МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное агентство по образованию

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет компьютерных технологий и управления

Кафедра систем управления и информатики

Студент: Артемов Кирилл

группа P4135

Вариант №2

Лабораторная работа №5

Синтез дискретных алгоритмов управления

Преподаватель

______________ Ю. В. Литвинов

«___» ________ 2016 г.

Санкт-Петербург, 2016 г.

1 Цель работы

Ознакомление с принципами синтезирования дискретных регуляторов в случае системы слежения.

2 Вариант задания

Таблица 1: Параметры объекта управлениияя

№	g_0	g_1	A_g	w_g	f_0	f_1	A_f	w_f
2	4	0	0	0	3.26	3.95	0	0

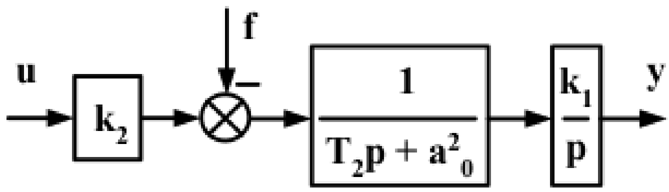

Рис. 1: Объект управления

3 Порядок выполнения работы

а) получение пмодели ВСВ

Модель «Вход-состояние-выход» непрерывного объекта управления описывается уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + B_f f \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases} \tag{1}$$

С учетом заданных параметров в таблице 1, передаточная функция с рисунка 1 примент вид:

$$W(p) = \frac{k_1}{T_2 p + a_0^2}\frac{k_1}{p} = \frac{0.5}{0.95p^2 + p} \tag{2}$$

Перейдем к канонической управляемой форме.

Для начала приведем передаточную функцию к виду с единичным старшим коэффициентом полинома.

$$W(p) = \frac{\frac{k_1 k_2}{T_2}}{p^2 + \frac{a_0^2}{T_2} p} = \frac{0.5263}{p^2 + 1.0526p} \tag{3}$$

Теперь приведем к канонически управляемой форме:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1.0526 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.5263 & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Из рисунка 1 видно, что:

$$B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

б) переход к дискретному описанию

Дискретная система описывается разностными уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{x}(k+1) & = A_d x(k) + B_d u(k) + B_{fd} f(k) \\ y(k) & = Cx(k) \end{cases} \tag{8}$$

Для перехода к дискретной системе воспользуемся программой в Scilab.

```
A = [0, 1; 0, 1.0526]
B = [0; 0.5263]
C = [1,0];
Cd = C;
Ad = expm(A*T);
Bd = [0; 0];
for i=1:10
    Bd = Bd + (A^(i-1) * T^i) / prod(1:i) * B;
end
Bd
Bfd = [0; 0];
for i=1:25
    Bfd = Bfd + (A^(i-1) * T^i) / prod(1:i) * Bfd;
end
Bfd
```

Рис. 2: Программа рассчета дискретных матриц

Заданный в соответствии с вариантом интервал дискретности $T = 0.5$ сек.

В результате выполнения программы получим следующие матрицы:

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0.3887642 \\ 0 & 0.5907868 \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0.0556179 \\ 0.2046066 \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$B_{fd} = \begin{bmatrix} -0.1056772 \\ -0.3887642 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Матрица выходов системы не изменится:

$$C = C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

в) получение для дискретного входного воздействия модели ВСВ

Входное воздействие представлено линейной функцией:

$$g(k) = g_0 = 4 \tag{13}$$

Следовательно

$$\xi_g(k) = g(k) \tag{14}$$

$$\xi_g(k+1) = g(k+1) = g(k) \tag{15}$$

Таким образом, матрицы модели входного воздействия принимают вид:

$$\Gamma_g = [1], H_g = [1] \tag{16}$$

Модель принимает вид:

$$\begin{cases} \xi_g(k+1) & = \xi_g(k) \\ g(k) & = \xi_g(k) \end{cases} \tag{17}$$

Начальные условия:

$$\xi_g(0) = g0 = 4 \tag{18}$$

г) моделирование входного воздействия

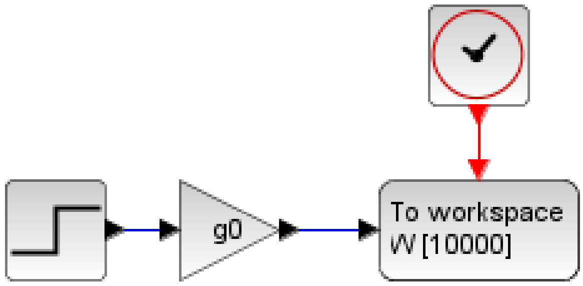

Рис. 3: Схема моделирования входного воздействия

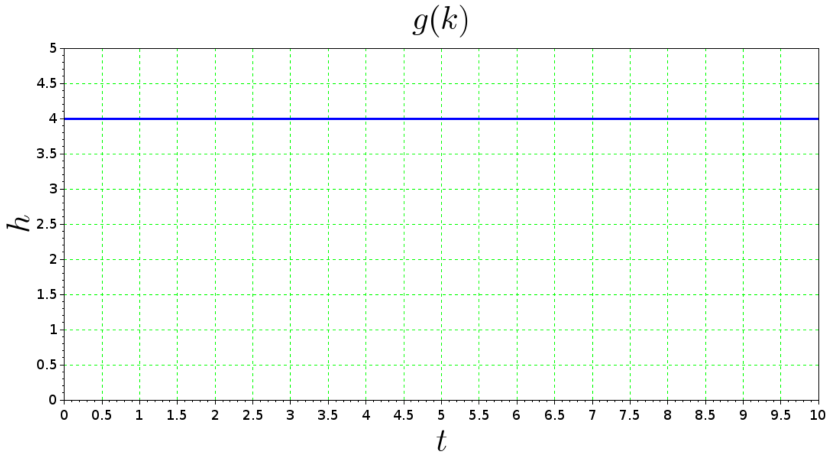

Рис. 4: Результаты моделирования входного воздействия

д) вывод по полученной модели входного воздействия

Входное воздействие представлено пропорциональным звеном. Генерируемый сигнал соответствует модели.

е) синтез следящего алгоритма

Проверим систему на полную управляемость:

$$det(U_d) = det \begin{bmatrix} 0.0790224 & 0.3069223 \\ 0.3463289 & 0.5862164 \end{bmatrix} = -0.0599719 \tag{19}$$

Так как матрица управляемости не вырождена, то система полностью управляема.

Проверим систему на полную наблюдаемость:

$$det(Q_d) = det \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0.6580447 \end{bmatrix} = 0.6580447 \tag{20}$$

Так как матрица наблюдаемости не вырождена, то система является полностью наблюдаемой.

Чтобы построить оптимальную по быстродействию систему, необходимо назначить корни характеристического полинома следующим образом:

$$z_i^* = 0 \tag{21}$$

Далее, из желаемых корней составим эталонную модель, для чего составим следующие матрицы:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} z_1^* & 1 & 0 \\ 0 & z_2^* & 1 \\ 0 & 0 & z_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

Введем уравнения движения расширенного объекта, присоединив уравнение регулятора:

$$\begin{cases} v(k+1) = v(k) + g(k) - x_1(k) \\ x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \end{cases} \tag{24}$$

Представим расширенный вектор состояния:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} v \\ x \end{bmatrix} \tag{25}$$

Рассчитаем матрицы:

$$\bar{A}_d = \begin{bmatrix} 1 & -C_d \\ 0 & A_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0.3887642 \\ 0 & 0 & 0.5907868 \end{bmatrix} \tag{26}$$

$$\bar{B}_d = \begin{bmatrix} 0 \\ B_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0556179 \\ 0.2046066 \end{bmatrix} \tag{27}$$

Расширенная система примет вид:

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = \bar{A}_d \bar{x}(k) + \bar{B}_d u(k) + B_g g(k) \\ u(k) = k_g g - \bar{k}_d \bar{x}(k) \end{cases} \tag{28}$$

$$\bar{x}(k+1) = (\bar{A}_d - \bar{B}_d\bar{k}_d)\bar{x}(k) + (k_g\bar{B}_d + B_g)g(k) \tag{29}$$

Теперь вычислим МЛСОС из системы с матричным уравнением типа Сильвестра.

$$\begin{cases} M\Gamma - \bar{A}_d M = \bar{B}_d H \\ K_d = -HM^{-1} \end{cases} \tag{30}$$

Расчет матрицы K_d произведем в среде моделирования *Scilab*:

$$M = sylv(-A_d, \Gamma, B_d * H,' d'); \tag{31}$$

$$Kd = -H * M^{-1}; \tag{32}$$

$$K_d = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.7748568 & 24.010399 & 6.1355721 \end{bmatrix} \tag{33}$$

ж) моделирование

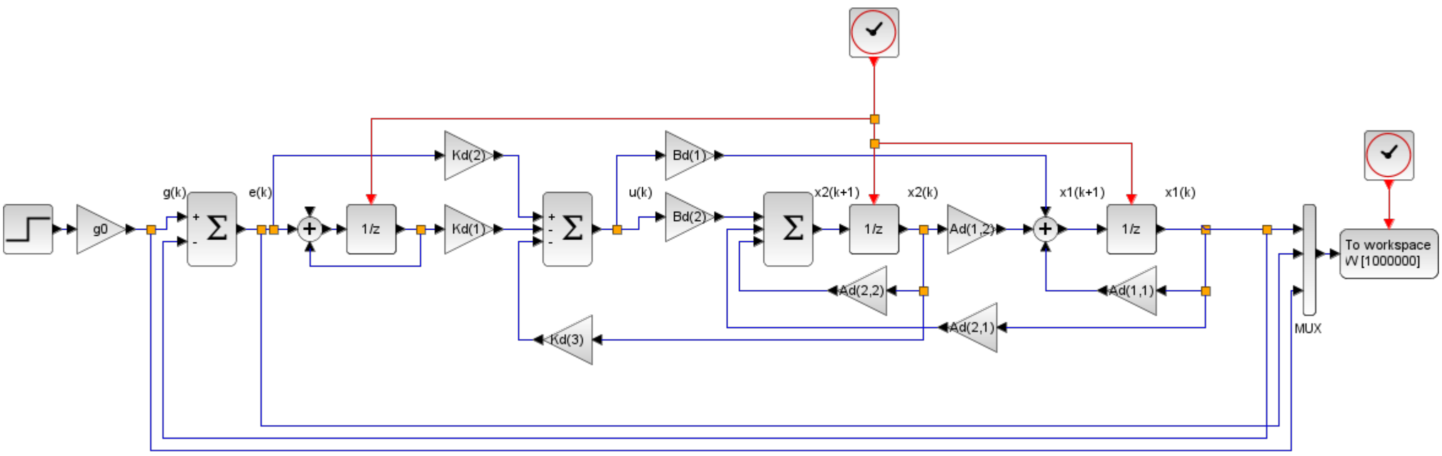

Рис. 5: Схема моделирования

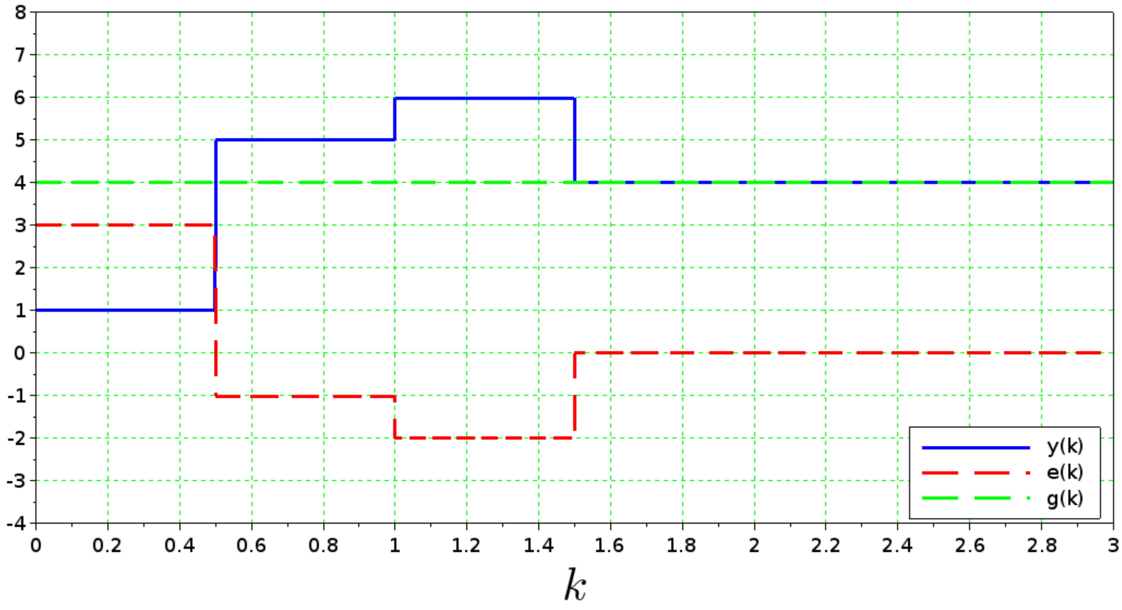

Рис. 6: Результаты моделирования

з) вывод по модели

Как видно из графиков на рисунке 6, синтезированный регулятор справляется с задачей слежения за задающим сигналом $g(k)$ достаточно хорошо, обеспечивая нулевую ошибку $e(k)$.

и) модель возмущающего воздействия

Согласно варианту:

$$f_0 = 3.26 \tag{34}$$

$$f_1 = 3.95 \tag{35}$$

$$T = 0.5 \tag{36}$$

Таким образом, возмущающее воздействие представляет собой линейно-нарастающую функцию:

$$g(k) = f_0 + f_1 kT = 3.26 + 1.975k \tag{37}$$

Представим возмущающее воздействие в виде модели в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \xi_g(k+1) & = \Gamma_g \xi(k) \\ g(k) & = H_g \xi(k) \end{cases} \tag{38}$$

Найдем переменные состояния:

$$g(k) = 3.26 + 1.975k \tag{39}$$

$$\xi(k) = g(k) \tag{40}$$

$$\xi(k+1) = 3.26 + 1.975k + 1.975 = \xi(k) + 1.975 \tag{41}$$

Отсюда, найдем матрицы:

$$\Gamma_g \quad = [1] \tag{42}$$

$$H_g \quad = [1] \tag{43}$$

Модель примет вид:

$$\begin{cases} \xi_g(k+1) & = \xi(k) + 1.975 \\ g(k) & = \xi(k) \end{cases} \tag{44}$$

Начальные условия, при $k = 0$:

$$\xi(0) = 3.26 \tag{45}$$

На основе полученной модели и начальных условий, произведем моделирование.
к) моделирование возмущающего воздействия

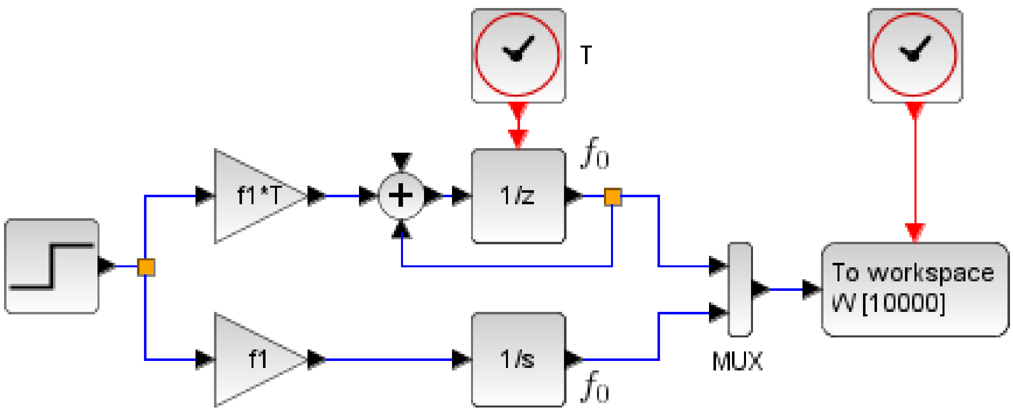

Рис. 7: Схема моделирования

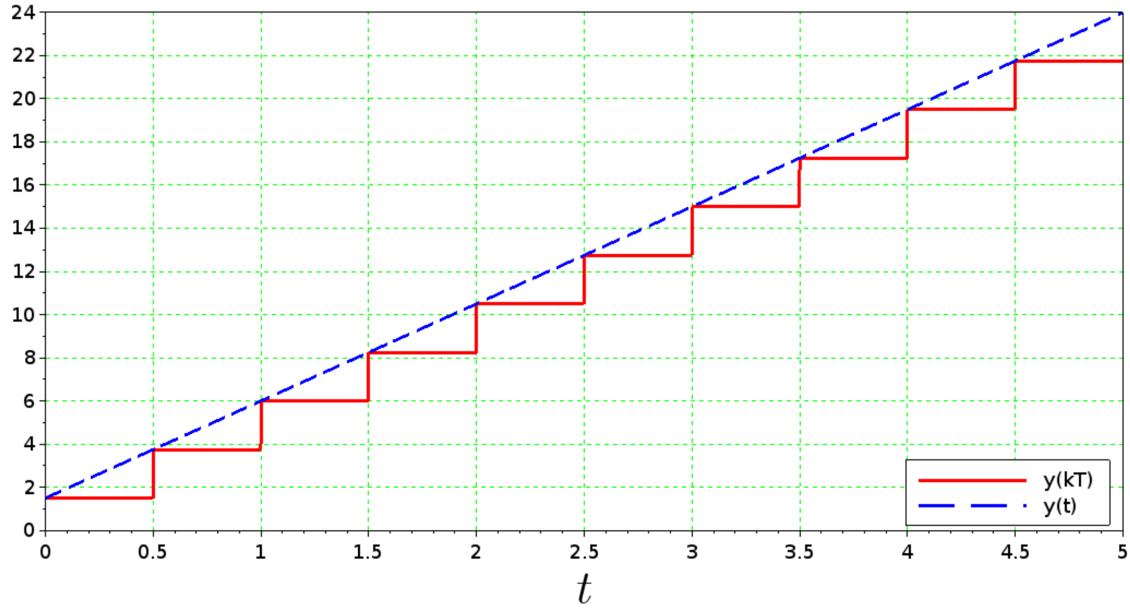

Рис. 8: Результаты моделирования

Непрерывный задающий сигнал был получен методом последовательного дифференцирования:

$$g(t) = 3.26 + 3.95t \tag{46}$$

$$\dot{g}(t) = 3.95 \tag{47}$$

$$g(0) = 3.26 \tag{48}$$

л) анализ полученной модели

Как видно из рисунка 8, полученная дискретная модель точносоответствует модели, генерирующей непрерывный аналог сигнала вида. Следовательно, можно сделать вывод о состоятельности модели.

м) Синтез алгоритмов управления, обеспечивающих нулевую установившуюся ошибку замкнутой системы при наличии возмущений

В случае наличия возмущающих воздействий, в регуляторе появляется соответствующая прямая связь и управляющее воздействие определяется уравнением:

$$u(k) = k_1 g(k) - \overline{k}\overline{x}(k) - k_f x_f(k) \tag{49}$$

где k_f – матрица линейных прямых связей от возмущающего воздействия, $x_f(k)$ – вектор состояния возмущающего воздействия.

Матрицу k_f найдем из уравнения:

$$B_d k_f = B_{fd} H_f \tag{50}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0556179 * k_{f1} \\ 0.2046066 * k_{f1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1056772 \\ -0.3887642 \end{bmatrix} \tag{51}$$

откуда

$$k_f = \begin{bmatrix} -1.9 & 0 \end{bmatrix} \tag{52}$$

н) Моделирование замкнутой системы при наличии возмущающего воздействия

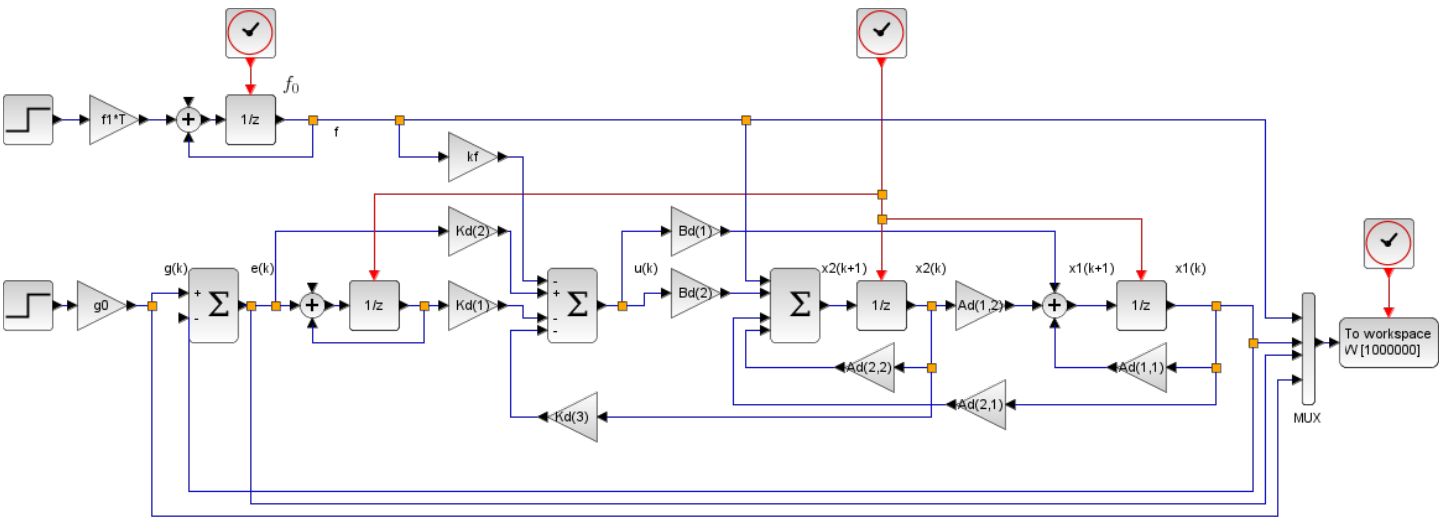

Рис. 9: Схема моделирования

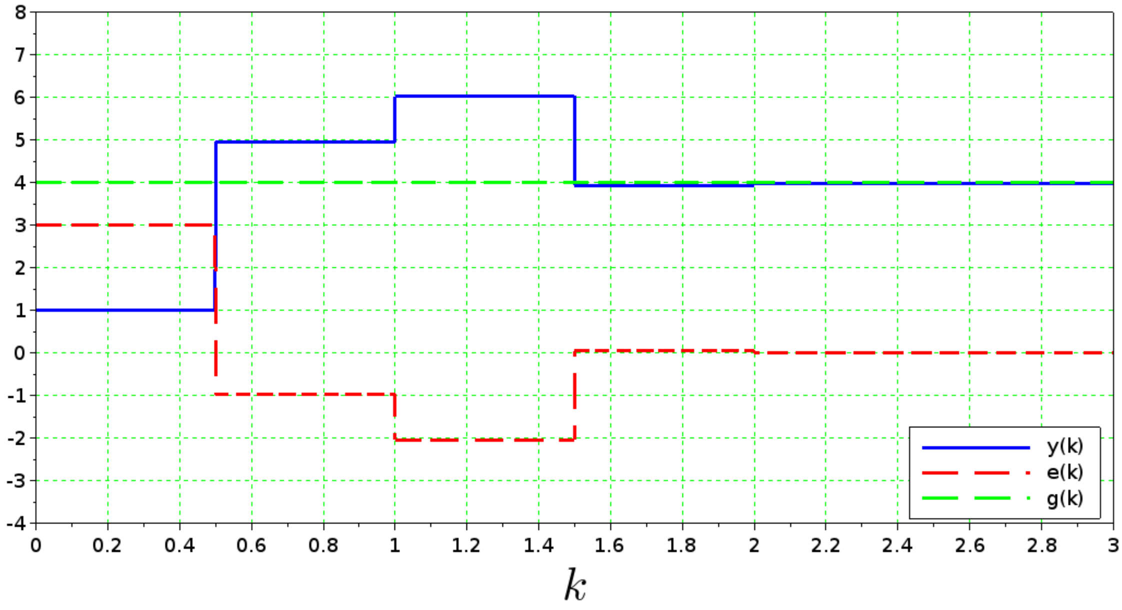

Рис. 10: Результаты моделирования

о) анализ результатов моделирования

Рисунок 10 показывает, что несмотря на возмущения, регулятор справляется со своей задачей и сводит ошибку к нулю

3.1 Заключение

В ходе работы были освоены принципы синтезирования дискретных регуляторов для систем слежения. С задачей слежения за линейным сигалом великолепно справляется интегральный регулятор, сводящий ошибку слежения в ноль даже в случае присутствия возмущающий воздействий.