

$x(t)$ movimento dello stato del sistema e $y(t)$ dell'uscita

(1P)

- ingresso costante

\Rightarrow movimenti di stato e uscita costanti \rightarrow STATI E USCITE DI EQUILIBRIO

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = 0 & f(\bar{x}, \bar{u}) = 0 \\ \bar{y} = g(\bar{x}, \bar{u}) \end{cases}$$

STATO DI EQUILIBRIO: $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$

associato a $u(t) = \bar{u}$ costante

se il movim. stato associato alle

$$\begin{cases} \dot{x}(t_0) = \bar{x} & \text{e } \bar{u} \text{ è} \\ x(t_0) = \bar{x} & \text{stato} \\ & \text{equilibrio} \end{cases}$$

se al tempo \bar{t} : $x(\bar{t}) = \bar{x}$

$$\Rightarrow x(t) = \bar{x} \quad \forall t > \bar{t}$$

\rightarrow uscita costante all'equilibrio \bar{y}

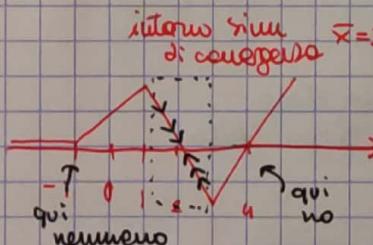
x_0 è
scelto ma
fissato
 u è scelto

$x \sim$ da u
e x

b
quelli
danno
mov. e
uscita

Stabilità
dipende solo
da x_0 ?

GLOBALMENTE STABILI \Rightarrow



\exists regione di attrazione dello stato di equilibrio, sono tutti gli x_0 che generano perturbazioni convergenti all'equilibrio.

- DEF GENERALE: in corrispondenza di un $u(t)$ fissato, potrebbero esistere diversi equilibri.
- per tutti quelli assut. stabili \exists un insieme di x_0 che generano mov. perturbati convergenti ampiamente allo stato

• se S è assolutamente stabile
 $\Rightarrow \exists$ un solo equilibrio

• ma se \exists un solo equilibrio
può essere anche instabile

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = -\bar{u}_1 \\ \dot{x}_2 = -\bar{u}_2 \end{cases}$$

ma instabile

condizioni di equilibrio

$$- u(t) = \bar{u}$$

\Rightarrow stati eq sono soluz di $A\bar{x} + B\bar{u} = 0$
uscite, di: $Y = C\bar{x} + D\bar{u}$

\rightarrow 2 instabili $\bar{x} = -A^{-1}B\bar{u}$
 \exists un solo stato di equilibrio

non ha
attrattori
nulli

$\rightarrow \det(A) = 0$ $\exists \infty$ soluzioni o nessuna

• formula di Laprange: $x(t) = e^{A(t-t_0)}x_0 + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)}B(\tau)d\tau$

$$y(t) = C e^{A(t-t_0)} x_{t_0} + C \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B(\tau) d\tau$$

libero forzato

- movimenti stato e uscita \rightarrow Esiste un contributo dato solo dall'STATO INIZIALE e uno solo dall'INGRESSO

• principio sovrapposizione effetti il comportamento dei sistemi per "grandi variazioni" dello STATO INIZIALE e L'INGRESSO differisce da quello relativo a "piccole variazioni" solo per un fattore di scala

- rappresentazioni EQUIVALENTE

$$\begin{aligned} z(t) &= T x(t) \quad \leftrightarrow \quad x(t) = T^{-1} z(t) \\ \left\{ \begin{aligned} T(T^{-1} z(t)) &= T A T^{-1} z(t) + T B u(t) \\ y(t) &= C T^{-1} z(t) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\tilde{A} = T A T^{-1} \quad \tilde{C} = C T^{-1} \quad \tilde{B} = T B$$

PROPRIETÀ SIS ASIN STABILI

- mov a $t \rightarrow \infty$ indipendente da x_0 perché il mov aritotico = con quello forzato
 $\Rightarrow x_e = L x_0 \rightarrow 0 \quad t \rightarrow \infty$
- se non ci sono autovalori nulli
 \Rightarrow fissato \bar{x} , $\bar{x} + \bar{q}$ sono unici \forall stato iniziale
- se stabile \Rightarrow è anche BIBO

TEOREMI STABILITÀ

\rightarrow un movimento (o stato eq) di un sis lin è stabile / instabile

\Leftrightarrow lo sono tutti i movimenti del sistema

\rightarrow ris lin è stabile \Leftrightarrow tutti i movimenti liberi dello stato sono limitati; aritot. stabile \Leftrightarrow tutti i mov. liberi dello stato tendono a zero

instabile se \exists almeno un mov. libero dello stato non limitato

\rightarrow caratt. della stabilità di un sis lineare dipendono unicamente dalle matrici della dinamica $A \Rightarrow$ ormai dal movimento libero

\rightarrow il movim. libero è una comb. lineare dei modi di A

\rightarrow ris lin è arit. stabile \Leftrightarrow tutti gli autovalori $Re(\lambda_i) \leq 0$

instabile se \exists almeno uno con $Re(\lambda_i) > 0$

\rightarrow se ris lin è stabile \Rightarrow tutti i coefficienti del polin. caratteristico hanno lo stesso segno

RAGGIUNGIBILITÀ

quanto l'azione dell'ingresso è in grado di influenzare lo stato interno del sistema (e la sua evoluzione)

→ STATO RAGGIUNGIBILE SE \exists LA POSSIBILITÀ DI PORTARE DA QUALCHE x_0 A QUEL \bar{x} ATTRAVERSO QUALECHE FORZANTE

$$\exists \bar{u} | x_0 = \bar{x} \Rightarrow \bar{x} \text{ è raggiungibile, ad un qualche } \bar{t}$$

$$\rightarrow \text{Rango di } X_r = \text{Im}(B) + \text{Im}(AB) + \dots + \text{Im}(A^{n-1}B) == n?$$

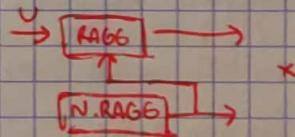
→ si costruisce T^{-1} con colonne lin. indip di X_r

→ tutti i movimenti forzati producono $z_{nr}(t) = 0$ $\forall t$
ma con opportuna scelta prendere a $z_r(t)$ qualcun valore

X_r è sempre un sottospazio. X_{nr} è formato da tutti e soli i vettori ortogonali agli elementi di X_r . Esistono punti (stati) formati da elementi sia in X_r che X_{nr} , emi sono non raggiungibili ma non stanno in nessun insieme. $[$ ragg = tutti elementi del vettore $] \in X_{nr}$
 $\in X_{nr}$ Stanno \Rightarrow

X_r = sottospazio dello spazio di stato tale che per ogni $\bar{x} \in X_r$ è possibile trovare un ingresso u che a un tempo arbitrario \bar{t} , il mov. forzato dato da u sia $x_0 = \bar{x}$

→ raggr. parla del flusso di informazioni da $u(t)$ a $y(t)$



SCOMPOSIZIONE DI KALMAN

a partire da b si costruisce X_r e poi da vettori $\in X_r$ e lin. indipendenti si costruisce T^{-1}

$$\tilde{A} = T^{-1}AT \quad \tilde{b} = Tb \quad \tilde{c}^T = c^T T^{-1}$$

con opportuni cambi di variabili
si riconducono all'evidenza
P.A. del sistema
→ che non sono influenzate da
che non influenzano

ragg. parla su campioni legati
tra input e stato, tra b e A
il modo mai visto d'è raggiungibile
tra \bar{x} in X_r

OSSERVABILITÀ

un stato $\tilde{x} \neq 0$ mi dice NON OSSERVABILE se $\forall t > 0$ finito, il movim. libero dell'uscita da \tilde{x} risulta $\tilde{y}(t) = 0$ con $t > \tilde{t} > 0$

\Rightarrow qualunque tratto del mov. da uno stato NO è indistinguibile dal vettore nullo. solo le matrici A (stato) e C (uscita) hanno ruolo, quindi l'osservabilità ride il flusso di info dallo stato all'uscita ($x \rightarrow y$)

\Rightarrow Tutti i movim. liberi generati da stati iniziali con $x_0(0) = 0$ sono identicamente nulli, perché x_{no} non influenza il mov. libero.

\Rightarrow nello spazio di stato c'è un vettore c^T e uno spazio di tutti i punti a lui ortogonali \Rightarrow SOTTOSPAZIO INVISIBILE.

$\Rightarrow \tilde{x} \in X_{no}$ se tutto paurov. elettrico libero sta nel ss. INV., se è mov. lib $\perp c^T$ e quindi $y = c^T \cdot x = 0$ sempre
 \Rightarrow non c'è componente di \tilde{x} nello spazio di c^T

$\Rightarrow X_{no}$ è sottosp. chiuso rispetto somma e prodotto scalare.

DIM: sia $\tilde{x} \in X_{no}$ $\rightarrow \alpha \tilde{x}$ con $\alpha \in \mathbb{R}$, verifico non osservabile

$$1. c L \alpha \tilde{x} = \alpha c L \tilde{x}$$

$$\alpha \cdot c L \tilde{x} = \alpha \cdot 0 \Rightarrow c L \alpha \tilde{x} = 0 \quad (\text{OK})$$

$$\text{sia } \tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \in X_{no} \rightarrow \text{verifico } (\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2) \in X_{no}$$

$$2. c L (\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2) = c L \tilde{x}_1 + c L \tilde{x}_2$$

$$= 0 + 0 = 0 \quad (\text{OK})$$

$\Rightarrow X_{no} \subseteq \{\text{sottospazio invisibile}\}$ se prendo $\tilde{x} \notin \text{ss. INV}$ e dico che non è osservabile, $y(0) \neq 0$ non va bene! Se no $y(t) = 0 \forall t$ per stare in quello invisibile, per il non oss è avvenuto un "meusimento"

SCOMPOSIZIONE DI KALMAN

$$x_0 = \text{Im}(c^T) + \text{Im}(A^T c^T) + \dots + \text{Im}((A^T)^{n-1} c^T)$$

\rightarrow costruisco T^{-1} con c^T e qualcosa a lui ortogonale

$$\tilde{A}^T = T A T^{-1} = T * 0$$

$$\xrightarrow{T \text{ oss}} \xrightarrow{T^{-1}} \xrightarrow{c^T} \text{O} \rightarrow y$$

* la parte non raggiungibile si vede nell'uscita

* la parte non osservab. non ci interessa
 se studiamo il comportamento esterno

* instabilità e modi della parte non osservabile sono terribili

se ragg \rightarrow si sposta (?)

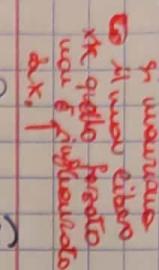
se non ragg \rightarrow se ciao

CIAO

IL MOV. FOR

DIPENDE SOLO DALLA PARTE OSS. E RAGG.

IL MOV LIBERO, DALLA PARTE nulla. Va a zero y
 se è stabile attenuati diante dalla NR (se OK) e NO (se X)



FdT

→ lo stato d'ingresso perduto è futuro

→ il movimento è causa lo stato evole nel tempo

PoV: ESTERNO → come U influenza Y , ora X è uno stimato suon il soggetto
FdT presiede dal tempo e fornire una perfetta RAPPRESENTAZIONE ESTERNA
del sistema. Il rapporto tra $U \rightarrow Y$

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = Ax(t) + bU(t) \\ Y(t) = cX(t) \end{cases} \rightarrow sX(s) = AX(s) + bU(s) \Rightarrow X(s) = (sI - A)^{-1}bU(s)$$

$$\Rightarrow Y(s) = c(sI - A)^{-1}b$$

$$FdT = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}b$$

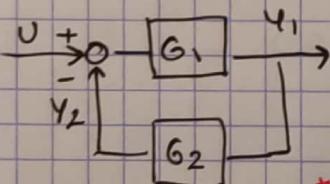
Fls + Nls
Fls
DIS
or (D)
Bc (Z)
(Z)

INTERCONNESSIONI

• SERIE: moltiplico le FdT

• PARALLELO: sommo le FdT

• RETROAZIONE: $Y(s) = \left[\frac{G_1(s)}{G_1(s)G_2(s) + 1} \right] U(s)$



anello chiuso = $\frac{\text{andata}}{1 + FdA\text{nello}}$

* i Poli sono le radici di $1 + G_1(s)G_2(s) = 0$
combinano gli autovettori!

TEOREMI

VALORE FINITO: se $\exists \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$ finito paria $f(\infty)$ allora \boxed{F}

$$\Rightarrow f_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

$$Y_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{Y(s)}{G(s)} = G(0)$$

VALORE INIZIALE:

$$\Rightarrow f(0) = \lim_{s \rightarrow +\infty} sF(s)$$

RISPOSTA ALLO SCALINO

→ valore iniziale: $Y(0) = \lim_{t \rightarrow 0^+} Y(t)$

$$s \cdot \frac{\beta_m s^m + \dots + \beta_0}{\alpha_m s^n + \dots + \alpha_0} \cdot \frac{1}{s}$$

$\begin{cases} 0 & m < n \\ \frac{\beta_m}{\alpha_m} & m = n \end{cases}$	$m < n$	grel > 0
	$m = n$	g. rel 0

Si ponono come anche le derivate successive

$$y = \lim_{s \rightarrow +\infty} s(Y(s)) = s^2 G(s) \frac{1}{s}$$

→ valore di regime y_∞ : ~~per~~ pari a $\mu(g=0) \circ 0 \circ (g < 0)$

→ valore max uscita

$$\rightarrow S\% \text{ (sovraccap. max \%)}: S\% = 100 \cdot \frac{y_{\max} - y_\infty}{y_\infty}$$

→ tempo di salita T_s : tempo minimo che $y(t)$ raggiunge dal 20% al 80% del. nel valore di regime

→ tempo di ritardo T_r : tempo per arrivare a 0.5 y_∞

→ tempo di ammortamento T_{ae} : tempo per ridurre la differenza T_a e y_∞ sia sotto $\epsilon\%$
 (tempo di ammort. al $(200 - \epsilon)\%$)

RISP. SCALINO - 1° ORDINE

→ risposta tipo esponenziale

- $y(0) = 0$

- $y(\infty) = \mu$ dopo tempo T se stabile

- $y_{\max} = y(\infty)$

- $S\% = 0$

- $T_{a\epsilon} = T \cdot \ln \frac{1}{0.01 \cdot \epsilon}$

- $y(t) = \mu (1 - e^{-t/T})$

- Transitorio dura $(4 \div 5)T$

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + Ts}$$

no sono a
scrittura

per l'andamento delle risp. in generale

- $y(0)$ pendenza iniziale

- $y(0)$ la concavità iniziale

- y_{∞} sarà da amm.

- con le cost. di tempo ho idea dove collocare le risalite

$$G(s) = \frac{\mu(1+sT)}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

DUE POLI REALI
+ UNO ZERO

- 3 CASI PER L'ANDAMENTO TEMPORALE

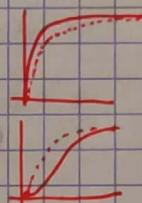
$\tau < 0$ sottoelargizionale

+ profonda
+ $|z|$ grande

$\tau > T_1 > T_2$ sovralargizionale

+ marcata
+ $|z|$ grande

$\tau \approx T_1 \gg T_2$ approssimabile al primo ordine
con T_2 dominante



$T_1 > \tau > T_2$ velocizza la risposta

$$\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \frac{1}{s}$$

$T_1 > T_2 > \tau$ tende ad un sistema con stessa poli ma senza zero

$$\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) \frac{1}{s}$$

• TH FINALE: $y_\infty = \mu$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s\mu(s) \frac{1}{s}$$

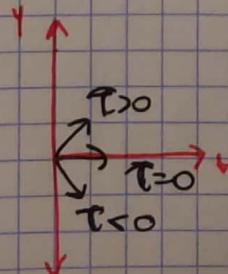
• TH INIZIALE: $y(0) = \Theta$

$$\sim \frac{\mu \tau}{T_1 T_2}$$

• pendenza iniziale $y'(0) = \frac{\mu \tau}{T_1 T_2} \Theta$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \mu(s) \frac{1}{s}$$

• concavità iniziale $y''(0) = \infty \cdot \text{sgn}(\tau)$



$$G(s) = \frac{\mu w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2}$$

POI COMPLESSI CONIUGATI

- $w_n > 0$ pulsazione naturale
- $|\xi| < 0$ smorzamento
- RISPOSTA SINUSOIDALE MODULATA PER UN ESPONENZIALE
- $\xi > 0$ STABILE $\rightarrow y_\infty = \mu$
- $\xi < 0$ INSTABILE \rightarrow diverge
- $\xi = 0$ STABILE \rightarrow oscilla con $\cos(w_n t)$

• caso anidrotomicamente stabile

$$S\% = 100 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_a}}$$

$$\tau_{a\varepsilon} = -\frac{1}{\xi w_n} \ln(0.01 \cdot \varepsilon)$$

$$\tau_a = \frac{s}{\xi w_n}$$

$$y_\infty = \mu$$

tempo salito \rightarrow tempo τ_a $0.1 y_\infty + 0.9 y_\infty$

se facessi $\tau_a(50) - \tau_a(10)$?

• se $|\xi|$ è piccolo ($< \frac{1}{2}$) si ha un picco di risonanza

APPROX a un polo w_c $\rightarrow \varphi_m > 60^\circ$

APPROX a due poli reali oscillanti $\rightarrow \varphi_m < 60^\circ$

$$\textcircled{2} \quad \tilde{P} = \operatorname{sgn}(-\omega_n \xi_1) \cdot \omega_n \xi_1$$

RISPOSTA IN FREQUENZA

TH: se si applica ad un sistema ~~con zeri~~ ^{amplificatore} un ingresso

$$v = U \sin(\omega t) \Rightarrow \text{l'uscita a regime sarà } y(t) = |G(j\omega)| U \sin(\omega t + \angle G(j\omega))$$

nello stesso pulsazione di ingresso e indip. dalla CI.

(perché un sistema ~~ampl.~~ ^{stabile} per esaurire il contributo della CI)

\Rightarrow una risposta a $U \sin(\omega_0 t)$ risulta NULLA \Leftrightarrow la FDT presenta una coppia di ZERI immaginari in $\pm j\omega_0$ (maioranza $G(j\omega_0) = 0$)

$$\text{caso} = \begin{cases} \text{stabile} \\ \text{instabile} \end{cases}$$

TH: suppongo sistema ~~senza autoreveri~~ $x(A) \in \text{Im}$ e applico l'ingresso

$$v(t) = U \sin(\omega t) \Rightarrow \exists x_0 \text{ stato oportuno tale che l'uscita sia}$$

$$y(t) = U |G(j\omega)| \sin(\omega t + \angle G(j\omega))$$

• sistemi a sfasamento minimo: guadagno positivo, tutti i poli e zeri hanno parte $\text{Re}(\lambda_i) \leq 0$ e $G(s)$ non contiene ritardi di tempo

• diagrammi blocchi di modello e forza: vedi

forse
tutti
i
poli
di
s
sono
immaginari
(anche
i
zeri)

SISTEMI DI CONTROLLO

STABILITÀ

REQUISITI

- ammottura stabilità se il sistema non lo fesse, il comportamento $t \rightarrow \infty$ dipenderebbe delle cond. iniz + segnali presenti anche se circuiti potrebbero divergere (STABILITÀ COND. NOMINALE)
- stabilità robusta: a volte $G(s)$ è solo un modello approssimativo e anche i suoi param. non sono certi \Rightarrow è importante avere stabilità in condizioni perturbate, cioè stima di margini di robustezza del modello

PRESTAZIONI STATICHE in condizioni nominali, dopo $t \rightarrow \infty$ entrare a regime e attenuazione di disturbo.

PRESTAZIONI DINAMICHE in cond. nominali, RISPOSTA AL SEGNALE RIF, RISPOSTA AI DISTURBI, MODERAZIONE VARIAZ. CONTROLLO + prestazioni robuste (cond. perturbate).

\Rightarrow STABILITÀ NOMINALE: non dipende da ingreni.

- il sistema complesso non deve avere poli attivatori a parte $\operatorname{Re}(\lambda_i) > 0$ associati a parti instabili del sistema

\Rightarrow basta verificare poi le radici di

$$1 + L(s) = 0$$

DIAGRAMMA NYQUIST \Rightarrow CRITERIO NYQUIST

Sia P il numero di poli di $L(s)$ con parte reale > 0 e N il numero di giri compiuti dal diag. di Ny. della f. d'omello $L(s)$ attorno a $(-1, 0)$
+1 se anteriori, -1 se orari.

Se poniamo per $(-1, 0)$, N non è ben definito.
condizione

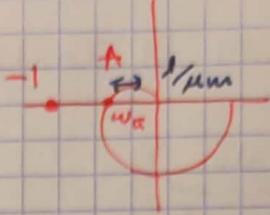
TM: l'inequazione è sufficiente perché il sist. retroazionato sia ammotticamente stabile è che N sia ben definito e risulti $N = P$

Formulazione più comune: il numero di giri attorno a -1 deve essere pari a zero (quando $\exists \operatorname{Re}(\lambda_i) > 0$)

corollario: $L(s)$ funz. d'omello stabile, è ammott. stabile $\Rightarrow |L(jw)| < 1 \forall w$

corollario: " se $|1 + L(jw)| < \pi \forall w$

• STABILITÀ ROBUSTA \rightarrow 3 indicazioni di robustezza



• MARGINE DI GUADAGNO: $L(s)$ non ha poli negativi e $\mu > 0$

(HP) il diagramma di Nyquist attraversa UNA VOLTA l'asse Reale

$\Rightarrow \text{è stabile} \times \text{Nyquist} (\times_{\text{A}} > -1)$

$$\Rightarrow \mu_m = \frac{1}{|L(jw_m)|} \quad \angle L(jw_m) = -\pi$$

$$\Rightarrow \mu_m |_{\text{dB}} = -|L(jw_m)|_{\text{dB}}$$

\Rightarrow I. Finché $\mu < \mu_m$ il diagramma $\mu L(s)$ non tocca -1

\Rightarrow II. μ_m è il max fattore moltiplicativo del guadagno di anello

• MARGINE DI FASE: $L(s)$ stabile, no poli $\text{Re}(\lambda) > 0$, $\mu > 0$

$L(s)$ strettamente propria, diagramma taglia l'asse Re da sotto a sopra

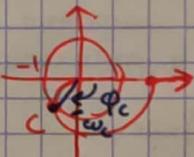
\Rightarrow ora C è l'intersezione con circonf unitaria

\Rightarrow C è la corrispondenza di w_c PULSAZIONE CRITICA
dove $|L(jw_c)| = 1$

$\Rightarrow \Phi_c$ è la fase di w_c , FASE CRITICA $|\Phi_c| < \pi$

\Rightarrow I. allora è stabile se non passa circunferenze $(-1, 0)$

$$\text{MARGINE DI FASE: } \Phi_m = \pi - |\Phi_c|$$



diag base fase: la distanza tra diagramma e -180° in corrispondenza di w_c è Φ_m

da un caso particolare di Nyquist..

CITERIO DI BODE

considerare I. $L(s)$ non ha poli $\operatorname{Re}(s_i) > 0$

II. il diagramma bode modello attraversa l'asse a 0dB
solo UNA VOLTA.

\Rightarrow il guadagno, φ_m non forse, cond. numerica e suff. a
ASINTOTICA STABILITA

$$\begin{cases} \mu > 0 \\ \varphi_m > 0^\circ \end{cases}$$

STABILITA ROBUSTA: φ_m volga $\sim 60^\circ - 80^\circ$

sproporz.
minimo?
 \Rightarrow orne tagliato
con pendenza
 κ
 $\Rightarrow \varphi_c = -\kappa 90^\circ$

SISTEMI DI CONTROLLO

PRESTAZIONI

$$\begin{array}{l} d \rightarrow y \\ y^o \rightarrow e \\ -d \rightarrow e \end{array}$$

• sensitività $H(s) = \frac{1}{1+L(s)}$

$$\begin{array}{l} y^o \rightarrow y \\ -n \rightarrow y \\ n \rightarrow e \end{array}$$

• sens. complement. $F(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$

$y^o \rightarrow y : F(s)$

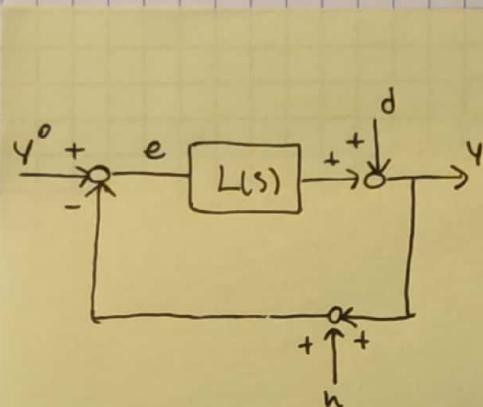
$y^o \rightarrow e : H(s)$

$n \rightarrow y : -F(s)$

$n \rightarrow e : F(s)$

$d \rightarrow y : H(s)$

$d \rightarrow e : -H(s)$



$$F(s) \begin{cases} y^o \rightarrow y \\ -n \rightarrow y \\ n \rightarrow e \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} F(jw) \approx 1 \\ \text{nella banda del riferimento} \end{array}$$

$$\bullet F(jw) \approx 0 \quad \begin{array}{l} \text{nelle alte freq} \\ \text{(disturb.)} \end{array}$$

$$H(s) \begin{cases} d \rightarrow y \\ +y^o \rightarrow e \\ -d \rightarrow e \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} H(jw) \approx 0 \quad \begin{array}{l} \text{nella} \\ \text{banda di riferim} \end{array} \\ \text{e dei disturbi} \end{array}$$

(statiche)

$y^o \rightarrow E$ • contributo dell'inseguito all'errore a regime con $y^o(t) = \frac{A}{s}$

$$e_\infty = \lim_{s \rightarrow \infty} s H(s) \frac{A}{s} = \cancel{s} \frac{1}{1+\mu} \cdot A = \begin{cases} g_L > 0 & \uparrow \\ g_L < 0 & 0 \\ g_L = 0 & \frac{A}{1+\mu} \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} \text{induce la regressione} \\ \text{di un integratore} \\ \text{in } L(s) \end{array}$$

• e con $y^o(t) = A \sin(\omega t + \Phi)$

$$e_\infty = A |H(j\omega)| \sin(\omega t + \Phi + \Delta H(j\omega))$$

APPROXIMAZIONE: $H(j\omega) = \frac{1}{1+L(j\omega)} \approx \begin{cases} 1 & |L(j\omega)| > 1 \quad \omega < \omega_c \\ 1 & |L(j\omega)| < 1 \quad \omega > \omega_c \end{cases}$

(statiche)

$y^o \rightarrow Y$ uscita di regime dato il riferimento $y^o(t) = A \sin(\omega t + \Phi)$

• $y_\infty(t) = A |F(j\omega)| \sin(\omega t + \Phi + \Delta F(j\omega))$

APPROXIMAZIONE: $F(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{1+L(j\omega)} \begin{cases} 1 & |L(j\omega)| > 1 \quad \omega < \omega_c \\ L(j\omega) & |L(j\omega)| < 1 \quad \omega > \omega_c \end{cases}$

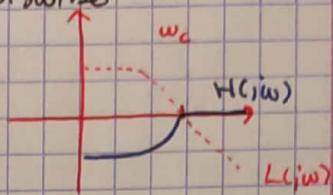
• ris controllo è un filtro passa-basso tra y^o e y se y^o sta in $[0, \omega_c]$

dato $y^o = \frac{A}{s}$ $y_\infty(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) \frac{A}{s}$

$$\begin{cases} g > 0 & \mu_F = 1 \Rightarrow y^o = y \\ g = 0 & \frac{\mu}{1+\mu} \quad \text{minore } \mu \text{ per controllo} \\ g < 0 & instabile (?) \end{cases}$$

D → Y] analisi con risposta in frequenza, attenuare disturbi

$$D(s) = H(s)Y(s) = \frac{1}{1+L(s)} Y(s)$$



APPROXIMAZIONE:

$$|H(jw)| = \frac{1}{1+|L(jw)|} \approx \begin{cases} 1 & w > w_c \\ \frac{1}{|L(jw)|} & w < w_c \end{cases}$$

* filtro passo-alto-riduttore sulle frequenze alte rispetto al foglio perché tutti i valori di riferimento che ci interessano stanno nelle frequenze basse

se $d(t) = \frac{1}{s}$

$$Y_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{\mu_L}{s^2 L}} \quad \begin{cases} g > 0 & 0 \\ g = 0 & \frac{1}{1 + \mu_L} \\ g < 0 & \Delta \end{cases}$$

INCOMPLETO

SINTESI CONTROLLORI

dai requisiti \rightarrow delle condizioni

STABILITÀ

\rightarrow nominale da Bode, $\mu > 0$, $\varphi_m > 0$, no cancellaz. $\text{Re}(\lambda_i) > 0$

\rightarrow robusto $\varphi_m > 70^\circ$, μ_m elevato, ω_c moderato \rightarrow per i ritardi

PRECISIONE STATICA: ridurre ϵ_{∞} imprecisezza di y^* e d , $g > 0$ e μ abb. elevato

PRECISIONE DINAMICA: $y^* \rightarrow y^{\#}$ allargare banda permata, smorzamento ai poli dominanti se oscillano $\Rightarrow \varphi_m > 70^\circ$

ATTENUAZIONE

\rightarrow disturbo d : $|L(j\omega)| \gg 1$ nell'intervallo di d (minimo ω_c)

\rightarrow disturbo n : di solito sta in alte frequenze, max ω_c

MODER. VAR CONTROLLI: $|C(s)|$ limitato $w > w_c$ oppure $|L(j\omega)| \overset{\otimes}{\gg} |G(j\omega)|$

REALIZZABILITÀ: FdT propria, $-k_L \leq -k_G$ perdendo $w \rightarrow \infty$ per bode del sis. retroazionato e sis. del controllore $G(s)$

PROCEDURE

INCOMPLETO

VEDI TEMI D'ESAME

O IL LIBRO