

Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва

Кирилл Валерьевич Дидусь

Содержание

Цель работы	5
Задание	6
Выполнение лабораторной работы	7
Код программы	10
Выводы	11

Список таблиц

Список иллюстраций

0.1	Код программы для решения задачи	8
0.2	График зависимости численности хищников от численности жертв .	9
0.3	Графики изменения численности хищников и численности жертв с течением времени	9
0.4	Стационарное состояние системы	10

Цель работы

Ознакомление с простейшей моделью взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - моделью Лотки-Вольтерры и ее построение с помощью языка программирования Modelica.

Задание

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв.
2. Построить графики изменения численности хищников и численности жертв.
3. Найти стационарное состояние системы.

Выполнение лабораторной работы

Уравнение модели “хищник-жертва” имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.15x(t) + 0.035x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.26y(t) - 0.035x(t)y(t) \end{cases}$$

Начальные условия: $x_0 = 9$ и $y_0 = 29$. 1. Ниже приведен код программы, реализованный на языке программирования Python (рис 1. @fig:001)

```

1  import numpy as np
2  from scipy.integrate import odeint
3  import matplotlib.pyplot as plt
4
5  a = 0.15 #коэффициент смертности хищников
6  b = 0.26 #коэффициент прироста жертв
7  c = 0.035 #коэффициент прироста хищников
8  d = 0.035 #коэффициент смертности жертв
9
10 st1 = a/c # стационарное состояние хищников
11 st2 = b/d # стационарное состояние жертв
12
13 # вектор-функция представляющая дифф. уравнения
14 def y(x,t):
15     dx1 = -a*x[0] + c*x[0]*x[1]
16     dx2 = b*x[1] - d*x[0]*x[1]
17     return dx1,dx2
18
19 # начальные условия задачи
20 #x0 = np.array([9.0, 29.0])
21
22 # условие равновесия
23 x0 = np.array([st2, st1])
24
25 # интервал отображения решения
26 t = np.arange(0,400,0.1)
27
28 # решения дифф. уравнения
29 x = odeint(y, x0, t)
30
31 # разбивка по осям
32 y1 = x[:,0]
33 y2 = x[:,1]
34
35 # построение графика
36 plt.plot(t,y1)
37 plt.grid(axis='both')
38
39 plt.plot(t,y2)
40 plt.grid(axis='both')

```

Рис. 0.1: Код программы для решения задачи

Также ниже приведен график зависимости численности популяции хищников от численности популяции жертв. (рис 2. @fig:001)

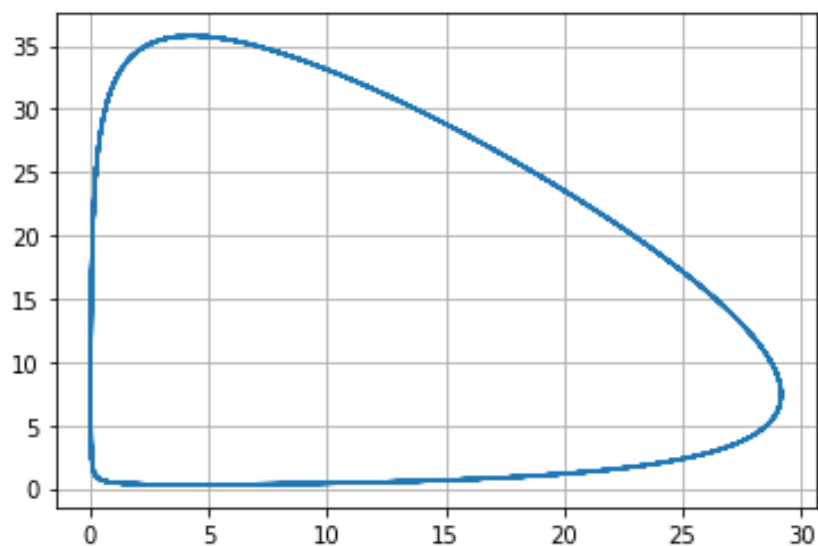


Рис. 0.2: График зависимости численности хищников от численности жертв

2. Построим графики изменения численности популяции хищников и численности популяции жертв с течением времени (рис 3. @fig:001)

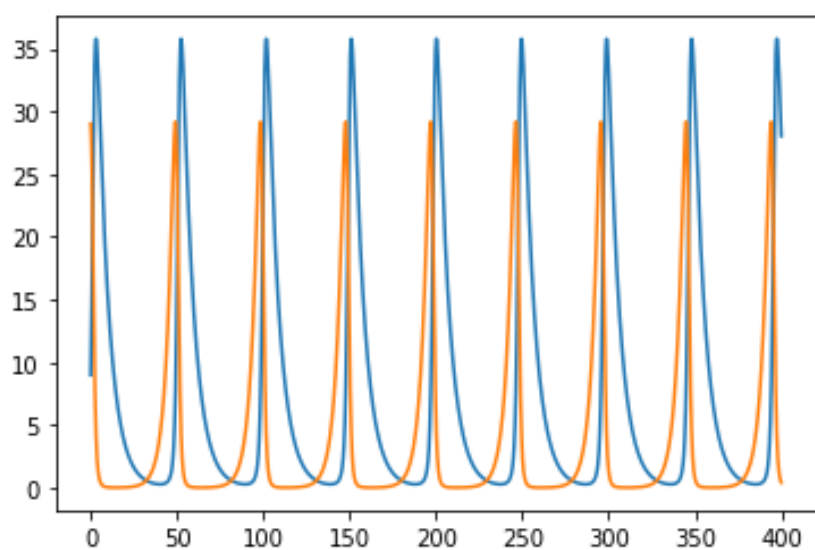


Рис. 0.3: Графики изменения численности хищников и численности жертв с течением времени

3. Для того, чтобы найти стационарное состояние системы, необходимо

приравнять производные каждой из функций x и y к нулю и выразить значения y и x соответственно.

Получим следующие значения:

$$x_0 = \frac{a}{c} = \frac{0.15}{0.035} \approx 4.29$$

$$y_0 = \frac{b}{d} = \frac{0.26}{0.035} \approx 7.43$$

При стационарном состоянии значения числа жертв и хищников не меняется во времени. (рис 4. @fig:001)

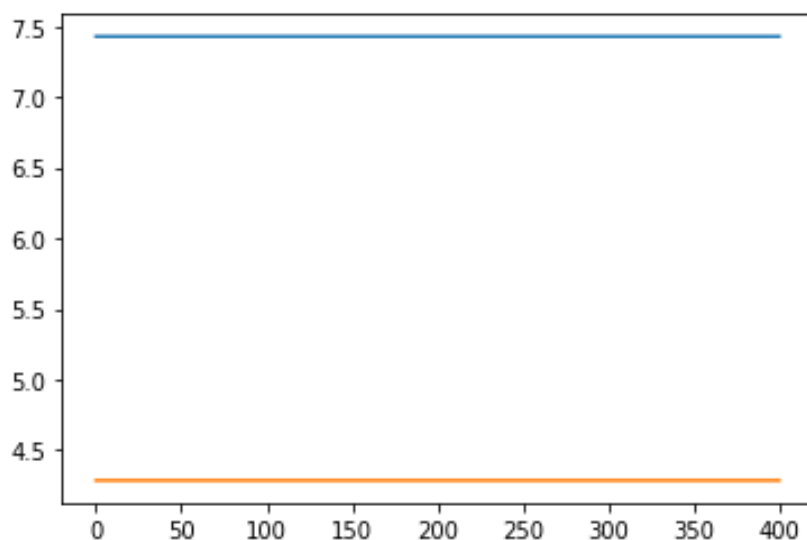


Рис. 0.4: Стационарное состояние системы

Код программы

Приведу полный код программы (Python):

```
import numpy as np from scipy.integrate import odeint import matplotlib.pyplot as plt  
a = 0.15 #коэффициент смертности хищников b = 0.26 #коэффициент прироста  
жертв c = 0.035 #коэффициент прироста хищников d = 0.035 #коэффициент  
смертности жертв
```

```

st1 = a/c # стационарное состояние хищников st2 = b/d # стационарное состояние
жертв
def y(x,t): # вектор-функция представляющая  $dx1 = -ax[0] + cx[0]x[1]$  # дифф.
уравнения  $dx2 = bx[1] - dx[0]x[1]$  return dx1,dx2
"""начальные условия задачи x0 = np.array([9.0, 29.0])"""
x0 = np.array([st2, st1]) # условие равновесия
t = np.arange(0,400,0.1) # интервал отображения решения
x = odeint(y, x0, t) # решения дифф. уравнения
y1 = x[:,0] # разбивка по осям y2 = x[:,1]
plt.plot(t,y1) # построение графика plt.grid(axis='both')
plt.plot(t,y2) plt.grid(axis='both')

```

Выводы

Ознакомился с основами модели хищник-жертва. Построил графики зависимости и нашел стационарную точку системы.