Haitham Abdel Razaq Moh'd Almatani 407920
Themistoklis Dimaridis 355835
Kirill Beskorovainyi 451420

Aufgabe 1:

a) i)

$$z^3 = -8i$$

Wir bringen erstmal die Zahl $-8i = 0 + -8i$ in Eulerdarstellung, der Form $z = re^{i\phi}$.

- $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{0^2 + (-8)^2} = \sqrt{8^2} = 8$
- $\phi = arg(z) = arctan\left(\frac{Im(z)}{Re(z)}\right)$

In unserem Fall der Winkel $\phi = -\frac{\pi}{2}$, da $x = 0$ und $y < 0$.

Also gilt:

$$-8i = re^{i\phi}$$

$$-8i = 8e^{-\frac{\pi}{2}i}$$

Das heißt also:

$$z^3 = -8i$$

$$<=> z^3 = 8e^{-\frac{\pi}{2}i}$$

$$=> r^3 = 8 \qquad 3\phi = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$$

$$r = \sqrt[3]{8} = 2 \qquad \phi = -\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$$

Für $k = 0, 1, 2$ bekommen wir unsere 3 verschiedenen Lösungen wie folgendes:

$k = 0$: $y_0 = -\frac{\pi}{6}$ und somit $z_0 = 2e^{-\frac{\pi}{6}i}$

$k = 1$: $y_1 = -\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ und somit $z_1 = 2e^{\frac{\pi}{2}i}$

$k = 2$: $y_2 = -\frac{\pi}{6} + \frac{2\times 2\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + \frac{4\pi}{3} = \frac{7\pi}{6}$ und somit $z_2 = 2e^{\frac{7\pi}{6}}i$

Allgemeine Polardarstellung:

$$z = r(cos(\phi) + isin(\phi))$$

Somit sehen unsere Lösungen wie folgt aus:
$z_0 = 2(cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + isin\left(-\frac{\pi}{6}\right))$
$z_1 = 2(cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + isin\left(\frac{\pi}{6}\right))$
$z_2 = 2(cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + isin\left(\frac{7\pi}{6}\right))$