

# Оглавление

Введение в основы теории цифровой обработки сигналов . . . . .	2
Лабораторная работа №1. Нерекурсивный цифровой фильтр . . . .	4
Список литературы . . . . .	8

# Введение

## в основы теории цифровой обработки сигналов

*Сигнал* — это физический процесс, являющийся средством переноса информации [Suzev]. Если о сигнале заранее неизвестно абсолютно ничего, то его нельзя принять. Если о сигнале заранее известно все, то его не нужно принимать.

В окружающем нас мире существуют всевозможные сигналы различной формы и природы происхождения. Часть сигналов являются естественными, а часть сигналов создана человеком. Сигналы окружают нас повсюду. Они исходят от радиопередатчиков, телевизоров, смартфонов и радаров — это лишь малая часть источников. Оповещения смартфона, звуковые сигналы автомобилей, сообщения на табло вокзала, данные, передающиеся по высокоскоростным сетям. Некоторые сигналы обеспечивают нашу жизнедеятельность (речь, жесты или мимика человека), некоторые приносят удовольствие (музыка, фильмы), а некоторые нежелательны в какой-то конкретной ситуации. В контексте информационно-управляющих систем сигналы являются носителями информации от датчиков к вычислительной подсистеме, от вычислительной подсистемы к исполнительным устройствам, при сетевом взаимодействии вычислительных подсистем между собой. В электрической системе примерами таких сигналов могут быть напряжение, ток, количество заряда. В механической системе — координаты положения объекта, его скорость или масса. В финансовой системе сигналами может являться цена акции, процентная ставка или обменный курс.

Один и тот же сигнал в зависимости от поставленной перед разработчиком задачи может нести полезную информацию, то есть быть *целевым* или наоборот затруднять приём информации, то есть представлять собой *шум* (в случае естественного происхождения сигнала) или *помеху* (в случае искусственного происхождения сигнала).

Пример интеграции изображения, полученного с помощью пакета Tikz (рисунок 1).

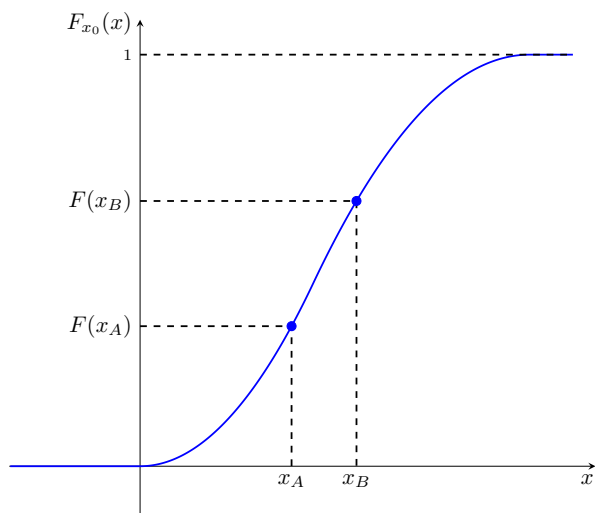


Рис. 1: Пример функции распределения непрерывной случайной величины

# Лабораторная работа №1

## Нерекурсивный цифровой фильтр

### Основные теоретические сведения

Ограничения фильтрации методом скользящего среднего, связанные с невозможностью априорного задания параметров амплитудно-частотной характеристики, побуждают в ряде случаев применять другие методы проектирования цифровых фильтров.

В общем случае цифровой фильтр представляет собой линейную дискретную систему (рисунок 2) с входным сигналом  $x(n)$  и выходным сигналом  $y(n)$ , которая описывается уравнением

$$\sum_{m=1}^M a_m y(n-m) = \sum_{k=1}^K b_k x(n-k), \quad (1)$$

где  $a_m, b_k$  – некоторые весовые коэффициенты, соответствующие отсчетам сигналов с номерами  $m$  и  $k$  соответственно.

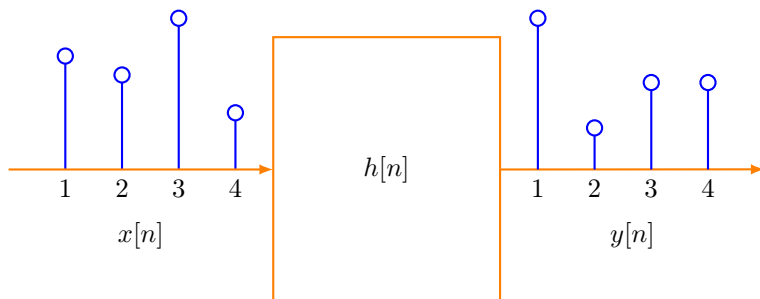


Рис. 2: Структурная схема дискретной системы

Используя (1) получим выражение для текущего значения (с нулевой задержкой) выходного сигнала

$$y(n) = \sum_{k=0}^K \frac{b_k}{a_0} x(n-k) - \sum_{m=1}^M \frac{a_m}{a_0} y(n-m). \quad (2)$$

Таким образом, мы получили, что текущее значение выходного сигнала цифрового фильтра в общем случае определяется линейной комбинацией текущего входного значения сигнала, предыдущих отсчётов входного сиг-

нала и предыдущих отсчётов выходного сигнала. Такой фильтр называется рекурсивным, так выходной сигнал зависит не только от входного, но и от предыдущих значений выходного сигнала.

В том случае, если  $\forall m > 0 : a_m = 0$ , то выражение (2) принимает вид

$$y(n) = \sum_{k=0}^K \frac{b_k}{a_0} x(n-k). \quad (3)$$

Фильтр, описываемый выражением (3), называется нерекурсивным. Такое название подчеркивает, что выходной сигнал такого фильтра зависит только от отсчётов входного сигнала и не зависит от отсчётов выходного сигнала, а  $h(k)$  представляет собой импульсную характеристику нерекурсивного цифрового фильтра.

Используя понятие и обозначение свертки математического анализа [1], выражение (3) можно переписать в виде

$$y(n) = h(n) * x(n).$$

Операция свертки является коммутативной, поэтому

$$h(n) * x(n) = x(n) * h(n), \text{ а}$$

$$\sum_{k=0}^K h(k)x(n-k) = \sum_{k=0}^K h(n-k)x(k)$$

*Импульсная характеристика фильтра* — это отклик фильтра при нулевых начальных условиях в виде выходной последовательности во временной области при подаче на вход единичного импульса.

Комплексной частотной характеристикой (КЧХ)  $H_d(w)$  цифрового фильтра называется зависимость от частоты отношения комплексной амплитуды выходного дискретного гармонического сигнала к комплексной амплитуде входного дискретного гармонического сигнала в стационарном режиме. КЧХ определена

$$H_d(w) = \frac{\dot{Y}}{\dot{X}},$$

и, как видно, является спектральной функцией для импульсивной характеристики  $h_d(t)$ .

Амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)  $|H_d(w)|$  цифрового фильтра называется зависимость от частоты отношения амплитуды выход-

ного дискретного гармонического сигнала к амплитуде входного дискретного гармонического сигнала в стационарном режиме:

$$|H_d(w)| = \frac{Y}{X}$$

Фазочастотной характеристикой (ФЧХ)  $\varphi_{H_d}(w)$  цифрового фильтра называется зависимость от частоты разности начальных фаз выходного и входного дискретных гармонических сигналов в стационарном режиме

$$\varphi_{H_d}(w) = \varphi_Y(w) - \varphi_X(w) = \arg H_d(w).$$

Частотные характеристики цифрового фильтра являются периодическими функциями частоты с периодом  $w_d$ , однако, их чаще всего бывает удобно рассматривать как  $2\pi$ -периодические функции нормированной частоты  $wT$  [2].

Примеры частотных характеристик приведены на рисунке 3.

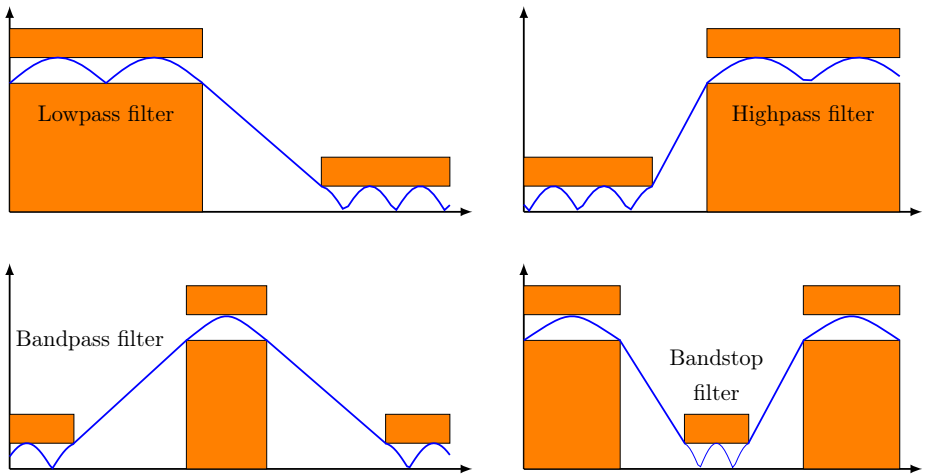


Рис. 3: Основные типы амплитудно-частотных характеристик цифровых фильтров

Нерекурсивный фильтр в отличие от рекурсивного всегда:

1. Имеет конечную импульсную характеристику.
2. Имеет линейную фазо-частотную характеристику.
3. Является устойчивым.

Линейная фазо-частотная характеристика обеспечивает равномерную задержку всех гармоник сигнала вне зависимости от значения их частоты.

Фильтр называется *устойчивым*, если при любых конечных начальных условиях и любом ограниченном входном сигнале выходной сигнал также остается ограниченным.

## Список литературы

- [1] Фомин С.В. Колмогоров А.Н. *Элементы теории функций и функционального анализа*. Москва, Наука, 196, с. 496.
- [2] Исаков В.Н. *Радиотехнические цепи и сигналы. Ч. 2: методические указания по выполнению лабораторных работ по курсу "Радиотехнические цепи и сигналы": для студентов, обучающихся по направлению подготовки "Радиотехника" / В. Н. Исаков; под ред. В. К. Битюкова М-во образования и науки Российской Федерации, Московский гос. технический ун-т МИРЭА*. Москва : МГТУ МИРЭА, 2014, с. 28.