle forze tra loro. Ad esempio una cassa con un libro appoggiato accanto avremo il libro che esercita una forza verso la cassa ma anche la reazione normale della cassa.

TERZO PRINC. DINAMICA: Quando due corpi interagiscono, le forze esercitate da un corpo sull'altro sono uguali in modulo e direzione ma opposte in verso ed agiscono lungo la stessa retta di applicazione. $F(bc) = - F(cb)$
=> vale anche per i corpi in moto
=> le due forze sono dette coppia di forze azione-reazione
=> le 2 forze delle coppie sono applicate a corpi diversi (oggetto e terra) (non oggetto appoggiato ad un tavolo con f gravità e normale)

ATTRITO

Def: Sono forze di contatto che si oppongono al moto. Un corpo che scivola su un piano orizzontale prima o poi si fermerà.
Questa forza è dovuta alla *forza tra gli atomi superficiali* dei due corpi. L'area di contatto risulta microscopica è una minuscola frazione di quella macroscopica perché la materia non è rigorosamente uniforme dunque ci saranno delle *punte di contatto* dove la pressione è alta e genera legami tra le molecole delle superfici.
Quindi gli atomi si fondono, ma durante il moto queste saldature si rompono in continuazione (se la forza applicata è superiore a quella di attrito). Vedi avanti per Eth

Modello: corpo solido di massa m su una superficie solida piana.

- Fermo: Fg + N = 0

- Se applico una Fzero poco intensa parallela al piano, il corpo non si muoverà per lo svilupparsi di una forza uguale ed opposta detta **ATTRITO STATICO**. Posso aumentare l'intensità di Fzero fino a una certa soglia: quello sarà il **valore massimo** della f_attrito statica. Dunque la f_statica aumenta da 0 fino a f_max.
- Nel momento in cui io applico una forza sufficientemente intensa, avremo il moto. Ma esisterà sempre una f_k **ATTRITO DINAMICO** che si oppone al moto.
  F + f_k = m*a   f_k <= f_smax
  Una volta che il corpo è in movimento, la **forza d'attrito dinamica scende fino ad un valore** (in media) **fisso** a f_k = (mu_k)*N   (coeff attrito dinamico)
- Dopo che il corpo è stato messo in moto, se applico una F3 tale che la velocità sia costante avrò   F3 + f_k = 0   F3 costante e anche f_k

ATTRITO **RADENTE**: dallo scivolamento e rotolamento di e tra corpi solidi ed asciutti
"Attrito rotolamento molto minore raramente, conviene far rotolare che strisciare"
ATTRITO **VISCOSO**: tra un solido ed un fluido

RESISTENZA MEZZO p 57V e dal resnick p110

Se tra un fluido ed un corpo solido si instaura moto relativo, l'attrito viscoso produrrà una resistenza D che si oppone al moto. L'intensità è legata alla velocità relativa ed a un coefficiente C, dalla densità del fluido e dall'area di sezione efficace del corpo (= area di sezione massima sul piano perpendicolare alla velocità relativa v)
=> risulta una D funzione crescente della velocità v

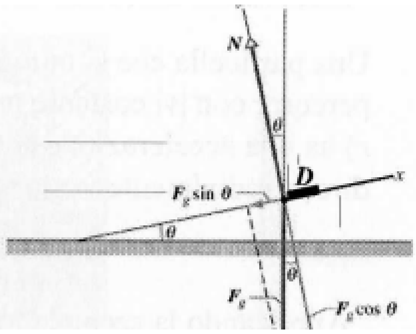
Per un proiettile/caduta libera (paracadutista)

$$\begin{cases} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{F} = \vec{F}_g + \vec{D} \end{cases}$$

Se il moto è vincolato (sciatore su piano inclinato)

$$\begin{cases} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{F} = \vec{F}_g + \vec{D} + \vec{N} \end{cases} \rightarrow \vec{F}_g + \vec{D} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$\rightarrow \begin{cases} D - F_g \sin\theta = ma_x \\ F_g \cos\theta - N = 0 \end{cases}$$



In ogni caso D è un equazione differenziale della velocità v (parallela al piano o verticale per la caduta libera) => velocità cresce con tempo, massa e angolo
Decresce con C*rho*A (costante, densità e area utile)

Posso pensare di trovare la velocità limite ponendo a = 0 (cerco v che ha smesso di crescere in sostanza)

$$\frac{1}{2}C\rho A v_x^{\,2} - mg\sin\theta = m\frac{dv_x}{dt} \qquad (*)$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g \sin\theta}{C\rho A}}$$

Quindi lo sciatore va + veloce se: diminuisce A con la posizione a uovo // aumenta Fg incrementando la massa muscolare.

MOTO CIRCOLARE UNIFORME E FORZA CENTRIPETA

Def: PTC che si muove di moto circolare uniforme (= percorre con |v| costante un arco di circonferenza di raggio r) ha una ACCELERAZIONE CENTRIPETA di modulo costante diretta RADIALMENTE verso il centro.
Non è una nuova forza, può essere dovuta a diversi tipi: forza d'attrito (macchina che curva), navicella (forza gravitazionale) o disco che gira (tensione)

*SDR NON INERZIALI vedi le DIM p2

Esempio: Passeggero in piedi su una bilancia in un ascensore. L'ascensore non è inerziale; ha una accelerazione rispetto alla terra

1* a = 0 => N=m*g, la risultante è nulla (F=m*a=m*0) e quindi il peso è lo stesso di quando l'ascensore è fermo (inerziale)

2* a verso l'alto => N = m*(a+g) > m*g
PESO APPARENTE > PERCHE' A VERSO L'ALTO COMPRIME L'UOMO CONTRO LA BILANCIA

3* a verso il basso:
Caso |*a*| < *g* => N=m*(g-a) < mg PESO DI MENO PERCHE' CONTRASTO LA GRAVITA'
Caso *a* = *g* => N=0 quindi CADUTA LIBERO, NON PERCEPISCO PESO
Caso |*a*| < *g* => N = 0 PASSEGGERO SI STACCA DALLA BILANCIA
L'ascensore scende più veloce della gravità quindi l'uomo "fluttua"

*DINAMICA NEI SDR NON IN
Le leggi di Newton valgono solo con SdR inerziali (perché è necessario soddisfare il primo principio)
Ma le forze sono interazioni tra corpi e quindi non dipendono dal SdR. <u>Se gli SdR non sono inerziali, allora l'accelerazione è relativa al Sistema di Riferimento</u> => perché gli SdR misurano l'accelerazione ma se hanno un'accelerazione relativa tra SdR allora risulteranno valori differenti.

Vedi DIM p2 e 3 quaderno

La differenza di accelerazione tra un SdR inerziale ed uno Non Inerziale mi permette di determinare una

DEF: si dice **forza fittizia** una qualsiasi forza non riconducibile a nessuna interazione, quindi si dirà avere origini cinematiche (di tipo osservativo/descrittivo) ed è quella che ci fa vedere una persona venire scagliata in avanti quando inchiodo in macchina se SdR macchina; la persona proseguire di moto rettilineo uniforme se osservo dal marciapiede.

LAVORO ED ENERGIA

Il moto di un corpo si può studiare con le leggi della Dinamica che usano la grandezza forza. Un'analisi alternativa usa la grandezza energia.
VANTAGGI: l'energia è una quantità scalare e quindi si tratta più facilmente di un vettore. Inoltre l'energia si conserva = è costante nel tempo.
DEF: l'energia è una **grandezza scalare** associata allo **stato** di un sistema
Ma esistono diversi tipi di energia ed è un concetto legato a quello di lavoro.

ENERGIA CINETICA

DEF: energia cinetica K di un corpo K= ½*m*v^2
Questa quantità viene introdotta per descrivere lo **stato di moto di un corpo** (in funzione della velocità!)
Questa definizione vale solo per velocità molto minori di quella della luce e K dipende dal SdR (perché la misura della velocità relativa dipende dal SdR)

LAVORO

Considero una forza applicata sull'oggetto dall'esterno: questa varierà la velocità dell'oggetto e dunque l'energia cinetica dell'oggetto. Definiamo questa variazione dicendo che la forza trasferisce energia=>

DEF: Il lavoro L è l'**energia trasferita** a un corpo o da un corpo per mezzo dell'applicazione di una forza che agisce sul corpo stesso. Se il corpo acquista energia, L>0 (concorde allo spostamento); Se il corpo perde energia, L<0 (discorde allo spostamento).

Il lavoro compiuto da una forza costante F (=accel costante) su un corpo puntiforme durante uno spostamento rettilineo D è pari a

L = F ° D (prod scalare)
L = F*d*cos(phi)

Questa definizione ci fa comodo perché possiamo dire L = delta_K
Osservazioni: il lavoro è nullo se i due vettori F e D sono perpendicolari.
Il lavoro rispetta il principio di sovrapposizione quindi il lavoro totale svolto da più forze è uguale alla somma dei singoli lavori => il lavoro totale è il lavoro della forza risultante

Th: Supponendo una forza costante posso enunciare l'equazione: (v.d.)

$$\boxed{\Delta K = K_f - K_i = L} \qquad \boxed{K_f = K_i + L}$$

Lavoro Forza di Gravità

Considerò una PTC lanciata verso l'alto con v_zero. L'energia cinetica iniziale è

K_i = ½*m*v_zero

La PTC è rallentata dalla forza di gravità che compie un lavoro (in quanto la forza/accelerazione è costante e lo spostamento è rettilineo)

Lg = Fg ° D = m*g*d*cos(phi) = m*g*d*cos(180) = –mgd

"Lg < 0 perchè K diminuisce e perchè Fg è parallela con verso opposto al moto"

Quando v diventa zero il corpo si ferma per un istante e ricomincia immediatamente a cadere => phi è diventato uguale a zero perchè Fg e il moto sono ora paralleli e con verso uguale. Lg = Fg ° D = +m*g*d

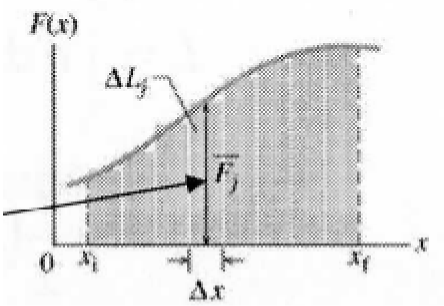
Ora la Fg compie lavoro positivo sulla PTC trasferendo quantità di energia mgd a favore di K.

Lavoro Forza che solleva o abbassa un corpo

Vedi quaderno mi sono rotto

LAVORO FORZA VARIABILE

Unidimensionale



Considero una forza F = F(x) e rappresento un grafico con F diretta come l'asse x e modulo dipendente dalla posizione x.

Siccome F è variabile (ma in realtà posso anche usare questo ragionamento solo perchè è generalizzato e applicarlo alle forze non variabili) non posso usare L = F*d*cos(phi)

Suddivido xi posizione di partenza di applicazione della forza e xf e suddivido l'intervallo in tanti segmenti delta_x lunghi uguali. Più questi segmenti sono piccoli più posso dire che => F è costante nell'intervallo

DUnque così approssimo e posso dire che vale L = F*d*cos(phi)

Chiamerò Fj_med il valore medio della forza nell'intervallo delta_xj e e considerati tutti i segmenti potrò dire che =>

$$L \approx \overline{F}_1 \Delta x_1 + \overline{F}_2 \Delta x_2 + \ldots + \overline{F}_n \Delta x_n = \sum_{j=1}^{n} \overline{F}_j \Delta x$$

Il valore esatto posso trovarlo servendomi dell'integrale

$$L = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{j=1}^{n} \overline{F}_j \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$$

Tridimensionale

Mi basta considerare una forza variabile (suppongo sempre per la posizione) e dirò F = F(r)

Considero uno spostamento infinitesimo *dr* e potrò scrivere

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz \qquad L = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} dL = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

TH ENERGIA CINETICA

Posso dimostrare la validità del th dell'energia cinetica per le forze variabili (=> di conseguenza anche per quelle costanti)

$$\boxed{\Delta K = K_f - K_i = L}$$

Attenzione: vale solo per i corpi puntiformi perchè altrimenti non è detto che per corpi reali la variazione di energia cinetica sia dovuta solo a forze esterne ma potrebbero contare anche le forze interne al corpo

Dimostrazione (nel caso unidimensionale):

Per calcolare il lavoro compiuto da F durante lo spostamento della particella da x_i a x_f usiamo (****) e ricordando la seconda legge del moto

$$L = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx = \int_{x_i}^{x_f} ma\,dx$$

Ma $\quad ma\,dx = m\frac{dv}{dt}dx \quad$ e $\quad \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx}v \quad$ e quindi

$$ma\,dx = m\frac{dv}{dx}v\,dx = mv\,dv$$

Si ottiene $\quad L = \int_{v_i}^{v_f} mv\,dv = m\left[\frac{v^2}{2}\right]_{v_i}^{v_f} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = K_f - K_i = \Delta K$

*CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

Introduzione energia cinetica qui.

FORZE CONSERVATIVE

Sono una classe di forze per cui è possibile definire il concetto di energia potenziale.

DEF: una **forza conservativa** è una forza il cui lavoro svolto su una PTC che si muove lungo un qualunque percorso chiuso è nullo
Ex: gravità, elastica, elettrica => non conservative sono attrito dinamica, tensione

Le forze non conservative sono forze dissipative che trasformano un certo quantitativo di energia in energia termica (o comunque non meccanica)

Th: condizione necessaria e sufficiente perché una forza sia conservativa è che il lavoro svolto dalla forza su una particella che si muove tra 2 punti qualsiasi non dipenda dal particolare percorso seguito.

Corollario: per calcolare il lavoro di una forza conservativa possiamo scegliere il percorso più comodo, una volta fissati punto iniziale e finale.

$$\Delta U = -\int_{\vec r_i}^{\vec r_f} \vec F(\vec r)\cdot d\vec r = -\int_{y_i}^{y_f} \vec F(y)\cdot (dy\,\hat j) = -\int_{y_i}^{y_f} (-mg\,\hat j)\cdot (dy\,\hat j) =$$

$$= -\int_{y_i}^{y_f} (-mg)dy = mg\int_{y_i}^{y_f} dy = mg(y_f - y_i)$$

E quindi $\quad U_f - U_i = mg(y_f - y_i)$

A una generica quota y si ha:

$$\boxed{U(y) = U_i + mg(y - y_i)} \quad \boxed{\text{Energia potenziale gravitazionale}}$$

Se poniamo $\quad U(y_i) = U_i = 0 \quad$ per $\quad y_i = 0$

otteniamo $\quad \boxed{U(y) = mgy} \quad$ con $\quad U(y_i) = 0 \quad$ per $\quad y_i = 0$

$$\Delta U = -\int_{\vec r_i}^{\vec r_f} \vec F(\vec r)\cdot d\vec r = -\int_{x_i}^{x_f} \vec F(x)\cdot (dx\,\hat i) = -\int_{x_i}^{x_f} (-kx\,\hat i)\cdot (dx\,\hat i) =$$

$$= -\int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = k\int_{x_i}^{x_f} x\,dx = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

L'energia potenziale è

$$\boxed{U = U_i + \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}kx_i^2} \quad \boxed{\text{Energia potenziale elastica}}$$

Se poniamo $\quad U(x_i) = U_i = 0 \quad$ per $\quad x_i = 0$

otteniamo $\quad \boxed{U(x) = \frac{1}{2}kx^2} \quad$ con $\quad U(x_i) = 0 \quad$ per $\quad x_i = 0$

*ENERGIA POTENZIALE

DEF: è l'energia - una quantità scalare, che **associamo ad una configurazione** di un sistema di corpi in cui agiscono forze conservative.
Definiamo la variazione di energia potenziale delta_U di un sistema come l'opposto del lavoro svolto da una forza conservativa su una particella entro il sistema

Osservo: $L > 0 \Leftrightarrow U_f < U_i \qquad L < 0 \Leftrightarrow U_f > U_i$

DEF: l'energia potenziale **gravitazionale** associata ad un sistema PTC-pianeta dipende dalla posizione verticale y della PTC rispetto alla posizione di riferimento y=0
DEF: l'energia potenziale **elastica** associata ad un sistema blocco-mo0lla dipende dalla posizione x rispetto ad un riferimento x = 0 che si fa coincidere la posizione di riposo della molla

*CONSERVAZIONE E MECCANICA

Vedi conservazione energia totale qui.
Condizioni: il sistema è isolato (= non trasferisce né energia né materia con l'ambiente)
le forze agenti sui corpi del sistema sono conservative

DEF: l'**energia meccanica** E di un sistema è la somma dell'energia potenziale del sistema e dell'energia cinetica dei corpi che compongono il sistema

Il th dell'energia cinetica ci dice che delta_K = L mentre per le forze conservative vale delta_U = - L e quindi:

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1)$$

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

=> la somma K + U in un qualsiasi stato è uguale alla somma K + U in qualunque altro stato
=> l'energia cinetica e potenziale, prese individualmente, possono variare ma la loro somma rimane costante nel tempo e nello spazio. ex oscillatore
=> è una conveniente alternativa all'uso della II legge della Dinamica

LAVORO FORZA ESTERNA

Invece di supporre il sistema isolato, ora ammetto interazione con l'ambiente esterno. Dato un insieme di corpi, la scelta del sistema è completamente arbitraria; un sottoinsieme di corpi sarà il sistema e il resto l'ambiente esterno.

DEF: un **lavoro esterno** svolto su un sistema rappresenta l'energia trasferita al (o dal) sistema per mezzo di una forza esterna

Sistemi e attrito

Se considero un sistema isolato e con sole forze conservative allora varrà la conservazione dell'energia meccanica: delta_E = delta_K + delta_U = 0 E = U + K = costante

Se considero un sistema non isolato verifico sperimentalmente che l'energia non si conserva e quindi dirò che

$$\boxed{\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = L_{\text{est}}}$$

$$\begin{array}{lll} L_{\text{est}} > 0 \ \text{lavoro entrante} & \Leftrightarrow & \Delta E_{\text{mec}} > 0 \\ L_{\text{est}} < 0 \ \text{lavoro uscente} & \Leftrightarrow & \Delta E_{\text{mec}} < 0 \end{array}$$

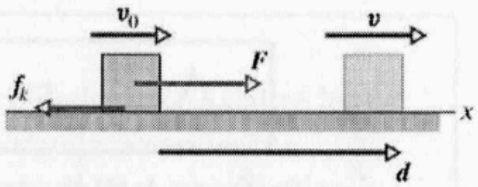
Attrito: se la forza esterna coinvolta è l'attrito allora si vede sperimentalmente che la somma della variazione dell'energia meccanica e termica risulta uguale al lavoro esterno.

$$\Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{th}} = L_{\text{est}}$$

L'energia termica è legata all'attrito dinamico che scalda rompendo le saldature a freddo.

Esempio: blocco che scivola su un piano con attrito
Consideriamo una forza costante che tira il blocco per uno spostamento d.
La Legge del Moto per il blocco di massa m ci dice:

$$F - f_k = ma$$



Essendo costante l'accelerazione, vale

$$v^2 = v_0^2 + 2ad$$

Possiamo scrivere

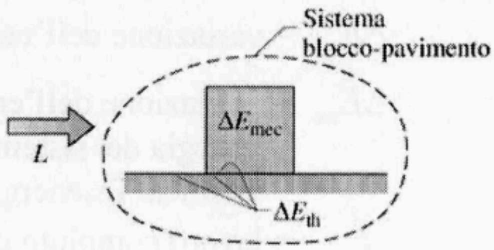
$$Fd = mad + f_k d = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d = \Delta K + f_k d$$

Se il piano fosse inclinato ci sarebbe anche variazione dell'energia potenziale gravitazionale e quindi più in generale possiamo scrivere

$$Fd = \Delta K + \Delta U + f_k d = \Delta E_{mec} + f_k d$$

Sperimentalmente si trova che $\Delta E_{th} = f_k d$

Fd rappresenta il lavoro della forza esterna F al sistema blocco-pavimento (è il sistema dove vi sono variazione d'energia)



$$L_{est} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{th}$$

*PRINCIPIO CONSERVAZIONE ENERGIA TOTALE

Casi osservati:

- Sistema con forze conservative isolato $\Delta E_{mec} = 0 \quad (E_{mec} = U + K = \text{costante})$
- Sistema con forze conservative non isolato $\Delta E_{mec} = L_{est}$
- Sistema con forze anche non conservative e non isolato $\Delta E_{mec} + \Delta E_{th} = L_{est}$

L'energia non si crea né si distrugge, si trasforma. Più formalmente
DEF: l'**energia totale E** del sistema può variare solo se viene trasferita energia dal di fuori o al di fuori del sistema => la variazione di energia è responsabilità del lavoro delle forze esterne.

$$\Delta E_{tot} = L_{est} \qquad \Delta E_{tot} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{th} + \Delta E_{int}$$

Per ora considereremo il Lavoro come l'unica modalità di trasferimento di energia.
Diremo che delta_E_int è una qualsiasi energia interna di forma != dalla meccanica e termica.

*LAVORO ESTERNO ED ENERGIA INTERNA

Considerando una pattinatrice che da ferma spinge contro un parapetto ed inizia a muoversi acquistando velocità.
La ragazza applica una forza **F** contro il parapetto che però non compie alcun lavoro perchè il punto di applicazione è il parapetto e non si muove.

Analizzando il principio di conservazione dell'energia totale noto che delta_K != 0 ma:
delta_U = 0 perchè sono in orizzontale; delta_Eth circa 0 perchè sul ghiaccio attrito trascurabile => poichè L_est = 0 dovrò avere delta_E_int perchè l'equazione sia vera.
=> delta_K = - delta_E_int e sarà dovuta alla variazione dell'energia dei muscoli del braccio

SISTEMI DI PARTICELLE

$$\vec{r}_{cdm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i$$

DEF: il centro di massa di un sistema è un punto il cui moto è come quello di una singola particella sottoposta alla risultante delle forze esterne. Inoltre si muove come se la massa del sistema fosse concentrata lì.

DEF: un **corpo rigido** è un corpo le cui PTC non si muovono tra loro durante il moto => sono ferme tra loro

DEF: un **sistema chiuso** è un sistema che non può essere attraversato dalla materia; ma dall'energia sì

Considero un modello di un corpo rigido che sia un sistema di particelle chiuso.
Razzo che esplode ad un certo punto del suo moto => il cdm continuerà a muoversi secondo la traiettoria parabolica del razzo

=> Questo si spiega con $\vec{F}_{net} = M\,\vec{a}_{\text{cdm}}$ che riprendendo la definizione di CdM ci ripete "il centro di massa di un sistema si muove come un punto materiale nel quale sia concentrata tutta la massa del sistema"
L'eslosione è dovuta a forze interne che non modificano il moto

DEF: una **forza interna** è una forza agente su una particella del sistema dovuta ad altre particelle del sistema.
Una **forza esterna** è una forza agente su una particella del sistema dovuta a particelle esterne al sistema.

QUANTITA' DI MOTO

DEF: la quantità di moto di una particella è data dal vettore **p** espresso come **p** = m***v** ove v è la velocità della particella mentre m la sua massa.
La quantità di moto di un sistema **P** è la somma delle quantità di moto delle singole PTC.

Posso esprimere la II di Newton così (Supponendo un sistema di n particelle chiuso)

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Lo dimostro vedendo che:

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + ... + \vec{p}_n = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + ... + m_n\vec{v}_n =$$
$$= M\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + ... + m_n\vec{v}_n}{M} \Rightarrow \boxed{\vec{P} = M\vec{v}_{cdm}}$$

c.v.d.

$$\text{derivando} \quad \frac{d\vec{P}}{dt} = M\frac{d\vec{v}_{cdm}}{dt} = M\vec{a}_{cdm} = \vec{F}_{net}$$

*CONSERVAZIONE QNT MOTO

Consideriamo sempre un sistema chiuso (non ci sono scambi di materia.
So che vale F_net = *dP / dt*

DEF: un **sistema isolato** (cioè senza trasferimenti di energia) è un sistema la cui risultante delle forze è nulla.

Se il sistema oltre a chiuso è anche isolato => F_net = 0 (ptc moto uniforme/ferme)
Ma se F_net = *dP / dt* = 0 => P = costante
Cioè se la derivata di P è nulla, allora P è un valore costante nel tempo.

Attenzione:
- Solo le forze esterne possono modificare la qnt di moto di un sistema
- Se una forza interna "separa" in corpi diversi il sistema, la qnt di moto non cambia
- Vale la proiezione lungo gli assi del vettore: se una componente della F_net non è nulla, allora quella componente di P sarà non costante
- Vale solo in SdR inerziali

URTI

In fisica gli urti vengono sfruttati per studiare le interazioni fondamentali.

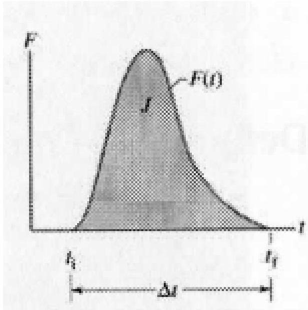
DEF: un **urto** è un processo fisico nel quale due o più particelle (o corpi estesi) in moto relativo interagiscono e l'interazione ne modifica il moto
=> modificare il moto significa variare/scambiare la qnt di moto, l'energia, il momento angolare

Attenzione: le forze tra le particelle (o corpi) agiscono con intensità relativamente elevate in un intervallo di tempo relativamente breve rispetto ai tempi di osservazione (= forze impulsive)
=> dunque io non so esattamente cosa succede nel momento dell'impatto/interazione che è quasi istantaneo, ma posso osservare e conoscere lo stato iniziale (appena prima) e lo stato finale (appena dopo)

DEF: l'**impulso** di una forza in un intervallo di tempo delta_t si scriverà $\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$

Th: poiché la forza si può descrivere come la derivata temporale della quantità di moto => l'impulso rappresenta la variazione di quantità di moto

$$\Rightarrow \quad \vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt} dt = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1) = \Delta\vec{p}$$



Considero un urto tra due corpi, che dura delta_t = t2 -t1
Per il corpo 1 posso valutare la variazione della quantità di moto e come pure per il secondo

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1f} - \vec{p}_{1i} = \vec{J}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_1 dt \qquad \Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2f} - \vec{p}_{2i} = \vec{J}_2 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_2 dt$$

Sapendo che le forze sono uguali ed opposte in verso (per la III dinamica) dove F12 è la forza interna dovuta all'interazione mentre F1_ext è la risultante delle forze esterne agenti

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_1^{ext}$$

Conservazione della quantità di moto

Se considero un **sistema isolato** (= non scambia energia né materia dunque la risultante delle forze esterne è nulla) oppure un sistema dove le **forze** esterne sono tutte **non impulsive** (con intensità molto minori delle forze interne impulsive) ad esempio attrito o gravità =>

$$\vec{J}_1 = \Delta\vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_1 dt \approx \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{12} dt = \int_{t_1}^{t_2} -\vec{F}_{21} dt \approx -\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_2 dt = -\Delta\vec{p}_2$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\vec{P} = \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

$$\boxed{\Leftrightarrow \quad \vec{P} = \text{cost}} \qquad (\text{anche } \vec{L} = \text{cost})$$

Se invece uno dei corpi è vincolato (= una forza interna molto intensa che esprime un vincolo ex muro) allora la quantità di moto non si conserva. Le reazioni vincolari sono spesso impulsive.
La conservazione della quantità di moto è uno strumento potentissimo perché ci permette di stabilire il risultato di un urto senza conoscerne i dettagli.

CLASSIFICAZIONE

Generalmente in un urto il lavoro delle forze esterne è nullo perchè è approssimabile a zero (essendo molto minori all'impulso) e dunque si conserva l'energia totale (supposto sistema isolato)

Ma possiamo classificare in base a cosa succede all'energia cinetica
=> la natura dell'urto non dipende dal SdR

Elastico

DEF: un urto **elastico** è un urto in cui l'energia cinetica del sistema dei corpi prima e dopo l'urto è la stessa

$$K = \text{costante}$$

Ad esempio: caso in cui le forze impulsive sono conservative. In quel caso l'energia potenziale immagazzinata durante l'interazione (deformazione dei materiali) viene completamente restituita come energia cinetica.

Anelastico

DEF: un urto **anelastico** è un urto in cui l'energia cinetica del sistema dei corpi prima e dopo l'urto è la <u>non è la stessa</u>

$$K \neq \text{costante} \qquad K_f \neq K_i$$

Se $K_f < K_i$ allora è un urto anelastico <u>endotermico</u>
Se $K_f > K_i$ allora è un urto anelastico <u>esotermico</u>

Dal Resnick: faccio valere la conservazione e scrivo equazioni descrittive

$$p_{1i} + p_{2i} = p_{2f} + p_{2f} \qquad m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$$

Perfettamente anelastico

DEF: un urto **elastico** è un urto in cui i corpi dopo l'urto procedono attaccati con la stessa velocità

$$M_1v_{1i} = (m_1 + m_2)V \qquad V = m_1 / (m_1 + m_2)*v_{1i}$$

Dove V sarà sempre $< v_{1i}$

SDR DEL CDM

In un sistema chiuso ed isolato la velocità del CdM non può cambiare perchè non c'è nessuna forza esterna capace di farlo. Possiamo scrivere un'equazione descrittiva:

$$P = M*v_{cdm} = (m_1 + m_2)*v_{cdm}$$

Considero un SdR inerziale S per cui chiamo le velocità v_1 e v_2 di due PTC.
In un secondo SdR coincidente al CdM del sistema chiamo v_1' e v_2'.
La velocità del CM sarà v_{cm} e misurata in S.
Effettuo così una descrizione con due SdR che sono in moto relativo uniforme tra loro (pura traslazione)

=> v1 = v1’ + v_cm v2 = v2’ + v_cm

Th: nel SdR CdM la quantità di moto del sistema delle particelle è nulla.

Nel CdM le PTC hanno moto uguale ed opposto, sia prima che dopo l’urto, e questo lo so anche senza dover descrivere le particelle

Dim.

$$\vec{P}' = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' =$$
$$= m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{v}_{CM} + m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{v}_{CM} =$$
$$= m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 - (m_1 + m_2)\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = 0$$

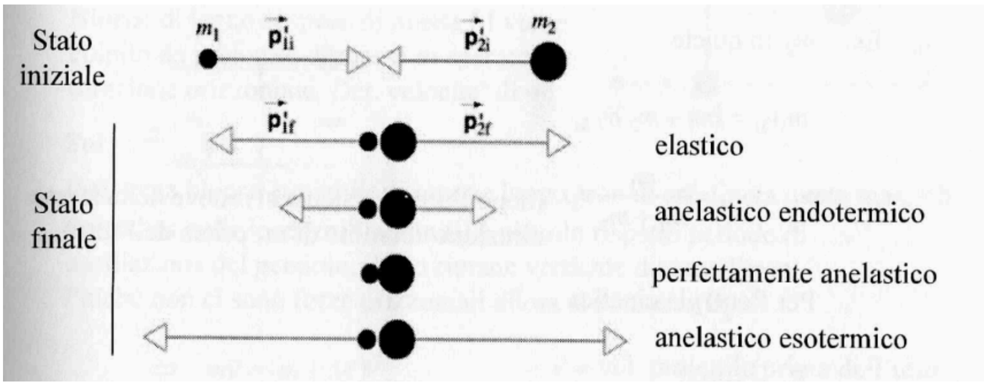
$$\Rightarrow \vec{p}_1' = -\vec{p}_2' \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} \vec{p}_{1i}' = -\vec{p}_{2i}' \\ \vec{p}_{1f}' = -\vec{p}_{2f}' \end{cases}}$$

(In generale $\vec{p}_{1i}' \neq \vec{p}_{1f}'$)

Si dimostra questa classificazione:

$\lvert\vec{p}_{1f}'\rvert = \lvert\vec{p}_{2f}'\rvert = \lvert\vec{p}_{1i}'\rvert$	Urto elastico
$\lvert\vec{p}_{1f}'\rvert = \lvert\vec{p}_{2f}'\rvert < \lvert\vec{p}_{1i}'\rvert$	Urto anelastico (endotermico)
$\lvert\vec{p}_{1f}'\rvert = \lvert\vec{p}_{2f}'\rvert > \lvert\vec{p}_{1i}'\rvert$	Urto anelastico (esotermico)
$\vec{p}_{1f}' = \vec{p}_{2f}' = 0$	Urto perfettamente anelastico

Osservando rispetto al CdM vedrò:



invaritato

Perdita

assorbimento

Dimostrazione urto anelastico => ptc inverte la velocità

MOTO ANGOLARE (PURO)

DEF: un **corpo rigido** era stato definito come un corpo dove le PTC sono ferme tra loro; posso anche dire che è un corpo dove si mantengono fisse le distanze tra PTC. Si assume "indeformabile"

Consideriamo stavolta un corpo rigido che non trasla ma ruota solamente. La rotazione avviene attorno ad un asse fisso => tutti i punti del corpo si muovono su circonferenze i cui centri stanno sull'asse di rotazione

VARIABILI ROTAZIONALI p224 resnick

DEF: l'**asse** (linea) **di riferimento** è una retta perpendicolare all'asse di rotazione solidale con il corpo.

DEF: la **posizione angolare** della linea di riferimento è un'angolo piano theta tra l'asse di riferimento e un asse fisso perpendicolare all'asse di rotazione
Con s lunghezza dell'arco e r il raggio: theta = s / r

DEF: lo **spostamento angolare** è il delta_theta che esprime la variazione di della posizione angolare dalla sua linea di riferimento theta_1 a theta_2
=> Convenzione: senso antiorario è spostamento positivo

DEF: la **velocità angolare** omega si divide in media e istantanea, la media è il rapporto della variazione theta sull'intervallo di tempo, la istantanea è la derivata della posizione theta sulla derivata del tempo
=> tutti i punti del corpo rigido hanno la stessa velocità angolare

DEF: l'**accelerazione angolare** istantanea è la derivata della velocità angolare rispetto al tempo

Rotazione con accelerazione costante

Il moto circolare uniforme ha solo un'accelerazione centripeta che si occupa di variare le componenti della velocità per mantenere il modulo costante.
Il moto circolare uniformemente accelerato possiede sia accelerazione radiale (centripeta) che lineare (tangenziale) che modifica anche il modulo della velocità angolare.

Relazioni tra variabili lineari e angolari

I punti di un corpo rigido in rotazione attorno ad un asse fisso hanno tutti la stessa velocità angolare omega ma la loro velocità lineare dipende dalla distanza dall'asse di rotazione.

(Dimostrazione accelerazione radiale dalla cinematica)

ENERGIA CINETICA ROTAZIONALE

DEF: L'**energia cinetica rotazionale** di un corpo rigido, considerato come un insieme di n particelle in rotazione è la sommatoria di K per tutte le n particelle.

$$K = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + \ldots + \frac{1}{2}m_n v_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

In generale $v_i \neq v_j$ per $i \neq j$ $(v = \omega r)$

$$K = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i (\omega r_i)^2 = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2\right)\omega^2$$

Def: momento d'inerzia I di un corpo rigido rispetto ad un asse di rotazione

$$\boxed{I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2}$$

dove r_i è la distanza della i-esima particella dall'asse di rotazione

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{1}{2} I \omega^2}$$

Energia cinetica di un corpo rigido in rotazione pura

Analogia con

$$K = \frac{1}{2} M v_{cdm}^2$$

Energia cinetica di un corpo rigido in traslazione pura

=> la velocità lineare varia per ogni PTC! Ma non la velocità angolare. Quindi cerco di ricondurre ad esprimere K usando omega

=> il momento d'inerzia non dipende solo dalla massa ma anche da come la massa è <u>distribuita rispetto all'asse</u>

Se la massa del corpo è distribuita con continuità si ha *I* = integrale (r^2*dm)

MOMENTO DI UNA FORZA

Perchè un oggetto inizi a ruotare attorno un asse fisso è necessaria una forza. E' importante non solo l'intensità ma anche la direzione ed il punto di applicazione.
Consideriamo una PTC in un moto qualunque, un punto fisso O rispetto al quale definiamo il momento di una forza **F**

DEF: il braccio di una forza è la distanza tra l'asse di rotazione e retta d'azione (applicazione) della forza applicata

DEF: Il momento di una forza **F** rispetto al punto O è il "vettore" tau

tau = r (prod. vettoriale) F

=> tau è perpendicolare al piano individuato da r e F. Regola della mano DX
=> Il modulo è tau = braccio * F = r*sin(phi)*F
=>se F ed r sono paralleli => tau = 0

Vale il principio di sovrapposizione in caso agiscano più forze.

II LEGGE NEWTON

Th: l'accelerazione angolare di un corpo rigido in moto rotatorio attorno ad un asse fisso è legata al momento risultante delle forze applicate al corpo dalla relazione:

Tau_net = mom_inerzia * acceleraz_angolare

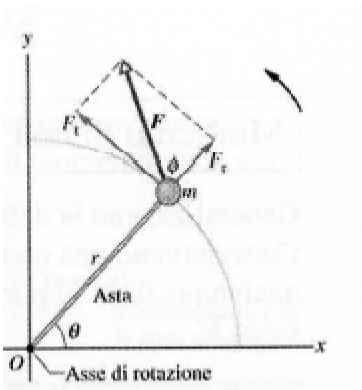
Posso dimostrarlo considerando una PTC di massa m (parte di un corpo rigido che ruota)
Vale dire F = m*a
Che però posso anche esprimere come

$$\Rightarrow F_t = m\,a_t$$
$$\Rightarrow \tau = F r_\perp = F_t r = m\,a_t r = m(\alpha r) r = $$
$$= m r^2 \alpha = I\alpha$$

In caso ci siano più forze calcolo i relativi tau e li sommo.

LAVORO

Anche nel moto rotazionale posso definire un'energia cinetica = > posso anche dimostrare considerando sempre una PTC di massa m che ruota attorno un asse e sottoposta ad una forza F che compirà lavoro.



Se l'unica forma di energia che varia è quella cinetica, si ha

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = L$$

Poiché $v = \omega r$ si ha

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m (r\omega_f)^2 - \frac{1}{2} m (r\omega_i)^2$$
$$\Rightarrow \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} I\omega_f^2 - \frac{1}{2} I\omega_i^2 = L$$

Posso dimostrare anche che vale l'espressione più generale

$$L = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\, d\theta \qquad (**)$$

se $\tau = \text{costante}$

$$\Rightarrow L = \tau(\theta_f - \theta_i)$$

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_t\, ds = F_t\, r\, d\theta = \tau\, d\theta$$

$$\Rightarrow L = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\, d\theta$$

MOMENTO ANGOLARE

Consideriamo una PTC in moto qualunque, un punto fissato O rispetto al quale definiamo il momento della sua quantità di moto **p**.
=> il momento angolare è una grandezza associata alla PTC non alla forza

DEF: il momento angolare (o momento della qnt di moto) della PTC di qnt di moto **p** rispetto al punto O è il "vettore" ***L***

$$\boxed{\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})}$$

$$l = r m v \sin\phi = r p_\perp = r m v_\perp$$
$$= r_\perp p = r_\perp m v$$

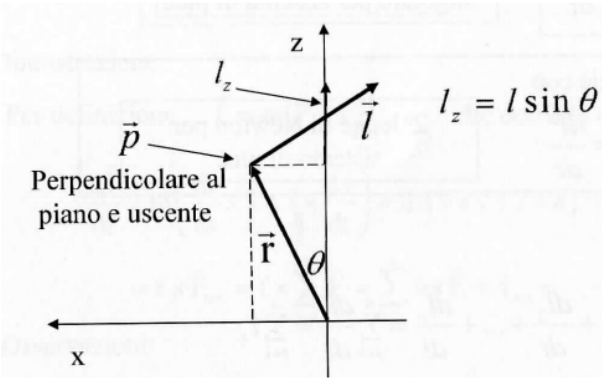
Momento angolare di un corpo rigido p 116 (da integrare)

Parto considerando una <u>PTC</u> e dalla definizione di momento angolare di una PTC =>

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

Trovo il modulo del momento angolare e cerco la componente parallela all'asse di rotazione

$$l = r\,mv \sin\varphi = r\,mv \sin 90^\circ = rmv \qquad l_z = r\,m\,v \sin\theta = r_\perp m\,v$$



Alla fine potrò scrivere

$$l_z = r_\perp mv = r_\perp m(\omega r_\perp) = mr_\perp^2\omega = I\omega$$

Considero poi un <u>corpo rigido</u> che ruota attorna ad un asse fisso e sfrutto il risultato precedente per dimostrare che

$$L_z = I\omega$$

Dove *I* è il momento d'inerzia del corpo rigido calcolato rispetto all'asse. Sempre a pagina p117V c' è una tabella delle analogie tra traslazione e rotazione.

II LEGGE NEWTON: MOMENTO ANGOLARE p 114

Particella

Th: la somma (vettoriale) dei <u>momenti delle forze</u> (la risultante dei momenti) agenti su una PTC è uguale alla derivata temporale del momento angolare della PTC

$$\vec{\tau}_{net} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

Facendo attenzione a calcolare tau e il momento angolare rispetto allo stesso punto fisso O
(NB: i momenti sono modificati solo da forze <u>esterne</u> al sistema)

Dimostrazione

Per definizione $\vec{l} = m(\vec{r} \times \vec{v})$ che derivata dà

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = m\left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v} + \vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt}\right) = m(\vec{v} \times \vec{v} + \vec{r} \times \vec{a}) = \vec{r} \times m\vec{a} =$$

$$= \vec{r} \times \vec{F}_{net} = \vec{r} \times \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{r} \times \vec{F}_i = \vec{\tau}_{net} \qquad \text{c.v.d.}$$

Rotazione con accelerazione costante

DEF: il momento della quantità di moto ***L*** di un sistema di n particelle è la somma dei momenti delle singole PTC. L = l_1 + … + l_n

Th: la somma (vettoriale) dei momenti delle forze esterne (la risultante dei momenti) agenti su un sistema di PTC è uguale alla derivata temporale del momento angolare del sistema

$$\vec{\tau}_{net} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Facendo attenzione a calcolare tau e il momento angolare rispetto allo stesso punto fisso O

Dimostrazione

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{l}_1}{dt} + \frac{d\vec{l}_2}{dt} + \ldots + \frac{d\vec{l}_n}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{l}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}_i$$

Dove τ_i è il momento risultante delle forze (sia interne che esterne) agenti sulla i-esima particella. Poiché per il terzo principio della dinamica le forze interne si elidono, si ha

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}_i^{\,ext} + \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}_i^{\,int} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\tau}_i^{\,ext} = \vec{\tau}_{net}$$

E quindi

$$\vec{\tau}_{net} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad \text{c.v.d.}$$

*PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

Per un sistema isolato e chiuso si conservano l'energia totale, la qnt di moto. Ora dimostriamo che lo stesso vale per il momento angolare.

Considero un sistema chiuso. Allora vale

$$\vec{\tau}_{net} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Se il momento risultante delle forze esterne è nullo (ex: sistema isolato) allora avrò:

$$\vec{\tau}_{net} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\vec{L} = \text{costante}}$$

ENUNCIATO: se il momento risultante delle forze esterne agenti su un sistema è nullo, allora il vettore momento della quantità di moto del sistema rimane costante.
=> analogia con il principio di conserv. della qnt di moto se F_net = 0

=> il momento angolare di un sistema può essere modificato solo dal momento risultante delle forze esterne.
=> se il momento delle esterne non è nullo ma lo è solo su una componente, allora la componente del memento angolare lungo quella direzione si conserverà
=> vale solo per SdR inerziali; ma anche in relativistica e quantistica

Corpo rigido che varia il momento d'inerzia p 119 esempi

Considero un sistema (rigido o no) per cui tau_net = 0 => *L* = costante
Se il sistema è rigido e ruota attorno ad un asse (z) fisso allora avrò =>

$$L = L_z = I\omega \quad \Rightarrow \quad I\omega = \text{costante}$$

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

Se il corpo rigido varia la distribuzione della massa (prendo due istanti uno prima e dopo la variazione) allora si avrà

GRAVITAZIONE 06/04

La materia è fatta di atomi, di minuscole particelle, che sono tenute assieme da delle forze fondamentali. La gravitazione è una forza fondamentale presente in natura. C'è un concetto di simmetria. È la tendenza di due corpi ad attrarsi a vicenda.

DEF: Ogni punto materiale attrae ogni altro singolo punto materiale con una forza diretta lungo la linea di intersezione di entrambi i punti. La forza è proporzionale al prodotto delle due masse ed inversamente proporzionale al quadrato della distanza fra i due punti.

Simmetria

Considero due masse puntiformi in quiete in un SdR inerziale.
Si instaurano due forze, F12 esercitata da m2 su m1; F21 esercitata da m1 su m2.
Sperimentalmente si ottiene:

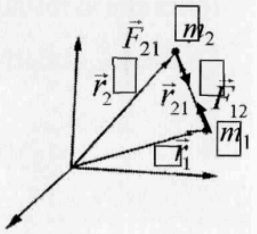
- Esistono F12 e F21 dirette lungo la congiungente m1 e m2
- F12 = -F21 per la III di Newton
- Troviamo che variando r distanza tra le masse F21 è inversamente proporzionale a r quadro
- Al variare di m invece F21 sarà direttamente proporzionale a m1

=>

1), 2), 3), 4) $\rightarrow$

$$\boxed{\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)} \quad (1)$$

con $G>0$ $\quad \vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad \hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|} \quad r = |\vec{r}_{21}|$



La legge di **gravitazione** fornisce l'espressione della forza che si instaura tra 2 masse puntiformi in quiete (= ferme nel SdR inerziale).
La forza è attrattiva e proporzionale direttamente al prodotto delle masse; inversamente al quadrato della distanza tra le masse.

$$\boxed{\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r}_{21}}$$

Dalle misure G = 6.6738 *10^-11 N*m^2*kg^-2
Il segno meno indica che la forza è **attrattiva**.

Inoltre ci permette dire che questa forza attrattiva dipende da una proprietà intrinseca alla materia del corpo: la massa.

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

DEF: la forza agente sulla i-esima massa è uguale alla somma vettoriale delle forze che ogni singola massa eserciterebbe sulla i-esima in assenza delle altre.

Masse non puntiformi (Casi più generali)

Se supponiamo che una delle due masse non sia puntiforme allora non possiamo usare la stessa equazione. Dobbiamo suddividere la massa estesa M in elementi dimensionali spaziali infinitesimi: ciascun elemento sarà considerato una massa puntiforme (*dM*). Per applicare il principio di sovrapposizione dovremo sommare vettorialmente i contributi di tutte le *dM*. La massa viene trattata come una variabile di integrazione così da poter estendere il calcolo a tutto il corpo (=> perchè sono nel continuo)

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = -G\,m \int_M \frac{dM}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}(\vec{r}-\vec{r}\,') \qquad \vec{F} = -G \iint_{m\,M} \frac{dm\,dM}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}(\vec{r}-\vec{r}\,')$$

In caso invece di DUE masse non puntiformi dovrò estendere il ragionamento degli elementi infinitesimi ad entrambi i corpi e quindi applicare un doppio integrale

Corpi a simmetria sferica

Se M ed m sono corpi a simmetria sferica (ex: sfere omogenee o gusci) posso dimostrare che vale ancora l'espressione di partenza => posso ragionare come se la massa fosse concentrata tutta nel centro del corpo ed evitare l'integrazione
DEF: corpo a **simmetria sferica** => la densità dipende solo dalla distanza dal centro e non da altre variabili.

TH GUSCIO SFERICO

Non viene dimostrato, ma si può fare con il teorema di Gauss.

DEF: si dice densità uniforme quando la massa del corpo è uniforme, ovvero la densità non cambia se considero un infinitesimo di volume o un altro.

Condizioni supposte: non necessaria la densità omogenea, ma che la massa sia a simmetria sferica.

1) Considero un guscio sferico di spessore trascurabile e di massa M con densità uniforme, con una forza grav. esercitata su una PTC esterna, pari a quella di una PTC di massa equivalente posta nel centro del guscio.

R (distanza PTC dal centro) > di A (raggio del guscio)

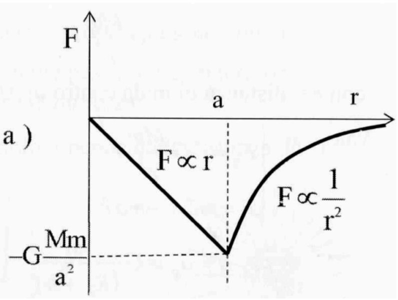
2) La forza gravitazionale esercitata da un guscio sferico avente densità uniforme su una PTC posta al suo interno è nulla. Questo si verifica poiché tutte le forze che ogni singolo infinitesimo di guscio esercitano sulla PTC vanno a elidersi a vicenda

F = 0, R < A

Corollario: La forza gravitazionale esercitata da una **sfera omogenea** su una PTC posta al suo interno dipende linearmente dal crescere di R. + DIM

$$\vec{F} = -G\,\frac{4\pi\rho m}{3}\,\vec{r} \qquad r < a$$

$$\left(\text{mentre } \vec{F} = -G\,\frac{Mm}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{r} \qquad r > a\right)$$



Considero un punto P interno alla sfera piena di raggio A e distanza R dal centro. Calcolo la massa M nella sfera di raggio R.

La forza sulla PTC in P dipende solo dalla massa M' calcolato sul raggio R mentre la massa del guscio esterno ad R non conta (th guscio => le particelle interne a questo guscio esterno hanno F = 0 rispetto ad esso)

FORZA GRAVITAZIONALE TERRESTRE

Suppongo per ipotesi che la Terra sia una sfera perfetta con densità omogenea (massa M e raggio Rt)
Posso scoprire il legame tra Fp = m*g e Fg (gravitazionale)

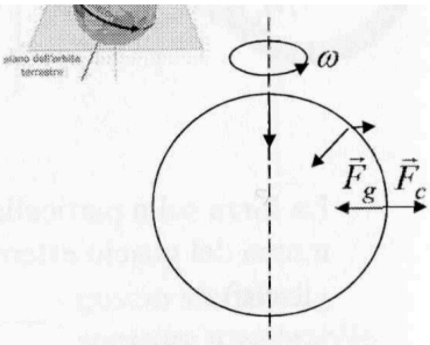
Mettendo a sistema tramite II di Newton, valuto la forza esercitata su una PTC posta a h quota dalla superficie terrestre. Calcolo un'espressione per ag accelerazione gravitazionale.

=> su m agisce anche forza centrifuga F_c
(massima all'equatore e nulla ai poli)

quindi $\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_c = -m a_g \hat{r} + \vec{F}_c$

All'equatore: $\underset{\text{peso}}{\underset{\uparrow}{F}} = m a_g - m\omega^2 R_{Te}$

con $F = mg \quad \Rightarrow g = a_g - \omega^2 R_{Te}$



In realtà la Terra non è omogenea, non è sferica, e non è un SdR inerziale => possiede una rotazione attorno ai poli che genera una forza centrifuga agente sulla PTC. Questa forza è apparente ed è il motivo che porta a discrepanze tra calcoli e misurazioni reali se la consideriamo inerziale.

FORZA CENTRALE

Esistono forze a distanza ed a contatto (a livello macroscopico si, micro non esiste il contatto, esiste "vicino abbastanza da interagire"). Dividiamo anche le forze in conservative e non conservative.
Tutte le interazioni fondamentali sono a distanza.
La forza gravitazionale è una forza centrale, una nuova classe di forze. Ci interessa studiarla perché ci darà delle proprietà per la forza gravitazionale.

DEF: una forza è **conservativa** quando il lavoro compiuto dalla forza su una PTC, lungo un percorso chiuso, è nullo.
Se esiste almeno un percorso chiuso per cui L != 0, allora non è conservativa.
Ci permette di introdurre l'energia potenziale relativa alla forza (altrimenti sarà forza dissipatrice)

DEF: una forza è **centrale** quando presenta queste proprietà

1. La sua direzione passa per un punto fisso O detto centro della forza, dato un qualsiasi punto di applicazione
2. Il suo modulo dipende dalla distanza da O

=> li spiego con questa proprietà: vedo che r_segnato / r è un versore ed è diretto radialmente e passo per O - questo vale perché r è sempre la posizione calcolata rispetto al centro O (soddisfo la 1), vedo anche che F(r) => la forza dipende dal modulo = distanza dal centro (soddisfo la 2)
TENGO CONTO CHE O SIA CENTRO DI SDR

Per una forza centrale vale:

$$\boxed{\vec{F}(\vec{r}) = F(r)\frac{\vec{r}}{r}}$$

Se F(r)>0 la forza è repulsiva,
se F(r)<0 la forza è attrattiva

$\vec{r}$ = vettore posizione del punto di applicazione di **F** rispetto a O

Attenzione! In generale il moto di una PTC sottoposta a forza centrale non è radiale => la forza radiale non implica un moto radiale
Se io ho una PTC che si muove sottoposta ad una forza centrale: posso calcolare tau, che risulterà nullo => siccome tau è dL su dt allora anche dL sarà nullo => L costante

Teoremi

TH: il **momento di una forza centrale** calcolato rispetto al centro O è <u>nullo</u> => braccio è nullo.
TH: il **momento angolare** di una PTC sottoposta a forza centrale, calcolato rispetto a O, <u>si conserva</u>.

dL / *dt* = tau = 0 *dL* è costante in direzione, verso, modulo

*CONSERVAZIONE MOMENTO ANGOLARE: FORZE CENTRALI +DIM

Studiamo le forze centrali => la forza gravitazionale è una forza centrale => la forza gravitazionale ha come proprietà di conservare il momento angolare rispetto ad O.
Studiamo la forza gravitazionale perché è quella responsabile del moto dei pianeti con orbita ellittica => il sole del pianeta starà in uno dei due fuochi dell'ellisse.

Direzione

La direzione si conserva IMPLICA il moto della PTC sta su un piano. Dimostro vedendo che L è perpendicolare al vettore posizione ed alla velocità => posizione e velocità stanno sempre nello stesso piano definito dai valori iniziali r_0 e v_0 (<u>se parto da fermo, moto radiale, se invece la PTC è già in moto allora il piano su cui sta la traiettoria dipende dai valori iniziali</u>)

Verso

Ho detto che il moto sta in un piano => la traiettoria in un piano. So anche che il verso di L si conserva (verso velocità) => la traiettoria sta in un piano ed ha sempre lo stesso verso

Modulo

Variano le componenti in sé; posso usare il modulo costante per dimostrare che la **velocità areale** è costante.
DEF: la **velocità areale** è la <u>derivata temporale dell'area spazzata dal vettore posizione</u> che unisce il centro della forza con il suo punto di applicazione.

Considero *dA* spazzata nell'unità di tempo approssimandosi ad un triangolo poiché l'arco considerato è un infinito tratto rettilineo, e lo esprimo (sostituendo) usando L, momento angolare, sfrutto il fatto che il moto sta nel piano.

*FORZE CENTRALI SONO CONSERVATIVE + DIM

Il lavoro di una forza centrale su una PTC che si sposta da A e B lungo un percorso H vale l'integrale della forza espressa usando la proprietà delle forze centrali.
Ma così facendo posso proiettare il modulo e risulterà che il lavoro è la differenza della forza in B ed A.

$$L = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{s} = \int_A^B F(r) \frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{s} \qquad \frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{s} = \hat{r} \cdot d\vec{s} = ds \cos \vartheta = dr$$

=> Il lavoro non dipende dal percorso ma dallo stato iniziale e finale ⇔ la forza è conservativa ⇔ ammette energia potenziale

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

La forza gravitazionale è una forza centrale => è una forza conservativa ⇔ ammette U
=> Posso considerare un sistema di corpi ed assegnare una <u>energia potenziale gravitazionale</u>.

LEGGE GENERALE PER SISTEMI CON FORZE CONSERVATIVE:

$$\Delta U = U_f - U_i = -L$$

Considero il sistema e due stati, configurazione (i) e poi spostati alla configurazione (f).

Sistema da infinito

Scegliamo un SdR dove Ui = 0 corrisponde alla configurazione con i corpi infinitamente distanti l'uno dall'altro, dunque l'energia sarà negativa per ogni distanza finita e aumenta con l'avvicinarsi delle PTC.
DEF: Dirò che U è la quantità di **energia di un sistema di corpi** e vale meno il Lavoro svolto dalla forza gravitazionale per portare i corpi dall'infinito alla configurazione Uf desiderata. (attenzione, solo la variazione di energia ha significato fisico)

$$U = -L_\infty$$

Energia una massa da infinito

Considero ora un sistema di masse puntiformi dove una sola massa m è spostata da ri a rf mentre le altre rimangono ferme. Per definizione di variazione di energia potenziale

$$\Delta U = U_f - U_i = -L = -\int_i^f \vec{F}(\vec{s}) \cdot d\vec{s}$$

Se impongo che ri = infinito l'integrale si applicherà da infinito a rf.
=> DEF: chiamiamo questo lavoro come l'**energia potenziale gravitazionale di una massa nel campo prodotto dalle altre**.

$$U_m(\vec{r}) = -L = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{F}(\vec{s})\cdot d\vec{s}$$

*ENERGIA SISTEMA DI DUE MASSE

Considero M ed m, puntiformi e ferme. Determino la variazione di energia del sistema per uno spostamento di m da r_a a r_b causato da una forza che M esercita su m.

$$U_b - U_a = -\int_{r_a}^{r_b} \vec{F}\cdot d\vec{s} = -\int_{r_a}^{r_b} -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}\cdot d\vec{s} = \int_{r_a}^{r_b} G\frac{mM}{r^2}dr = -GmM\left(\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right)$$

Se impongo r_a infinito allora Ua = 0 e quindi Ub sarà solo in funzione di r distanza tra le masse e sarà l'energia della massa m.

Dimostro che Ub energia di m è anche l'energia di M e quindi del sistema

=> Dimostro che Ub vale sia per m che per M e quindi Ub = opposto lavoro della forza di gravità per creare la configurazione finale delle due masse

Suppongo entrambe le masse all'infinito. Trasporto la prima M alla posizione finale. Il lavoro della Fg è nullo perché Fg=0 in quanto non c'è nessun'altra PTC con cui interagire.
Trasporto dopo m nella sua posizione finale. Adesso esiste Fg perchè ci sono due PTC che interagiscono. Calcolo il Lavoro tramite l'integrale.
=> il lavoro totale per portare le due masse dall'infinito è il lavoro per la prima + seconda: il lavoro della prima è nullo => il lavoro totale è uguale all'opposto dell'energia potenziale della seconda PTC
=> Per definizione l'energia potenziale del sistema è l'opposto del lavoro totale per spostare il sistema dall'infinito (che vale Ub della seconda PTC)
=> L'energia potenziale del sistema è l'energia potenziale della seconda PTC

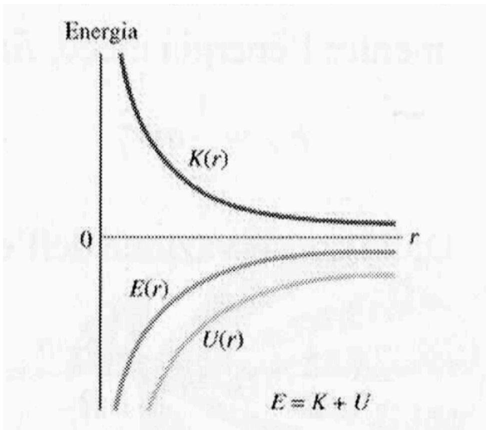
SALTO PAGINA 175

MOTO ED ENERGIA SATELLITI

L'orbita di un corpo di massa m rispetto ad M (con M>>m) può essere una conica (iperbole, parabola o ellisse). La sua energia totale sarà la somma dell'energia cinetica e potenziale (negativa perché considero soggetta solo a forza gravitazionale)

- **Orbite aperte**: (iperbole e parabola) m non è legata a M e quindi E >= 0 con |K| >= U
  => quindi l'energia cinetica è tale da impedire che m venga catturata da M
- **Orbite chiuse**: m è legata a M quindi E < 0 e K < |U|

- **Orbita circolare**: allora la forza gravitazionale => forza centripeta e posso costruire un sistema per Fg ed Fc, per sostituzione trovo la velocità del satellite.
  Continuando i calcoli risulta che E < 0 e K = - U/2



=> più r tende a zero e più le energie tendono a (modulo) infinito
Posso anche calcolare il periodo.

DEF: la **velocità di fuga** è la velocità minima necessaria che un corpo deve possedere alla superficia di un pianeta per potersi allontanare all'infinito
Posso determinare v_fuga impostando Ei = Ki + Ui e Ef = Kf con Ui=0
Sfrutto la conservazione dell'energia e risolvo rispetto a v_0.
=> il valore minimo di v_fuga si ha quando m arriva all'infinito con velocità = 0 ⇔ E = 0

Osservo che la velocità di fuga non dipende da m, l'energia K da fornire dipende da m, e se v < v_fuga allora il corpo ricade sul pianeta.

*LEGGI DI KEPLERO

Leggi che descrivono il moto dei pianeti e dei satelliti.

Prima legge

Legge delle orbite: i pianeti percorrono orbite ellittiche attorno al loro sole, che occupa uno dei due fuochi dell'ellisse.
DEF: l'**eccentricità** dell'ellisse è e il rapporto tra la distanza dei due fuochi con la lunghezza dell'asse maggiore.

Seconda legge

Legge delle aree: la velocità areale con cui il raggio vettore che unisce il sole ad un pianeta descrive l'orbita, è costante => cambiano solo le componenti, lo dimostro grazie al momento angolare delle forze centrali costante.

Terza legge

Legge dei periodi: il quadrato del periodo di rivoluzione di ogni pianeta è proporzionale al cubo dell'asse maggiore dell'ellisse. La costante di proporzionalità k dipende dalla massa del sole e poco da pianeta.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_S} r^3$$

*RAGIONAMENTO DI NEWTON

Enuncia la legge universale di gravitazione usando la II legge della Dinamica, le leggi di Keplero e tanti risultati sperimentali.

In sintesi ipotizza delle orbite circolari, calcola dalle leggi di Keplero l'accelerazione di un pianeta e usando il II principio di Newton determina la forza tra i corpi celesti.
Ha poi postulato che questa forza avesse la stessa natura di quella tra un corpo e la Terra.

IPOTESI:
- Orbite circolari attorno al sole; prima di Keplero,
- Velocità costante in modulo => seconda di keplero => moto circolare uniforme
- T^2 = k*r^3 => terza di keplero => stimo l'accelerazione

- Uso questa accelerazione nella II di Newton e trovo una stima della FOrza

=> la forza su un pianeta dipende dal reciproco del quadrato della distanza dal Sole (attraverso il fattore k che nasconde la massa del Sole)

- Considero: la forza di gravità su un oggetto e la forza su un pianeta sono proporzionali alla massa e riscrivo Fg = mg
- => questa formula ha valore generale
- => le forze sole-pianeta e terra-corpo hanno al stessa natura

=> ho collegato la **<u>legge della caduta dei gravi sulla terra e le leggi dei moti dei corpi</u>**

Newton fa la verifica usando il sistema terra-luna, la cui distanza era nota, ed inserendo i valori trovò che g = 9.81 m/s^2
=> che è in accordo con quanto misurato dall'esperimento del pendolo.

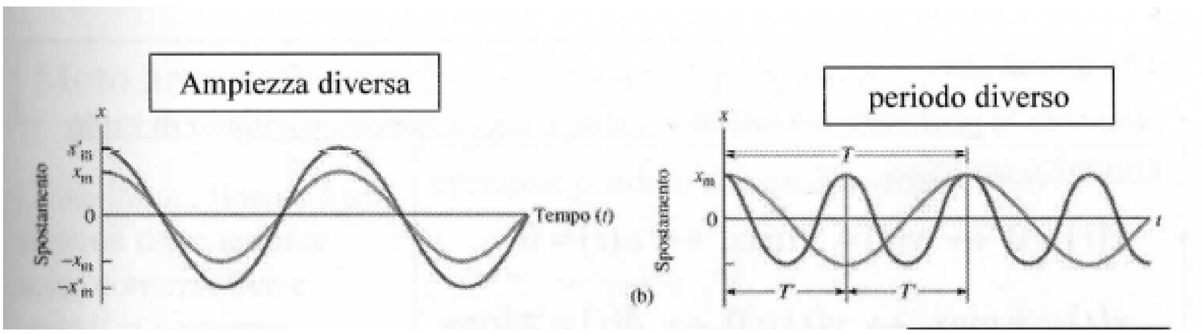
Non è noto come arriva alla formulazione finale. Possibile:

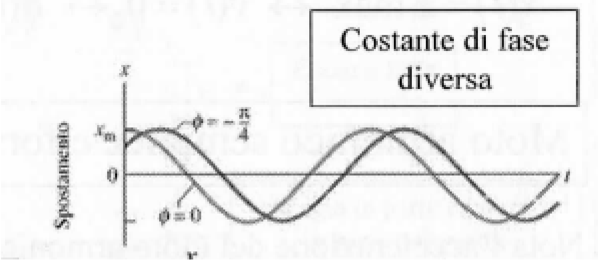
- Sapendo che posso stimare la forza con cui il sole attrae un pianeta e ipotizzando che l'attrazione gravitazionale abbia validità generale
- Scrivo F per Sole-Terra e F per Terra-Sole, le confronto e dico che mk' = Mk
- Formulò la legge universale di gravitazione => questo risultato viene generalizzato a qualsiasi coppia di particelle materiali

OSCILLAZIONI 11/05

I fenomeno oscillatori sono frequenti e presenti in natura sia a livello macroscopico che microscopico. (ex: mare che si muove, orologi/pendoli, corde chitarra).
Li raggruppiamo poiché possono essere descritti dalle stesse formule matematiche.
DEF: i fenomeni periodici sono fenomeni che si ripetono a intervalli regolari rispetto a qualche variabile indipendente (tempo, spazio..)
DEF: il moto si dice oscillatorio se è periodico nel tempo. Dunque è un fenomeno oscillatorio legato alla variabile indipendente tempo. Descritto da una funzione con andamento sinusoidale.
DEF: il periodo è l'intervallo di tempo durante il quale viene compiuta un'intera oscillazione. Nella rappresentazione grafica vedo che corrisponde alla distanza tra due massimi vicini della curva.

Se fisso due dei tre parametri del moto armonico semplice:





Abbiamo introdotto delle grandezze costanti: dei parametri.
Se ora deriviamo grandezze definite da funzioni (ex: posizione) e le variamo, possiamo osservare le ripercussioni sul moto armonico

OSCILLATORE LINEARE: PTC di massa m che sia soggetta a F = -k*x secondo la legge di Hooke che è una forza di richiamo e la fa muovere di moto armonico semplice.

Velocità

Se la PTC cambia posizione durante il tempo, dunque è in moto => la PTC avrà una velocità
La ricavo derivando la posizione.
Il grafico v(t) risulta spostato a sinistra di un quarto di periodo rispetto a x(t)

Accelerazione

Se la velocità cambia nel tempo => c'è accelerazione. La ricavo derivando la velocità.
Il grafico a(t) risulta spostato a sinistra di un quarto di periodo rispetto a v(t)

Tutte queste grandezze dipendono dal tempo attraverso la funzione seno o coseno e quindi OSCILLANO al variare del tempo.

Forza

Conoscendo l'accelerazione, posso studiare e descrivere le cause del moto armonico.
Troverò che la forza attuata da un oscillatore armonico semplice lineare avrà una **componente elastica** ed una **componente inerziale**.

Energia

L'oscillatore lineare è un sistema dove agiscono forze conservative => energia meccanica costante. Consideriamo il caso senza attrito e posso fare la dimostrazione.
Vedo le formule per U e K, le riscrivo in cos e sin.
Riscrivo U + K, raccolgo e trovo $E = ½ * k * x^2$

MOTO ARMONICO SEMPL. ANGOLARE

Generato da un oscillatore armonico semplice angolare. (Pendolo di torsione)

Un modello può essere un disco appeso ad un filo di sospensione attaccato ad un punto fisso. Se il disco viene fatto ruotare di theta m allora esso, al momento del rilascio, verrà richiamato dal momento torcente del filo ed oscillerà con un moto armonico semplice angolare.

Tau = -K * theta   analogo a F = -k*x

Da cui risulta la legge oraria analoga al caso lineare e pure l'eq del periodo e della pulsazione; ove al posto di m metteremo I momento d'inerzia

*PENDOLO SEMPLICE

Il pendolo semplice è un sistema ideale costituito da una PTC di massa m appesa ad un filo inestensibile e privo di massa (la massa del sistema è concentrata nella PTC), fissato ad un supporto.

Le forze agenti sono la forza peso della PTC stessa e la tensione del filo. Se sollevo la PTC, quindi le do uno spostamento iniziale theta m => la PTC si muoverà di moto oscillatorio.

Studio questo moto così originato. (vedi dimostrazione quaderno)

La componente tangenziale della forza di gravità è una forza di richiamo che tende a riportare il pendolo alla posizione centrale (accelerazione tangenziale). E' una forza compensatrice perché agisce sempre in senso opposto allo spostamento, tendendo a riportarla a theta = 0.

Usando la II di Newton (analoga angolare) posso proiettare lungo le forze agenti lungo le direzioni: radiale e tangenziale alla traiettoria del moto. Scrivo momento della forza di richiamo rispetto al perno come

Tau = -L*(mg*sin theta)

(c'è il meno per la convenzione perché se il momento tende a far ruotare in senso orario si prende il segno negativo)

Che non è però dipendente da theta in modo lineare e quindi non possiamo dire che descrive un moto armonico semplice angolare.
Considero però le oscillazioni piccole dunque sin theta ~ theta allora potrò scrivere

Tau = -K * theta

Continuando coi calcoli e le sostituzioni posso arrivare a trovare le espressioni relative a omega e T. Il periodo di un pendolo risulterà dipendere solo dalla lunghezza del filo del pendolo e dall'accelerazione di gravità => questo è il metodo che newton ha usato per confermare la sua ipotesi sulla forza gravitazionale.

> per quanto riguarda le oscillazioni non piccole avrò che il periodo viene moltiplicato per una serie di termini positivi (sviluppo del seno di theta m). Quindi il periodo per oscillazioni grandi è maggiore di quello con oscillazioni piccole

Errore con theta finito ma che non tende a 0

Quando si approssima sin theta a theta si introduce un errore percentuale. FInchè arrivo a 10 gradi la differenza è sotto lo zero. Da 30 gradi avrò quasi 5% di errore sull'approssimazione.
Ma come si ripercuote questo errore sulla misurazione del periodo T_zero?
Il rapporto tra T / T_zero è 1 quando theta è 0 (non c'è oscillazione).
Al crescere dell'ampiezza cresce anche l'errore percentuale di sovrastima => verso 30 gradi avrò 1.7%.
=> Quando rimaniamo sotto i 20-30 gradi abbiamo un errore <1-2% e quindi accettabile.

*PENDOLO FISICO

Il pendolo semplice è un sistema ideale: non c'è attrito, il filo è senza massa. In realtà il filo ha massa (che conta poco, dipende dal rapporto con m della PTC).

Possiamo essere interessati a studiare un modello/sistema meno ideale e più reale: un sistema dove la massa è distribuita => Il **pendolo fisico** è un corpo rigido che oscilla sotto l'azione del proprio peso, attorno ad un punto S che è DIVERSO dal suo CdM.
(condizione necessaria altrimenti il momento della forza peso risulta nullo perché il braccio è nullo e quindi non ruoterebbe perché questo è il momento responsabile della rotazione)

Il pendolo fisico è una generalizzazione del pendolo semplice.
=> La distribuzione della massa è la principale differenza ed è estremamente importante.

Come per il pendolo semplice posso fare il disegno delle forze e proiettarle lungo la direzione radiale e tangenziale: posso usare la II di Newton e poi scrivere il momento della forza di richiamo agente sul pendolo.

Ricordo tau = momento d'inerzia * a e considerando oscillazioni piccole => continuo nel ragionamento, calcolo e sostituisco fino a trovare l'espressione di alpha (accelerazione) analoga al caso lineare a(t) = - omega^2 * x

Dalla pulsazione ricavo infine il periodo.

*OSCILLAZIONI SMORZATE

Realmente nessun oscillatore continua a muoversi senza mai fermarsi => attriti.

Considero il modello dell'oscillatore per eccellenza: molla e blocco su piano senza attrito. Quando il moto di un oscillatore viene rallentato da una forza impressa dall'esterno, si dice che l'oscillatore ed il suo moto sono smorzati. La paletta nel liquido amplifica lo smorzamento del moto; la forza di resistenza del mezzo impressa dal liquido trasforma l'energia meccanica del sistema blocco-molla in energia termica del liquido e della paletta.

Consideriamo velocità relativamente basse ed un corpo affusolato => la forza smorzante Fsm applicata dal liquido è di intensità proporzionale alla velocità v del sistema blocco-paletta, io posso scrivere l'espressione:

Fsm = - b * v

Dove b risulta essere la costante di smorzamento che dipende dalle caratteristiche del liquido e della paletta [kg/s]. Il segno meno indica che Fsm si oppone al moto in ogni istante (≠ forza di richiamo)

Continuando le considerazioni vedo che le forze agenti sono la forza di smorzamento Fsm ma anche la forza elastica della molla Fm. Se scrivo questa equazione usando II di Newton e derivo rispetto all'incognita x => i risultati della eq differenziale della II di Newton, per smorzamenti piccoli b < rad(4mk), saranno i valori rappresentati dalla funzione di spostamento per **moto armonico semplice smorzato**:

$$\boxed{x(t) = x_m e^{-bt/(2m)} \cos(\omega_{sm} t + \phi)} \qquad \text{con} \qquad \omega_{sm} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

In questo moto si dice che l'attrito "smorza l'ampiezza delle oscillazioni".

Dunque la soluzione per descrivere il moto armonico smorzato è medesima a quello non smorzato, con l'unica differenza che l'ampiezza xm viene smorzata nel tempo e quindi diminuisce tendendo a zero quando il tempo tende ad infinito (o a un valore molto grande). La dimensione dell'esponente (-b)/2m è il reciproco del tempo. Questo si può chiamare come costante di tempo e ci da un'idea su quanto ci vuole per avere xm -> 0

La pulsazione risulta essere legata a quella senza smorzamento. Però è comunque COSTANTE nel tempo. Dipende dalle condizioni iniziali del sistema, che non cambiano.

$$\omega_{sm} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} = \sqrt{\omega^2 - \frac{b^2}{4m^2}}$$

Si ha $\omega_{sm} < \omega$ Se $b << \sqrt{km} \Rightarrow \omega_{sm} \approx \omega$

Il valore della pulsazione con smorzamento sarà dunque sempre <= della pulsazione senza smorzamento. Dunque il periodo in caso smorzato sarà maggiore rispetto al caso più semplice.
Anche se il periodo risulta dipendere da questo smorzamento, esso non dipende dall'ampiezza e dunque non cambia nel tempo => è sempre un parametro costante e relativo alle condizioni iniziali del sistema con moto oscillatorio.

Energia: smorzamento modesto

In questo caso l'energia meccanica dipenderà dal tempo => perché xm dipende dal tempo. Quindi decresce esponenzialmente con lo scorrere del tempo. L'energia persa diventa Eth.

*OSCILLAZIONI FORZATE

Oltre alle oscillazioni compiute naturalmente (corpo spostato dall'equilibrio e rilasciato) possiamo anche studiare oscillazioni "forzate" =>
DEF: un'oscillazione forzata è l'oscillazione di un sistema oscillante smorzato quando è sottoposto a forze esterne oscillanti.
Ogni singolo corpo esistente in natura possiede un'oscillazione naturale interna che possiamo chiamare semplicemente omega.

Lo studio del moto del sistema oscillante forzato ci porta ad un principale risultato: una volta a regime il sistema oscilla con pulsazione omega_f uguale a quella della forza impressa e con ampiezza che dipende sia da omega_f che dalla frequenza naturale omega.

DEF: moto **a regime** = moto dopo un certo t intervallo di tempo, perchè all'inizio il moto sarà armonico smorzato, ma con l'azione della forza esterna questo dopo t istanti diverrà moto armonico forzato (sempre con smorzamento piccolo)
=> Una volta a regime sono in una SITUAZIONE STAZIONARIA (non statica)

Posso vedere più in dettaglio l'eq che descrive il moto oscillante forzato scrivendo seconda la II di Newton le forze agenti: F molla, F oscillante, F smorzamento.
Con i passaggi medesimi al caso smorzato posso ricavare l'eq differenziale la cui soluzione, ammessi smorzamenti piccoli è esattamente:

$$F_{sm} + F_m + F_{osc} = ma \rightarrow -bv - kx + F_0 \cos(\omega_f t) = ma$$

$$\rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos(\omega_f t)$$

La cui soluzione per smorzamenti piccoli $(b < \sqrt{4mk})$ si dimostra essere:

$$x(t) = \underline{x_m e^{-bt/(2m)} \cos(\omega_{sm} t + \varphi)} + x_m(\omega, \omega_f) \cos(\omega_f t + \varphi')$$

Il primo termine dell'equazione ha un andamento identico a quello del moto armonico smorzato libero ed è chiamato oscillazione transitoria perché dopo un certo intervallo di tempo sufficientemente lungo, il sistema entra in regime e il termine va a zero.
Una volta a regime rimane solamente l'oscillazione armonica data dal secondo termine.

L'ampiezza xm è costante nel tempo, nonostante il termine di smorzamento: questo è perchè l'attrito che riduce l'energia meccanica è compensato dalla forza oscillante esterna che fornisce l'energia dissipata e dunque mantiene xm costante.
(SUPPOSTO MOTORE SEMPRE ATTIVO)

RISONANZA: Legame pulsazione esterna e naturale

Ogni corpo esistente è dotato di una frequenza angolare interna naturale propria. Quando la frequenza della forza esterna tende al valore di rad(k/m) dunque omega_f = omega avrò che: xm (omega_f, omega) = valore max
Questo avviene perchè in condizione di **risonanza** (= la forza viene applicata in accordo al moto oscillatorio) l'energia assorbita dal sistema è MASSIMA.

Non sempre questo è uno scenario auspicabile poiché il fenomeno di risonanza può essere distruttive ex: un ponte che traballa ed il vento lo fa oscillare, se entra in risonanza ed esce quindi dal suo regime elastico, esso può crollare. Ma può anche essere sfruttato: ad esempio quando mi sintonizzo ad una stazione radio, vado in risonanza con la sua frequenza e riduco le onde ricevute da tutte le altre stazioni, permettendomi di ascoltare.

ONDE 18/05

In fisica si usano due concetti antitetici per descrivere molti fenomeni:
DEF: le **particelle** sono da pensare come una concentrazione di materia in un volume ben definito e piccolissimo. Trasferiscono energia nello spazio spostandosi (quindi spostando materia) ed attraverso gli urti.
DEF: le **onde** sono <u>**perturbazioni di una qualche grandezza fisica che si propagano**</u> nello spazio. Trasferisce energia nello spazio senza trasferire materia.

DEF: un **fenomeno ondulatorio** è dunque una perturbazione di una grandezza che si propaga nello spazio in modo ben definito.

Le onde si **propagano** nella materia grazie alle proprietà elastiche della materia stessa

Classificazioni

DEF: le **onde meccaniche** sono onde che si propagano nei mezzi materiali grazie alle loro proprietà elastiche
DEF: le **onde elettromagnetiche** sono la propagazione del campo elettromagnetico e quando sono nel vuoto viaggiano tutte alla stessa velocità c = 300k km/s (luce) => i campi elettromagnetici si propagano tramite onde gravitazionali
DEF: le **onde gravitazionali** sono delle perturbazioni della curvatura dello spazio-tempo e anche loro viaggiano nel vuoto alla velocità c

TUTTE LE ONDE HANNO LA STESSA DESCRIZIONE MATEMATICA

DEF: le **onde trasversali** sono quelle per cui la grandezza fisica è perturbata lungo la direzione <u>perpendicolare</u> alla direzione di propagazione dell'onda.

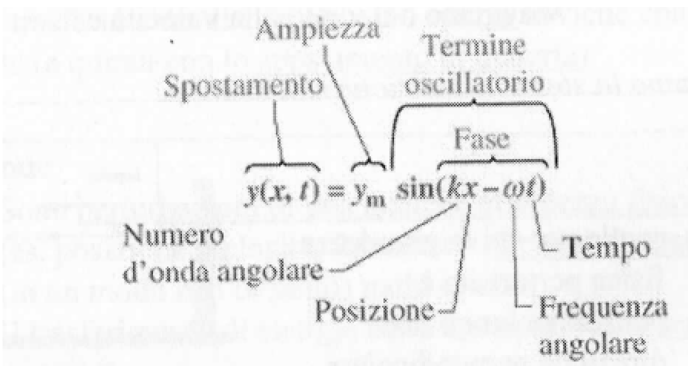
DEF: le **onde longitudinali** invece perturbano la grandezza lungo la direzione parallela alla propagazione dell'onda.

Ci sono anche onde né longitudinali né trasversali.
Noi limitiamo il nostro studio alle onde in generale e quelle meccaniche.

*ONDA ARMONICA

Le onde armoniche sono quelle omocromatica = un colore = una sola frequenza.
DEF: onde dalla forma sinusoidale, dove le particelle si muovono di moto armonico semplice
Sono un caso particolare di onde ma le studiamo perché sono semplici e perchè si enuncia:

Th: qualsiasi onda è scrivibile come una <u>combinazione di onde armoniche</u>
Per descrivere l'onda dobbiamo descrivere la sua forma => funzione del tipo y = h(x,t) e scriviamo:

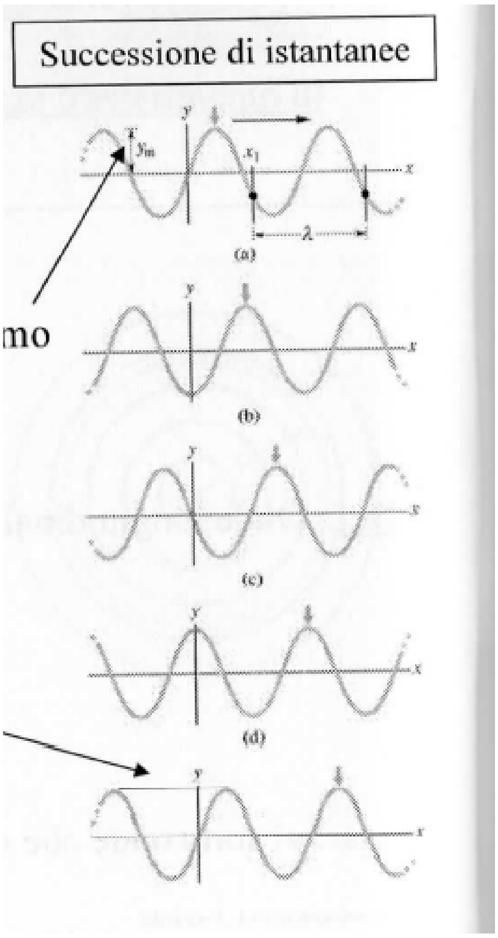


Questa equazione è espressa in funzione della posizione x e si può usare per trovare gli spostamenti di tutti gli elementi della corda in un qualsiasi istante t.

Onda che si propaga da SX verso DX, (ad esempio muovendo il capo di una corda di moto oscillatorio). Questa funzione descrive la forma che si muoverà/traslerà lungo la corda x: se considero il punto infinitesimo della corda, lo vedrò muoversi su e giù verticalmente, ogni volta che passa un certo intervallo di tempo. Ogni istante avrò la stessa immagine la stessa forma sulla corda, ma traslata lungo la direzione di propagazione.

=> l'onda si **propaga lungo x** mentre le particelle della corda **oscillano lungo y.** Questa **oscillazione armonica** si propaga senza mai fermarsi: caso ideale senza attriti

Analizzo le grandezze: t fissato



Posso bloccare la variabile t e prendere dei momenti successivi, per osservare come fotografie una dopo l'altra => **profilo dell'onda**

AMPIEZZA:ym modulo dello spostamento massimo

FASE: (k*x - omega*t), al propagarsi dell'onda lungo x, la fase varia linearmente in funzione del tempo => varia anche il seno, oscillando tra +-1.

> nel fare l'istantanea posso individuare:

LUNGHEZZA D'ONDA: lambda, distanza tra due punti omologhi dell'onda (in unità di misura metro). Possiamo anche definirla come la distanza tra due punti per tornare ad avere lo stesso valore di y. Se i due punti solo x e x_0 allora dirò lambda = x - x_0 con y(x) = y (x_0) DIM

NUMERO D'ONDA (angolare): la quantità k risulta k = 2*pi / lambda
Il numero k indica il numero di volte in cui raggiungo lo stesso max in un intervallo 2*pi => dopo k*lambda ritorno al punto iniziale considerato. DIM

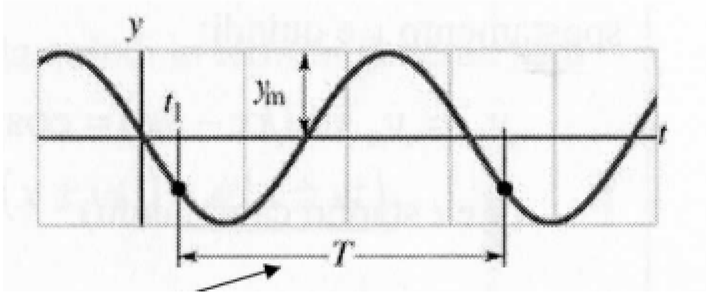
Dunque da queste immagini io vedo una *cresta* dell'onda che si muove e trasla: il fenomeno di propagazione dell'onda non fa muovere materialmente la corda verso destra, ma solo su e giù.

Analizzo le grandezze: x fissato

Posso anche bloccare la variabile x: significa considerare e visualizzare il movimento di un singolo pezzettino/infinitesimo di corda lungo l'asse y durante il tempo t che scorre.

y(0,t) = ym*sin(-omega*t) = -ym*sin(omega*t)

=> osservando l'equazione ci accorgiamo che il moto del singolo elemento è **moto armonico semplice**.



PERIODO DELL'ONDA: intervallo di tempo perché il moto di un elemento cominci a ripetersi => tempo per completare un oscillazione.
In termini grafici è la distanza sull'asse del tempo (in secondi) tra due punti con il medesimo valore ym.

*VELOCITA' DI UN'ONDA IN MOTO

Non posso derivare dy/dt=> troverò la velocità lungo la direzione della perturbazione = la velocità dei singoli punti materiale della corda che oscillano. Devo usare un ragionamento diverso => dx/dt DIM

Io osservo sulle istantanee nei t1 e t2 che l'onda si propaga di un delta_x in un delta_t. Ogni **punto sulla forma dell'onda** e non sulla corda, manterrà la sua ordinata y. Quindi se y(x) è costante allora anche la fase (kx - wt) è costante nonostante e e t siano due variabili.

Se la fase è costante => la derivo rispetto al tempo ponendo il risultato uguale a zero. Proseguendo con i calcoli posso trovare l'espressione per la grandezza velocità v di propagazione di un'onda.

DEF: **velocità di fase dell'onda armonica**, velocità che si ricava derivando la fase costante di un'onda armonica. Derivo x e non y perché l'onda si propaga lungo x (onda trasversale)

Condizione funzione d'onda

Si verifica che una funzione qualunque rappresenta un'onda se la dipendenza da x e t è data dal legame (k*x +- omega*t)

*ONDA LUNGO CORDA TESA

Posso determinare la velocità di propagazione in due modi:

Analisi dimensionale DIM

La velocità dipende dalle tensione tau della fune e dalla sua densità lineare di massa mu.

DEF: la densità lineare di un filo è il limite per delta_l che tende a zero del rapporto tra delta_m (massa del filo di lunghezza) e delta_l (lunghezza del filo).
Se mu è uniforme allora non dipende dalla posizione dunque m = mu*l

Possiamo quindi scrivere (con a e b incognite)

$$\boxed{v \propto \tau^a \mu^b} \quad \Rightarrow \quad LT^{-1} = \left(MLT^{-2}\right)^a \left(ML^{-1}\right)^b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M^{a+b} = 1 \\ L^{a-b} = L \\ T^{-2a} = T^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ a-b=1 \\ -2a=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

E quindi

$$v \propto \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = C\sqrt{\frac{\tau}{\mu}}}$$

Con C che è costante adimensionale che con questa analisi non riusciamo a determinare (vedremo col secondo metodo che è =1)

II di Newton DIM

Scelgo un <u>**SdR che si muove con l'onda**</u> e considero un tratto delta_l infinitesimo di massa delta_m dove ai suoi estremi agiranno tau1 e tau2.

Tramite Newton descrivo le forze agenti: tau1+tau2 = delta_m*a

Proietto questa equazione lungo le direzioni della corda imperturbata e la direzione della perturbazione. La proiezione sulla **direzione della corda** risulterà = 0 perchè la **velocità è costante**.
Se la corda è <u>imperturbata</u> tau1, tau2 e tau_net saranno circa uguali.

Mi ricordo di approssimare sin theta a theta con theta che vale delta_l / 2*R, ricordo l'espressione dell'accelerazione centripeta e di delta_m.

Si dimostra coi calcoli che la velocità è uguale al quadrato del rapporto tra tau e mu. Dunque la velocità dipende dalle caratteristiche del mezzo e non dalla frequenza dell'onda.
=> a parità di forza, una massa maggiore risulta un'accelerazione minore, perché la particella ha un'inerzia.
Questi calcoli sono svolti sempre approssimando sin theta a theta dunque <u>supponendo velocità bassa</u>.

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

Consideriamo due impulsi lungo una corda tesa e con versi opposti.

$$y'(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

=> **Th:** quando diverse onde si combinano in un punto, lo spostamento y di tale punto è la somma vettoriale degli spostamenti che ogni onda produrrebbe se agisse da sola.
In generale la somma degli spostamenti sarebbe vettoriale, ma se limito la perturbazione ad una direzione allora non è necessario.

Si suppone che il mezzo risponda linearmente alle singole piccole perturbazioni, e non oltre il suo limite di elasticità, altrimenti non è più una dipendenza lineare.
=> ricordo che velocità = lambda * frequenza e a pari velocità, frequenza maggiore -> lunghezza d'onda minore.
La velocità è indipendente dalla frequenza, che dipende solo dalla sorgente dell'onda.

*ENERGIA

Per generare un'onda c'è bisogno di una sorgente che compia lavoro (oscillatore, ex: persona) L'onda trasporta questa energia - sia in forma cinetica che potenziale.
L'onda trasporta energia ma la dissipa nel mezzo = smorzamento

FOURIER

Th: un'onda qualsiasi (anche un impulso) può essere scritta come sovrapposizione di onde armoniche.
=> Quando l'onda è periodica, la sovrapposizione è una somma (infinita) di onde armoniche
=> Quando non è periodica (impulso) la sovrapposizione è un integrale di onde armoniche

$$y(kx-\omega t) = A_0 + A_1 \sin(kx-\omega t) + A_2 \sin 2(kx-\omega t) + A_3 \sin 3(kx-\omega t) + \dots$$
$$+ B_1 \cos(kx-\omega t) + B_2 \cos 2(kx-\omega t) + B_3 \cos 3(kx-\omega t) + \dots$$

Il teorema di Fourier ci dice anche che valore devono avere $A_0, A_1, B_1, A_2, \dots$

*INTERFERENZE

DEF: un'**interferenza** è un fenomeno per cui due o più onde si combinano in un punto.
Solitamente il risultato è un'onda (anche se dipende dalle relazioni tra ampiezze e fasi delle onde interagenti)

Se consideriamo onde armoniche con uguale frequenza e uguale ampiezza lungo la stessa corda e nello stesso verso => scriveremo due eq descrittive che differiscono solo per una costante di fase phi. Si dice che le due onde sono sfasate dell'angolo phi (fase iniziale) ed è l'unico parametro da cui dipende la loro interazione.
Posso fare un'analisi: stessa velocità uguale => stessa frequenza => stessa freq angolare => stesso numero d'onda

Usando il principio di sovrapposizione posso raccogliere e calcolare lo spostamento risultante:

$$y'(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = y_m[\sin(kx - \omega t + \phi) + \sin(kx - \omega t)]$$

Usando $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$

$$\boxed{y'(x,t) = [2y_m \cos(\tfrac{1}{2}\phi)]\sin(kx - \omega t + \tfrac{1}{2}\phi)}$$

Che è ancora una funzione d'onda.

$$\overbrace{y'(x,t)}^{\text{Spostamento}} = \underbrace{2y_m \cos(\tfrac{1}{2}\phi)}_{\text{Ampiezza}}\ \underbrace{\sin(kx - \omega t + \tfrac{1}{2}\phi)}_{\text{Termine oscillatorio}}$$

Onda risultante dall'interferenza di 2 onde con stessa frequenza e ampiezza

Dall'interferenza di due onde con la medesima frequenza possiamo avere diversi fenomeni:

Completamente costruttiva

Se le onde sono esattamente in fase (creste allineate) allora phi = 0 e lo spostamento risultante ha ampiezza doppia di quella di partenza.

$$\boxed{y'(x,t) = [2y_m]\sin(kx - \omega t)}$$

Completamente distruttiva

Se la differenza di fase è mezzo periodo quindi phi = pi allora sono in perfetta opposizione di fase e si annullano a vicenda. y'(x,t) = 0

=> lambda è multiplo della lunghezza d'onda
Lo sfasamento si può esprimere anche come traslazione dell'onda lungo x

Interferenza generica

Il valore dello spostamento segue la legge definita dall'eq dimostrata in precedenza.

ONDA STAZIONARIA

DEF: un'**onda stazionaria** è il fenomeno risultante dall'interferenza tra due onde armoniche con uguale frequenza, ampiezza e direzione ma verso opposto.

$$\overbrace{y'(x,t)}^{\text{Spostamento}} = \underbrace{[2y_m \sin(kx)]}_{\text{Ampiezza}}\underbrace{\cos(\omega t)}_{\text{Termine oscillatorio}}$$

La risultante non sarà una funzione d'onda vera e propria perchè mancherà il termine (k*x + w*t)
A regime stazionario non c'è propagazione: solo **oscillazione**.

Ogni singolo elemento della corda oscilla lungo y con un ampiezza che dipende dalla sua posizione lungo x.
=> il diagramma non varia; i minimi e i massimi hanno la stessa posizione

La caratteristica importante e rilevante sono i punti particolari di questa curva risultante:
DEF: i **nodi** sono dei punti nei quali la corda è permanentemente a riposo.
sin(k*x) = 0 => k*x = (n+½)*pi
DEF: i **ventri** si trovano in mezzo ai nodi adiacenti e sono punti in cui l'ampiezza dell'oscillazione è massima.
sin(k*x) = +- 1 => k*x = n*pi

Posso calcolare la posizione x dei nodi e ventri, sapendo che rispettivamente hanno sempre y = 0 e y = 2ym

RIFLESSIONE ONDE

Al posto del modello di una corda lunga infinita, considero una corda lunga ma vincolata ad un muro => studio il moto delle onde su mezzi fisici con dimensione limitata.
=> questo è un metodo più pratico per generare onde stazionarie

Estremo vincolato

Suppongo che non ci sia assorbimento dell'energia trasportata dall'onda. Quando un impulso si avvicina ad un estremo fisso, considero che la tensione esercitata sul punto è diretta verso l'alto => la parete esercita una forza uguale e contraria, orientata verso il basso.
C'è un'**inversione di fase dell'onda riflessa** e l'onda riflessa risulta capovolta rispetto alla incidente (180°)

$$y_{inc} = f(kx - \omega t) \qquad y_{rifl} = -f(kx + \omega t)$$

Estremo libero

Suppongo che all'estremo vincolato la corda termini con un anello di massa trascurabile e libero di scorrere in verticale => l'impulso verrà certamente riflesso, ma non ci sarà alcuna reazione da parte della parete/tubo dunque l'onda sarà solo riflesso e non invertito.

$$y_{inc} = f(kx - \omega t) \qquad y_{rifl} = +f(kx + \omega t)$$

ONDA AL POSTO DI IMPULSO: l'onda incidente e quella riflessa interferiscono => essendo con ampiezza e frequenza uguale avremo un interferenza completamente costruttiva e stazionaria (sono in fase ma con versi opposti => onde stazionarie)

Onde stazionarie: condizioni al contorno

Le onde stazionarie possono essere prodotte dalla sovrapposizione continua di onde incidenti e riflesse sulle estremità di una corda.

=> deve valere che, siccome gli estremi sono vincolati, questi saranno dei NODI

Ogni onda stazionaria prodotta può essere identificata dal suo numero di nodi => modo normale di oscillazione => corrisponde una lunghezza d'onda precisa e legata alla lunghezza stessa della corda => ci sarà anche una frequenza fondamentale per ogni n numero di nodi

FLUIDI: STATICA 24/05

DEF: un **fluido** è un sistema che si deforma sotto l'azione di una forza tangenziale, cioè che tende a far scorrere uno strato del sistema sull'altro.

I fluido sono solitamente sistemi nella fase liquida o aeriforme (tranne il vetro) e quindi non hanno una forma propria ma la adattano al contenitore. I liquidi hanno volume proprio mentre i gas no.
Dal punto di vista microscopico le molecole dei liquidi interagiscono solo con quelle vicine.

DEF: la **densità di massa** (o massa volumica) è definita come *rho* di un corpo. Si valutano infinitesimi di massa su infinitesimi di corpo (volume). Dunque la massa è l'integrale del prodotto fra rho ed il volume. Se rho è uniforme (= non dipende dall posizione, dal volumetto) allora m = rho*V
Si suppone per ipotesi che la materia sia continua. In realtà è granulare.

DEF: la **pressione** è una grandezza fisica, dunque si identifica con la sua misura (tramite uno strumento apposito). Si considera un sensore costituito da un contenitore con una molla/pistone che può essere compresso dal fluido circostante.

La pressione del fluido sul pistone è il rapporto della forza perpendicolare alla superficie sulla superficie stessa (supposta molto piccola, quasi infinitesima => così misuro la pressione in un punto). P non dipende dall'orientazione di A.

FLUIDI A RIPOSO: STEVINO

Qual è la dipendenza della pressione del fluido e altre variabili esistenti, profondità/quota? Sperimentalmente so che più profondo => più pressione, più in quota => meno pressione. Determiniamo la pressione **idrostatica** in funzione della quota.

DIM: Considero un modello: contenitore di liquido, prendo un ipotetica superficie chiusa di liquido (cilindro). => le forze sulla superficie laterale del cilindro si elidono per simmetria (perché sono le medesime)

Le forze agenti verranno contate solo sulle superfici superiore ed inferiore.
F1 = forza superiore diretta verso il basso
F2 = forza inferiore diretta verso l'alto
Fg = forza gravitazionale dovuta alla massa del cilindro di liquido

Il campione d'acqua è fermo: F_net = m*a = 0
Inoltre cerco sempre valori validi per un punto: scelgo l'altezza del cilindro infinitesima.
Sviluppo taylor della pressione in un punto e trovo un'equazione che descrive come varia la pressione in funzione della profondità => **equazione della statica dei fluidi**
Se integro => **legge di stevino** che mi permette di calcolare la pressione assoluta (= pressione alla profondità h) come la somma della pressione relativa (alla massa sovrastante) e la pressione atmosferica.

Conclusione: la pressione nel punto di un fluido in equilibrio statico dipende solo dalla profondità del punto (non da dimensioni orizzontali o da caratteristiche del contenitore)

PASCAL vedi p337

Se in un punto di un fluido che riempie completamente un recipiente chiuso viene variata la pressione, la variazione si propaga in tutto il fluido (e viene trasmessa alla parete del recipiente).

DIM:
Primo modello: contenitore di fluido chiuso con pistone e piombini => scrivo le leggi di stevino per descrivere la pressione nei due punti.
Mi accordo che delta_p dipende solo da delta_p_zero perché rho*g*h è costante per ogni punto.

Secondo modello: martinetto idraulico => vedo che delta_p impressa su un pistone si ripercuote sull'altro pistone.
=> L'intensità della forza può variare, la L = F1 * d1 = F2 * d2 è costante => esprime la **conservazione dell'energia**

ARCHIMEDE

- Considero un sacchetto di plastica di massa trascurabile riempito d'acqua. Lo immergo in una vasca di acqua e mi accorgo che è in equilibrio statico => non tende ad affondare né a risalire => Fg è contrastata da una qualche spinta, che è uguale al peso dell'acqua contenuta nel palloncino.

DEF: Un corpo immerso (interam o parzialm) in un fluido è sottoposto ad una spinta verso l'alto di intensità uguale al peso del fluido spostato.
Questa **spinta di galleggiamento** (o spinta di **archimede**) verso l'alto esiste perché la pressione aumenta con l'aumentare della profondità, quindi la pressione in prossimità del fondo del sacchetto è maggiore della pressione in cima.
=> Siccome il sistema è in equilibrio, Fa dovrà eguagliare le forze verso il basso agenti sul sacchetto, che è la sola Fp. Dunque Fa sarà in modulo uguale alla forza di gravità agente sul volume di liquido "spostato".

- Se considero una pietra => affonda di un'accelerazione minore rispetto a quella di caduta libera in aria => c'è una forza che contrasta la gravità
- Se considero un pezzo di legno => risale in superficie/galleggia => la sua forza peso è MINORE della spinta ricevuta => è minore della Fp del volume di liquido spostato

=> In un fluido **galleggiano** i corpi con densità inferiore a quella del liquido (o densità media minore). In acqua il legno, in aria le mongolfiere.

FLUIDI: DINAMICA 25/05

Il moto di un fluido si può descrivere in due modi:

DEF LAGRANGIANA (o particellare): Si suddivide il fluido in particelle (=piccole porzioni di fluido; non uso volumi infinitesimi perché le molecole sarebbero troppe, improponibile).
=> Descrive il moto delle singole particelle.

DEF EULERIANA: Si studiano le grandezze del fluido (velocità, densità, pressione) come funzioni della posizione e del tempo (concetto di campo)

Velocità = v (r, t)

Non descrivo la velocità di una ptc fissata, ma di una ptc che nell'istante **t** si trova in **r** e quindi al variare di t analizzo diverse particelle

Descrivere il moto di un fluido reale è complicato (ed uno studio ancora incompleto) => considereremo solo il moto di un **fluido ideale**:

DEF: **moto stazionario**, ovvero un moto descritto da grandezze che NON dipendono dal tempo v = v(r) => ogni PTC che passa in r ha la stessa velocità nel tempo.

DEF: **linea di flusso** è una linea che in ogni punto, nell'istante considerato, è tangente alla velocità.
Th: le linee di flusso non si intersecano
Th: se c'è moto stazionario, le linee di flusso sono costanti e coincidono con le traiettorie delle particelle
=> ogni particella che considero in un certo punto e istante avrà una sola linea di flusso (una velocità = una tangente) che sarà la stessa per tutte le particelle che passano in **r**, e questa indicherà la loro traiettoria. Due linee di flusso NON si intersecano.

DEF: un **tubo di flusso** è la superficie ottenuta dalle linee di flusso che passano per una linea chiusa. Pur essendo una superficie puramente geometrical di fatto è impermeabile (= il fluido segue le linee e non attraversa la superficie laterale)
DEF: **portata volumica del tubo** di flusso è il volume di fluido che è passato attraverso *dS* (= sezione infinitesima del tubo di flusso) nell'intervallo *dt* diviso *dt*.

$$dV = dS\,v\,dt \quad \Rightarrow \quad dq \equiv \frac{dV}{dt} = v\,dS \qquad q = \int_S dq = \int_S v\,dS$$

Per un tubo di flusso a sezione finita, integro.

Classificazione fluidi

- **Fluido incomprimibile**: un fluido con densità di massa costante uniforme (velocità basse)

  Rho (r, t) = rho *(non dipende dalla posizione né dal tempo)*

- **Fluido viscoso**: fluido dotato di attrito interno; nella realtà tutti

- **Moto laminare**: moto di un fluido che avviene con scorrimento dei suoi strati senza perdita delle loro individualità (il fluido non si rimescola, le traiettorie delle PTC non si incrociano). Le velocità sono supposte basse.

- **Moto turbolento**: moto non laminare con presenza di vortici. Difficile da analizzare. Importante per le previsioni meteo.

Consideriamo sempre un fluido ideale: incomprimibile e non viscoso, in moto laminare e stazionario.

EQUAZIONE DI CONTINUITA'

Vogliamo mettere in relazione la sezione del tubo e la velocità.
Considero un fluido in moto stazionario e laminare in un condotto. (sezione variabile)
Fluido incomprimibile, quindi rho = costante sempre e ovunque.

Considero la massa di fluido che attraversa la sezione A1 nell'intervallo *dt* e lo stesso per A2. **Poiché siamo in regime stazionario, la quantità di fluido che attraversa le sezioni è la stessa** => *dm1 = dm2*

*A1*v1 = A2*v2*

La portata è costante: aumenta la sezione, diminuisce la velocità del fluido => esprime la **conservazione della massa**

TH BERNOULLI

E' tutto quello che consideriamo per la dinamica dei fluidi. Conferma anche alcuni risultati trovati nella statica dei fluidi e spiega molti fenomeni.

ENUNCIATO: Considero un fluido ideale in moto stazionario e laminare.

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{costante} \quad \left(p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \right)$$

Si trova che in ogni punto del fluido, in ogni istante, la somma della pressione valutata nel punto, più l'energia cinetica per unità di volume, più l'energia potenziale per unità di volume (valutata in quota rispetto ad un riferimento relativo) è costante lungo un qualsiasi tubo di flusso o condotto => somma indipendente dal punto considerato

Conseguenza Bernoulli: Venturi

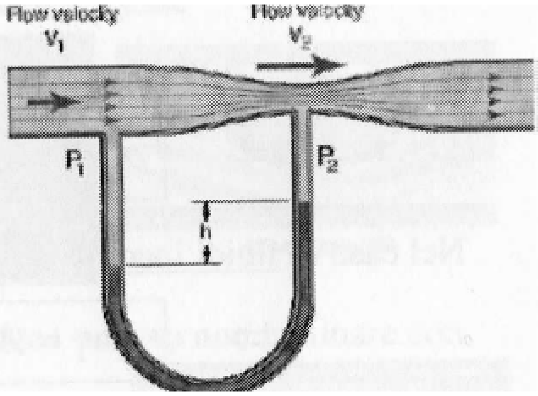
Nelle strozzatura la velocità aumenta dunque la pressione **deve** diminuire

- Se il condotto è orizzontale:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$$

Nelle strozzature v aumenta (da eq. di continuità) e quindi p diminuisce

$\boxed{\text{Effetto Venturi}}$



Conseguenza Bernoulli: Stevino

Se il fluido è a riposo: trovo che il termine contenente la velocità è nullo, e quindi l'espressione diventa la legge di stevino

$$p_1 + \rho g y_1 = p_2 + \rho g y_2$$

$$\Rightarrow \quad p_2 = p_1 + \rho g (y_1 - y_2)$$

=> questa equazione esprime il **principio di conservazione dell'energia** (estende quanto trovato dalla dimostrazione di pascal)

APPLICAZIONI BERNOULLI

Tubo a sezione costante

Considero un tubo a sezione S costante => velocità è costante in ogni punto
La pressione varia in funzione della quota del liquido

$$\Rightarrow \quad p_1 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_1^2} + \rho g h_1 = p_2 + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_2^2} + \rho g h_2$$

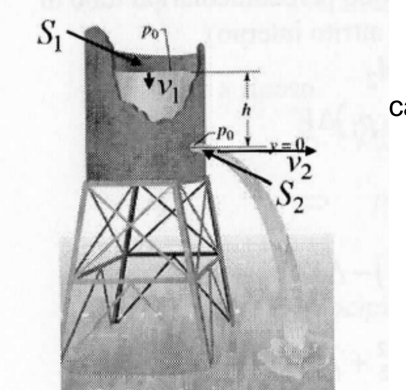
$$\Rightarrow \quad p_1 + \rho g h_1 = p = p_2 + \rho g h_2$$

< Max pressione nel punto + basso

Se immagino di avere una pompa per fare salire il liquido ad una quota h, la pompa dovrà fornire una differenza di pressione delta_p = rho*g*h => F = S*rho*g*h
La pompa deve vincere la differenza di pressione.
La potenza della pompa sarà: P = F*v = rho*g*h*(S*v) = rho*g*h*q

Formula di Torricelli

Efflusso di un liquido da un foro



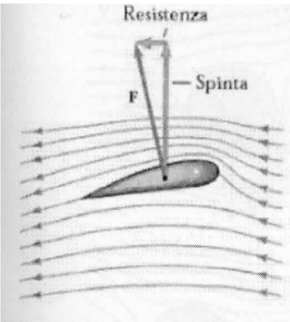
Ipotizzo S1 >> S2; pressione p_0 comune per p1=p2 perchè atm
=> Per la legge di Leonardo vale v1 = S2 / S1 * v2 <<< v2

Scrivo l'eq di Bernoulli trascurando v1 e le p_ext.
Troverò che la velocità del liquido emergente è la stessa se cadesse da h => caduta libera

DIM: Spiego perchè la sezione del filo d'acqua che fluisce da un rubinetto diminuisce con l'aumentare della distanza dal rubinetto.

Durante la caduta, la forza di gravità accelera l'acqua e aumenta la velocità => per rispettare la portata costante, la sezione deve diminuire

Portanza



DEF: la componente della forza agente su un corpo in un fluido diretta perpendicolarmente alla velocità. Spiegabile solo in parte da Bernoulli , conta la viscosità.

La forma di un'ala e la sua inclinazione aumentano la velocità dell'aria sulla parte superiore rispetto alla parte inferiore => differenza di pressione che genera una forza verso l'alto sull'ala.
Nelle macchine di F1 il ragionamento è contrario.

Durante i temporali con venti molto forti i tetti possono staccarsi o distruggersi => non è colpa del vento che lo porta via, ma la differenza di pressione. Il vento è molto veloce quindi p_ext minore mentre l'aria nella casa è ferma quindi p_int maggiore => la differenza esercita una forza dal basso verso l'alto e fa sbalzare via il tetto.

Effetto Magnus

Una palla che ruota trascina l'aria per attrito => la accelera. La differenza di velocità dell'aria ai due poli della palla generano una differenza di pressione => la traiettoria si incurva.
Senso orario BACKSPIN: aria sopra più veloce, la pressione genera una forza verso l'alto.
Senso antiorario TOPSPIN: aria sotto più veloce, la forza è generata verso il basso. Cade vicina e rimbalza forte.

TERMODINAMICA

C'è un concetto molto importante: l'energia. Lo scambio di energia tra sistema avviene tramite il lavoro di una forza => non si crea né si distrugge, ma cambia forma.

Abbiamo considerato trasferimenti di energia senza considerare, fino ad ora, il caso in cui il sistema e l'ambiente hanno una differenza di temperatura.
=> Così il trasferimento di energia avviene non solo tramite lavoro, ma anche tramite il calore.

DEF: la **termodinamica** studia i trasferimenti di energia tra corpi macroscopici quando viene coinvolta la temperatura. Non si considerava ancora, non si sapeva nulla, sulla composizione corpuscolare della materia.

DEF: la **temperatura** viene associata al concetto di percezione soggettiva di caldo e freddo. È quella grandezza fisica fondamentale che può essere misurata da un dispositivo chiamato termometro.

DEF: il **termoscopio** è un dispositivo termosensibile che dà una misura di temperatura. Di solito è un dispositivo che contiene una sostanza dotata di una proprietà misurabile la cui misura si modifica in modo regolare al variare della temperatura. (proprietà dei corpi di cambiare al variare della temperatura dell'ambiente)
DEF: il **termometro** è un termoscopio tarato (rispetto a un riferimento che diamo noi), misura la temperatura.

*LEGGE ZERO DELLA TERMODINAMICA

Considero un termoscopio T ed un corpo A, a contatto in una camera isolata termicamente. Dopo un intervallo di tempo sufficiente, raggiungono un nuovo stato di equilibrio e il termoscopio mostrerà un valore fisso => A e T sono in **equilibrio termico**

Se considero due camere isolate con due corpi A e B. Entrambi risultano in equilibrio termico con un termometro, e la lettura/misura di temperatura è al stessa => I corpi A e B saranno anch'essi in equilibrio termico.
Per l'equilibrio termico vale la proprietà transitiva.
ENUNCIATO: Due sistemi separatamente in equilibrio termico con un terzo sistema, sono in equilibrio termico fra loro.

Così ho introdotto l'esistenza della temperatura per ogni sistema.
Ora posso misurare questa temperatura e il termoscopio diventa termometro => questa misura ha ora valore fisico.

Punto triplo dell'acqua

L'acqua si può trovare in tre fasi distinte: liquida, solida, gassosa. Posso ottenere queste diverse fasi a valori diversi di T e P.
Esiste un valore di temperatura e pressione per cui vapore, acqua e ghiaccio possono trovarsi in equilibrio termico => **Punto triplo dell'acqua, T = 273,16K = 0.01 °C**

Se abbasso la pressione, la temperatura necessaria per ottenere una certa fase diminuisce.

Scale di Temperatura

Definisco T3 = 273.16K => T = 0 °C = T3
Lo zero assoluto in Kelvin = 0 => -273.16 °C

Scala Celsius: $\boxed{T_c = T - 273{,}15^{\circ}}$

Scala Fahrenheit: $\boxed{T_F = \frac{9}{5} T_c + 32^{\circ}}$

DILATAZIONE TERMICA

Al variare della temperatura, i corpi subiscono delle deformazioni.Ogni materiale risponde in modo diverso, e la dipendenza proporzionale tra deformazione e variazione di temperatura è espressa da un certo coefficiente.

Dilatazione Lineare

Se la temperatura di una sbarra, un'asticella di sezione trascurabile, lunga L viene variata di delta_T (supposta piccola, pochi Kelvin) la lunghezza L viene variata di delta_L proporzionale a delta_T tramite un **coefficiente di dilatazione lineare**.

$$\boxed{\Delta L = L \alpha \Delta T}$$

Dilatazione Volumica

Per i liquidi ed i solidi la variazione di volume conseguente ad una variazione di temperatura (sempre supposta piccola) è proporzionale a delta_T tramite un **coefficiente di dilatazione volumica** che risulta essere il triplo di quello lineare dello stesso materiale

$$\boxed{\Delta V = V \beta \Delta T}$$

TEMPERATURA E CALORE

Per introdurre la legge zero abbiamo considerato due corpi in una camera isolata termicamente, che rimangono a contatto e dopo un tempo sufficiente => raggiungono equilibrio termico.

La legge zero non vale solo tra corpi => la applico tra il sistema e l'ambiente. Posso iniziare a pensare di introdurre un concetto di energia.

DEF: Un sistema a temperatura T_s inserito in un ambiente a temperatura T_a **modifica la sua temperatura** finchè non è uguale a quella dell'ambiente circostante.

A regime (= dopo un tempo sufficiente)

$$\boxed{T_s' = T_a' \approx T_a}$$

La variazione di temperatura è conseguente al trasferimento di una certa energia tra sistema e ambiente. Si dice che c'è stato trasferimento di **calore**.

DEF: il **calore** è l'energia che viene trasferita tra ambiente e sistema a causa di una differenza di temperatura.
Dunque non va pensato come qualcosa di posseduto; il calore rappresenta un modo per variare l'energia del sistema (analogo al lavoro che rappresenta l'energia che varia in conseguenza all'applicazione di forze). Si misura in joule o calorie. 1cal = 4.186J

Per convenzione si dice Q>0 se l'energia termica è trasferita al sistema (sistema assorbe) => T_a > T_s
Si dice Q<0 se l'energia viene trasferita dal sistema (ambiente assorbe) => T_a < T_s
Se T_a = T_s allora Q = 0 perchè non c'è trasferimento di energia termica.
=> L'energia tende a muoversi da una fonte/corpo/sistema "più caldo" (T maggiore) ad uno "più freddo" (T minore)

ASSORBIMENTO CALORE SOLIDI E LIQUIDI

Quando uno scambio di calore non deve far passare il sistema di fase, un corpo varia la propria temperatura.
Considero un sistema che scambia Q con l'ambiente e varia la temperatura di delta_T.
Posso definire C una costante di proporzionalità tra una certa quantità di calore e la variazione di temperatura prodotta nell'oggetto di una certa materia. Posso anche esprimere questa costante per unità di massa del materiale, oppure per mole.

Def: capacità termica media $\boxed{\overline{C} = \frac{Q}{\Delta T}}$ calore che bisogna scambiare per aumentare la temperatura di 1K

Def: capacità termica $\boxed{C = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\delta Q}{dT}}$

Def: calore specifico $\boxed{c = \frac{C}{m} = \frac{1}{m}\frac{\delta Q}{dT}}$ m = massa del sistema

Oss: La capacità termica dipende dal sistema considerato.
Il calore specifico dipende dalla sostanza del sistema considerato.

Def: calore specifico molare $\boxed{c = \frac{1}{n}\frac{\delta Q}{dT}}$ n = numero di moli del sistema

Attenzione: *dQ* non è un differenziale vero ma "improprio": Q non è una funzione di stato perché non descrive uno stato di un sistema in un momento preciso, bensì una variazione di una grandezza (energia). Il valore di Q dipende in funzione non solo della grandezza ma anche della *storia* del sistema.

1 mol indica la quantità di massa che contiene Na (avogadro) molecole (!= atomi) di sostanza.

CALORE LATENTE

DEF: un **cambiamento di fase** avviene quando un solido o un liquido assorbono calore senza aumentare la propria temperatura.
Questo avviene poiché durante il cambiamento di fase, cambia la struttura del materiale: il calore (energia) assorbita verrà usata per scindere i legami inter-molecolari della struttura microscopica => *(le molecole si allontanano e si oppongono alle forza elastiche interatomiche che tengono legati i solidi)* => dunque aumenta l'energia potenziale delle molecole ma non quella cinetica => la temperatura dell'intero sistema rimane costante.

Ex: l'acqua bolle a temperatura costante. T supererà i 100°C solo quando TUTTA l'acqua è diventata vapore e in caso questo continui ad assorbire calore dall'ambiente.

DEF: il **calore latente** (di fusione o di evaporazione) di una sostanza è il quantitativo di calore necessario (da fornire o assorbire) per far cambiare fase alla massa unitaria di una certa sostanza.

$$\boxed{L = \frac{Q}{m}}$$

TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE E LAVORO

Considero un modellino: camera isolata termicamente cilindrica con un pistone libero di scorrere. Sul pistone appoggiamo dei piombini, dei pesi che controbilanciano la pressione del gas, e nel cilindro inseriamo un gas. La base del cilindro non è isolata ma ci permette di fornire/assorbire calore dal sistema (gas) per regolarne la temperatura.

Un sistema scambia energia con il suo ambiente tramite lavoro e calore; si parte da uno stato iniziale ed uno stato finale del sistema, caratterizzati da pressione, volume e temperatura

DEF: una **trasformazione termodinamica** è un processo durante il quale c'è scambio di energia con l'ambiente tramite calore o lavoro => ovvero quando viene cambiato lo stato di un sistema tramite la variazione di volume, temperatura e pressione.

Suppongo che tutti i cambiamenti avvengano lentamente così che il sistema è sempre in equilibrio termodinamico approx. (ogni parte del sistema è in equilibrio con ogni altra parte)

=> Considero il lavoro del gas, perché è più comodo.
Se immaginiamo di rimuovere un piombino (e supponiamo no attrito, nè pistone con massa) allora la pressione del gas esercita una forza ***F*** che solleva il pistone di intensità p*A => questa forza solleva il pistone di un certo spostamento.
Definiamo il lavoro infinitesimo compiuto dal gas durante lo spostamento.

$$\boxed{dL = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F\,dr = (pA)dr = pdV}$$

Se abbiamo uno spostamento finito, L è pari all'integrale di questa espressione.

Durante una trasformazione il volume non è l'unica grandezza che può variare, poichè lo stato di un gas è rappresentato anche da P e T.

Posso rappresentare la trasformazione usando un grafico della pressione in funzione del volume e l'area sottesa (l'integrale) è comodo per visualizzare il lavoro compiuto.

Fissati due punti sul piano, posso individuare **infiniti percorsi per arrivare da uno stato i ad uno stato f**.
=> delta_e_interna NON dipende dal percorso seguito ma solo dallo stato iniziale e finale. L e Q invece DIPENDONO dal percorso (dal processo) seguito.

*PRIMA LEGGE DELLA TERMODINAMICA

In realtà è un principio perché è qualcosa di vero, dimostrato sperimentalmente e non ricavato da altre leggi/equazioni.

Analizzando le trasformazioni termodinamiche ci si accorge che nonostante le quantità Q ed L dipendono dal processo, la somma (Q - L) si rileva sperimentalmente come costante una volta fissati inizio e fine.
=> Tutte le combinazioni algebriche di Q ed L dipendono dal percorso; solo la quantità *Q - L* non lo è => la chiameremo **energia interna** ed è una funzione di stato

ENUNCIATO: se il sistema termodinamico compie un cambiamento infinitesimo allora avremo:

$$\boxed{dE_{int} = \delta Q - \delta L}$$

"L'energia interna di un sistema cresce quando vi si trasferisce energia mediante l'immissione di calore Q e diminuisce quando se ne asporta energia mediante lavoro L compiuto dal sistema"

Attenzione: *dQ* e *dL* non sono dei veri differenziali. Non esistono funzioni del tipo Q (p, V) o L (p, V) dipendenti solo dallo stato del sistema - dipendono anche dalla storia del sistema. Per questo *dQ* e *dL* sono differenziali inesatti e possiamo considerarli come trasferimenti molto piccoli di energia.

DIM 230V
In meccanica la variazione di energia totale si scrive

$$\Delta E_{tot} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{th} + \Delta E_{int} = L$$

Il lavoro è considerato positivo quando è l'esterno a compiere lavoro sul sistema; e negativo quando è il sistema a compiere lavoro sull'esterno => convenzione opposta alla termodinamica, per cui L è positivo se il sistema compie lavoro, negativo se subisce lavoro.

Riscrivo usando gli apici per indicare grandezze meccaniche

$$\Rightarrow \quad \Delta E'_{mec} + \Delta E'_{th} + \Delta E'_{int} = L' = -L$$

In termodinamica invece ho l'espressione della conservazione dell'energia rispetto a delta_E_interna in cui appare L

$$\boxed{\Delta E_{int} = Q - L = Q + L'}$$

=> lo sostituisco con L' e "mischio" le grandezza della termodinamica con quelle della meccanica

Però nella prima eq non compare il calore => in meccanica considero sempre un sistema isolato in cui non c'è trasferimento di energia, di calore con l'ambiente esterno.
In termodinamica invece non compare l'energia meccanica perché i sistemi che consideriamo sono sistema in cui non c'è variazione di energia meccanica, dunque K + U è un valore costante in qualunque momento.

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta E_{tot} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{int} &= Q - L \\ &= Q + L'\end{aligned}}$$

=> unisco meccanica e termodinamica considerando un sistema diverso => questo sistema sarà più generale e potrà scambiare energia con l'ambiente esterno attraverso il calore e compiendo/subendo lavoro => quello che scrivo è energia meccanica (sistema della meccanica) + energia interna (sistema della termodinamica) che in questa equazione comprende TUTTA l'energia NON meccanica (= anche quella termica, ma non solo).

Se ritorniamo a considerare la termodinamica: pongo delta_e_meccanica = 0 e quindi trovo di nuovo delta_e_tot = delta_e_int = Q - L = Q + L'

=> La termodinamica è un caso particolare del principio di conservazione dell'energia

Tutto questo vale quando lo stato iniziale e quello finale sono in equilibrio

CASI PARTICOLARI: TRASFORMAZIONI

Trasformazioni adiabatiche

Vincolo: Q = 0 => delta_E = - L
Si suppone un sistema isolato termicamente: non c'è trasferimento di calore => Q = 0.
Se il sistema compie lavoro, l'energia diminuisce; se il sistema subisce energia, l'energia aumenta.
Se togliamo i pallini => V aumenta => compio lavoro => E diminuisce => T diminuisce

Trasformazioni isocòre

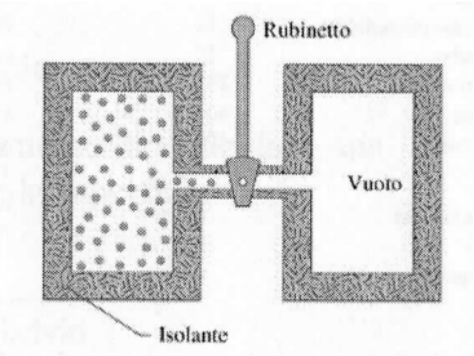
Vincolo: L = 0 => delta_E = Q
Se T cresce => Q > 0 assorbito => delta_E > 0 energia cresce

Trasformazioni cicliche

Vincolo: delta_E = 0 => L = Q

Lo stato iniziale coincide con lo stato finale (passando per un qualsiasi percorso) => energia interna = 0 => Q = L

Trasformazioni libere (adiabatiche a volume costante)



Vincolo: Q = 0 & L = 0 => delta_E = 0
L'equilibrio esiste solo all'inizio e alla fine del processo, non durante infatti non c'è modo di eseguirlo lentamente. Sono trasformazioni adiabatiche durante le quali non viene compiuto lavoro.

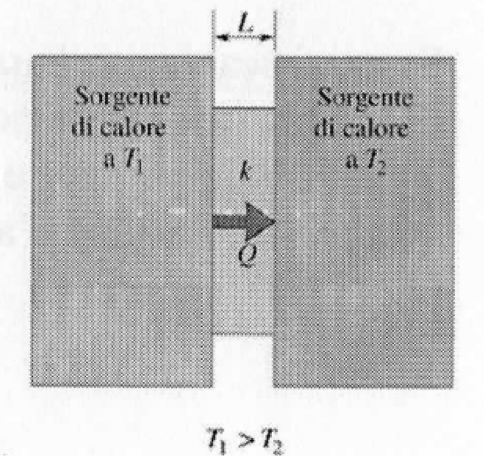
Modello: doppia camera isolata con un rubinetto. Il gas è chiuso in una sola camera dunque quando il rubinetto viene aperto il gas andrà a riempire anche la seconda => si espande nel vuoto e non incontra nessuna pressione L = 0 => durante gli stadi intermedi T, V e P non assumono un unico volume quindi non si può tracciare un grafico dell'andamento dell'espansione.

TRASMISSIONE DEL CALORE

Avviene tramite tre meccanismi.

Conduzione

DEF: la **conduzione** è il trasporto di calore senza movimento macroscopico di materia.



Se scaldo l'estremo di una barretta metallica, anche l'altro estremo si scalda.
Il meccanismo dipende dalla fase del materiale. Nei solidi è dovuto alle vibrazioni molecolari e alla possibilità di trasferimento degli elettroni di conduzione.
Nei gas e nei liquidi è dovuto al movimento degli atomi e delle molecole. Non ci interessano le temperature iniziali e finali, consideriamo le due sorgenti come enormi e T1 > T2, ci interessa lo scambio di calore.

Convezione

DEF: la **convezione** è il trasporto di calore con movimento macroscopico di masse fluide, generato dall'effetto di differenze di temperatura che provocano variazioni di densità.
Ad esempio l'aria che circola perchè l'aria calda sale e viene sostituita da aria fredda => moto convettivo

Irraggiamento

DEF: l'**irraggiamento** è il trasporto di calore per mezzo di onde elettromagnetiche (possibile anche nel vuoto = assenza di materia).
La potenza emessa da un corpo per irraggiamento dipende (è proporzionale) dalla sua superficie emissiva A e dalla temperatura T della superficie.

*TEORIA CINETICA DEI GAS

Un gas è costituito da molecole (atomi, biatomiche, etc) che riempiono il volume in cui sono confinati ed esercitano una pressione sulle pareti del recipiente che li confina.
Tutte le variabili associate allo stato di un gas sono conseguenza del moto che anima i suoi atomi. La teoria cinetica spiega la relazione tra moto e grandezze:

- Volume => libertà delle molecole di sparpagliarsi entro il contenitore
- Pressione => causata dagli urti delle molecole con le pareti del contenitore
- Temperatura => legata all'energia cinetica posseduta dal gas

Non sono però grandezze indipendenti.

Attenzione: non possiamo applicare ragionamenti a TUTTI gli atomi. La teoria cinetica dei gas è un metodo statistico che utilizza valori medi di alcune grandezze microscopiche. => troveremo legami con grandezze macroscopiche

DEF: una **mole** è la quantità di sostanza che contiene tante molecole (o atomi) quanti indicati dal numero di Avogadro Na = 6.022*10^23

Gas ideali

DEF: un **gas** è detto **ideale** quando è molto rarefatto. In quel caso la relazione tra p, V, T vale per tutti i gas ideali P*V = n*R*T

p*V = N*k*T n*R = N/Na*k*Na = N*k

In realtà non esistono fas ideali: i gas si avvicinano al comportamento di uno ideale quando le sue molecole interagiscono poco => sono distanti => è a bassa densità

LAVORO GAS IDEALI

Lavoro a temperatura costante

Considero un gas ideale contenuto in un cilindro. Suppongo di espandere il volume del gas mantenendo costante la sua temperatura (= espansione isoterma)

Otteniamo che p = nRT * 1/V dove nRT è costante
Il grafico p-V è un'iperbole.
Calcolando il lavoro:

$$L = \int_{Vi}^{Vf} pdV = \int_{Vi}^{Vf} nRT\frac{1}{V}dV = nRT\int_{Vi}^{Vf}\frac{1}{V}dV =$$

$$= nRT\left(\ln V_f - \ln V_i\right) = nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$$

L>0 con espansione Vf > Vi
L<0 con compressione Vi > Vf

Lavoro a pressione costante

La forza che spinge contro il gas è costante. Ad esempio nel nostro modellino non cambiamo il peso della zavorra (piombini)

$$L = \int_{Vi}^{Vf} pdV = p\int_{Vi}^{Vf} dV = p\Delta V$$

Lavoro a Volume costante

Non viene effettuato alcun spostamento.

$$L = \int_{Vi}^{Vf} pdV = \int_{Vi}^{Vi} pdV = 0$$

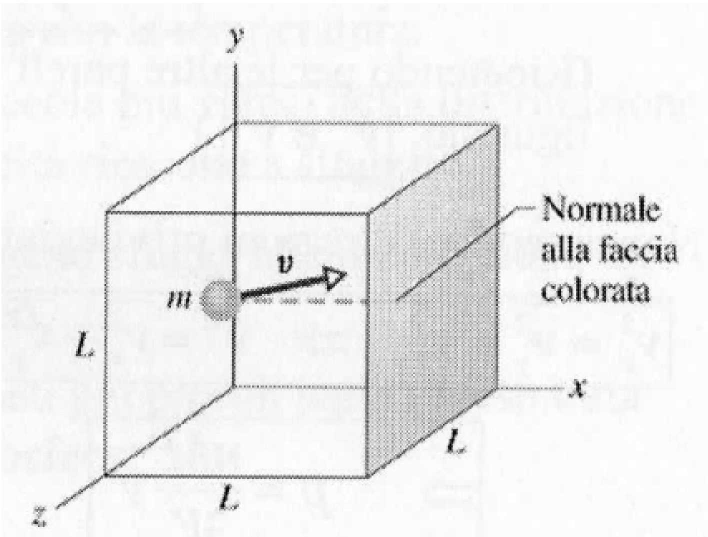
dV è nullo => L = 0

*RELAZIONE PRESSIONE E VELOCITA'

Voglio determinare la relazione tra la pressione (variabile macroscopica) di un gas ideale e la velocità (variabile microscopica) delle molecole.

Considero un gas ideale in un contenitore cubico e scelgo un SdR per cui gli assi xyz coincidono coi tre spigoli (per comodità)
=> Le molecole urtano tra loro e con le pareti in tutte le direzioni, nessuna privilegiata => considero solo gli urti con le pareti

Suppongo che colpisca di urto elastico la parete indicata:
La pallina colpisce e la sua velocità cambia (solo la componente x, inverto segno) e quindi anche la quantità di moto *q* => angolo di incidenza = angolo di riflessione



In realtà un vincolo forte è la parete che rimane ferma e quindi non si conserva la qnt di moto del sistema

$$\Delta q_x = -mv_x - (mv_x) = -2mv_x$$

Calcolo il tempo per urtare di nuovo la stessa parete come delta_t = 2*L / vx
Cerco il modulo della forza media delle molecole sulla parete => modulo di delta_q e delta_t

$$\bar{F} = \left|\frac{dq}{dt}\right| = \left|\frac{\Delta q}{\Delta t}\right| = \left|\frac{-2mv_x}{2L/v_x}\right| = \frac{mv_x^2}{L}$$

Cerco la forza media di TUTTE le N molecole
E da qui la pressione sulla parete dovuta alla totalità del gas
Ricordo N = n*Na e introduco una **grandezza valor medio del quadrato di v_x**

$$\bar{F}_{tot} = \sum_{i=1}^{N} \bar{F}_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{mv_{xi}^2}{L}$$

$$p = \frac{\bar{F}_{tot}}{L^2} = \frac{m}{L^3}\sum_{i=1}^{N} v_{xi}^2$$

$$p = \frac{m}{L^3} N \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_{xi}^2 = \frac{mnN_A}{L^3}\overline{v_x^2}$$

Ripetiamo il ragionamento per tutte le altre pareti ed ottengo risultati analoghi dove compariranno le componenti della velocità nelle altre direzioni; che sono uguali tra loro.
Allora scrivo che i moduli valgono:
v_medio^2 = v_medio^2_x + v_medio^2_y + v_medio^2_z = **3*v_medio^2_x**

$$\boxed{\Rightarrow \quad p = \frac{nM}{3V}\overline{v^2}}$$

$$\boxed{\Rightarrow \quad p = \frac{nM}{3V}v_{qm}^2}$$

Def: velocità quadratica media=

$$\boxed{v_{qm} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i^2}}$$

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Introduco questa nuova grandezza; le componenti della velocità hanno una distribuzione gaussiana per cui la madia è concentrata su zero dunque non posso semplicemente calcolare la velocità media.
Per questo uso la media del quadrato della velocità che è != 0
Attenzione: non esistono particelle ferme => sarebbe in corrispondenza dello zero assoluto e non si muoverebbe NULLA

Conclusione: la velocità è proporzionale (ammessa la radice quadrata) alla temperatura del gas; ma è inversamente proporzionale alla massa. Misurare la temperatura significa misurare qualcosa di legato alla velocità delle particelle => vedi dopo

*RELAZIONE TEMPERATURA E ENERGIA CINETICA TRASLAZIONALE

Considero una molecola di gas ideale. La sua energia cinetica verrà calcolata come siamo abituati K(t) = ½*m*v(t)

L'energia cinetica media (traslazionale) di una molecola di gas ideale è:

$$\overline{K} = \overline{\tfrac{1}{2}mv^2} = \tfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \tfrac{1}{2}mv_{qm}^2 = \tfrac{1}{2}m\left(\frac{3RT}{M}\right) = \tfrac{1}{2}m\frac{3RT}{mN_A} = \frac{3}{2}\frac{RT}{N_A} \qquad \overline{K} = \frac{3}{2}kT$$

=> Fissata una temperatura, le molecole di un qualsiasi gas ideali hanno la stessa energia cinetica traslazionale media K_med = 3/2*k*T
Per trovare l'energia di TUTTE le molecole, moltiplico per N => K = N*3/2*k*T = 3/2*n*R*T

Conclusione: misurare la temperatura equivale a misurare l'energia cinetica traslazionale media delle molecole di un campione di gas ideale considerato. Questa l'interpretazione fisica della grandezza macroscopica temperatura; il moto delle molecole è un moto di agitazione termica)

*ENERGIA INTERNA GAS IDEALI

ENUNCIATO: Sperimentalmente si dimostra che l'**energia interna** di un gas ideale dipende SOLO dalla sua temperatura.

È verificato da Joule con il modellino dell'espansione libera di un gas (vedi processo adiabatico senza lavoro).
Durante l'espansione la pressione esterna rispetto al gas è nulla perché il gas si sta espandendo nel vuoto. => L = 0 ma il recipiente è anche isolato => Q = 0
=> L = 0, Q = 0 delta_E_int = 0

Alla fine dell'esperimento trovo che: **Tf ~ Ti** (in realtà Tf < Ti ma con p->0 ho Tf -> Ti)
Pf < Pi **Vf > Vi**

Avevo definito delta_E_int come una funzione di stato E (p, V, T)
Trovo che p, V, T sono legate fra loro e considerando V e T come variabili indipendenti ho

E = E (V, T) => applico E = 0 => E (Vf, T) = E (Vi, T)

Così posso vedere che E_int è indipendente da variazioni di V (analogamente dimostro anche per P) =>

Conclusione: E_int = E_int (T) per i gas ideali, la variazione di energia è una funzione di stato che dipende solamente dalla temperatura del sistema.

DIM resnick p484
Suppongo un gas monoatomico. Suppongo di scegliere un SdR per cui E_int del gas è solo cinetica traslazionale (la somma dei valori di K per ogni molecola) => potrò dire che se ho N molecole allora l'E_int vale

E_int = N*K_med = n*Na*3/2*k*T = 3/2*n*R*T

Che è la somma di tutti i valori di energia cinetica traslazionale media di tutte le molecole.

CALORI SPECIFICI GAS IDEALI

Per i solidi e i liquidi ho considerato il trasferimento di calore come un processo a pressione costante e con una dilatazione termica che porta una variazione di volume trascurabile.

Nelle sostanze aeriformi (che supponiamo essere gas ideali) si possono avere **importanti variazioni di volume**. Ma la variazione di volume è associata al lavoro che il gas compie o subisce => il bilancio energetico durante un trasferimento di calore cambia considerevolmente se permetto o impedisco al volume di variare.
Dovrò fare considerazioni per casi distinti.

Suppongo delta_E_int = Q - L e piccoli cambiamenti => *dE_int = dQ -dL*

DEF: il calore specifico molare a **volume costante** $c_V \equiv \frac{1}{n}\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_V$

$c_p \equiv \frac{1}{n}\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_p$ **DEF**: il calore specifico molare a **pressione costante**

Th: per un gas ideale vale Cp = Cv + R (relazione di Mayer); ove Cp > Cv

DIM
Considero prima volume costante => L= 0 e *dE* = *dQ* e quindi posso dire

$$c_V \equiv \frac{1}{n}\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_V = \frac{1}{n}\frac{dE_{int}}{dT} \quad \Rightarrow \quad dE_{int} = n\,c_V\,dT$$

Che posso riscrivere come

$$\Rightarrow \delta Q = n\,c_V\,dT + p\,dV = n\,c_V\,dT + (nR\,dT - V\,dp)$$

$$p\,dV + V\,dp = n\,R\,dT$$

Se differenzio p*V = n*R*T posso
sostituire di nuovo

$$\Rightarrow \quad \delta Q = n\,c_V\,dT + p\,dV = n\,c_V\,dT + \left(nRdT - Vdp\right)$$

$$\Rightarrow \quad c_p \equiv \frac{1}{n}\left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_p = c_V + R$$

per un gas **monoatomico** $\quad c_V = \frac{3}{2}R$

per un gas **biatomico** $\quad c_V = \frac{5}{2}R$

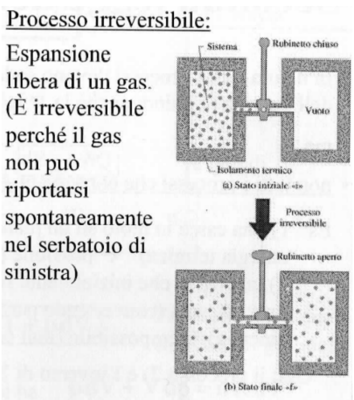
*SECONDA LEGGE DELLA TERMODINAMICA

In natura tutti i processi rispettano il principio di conservazione dell'energia (e dunque anche la I legge della termodinamica, che ne è un caso particolare) ma non tutti i processi che conservano l'energia sono realmente possibili.

In natura esistono processi irreversibili, come un popcorn che scoppia, una cassa in moto su un piano che trasforma energia cinetica in termica. Quindi processi che ripetuti in ordine inverso, non funzionerebbero, o meglio non sono mai stati osservati.
Questo perché esiste un "ordine, verso naturale delle cose" e corrisponde al verso in cui percepiamo scorrere il tempo. Ci accorgiamo che però, in senso di esecuzione di questi processi non viola MAI il principio di conservazione dell'energia => questo ci fa intuire che esiste qualcosa, una grandezza diversa e "più potente" che controlla questa direzione del tempo che ci definisce i processi irreversibili, la si chiama entropia.

Osserviamo che dunque in termodinamica (macroscopiche) esistono due tipi di trasformazioni

DEF: le trasformazioni **reversibili** di un sistema, che avvengono in modo che sia possibile ricondurre sia il sistema che l'ambiente esterno alle condizioni iniziali.



DEF: le trasformazioni **irreversibili** di un sistema sono quelle per cui non possiamo invertire il senso di svolgimento (cioè tornare alle condizioni iniziali) semplicemente variando dei parametri nell'ambiente esterno.

=> Sperimentalmente sappiamo che le trasformazioni reali sono tutte irreversibili. Quelle reversibili sono solo una idealizzazione.

=> La II legge della termodinamica esprime i vincoli che i fenomeni termodinamici devono soddisfare. Esistono due enunciati, diversi, ed è comodo averli entrambi perché sono perfettamente equivalenti e quindi uno implica l'altro; per dimostrarne la valenza basta verificare un solo enunciato. Sono dunque un opportunità per considerare una maggiore moltitudine di fenomeni.

CLAUSIUS: è impossibile realizzare una trasformazione termodinamica il cui unico risultato sia quello di far passare calore da un corpo a temperatura inferiore ad un corpo con temperatura maggiore.

=> Il calore fluisce spontaneamente dalle sorgenti calde a quelle fredde, mentre è impossibile che il processo inverso avvenga spontaneamente.

Il processo inverso avviene ⇔ il cedimento di calore non è l'unica conseguenza, deve esserci del lavoro (che corrisponde ad un processo non spontaneo)
=> un esempio è il frigorifero: sottrae calore dalla cella frigorifera per cederla all'ambiente, ma per farlo consuma corrente, richiede lavoro.

KELVIN-PLANCK: è impossibile realizzare una trasformazione termodinamica il cui unico risultato sia quello di assorbire calore da una sola sorgente e di trasformarlo integralmente in lavoro.

=>è impossibile realizzare una macchina ciclica che trasformi in lavoro tutto il calore estratto da una sola sorgente

Esempio espansione isoterma (caso ideale, reversibile): tutto il calore estratto dalla sorgente è trasformato in lavoro MA non è l'unico risultato perché cambia il volume.

In un caso reale esistono attriti e dunque si tratta di una trasformazione irreversibile: una parte del calore viene dissipato per attrito sia mentre espando che comprimo: dunque il ciclo assorbe lavoro invece di compierlo

=>Il caso ideale ci dimostra che per produrre lavoro con un motore termico ciclico mi servono almeno 2 sorgenti termiche.

MOTORI TERMICI: IL CICLO DI CARNOT

Il motore di Carnot (macchina ideale) usa due sorgenti con il fluido che compie cicli costituiti da due isoterme e due adiabatiche.
Per una trasformazione ciclica vale

$$\boxed{\Rightarrow \ \Delta E_{int} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = L}$$

$$\boxed{Q = |Q_1| - |Q_2|}$$

DEF: si chiama **rendimento termico η** di un motore il lavoro erogato/compiuto dal motore ad ogni ciclo (energia ottenuta) diviso per il calore assorbito ad ogni ciclo (l'energia spesa).

$$\eta = \frac{L}{|Q_1|}$$

(fornisco Q1 al sistema e verrà usato per compiere L, il resto sarà fornito a Q2)
Potrò scrivere η pensando che nel caso di Carnot, il rapporto dei calori è il rapporto delle temperature
Per avere la massima efficienza devo avere T2/T1 in prossimità di zero, che tende a zero (oppure T2 che tende a infinito), ma questo vale quando c'è una grossa differenza di temperatura.

$$\eta_C = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|}$$

$$\boxed{\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{T_2}{T_1} \quad \Rightarrow} \qquad \boxed{\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}} \qquad \boxed{T_1 > T_2}$$

=> percorrere il ciclo in senso anti-orario rispetta comunque i due enunciati: la macchina usa lavoro per trasferire calore dalla sorgente fredda a quella calda.

Teorema di Carnot

E’ un caso limite per le macchine reali perché rappresenta un caso ideale con trasformazioni reversibili.

ENUNCIATO: date due sorgenti termiche tutti i cicli di Carnot (reversibili) hanno lo stesso rendimento mentre ogni altro ciclo ha rendimento inferiore.

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} \leq \eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Q2 e Q1 sono le quantità di calore scambiate con le sorgenti a temperature T2 e T1

=> Il rendimento di un ciclo di Carnot dipende solo dalle temperature delle sorgenti e non dal gas ideale utilizzato o la larghezza del ciclo.
=> Ogni macchina ha rendimento minore di quello di una macchina di Carnot