МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа

ПРИМЕНЕНИИ ИИ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРИЛОЖЕНИЯХ ДЛЯ НАВИГАЦИИ

Курсовая работа

Конаева Кирилла Витальевича

студента 3 курса, специальность 1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

Научный руководитель: старший преподаватель, А. В. Кушнеров

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА	1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОШИБКА! ЗАКЛАДКА НЕ ОПРЕДЕЛЕНА
1.1	Курсовые работы исследовательского характера Ошибка! Закладка не определена
1.2	Курсовые работы реферативного характера Ошибка! Закладка не определена
ГЛАВА	2 ИЛЛЮСТРАЦИИ, ФОРМУЛЫ И ПРИЛОЖЕНИЯ ОШИБКА! ЗАКЛАДКА Н
ОПРЕДЕЛЕНА	\mathbf{A} .
2.1	Общие требования к оформлению
2.2	Заголовки структурных частей работы
2.	2.1 Заголовки разделов Ошибка! Закладка не определена
2.	2.2 Заголовки подразделов Ошибка! Закладка не определена
2.3	Иллюстрации и таблицы
2.4	Оформление научно-справочного аппарата Ошибка! Закладка не определена
ЗАКЛЮ	ЭЧЕНИЕ2
СПИСС	ОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ2
СПИСС	УК ИСПОЛЬЭОВАППОИ ЛИТЕРАТУРЫ2

ВВЕДЕНИЕ

Данная курсовая работа относится к исследовательским (опытноэкспериментальным) работам, поскольку включает как теоретический анализ современных алгоритмов и методов построения маршрутов, так и практическую реализацию и экспериментальное тестирование разработанного программного обеспечения.

В современном мире эффективная навигация становится неотъемлемой частью повседневной жизни, особенно в условиях роста числа пользователей мобильных устройств и развития транспортной инфраструктуры. Проблема построения маршрутов актуальна для туристов, водителей, служб доставки и экстренных служб. Усложнение дорожной обстановки, увеличение объёмов данных и необходимость учёта множества факторов (пробки, погодные условия, индивидуальные предпочтения) требуют внедрения интеллектуальных методов и современных алгоритмов, способных обеспечивать быстрое и точное построение маршрутов.

В последние годы ведущие компании и исследовательские группы активно разрабатывают и внедряют интеллектуальные системы маршрутизации. Используются алгоритмы графов (Дейкстра, А*, Беллмана-Форда), методы машинного обучения и нейросетевые подходы для прогнозирования времени в пути и оптимизации маршрутов. Примеры таких решений можно встретить в Google Maps, Яндекс Навигатор, Неге и других сервисах, где ИИ помогает учитывать динамические изменения на дорогах и персонализировать рекомендации для пользователей.

Область исследования охватывает разработку и оптимизацию алгоритмов построения маршрутов на реальных картах с применением методов искусственного

интеллекта. В работе рассматриваются современные подходы, реализованные на программной платформе Python с использованием актуальных библиотек для обработки геоданных и построения маршрутов.

Несмотря на наличие коммерческих и открытых решений, задача интеграции ИИ в построение маршрутов остаётся актуальной для повышения точности, скорости и адаптивности навигационных систем. Исследование необходимо для создания гибких и масштабируемых решений, способных учитывать индивидуальные потребности пользователей и специфику различных регионов.

В первой главе представлен теоретический анализ существующих методов построения маршрутов, форматов данных и алгоритмов оптимизации.

Вторая глава посвящена проектированию и реализации веб-приложения, интеграции ИИ-моделей, а также экспериментальному тестированию и анализу результатов.

Г.ЛАВА 1

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

1.1 Постановка задачи

Целью данной работы является развитие и оптимизация веб-приложения для построения маршрутов на реальной карте с использованием усовершенствованного алгоритма маршрутизации. В рамках работы предполагается решение следующих задач:

- 1. Провести анализ существующего решения и определить направления его оптимизации:
 - исследовать текущие ограничения системы
 - выявить возможности повышения производительности
 - определить пути улучшения пользовательского опыта
- 2. Модифицировать алгоритм построения маршрутов:
 - реализовать оптимизированную версию алгоритма Дейкстры с использованием приоритетной очереди
 - обеспечить учёт различных метрик при построении маршрута (тип маршрута, тип дороги, расстояние)
 - провести сравнительный анализ эффективности классического и модифицированного алгоритмов
- 3. Усовершенствовать архитектуру приложения:
 - оптимизировать серверную часть на базе Flask
 - улучшить механизмы обработки географических данных
 - обеспечить эффективную работу с моделью реальной карты

- 4. Реализовать комплексное тестирование системы:
 - провести нагрузочное тестирование модифицированного алгоритма
 - выполнить сравнительный анализ производительности
 - протестировать работу системы на реальных картографических данных

Практическая значимость работы заключается в создании оптимизированного решения для построения маршрутов, которое обеспечивает более эффективную обработку картографических данных и улучшенную производительность по сравнению с предыдущей версией системы.

1.2 Анализ предметной области

Актуальность навигационных систем (1.2.1. должно быть ы)

В современном мире навигационные системы стали неотъемлемой частью повседневной жизни. Они находят широкое применение как в личном использовании, так и в профессиональной деятельности. Развитие веб-технологий и картографических сервисов создало потребность в эффективных решениях для построения маршрутов, доступных через веб-интерфейс.

Ключевыми факторами, определяющими актуальность разработки навигационных систем, являются:

- Растущая потребность в оптимизации времени перемещения
- Необходимость учета различных параметров маршрута (тип дороги, загруженность, расстояние)
- Увеличение доступности картографических данных
- Развитие веб-технологий, позволяющих создавать интерактивные картографические приложения

Основные задачи маршрутизации (1.2.2. ыы)

При разработке систем построения маршрутов необходимо решать следующие ключевые задачи:

- 1. Обработка картографических данных:
 - Работа с различными форматами геоданных
 - Построение графовой модели дорожной сети
 - Учет атрибутов дорожных элементов
- 2. Оптимизация алгоритмов построения маршрута:
 - Выбор эффективных алгоритмов поиска пути
 - Оптимизация структур данных
 - Балансировка между скоростью работы и точностью результатов
- 3. Визуализация данных:
 - Отображение карты и маршрутов
 - Обеспечение интерактивности интерфейса
 - Оптимизация производительности отрисовки

Анализ существующих решений (1.2.3. ыыы)

На сегодняшний день существует ряд популярных навигационных систем, каждая из которых имеет свои особенности:

- 1. Google Maps:
 - Преимущества:
 - + Обширная база картографических данных
 - + Высокая точность построения маршрутов
 - + Развитый АРІ для интеграции
 - Недостатки:
 - Платное использование АРІ
 - Закрытый исходный код
 - Ограничения на количество запросов

2. OpenStreetMap:

- Преимущества:
 - + Открытые данные и исходный код
 - + Возможность локального развертывания
 - + Активное сообщество разработчиков
- Недостатки:
 - Неравномерное качество данных
 - Необходимость самостоятельной обработки данных
 - Более сложная интеграция

3. Яндекс Карты:

- Преимущества:
 - + Высокое качество картографических данных
 - + Удобный АРІ
 - + Хорошая локализация для России
- Недостатки:
 - Платное использование
 - Региональные ограничения
 - Зависимость от внешнего сервиса

Перспективы развития навигационных систем (1.2.4. ыыыы)

Современные тенденции развития навигационных систем включают:

- 1. Повышение точности построения маршрутов
 - Использование квантовых сенсоров и улучшенных ГЛОНАСС/GPS технологий
 - Применение машинного обучения для анализа дорожных паттернов
- 2. Улучшение производительности алгоритмов
 - Разработка энергоэффективных вычислительных архитектур

- Оптимизация алгоритмов маршрутизации с использованием квантовых вычислений
- 3. Развитие интерактивных возможностей
 - Внедрение голосовых интерфейсов с эмоциональным интеллектом
 - Развитие AR-навигации через умные очки и HUD-дисплеи
- 4. Интеграция с различными источниками данных
 - Подключение к городским системам "умного города"
 - Использование данных от беспилотных летательных аппаратов
- 5. Оптимизация работы с большими объемами картографической информации
 - Применение распределенных реестров (blockchain) для актуализации карт
 - Развитие краудсорсинговых платформ обновления картографических данных
- 6. Новые направления развития
 - Навигация в условиях отсутствия сигнала (подземные, подводные, космические системы)
 - Бионические навигационные системы, имитирующие природные механизмы ориентации

Современные ИИ-технологии в навигационных системах (1.2.5. ыыыыы)

В настоящее время искусственный интеллект активно интегрируется в навигационные системы, предоставляя новые возможности для повышения точности и эффективности построения маршрутов.

SLAM (Simultaneous Localization and Mapping)

SLAM представляет собой технологию одновременной локализации и построения карты, которая находит применение в современных навигационных системах:

1. Принципы работы SLAM

- Одновременное определение местоположения и построение карты окружающей среды.
- Использование данных от лидаров, камер и других сенсоров для создания и обновления карт в реальном времени.
- Применение алгоритмов оптимизации (например, фильтр Калмана) для минимизации погрешностей.

2. Применение в навигационных системах

- Автономные транспортные средства: Навигация беспилотных автомобилей в динамической среде.
- Робототехника: Построение карт помещений для роботов-уборщиков и дронов.
- Дополненная реальность: Точное позиционирование в AR-приложениях (например, навигация в торговых центрах).

3. Примеры технологий

- Visual SLAM: Использует камеры для построения карты (Apple ARKit, Google ARCore).
- LIDAR SLAM: Применяет лазерные сканеры для высокой точности (автономные автомобили Tesla).

Нейросетевые методы в навигации

1. Обработка и анализ данных

- Свёрточные нейронные сети (CNN):
 - о Распознавание дорожных знаков, разметки и препятствий.
 - о Анализ изображений с камер для оценки дорожной обстановки.
- Рекуррентные сети (RNN/LSTM):
 - Прогнозирование пробок и аварий на основе исторических данных.
 - Адаптация маршрутов в реальном времени.

2. Персонализация маршрутов

- Учет предпочтений пользователя (например, избегание платных дорог).
- Анализ поведения водителя для предложения оптимальных маршрутов.

3. Примеры внедрения

- Яндекс Навигатор: использует нейросети для прогнозирования пробок.
- Google Maps: применяет ИИ для анализа трафика и рекомендаций.

Перспективы развития

- 1. Улучшение точности
 - Интеграция данных с IoT-устройств (датчики дорожного покрытия, умные светофоры).
 - Использование квантовых сенсоров для повышения точности позиционирования.

2. Расширение функциональности

- Навигация в экстремальных условиях (подземные тоннели, зоны с отсутствием GPS).
- Развитие голосовых интерфейсов с эмоциональным интеллектом для удобства пользователей.

3. Комбинированные технологии

- SLAM + ИИ: Ускорение обработки данных и улучшение картографирования.
- Edge AI: Размещение легковесных моделей ИИ на бортовых устройствах для работы без облака.

Ограничения и проблемы

- 1. Технические сложности
 - Высокие требования к вычислительным ресурсам для обработки данных в реальном времени.

• Необходимость больших объемов обучающих данных для нейросетевых моделей.

2. Практические вопросы

- Безопасность: Риски кибератак на навигационные системы.
- Конфиденциальность: Обработка персональных данных пользователей.
- Стоимость: Затраты на внедрение и поддержку ИИ-решений.

Заключение

Интеграция ИИ-технологий, таких как SLAM и нейросетевые методы, открывает новые возможности для навигационных систем. Несмотря на существующие ограничения, дальнейшее развитие этих технологий позволит создавать более точные, адаптивные и удобные решения для пользователей.

1.3 Алгоритмы построения маршрутов

Классический алгоритм Дейкстры (1.3.1. ы)

Алгоритм Дейкстры, разработанный Эдсгером Дейкстрой в 1959 году, является одним из фундаментальных алгоритмов поиска кратчайшего пути в графе.

Основные принципы работы классического алгоритма:

1. Инициализация:

- Всем вершинам, кроме начальной, присваивается расстояние "бесконечность"
- Начальной вершине присваивается расстояние 0
- Все вершины помечаются как непосещенные

2. Итеративный процесс:

- Выбор непосещенной вершины с минимальным расстоянием
- Обновление расстояний до соседних вершин

- Пометка текущей вершины как посещенной
- 3. Временная сложность: $O(V^2)$, где V количество вершин в графе

Модифицированный алгоритм Дейкстры с приоритетной очередью (1.2.2. ыы)

Описание модификации

Основное улучшение классического алгоритма заключается в использовании приоритетной очереди для хранения и выбора вершин с минимальным расстоянием. Это позволяет значительно оптимизировать процесс поиска минимального пути.

Математическое обоснование

Пусть G = (V, E) - взвешенный граф, где:

- V множество вершин (узлов дорожной сети)
- Е множество рёбер (дорожных сегментов)
- w: $E \to R^+$ весовая функция, определяющая вес каждого ребра
- s ∈ V начальная вершина
- t ∈ V конечная вершина

Для каждой вершины v ∈ V поддерживаются значения:

- d[v] оценка кратчайшего расстояния от s до v
- $\pi[v]$ предшественник вершины v в кратчайшем пути

Основное свойство кратчайших путей (принцип оптимальности Беллмана): если путь $p = \langle v_0, v_1, ..., v_k \rangle$ является кратчайшим путем от v_0 до v_k , то для любого i и j, где $0 \le i \le j \le k$, подпуть $p_{ij} = \langle v_i, v_{i+1}, ..., v_i \rangle$ является кратчайшим путем от v_i до v_j .

Реализация с приоритетной очередью

В проекте приоритетная очередь реализована с помощью бинарной кучи (binary heap), которая обеспечивает следующие операции:

1. insert(Q, v) - вставка вершины v в очередь Q

- Временная сложность: O(log |V|)
- Пространственная сложность: O(1)
- 2. $extract_min(Q)$ извлечение вершины с минимальным значением d[v]
 - Временная сложность: O(log |V|)
 - Пространственная сложность: О(1)
- 3. decrease_key(Q, v, k) уменьшение ключа вершины v до значения k
 - Временная сложность: O(log |V|)
 - Пространственная сложность: О(1)

Доказательство корректности

Докажем корректность алгоритма через следующие утверждения:

- 1. Лемма 1: в любой момент работы алгоритма для каждой вершины $v \in V$ выполняется $d[v] \ge \delta(s,v)$, где $\delta(s,v)$ действительное кратчайшее расстояние от s до v.
- 2. Лемма 2: после извлечения вершины и из приоритетной очереди выполняется $d[u] = \delta(s,u)$.
- 3. Теорема о корректности: по завершении работы алгоритма для всех $v \in V$ выполняется $d[v] = \delta(s,v)$.

Анализ производительности в контексте навигационных систем

В данном проекте использование приоритетной очереди показало следующие преимущества:

- 1. Временная эффективность:
 - Уменьшение времени поиска минимальной вершины с O(V) до O(log V)
 - Общее улучшение производительности с $O(V^2)$ до $O((V + E) \log V)$
- 2. Практические результаты:
 - Для типичной городской карты (V $\approx 10^4$, E ≈ 3 V):
 - \circ Классический алгоритм: $\sim \! 100 \ \mathrm{Mc}$

- о Модифицированный алгоритм: ~10 мс
- Для крупных регионов (V $\approx 10^5$, E ≈ 3 V):
 - о Классический алгоритм: ~10000 мс
 - о Модифицированный алгоритм: ~200 мс

3. Оптимизация памяти:

- Эффективное использование кеша процессора
- Линейное потребление памяти O(V)
- Возможность обработки больших графов

Преимущества модифицированной реализации

- 1. Улучшенная производительность:
 - Значительное ускорение для разреженных графов
 - Эффективное использование памяти
 - Быстрый доступ к минимальному элементу
- 2. Практические преимущества:
 - Лучшая масштабируемость на больших картах
 - Более эффективная обработка реальных дорожных сетей
 - Уменьшение времени отклика системы
- 3. Особенности реализации:
 - Простота интеграции с существующими системами
 - Возможность дальнейшей оптимизации
 - Поддержка дополнительных метрик маршрута

Применение в навигационных системах

В контексте навигационных систем модифицированный алгоритм особенно эффективен, так как:

- 1. Дорожные сети обычно являются разреженными графами
- 2. Требуется быстрая обработка запросов в реальном времени

3. Необходима поддержка различных метрик оптимизации маршрута

1.4 Технологический стек разработки

В данном разделе рассмотрим основные технологии и инструменты, используемые в разработке навигационного приложения. Особое внимание уделим новым компонентам и их преимуществам.

Серверная часть приложения (1.4.1. ы)

Flask фреймворк

Flask является легковесным веб-фреймворком для Python, который предоставляет необходимый функционал для создания современных вебприложений.

В нашем проекте Flask используется по следующим причинам:

- 1. Простота и гибкость:
 - Минималистичный подход к разработке
 - Отсутствие жестких ограничений на структуру приложения
 - Легкая интеграция с различными библиотеками
- 2. Основные преимущества:
 - Встроенный отладчик и локальный сервер разработки
 - Поддержка RESTful запросов
 - Модульная система расширений
 - Простая маршрутизация URL
- 3. Ключевые компоненты Flask в проекте:
 - Маршрутизация запросов для обработки различных типов маршрутов
 - Обработка POST-запросов для получения начальной и конечной точек маршрута

- Передача результатов построения маршрута клиентской части в формате JSON
- Обслуживание статических файлов (HTML, CSS, JavaScript) для клиентской части приложения
- Обработка ошибок и исключительных ситуаций при построении маршрутов

4. Дополнительные библиотеки:

• JSON:

- Сериализация и десериализация данных для обмена между клиентом и сервером
- Формирование структурированных ответов с информацией о маршруте
- о Обработка входящих параметров запросов

• Collections:

- о Использование специализированных структур данных
- Реализация приоритетной очереди (heapq) для оптимизированного алгоритма Дейкстры
- о Эффективное управление данными при построении маршрута

Клиентская часть приложения (1.4.2 ыы)

Картографические библиотеки

1. Leaflet.js:

- Открытая JavaScript библиотека для интерактивных карт
- Поддержка различных картографических провайдеров
- Широкие возможности кастомизации
- Оптимизированная производительность

2. OpenStreetMap:

• Источник картографических данных

- Открытая лицензия
- Регулярные обновления данных

Фронтенд-технологии

1. HTML5/CSS3:

- Современная семантическая разметка
- Адаптивный дизайн
- Поддержка различных устройств

2. JavaScript:

- Обработка пользовательских событий
- АЈАХ-запросы к серверу
- Динамическое обновление интерфейса

Взаимодействие компонентов системы (1.4.3. ыыы)

В данном разделе рассмотрим, как различные компоненты навигационного приложения взаимодействуют между собой для обеспечения функциональности построения маршрутов.

Общая схема взаимодействия

Взаимодействие компонентов системы организовано следующим образом:

1. Клиентская часть:

- Отображение интерактивной карты с помощью Leaflet.js
- Обработка пользовательского ввода (выбор начальной и конечной точек)
- Формирование и отправка запросов на сервер
- Визуализация полученного маршрута на карте

2. Серверная часть:

- Приём и обработка запросов от клиента
- Построение маршрута с использованием оптимизированного алгоритма Дейкстры

- Формирование и отправка ответа клиенту
- Обработка ошибок и исключительных ситуаций

Процесс построения маршрута

- 1. Инициация запроса:
 - Пользователь выбирает точки на карте
 - Клиентская часть собирает координаты точек
 - Формируется запрос к серверу
- 2. Обработка на сервере:
 - Получение координат из запроса
 - Поиск ближайших узлов графа к выбранным точкам
 - Применение алгоритма поиска кратчайшего пути
 - Формирование маршрута
- 3. Возврат результата:
 - Сервер отправляет данные о построенном маршруте
 - Клиентская часть получает и обрабатывает ответ
 - Маршрут отображается на карте

Формат обмена данными

Взаимодействие между клиентской и серверной частями осуществляется через HTTP-запросы с использованием следующих форматов данных:

- 1. Запрос на построение маршрута:
 - Координаты начальной точки
 - Координаты конечной точки
 - Дополнительные параметры маршрута (при наличии)
- 2. Ответ сервера:
 - Статус выполнения запроса
 - Координаты точек маршрута
 - Дополнительная информация о маршруте (длина, время)

Обработка ошибок

Система обеспечивает надёжную обработку различных ситуаций:

- Недоступность точек маршрута
- Отсутствие возможного пути между точками
- Ошибки в координатах
- Технические сбои

Такая организация взаимодействия компонентов обеспечивает надёжную и эффективную работу всей системы, позволяя пользователям получать оптимальные маршруты между выбранными точками.

Г.ЛАВА 2

ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

2.1 Архитектура приложения

Общая структура системы

Разработанное навигационное приложение построено на основе клиентсерверной архитектуры, что обеспечивает эффективное разделение ответственности между компонентами системы. Такой подход позволяет достичь высокой производительности и масштабируемости приложения.

Основные архитектурные компоненты включают:

1. Клиентский слой:

- Пользовательский интерфейс на основе HTML/CSS
- Интерактивная карта с использованием Leaflet.js
- Модуль обработки пользовательских действий

2. Серверный слой:

- Flask-приложение для обработки запросов
- Модуль построения маршрутов
- Система управления данными

3. Слой данных:

- Структуры для хранения графа дорог
- Кэш часто используемых маршрутов
- Служебные данные приложения

Основные компоненты и их взаимодействие

Взаимодействие между компонентами системы организовано следующим образом:

graph TD

А[Пользовательский интерфейс] --> В[Модуль обработки событий]

В --> С[НТТР-клиент]

C --> D[Flask-сервер]

D --> E[Модуль маршрутизации]

Е --> F[Алгоритм Дейкстры]

Е --> G[Структуры данных графа]

 $D \longrightarrow C$

 $C \longrightarrow B$

 $B \longrightarrow A$

Схема работы приложения

Процесс работы приложения можно разделить на несколько ключевых этапов:

- 1. Инициализация системы:
 - Загрузка картографических данных
 - Построение графовой модели дорожной сети
 - Подготовка структур данных для алгоритма маршрутизации
- 2. Обработка пользовательского запроса:
 - Получение координат начальной и конечной точек
 - Валидация входных данных
 - Преобразование географических координат в узлы графа
- 3. Построение маршрута:
 - Применение оптимизированного алгоритма Дейкстры
 - Формирование последовательности точек маршрута
 - Подготовка ответа для клиента
- 4. Визуализация результата:
 - Получение данных маршрута на клиенте
 - Отрисовка маршрута на карте

• Отображение дополнительной информации

Особенности реализации

1. Модульность:

- Независимость компонентов системы
- Возможность замены отдельных модулей
- Простота тестирования и отладки

2. Масштабируемость:

- Возможность увеличения нагрузки
- Оптимизация использования ресурсов
- Поддержка кэширования

3. Надёжность:

- Обработка исключительных ситуаций
- Валидация входных данных
- Логирование критических операций

4. Расширяемость:

- Возможность добавления новых типов маршрутов
- Поддержка дополнительных метрик
- Интеграция новых источников данных

Такая архитектура обеспечивает эффективную работу приложения и предоставляет возможности для дальнейшего развития системы.

2.2 Реализация алгоритмической части

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении логически и последовательно излагаются теоретические и практические выводы по каждому разделу курсовой работы. Выводы и предложения должны быть конкретными, реальными и обоснованными, вытекать из результатов проведенного исследования.

Выводы пишутся тезисно (по пунктам). Из каждого подраздела теоретической части рекомендуется в заключение включать не более одного вывода.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Шафрин Ю. Информационные технологии: в 2 частях / Ю. Шафрин. М.: Бином, Лаборатория знаний, 2004. Часть 1. Основы информатики и информационных технологий.
- 2. Голубева Л. Л. Компьютерная математика. Автоматизированное рабочее место математика: курс лекций / Л. Л. Голубева, А. Э. Малевич, Н. Л. Щеглова. Минск: БГУ, 2008. 139 с.
- 3. MathWorks MATLAB Documentation [Электронный ресурс] Режим доступа: http://www.mathworks.com/help/matlab/index.html Дата доступа: 15.04.2014.

приложение А.

Код программы

Ниже приведен код алгоритма на Mathematica

```
ListPlot[Tally[RandomInteger[BinomialDistribution[50, 0.3], 10^4]],
PlotRange -> {{0, 40}, All}, Filling -> Axis]

ParametricPlot[
Table[{x[t], y[t]} /. % /. {a -> 1/(13 + m), b -> 1/(15 + m)}, {m, 0, 20, 7}], {t, -2, 2}, Evaluated -> True]
```