

03. Hausaufgabenblatt

„Analysis I und Lineare Algebra für Ingenieurwissenschaften“

(Komplexe Zahlen 2, Polynome, rationale Funktionen)

1. Aufgabe (10 Punkte)

a) Finden Sie alle komplexwertigen Lösungen von

i) $z^3 = -8i$.

ii) $z^4 + 2(\sqrt{12} - 2i)z^2 + 8 - 4\sqrt{12}i = 0$,

und geben Sie die Lösungen in Polardarstellung an.

b) Bestimmen Sie die kartesische Darstellung der folgenden komplexen Zahl: $z_1 = \sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i}$.

c) Gegeben seien die folgende Funktionswerte von Sinus und Cosinus

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\frac{1}{2}.$$

Geben Sie mit Hilfe der Additionstheoreme, ausgehend von diesen Werten, $e^{\frac{5\pi}{12}i}$ in kartesischen Koordinaten an.

2. Aufgabe (6 Punkte)

Betrachten Sie das Polynom $p(z) = z^4 + z^3 + 3z^2 + 4z - 4$.

a) Berechnen Sie $p(2i)$.

b) Dividieren Sie p durch $q(z) = z^2 + 4$.

c) Berechnen Sie die komplexe Linearfaktorzerlegung von p .

d) Berechnen Sie die reelle Zerlegung von p .

3. Aufgabe (2 Punkte)

a) Bestimmen Sie den Ansatz für die komplexe Partialbruchzerlegung von $f(x) = \frac{3x-1}{x^2-4x+13}$.

b) Bestimmen Sie die reelle Partialbruchzerlegung von $f(x) = \frac{2+i}{x-(3+2i)} + \frac{2-i}{x-(3-2i)}$.

4. Aufgabe (12 Punkte)

Bestimmen Sie die reelle und komplexe Partialbruchzerlegung von

a) $\frac{11x+18}{x^2+x-6}$,

b) $\frac{x^3-4x^2-2x+17}{x^2-6x+9}$,

c) $\frac{2x^2-2x-1}{x^3+2x}$.

Gesamtpunktzahl: 30