МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

Университет ИТМО

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа P4135

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к расчетно-исследовательской работе магистрантов

по дисциплине

Интеллектуальное управление в условиях неопределенности

Автор РИРМ Артемов К. (подпись)

(фамилия, и.о.)

Руководитель Ушаков А.В. (подпись)

(фамилия, и.о.)

“____“ ___________ 20 _____ г. Санкт-Петербург, 20 ______ г.

Курсовая работа выполнена с оценкой ______________________

Дата защиты “ ____ “ _____________ 20 _____ г.

САНКТ – ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

КАФЕДРА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

«УТВЕРЖДАЮ»
Зав.кафедрой А.А.Бобцов

З А Д А Н И Е

на расчетно – исследовательскую работу (РИРМ)магистрантов по дисциплине
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

СТУДЕНТУ: Артемову Кириллу, группа P4135, кафедра СУиИ

РУКОВОДИТЕЛЬ: д.т.н., профессор А.В.Ушаков

1.ТЕМА РИРМ: **ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ, СИНТЕЗ НЕАДАПТИВНЫХ И АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ НЕОБХОДИМУЮ РОБАСТНОСТЬ ИХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ**

2.СРОКИ выполнения РИРМ . 17 – я неделя семестра (30 мая 2017 года)

3.СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ:

3.1. Построить МТЧ **непрерывного ОУ(НОУ)**; с использованием матрицы управляемости агреги-рованной системы ранжировать параметры q_j по потенцииальной чувствительности
3.2. Построить МТЧ **дискретного ОУ(ДОУ)** к вариации интервала дискретности.
3.3. Построить МТЧ спроектированной непрерывной системы(СНС) по каждому из параметров и для значения $|\Delta q_j| = 0.3$; выделить доминирующие параметры по степени их влияния на величину σ перерегулирования и длительность t_n переходного процесса;
3.4. Построить матрицу функций модальной чувствительности (МФМЧ) и выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров.
3.5. Методом модального управления (МУ), базовый алгоритм которого дополняется контролем нормы $\|F_o\|$ медианной составляющей интервальной матрицы $[F]$ спроектированной системы для целей вычисления оценки $\delta_I F$ ее относительной интервальности. Исследовать свойство робастностной устойчивости полученной системы с помощью метода В.Л. Харитонова.
3.6. Оценить алгебраическую реализуемость неадаптивного и адаптивного управления, обеспечивающего параметрическую инвариантность выхода системы, и синтезировать их.

3.7.ВАРИАНТ ЗАДАНИЯ (ВПИСАТЬ СВОЙ) 1.1А-1.2А-2.1Б-2.2Б-3А-4-А5А-6А-7А

4.СОДЕРЖАНИЕ пояснительной записки (перечень подлежащих разработке вопросов):

4.1.Введение.Постановка задачи ____
4.2.Построение МТЧ НОУи результаты ее исследования____________________________
4.3.Построение МТЧ ДОУи и результаты ее исследования___________________________
4.4.Построение МТЧ СНС и результаты ее исследования____________________________
4.5.Построение МФМЧ и результаты ее исследования______________________________
4.6.Построение медианного МУ НОУ и оценка его результатов________________________
4.7.Синтез неадаптивного и адаптивного управления, обеспечивающего параметрическую инвариантность выхода СНС относительно неопределенности НОУ
4.8.Заключение____
4.9.Литература____
4.10.Приложение____

5.ИСХОДНЫЕ материалы и пособия к РИРМ:

5.1.Никифоров В.О., Слита О.В., Ушаков А.В. Интеллектуальное управление в условиях неопределенности: учебное пособие. СПб.: СПбГУИТМО, 2011.
5.2.Никифоров В.О. ,Ушаков А.В. Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация и робастность. СПб.: СПбГИТМО(ТУ), 2002.
5.3.Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений.-СПб.: Наука, 2003.
5.4. Дударенко Н.А., Слита О.В., Ушаков А.В. Математические основы современной теории управления: аппарат метода пространства состояний: учебное пособие. / Под ред. Ушакова А.В. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2008. – 323 с.

6.ДАТА выдачи задания на РИРМ____

*РУКОВОДИТЕЛЬ*____

7.ДАТА начала выполнения РИРМ____

*СТУДЕНТ*____

Содержание

Введение. Постановка задачи

Задан непрерывный объект управления (НОУ) с помощью передаточной функции (ПФ) «вход-выход (ВВ)»

$$\Phi(s,q) = \frac{b_0(1+q_1)s + b_1(1+q_2)}{\left[a_0(1+q_3)s + a_1(1+q_4)\right]\left[a_2(1+q_5)s^2 + a_3(1+q_6)s + a_4(1+q_7)\right]} \quad (1)$$

где $q_{10} = q_{20} = q_{30} = q_{40} = q_{50} = q_{60} = q_{70} = 0$ — номинальные значения параметров $q_{j0}, j = \overline{1,7}$.

Необходимо проделать работу в соответствии с заданием на расчетно-исследовательскую работу магистранта (РИРМ). Исходные данные для варианта №6 ААББАААА указаны в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

1.1. Значения параметров ПФ	$b_0 = 3; b_1 = 0.4; a_0 = 2; a_1 = 0.6; a_2 = 0; a_3 = 6; a_4 = 10$
1.2. Базис описания НОУ	канонический управляемый
2.1. Интервал дискретности	$\Delta t = 0.03$с
2.2. Метод перехода к ДОУ	с помощью интегральной модели ВСВ НОУ
3. Характеристическая частота	$\omega_0 = 3c^{-1}$
5. Граничные (угловые) значения параметра q_j	$\underline{q_j} = -0.2; \overline{q_j} = 0.2$
6. Относительная интервальность матрицы состояния системы	$\delta_{IR}F = 0.02$
7. Величина параметрической неопределенности	$\underline{q_j} = -0.2; \overline{q_j} = 0.2$

Подп. и дата | Инв. № дубл. | Взам. инв. № | Подп. и дата | Инв. № подл.

1 Построение МТЧ НОУ и результаты ее исследования

1) Записать непрерывный ОУ (НОУ) в форме «вход-состояние-выход (ВСВ)» в требуемом базисе;
2) Построить модель траекторной чувствительности (МТЧ) НОУ;
3) Произвести ранжирование параметров по потенциальной чувствительности к ним выхода ОУ с использованием матрицы управляемости агрегированной системы;

   Оценить, какое из дополнительных движений, вызванных вариацией, потребует максимальных затрат управления при обеспечении его асимптотической сходимости к нулю.

1.1 Непрерывный ОУ в форме ВСВ

Заданный ОУ описывается ПФ

$$\Phi(s,q) = \frac{3(1+q_1)s + 0.4(1+q_2)}{(2(1+q_3)s + 0.6(1+q_4))(6(1+q_6)s + 10(1+q_7))} \tag{1.1}$$

Для составления векторно-матричного описания ОУ запишем ПФ в форме

$$\Phi(s,q) = \frac{\dfrac{(1+q_1)}{4(1+q_3)(1+q_6)}s + \dfrac{(1+q_2)}{30(1+q_3)(1+q_6)}}{s^2 + \dfrac{20(1+q_3)(1+q_7) + 3.6(1+q_4)(1+q_6)}{12(1+q_3)(1+q_6)}s + \dfrac{(1+q_4)(1+q_7)}{2(1+q_3)(1+q_6)}}$$

В каноническом управляемом базисе векторно-матричное представление ОУ принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{x}(t,q) &= A(q)x(t,q) + Bu(t) \\ y(t,q) &= C(q)x(t,q) \end{cases} \tag{1.2}$$

в котором

$$A(q) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{(1+q_4)(1+q_7)}{2(1+q_3)(1+q_6)} & -\dfrac{20(1+q_3)(1+q_7)+3.6(1+q_4)(1+q_6)}{12(1+q_3)(1+q_6)} \end{bmatrix} \tag{1.3}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{1.4}$$

$$C(q) = \begin{bmatrix} \dfrac{(1+q_2)}{30(1+q_3)(1+q_6)} & \dfrac{(1+q_1)}{4(1+q_3)(1+q_6)} \end{bmatrix} \tag{1.5}$$

1.2 Модель траекторной чувствительности НОУ

ПФ номинального ОУ, когда параметры $q_j = 0, j = \overline{1,7}$, представляет собой

$$\Phi(s,0) = \frac{\dfrac{1}{4}s + \dfrac{1}{30}}{s^2 + \dfrac{236}{120}s + \dfrac{1}{2}} \tag{1.6}$$

Матрицы модели ВСВ номинального ОУ имеют реализации

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{1}{2} & -\dfrac{236}{120} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{30} & \dfrac{1}{4} \end{bmatrix}$$

Введем обозначения

$$A_{q_j} = \left.\frac{\partial A(q)}{\partial q_j}\right|_{q=q_0}; B_{q_j} = \left.\frac{\partial B(q)}{\partial q_j}\right|_{q=q_0}; C_{q_j} = \left.\frac{\partial C(q)}{\partial q_j}\right|_{q=q_0};$$
$$A(q)|_{q=q_0} = A; B(q)|_{q=q_0} = B; C(q)|_{q=q_0} = C;$$
$$x(t,q)|_{q=q_0} = x(t); y(t,q)|_{q=q_0} = y(t);$$
$$\left.\frac{\partial x(t,q)}{\partial q_j}\right|_{q=q_0} = \sigma_j(t); \left.\frac{\partial y(t,q)}{\partial q_j}\right|_{q=q_0} = \eta_j(t);$$

Теперь для j-й модели траекторной чувствительности получим представление МТЧ

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_j(t) & = A\sigma_j(t) + A_{q_j}x(t) + B_{q_j}u(t); \sigma_j(0) = 0 \\ \eta_j(t) & = C\sigma_j(t) + C_{q_j}x(t) \end{cases} \tag{1.7}$$

МТЧ будет генерировать функции траекторной чувствительности $\sigma_j(t)$ по состоянию и $\eta_j(t)$ по выходу, если ее дополнить моделью номинального ОУ 1.2.

На состояние заданного ОУ влияют $p = 6$ (далее, под записью $j = \overline{1,p}$ будет подразумеваться, что $j = 1, 2, 3, 4, 6, 7$) параметров: $q_1, q_2, q_3, q_4, q_6, q_7$. Вычислим матрицы моделей траекторной чувствительности

$$A_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tag{1.8}$$

$$A_{q_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{q_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C_{q_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{30} & 0 \end{bmatrix}; \tag{1.9}$$

$$A_{q_3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{36}{120} \end{bmatrix}; B_{q_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C_{q_3} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tag{1.10}$$

$$A_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -3.6 \end{bmatrix}; B_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{1.11}$$

$$A_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{20}{12} \end{bmatrix}; B_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C_{q_6} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tag{1.12}$$

$$A_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{20}{12} \end{bmatrix}; B_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{1.13}$$

1.3 Ранжирование параметров

Сконструируем агрегированную систему с составным вектором $\tilde{x}_j = col\{x, \sigma_j\}$ размерности $\dim \tilde{x} = 2n$, которая объединением 1.7 и 1.2, получает представление

$$\dot{\tilde{x}}_j(t) = \tilde{A}_j\tilde{x}_j(t) + \tilde{B}_j u(t); \tilde{x}_j(0) = col\{x(0), 0\} \tag{1.14}$$

$$x(t) = \tilde{C}_{x_j}\tilde{x}_j; \tag{1.15}$$

$$y(t) = \tilde{C}_j\tilde{x}_j(t); \tag{1.16}$$

$$\sigma_j(t) = \tilde{C}_{\sigma_j}\tilde{x}_j(t); \tag{1.17}$$

$$\eta_j(t) = \tilde{C}_{\eta_j}\tilde{x}_j(t) \tag{1.18}$$

где

$$j = \overline{1,p}, \tilde{A}_j = \begin{bmatrix} A & 0 \\ A_{q_j} & A \end{bmatrix}, \tilde{B}_j = \begin{bmatrix} B \\ B_{q_j} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C}_{x_j} = \begin{bmatrix} I_{n\times n} & O_{n\times n} \end{bmatrix}, \tilde{C}_j = \begin{bmatrix} C & 0_{m\times n} \end{bmatrix}, \tilde{C}_{\sigma_j} = \begin{bmatrix} 0_{n\times n} & I_{n\times n} \end{bmatrix}, \tilde{C}_{\eta_j} = \begin{bmatrix} C_{q_j} & C \end{bmatrix}.$$

Составим необходимые матрицы

$$\tilde{A}_{1,2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix}; \tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{36}{120} & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{A}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -3.6 & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix}; \tilde{A}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{20}{12} & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{A}_7 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{20}{12} & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix}; \tilde{B}_{1,2,3,4,6,7} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_{x_{1,2,3,4,6,7}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \tilde{C}_{1,2,3,4,6,7} = \begin{bmatrix} \frac{1}{30} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_{\sigma_{1,2,3,4,6,7}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_{\eta_1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tilde{C}_{\eta_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{30} & 0 & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_{\eta_3} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tilde{C}_{\eta_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_{\eta_6} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tilde{C}_{\eta_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix};$$

Для ранжирования параметров по возможным затратам ресурсов управления для достижения нечувствительности траектории проектируемой системы к этим вариациям проведем анализ управляемости системы 1.14 по ее выходу η_j.

Требования к ресурсам управления заметно снижаются, если изначально ограничиться задачей обеспечения траекторной нечувствительности выхода проектируемой системы. На уровне требований к структурным свойствам агрегированной системы 1.14 задача сводится к контролю управляемости тройки матриц $(\tilde{C}_{\eta_j}, \tilde{A}_j, \tilde{B}_j)$ и количественной оценке эффекта управления по переменной η_j при приложении управления $u(t)$ фиксированной нормы с помощью сингулярных чисел матрицы управляемости

$$\tilde{W}_{y\eta_j} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{\eta_j}\tilde{B}_j & \tilde{C}_{\eta_j}\tilde{A}_j\tilde{B}_j & \tilde{C}_{\eta_j}\tilde{A}_j^2\tilde{B}_j & \cdots & \tilde{C}_{\eta_j}\tilde{A}_j^{2n-1}\tilde{B}_j \end{bmatrix} \tag{1.19}$$

С учетом $n = 2$, рассчитаем матрицы управляемости $\tilde{W}_{\eta_j}$

$$\tilde{W}_{y\eta_1} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.9166667 & 1.4277778 & -2.120463 \end{bmatrix},$$
$$\tilde{W}_{y\eta_2} = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.3916667 & 0.5202778 & -0.5982130 \end{bmatrix},$$
$$\tilde{W}_{y\eta_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1083333 & -0.3505556 & 0.8681759 \end{bmatrix},$$
$$\tilde{W}_{y\eta_4} = \begin{bmatrix} 0.25 & -1.325 & 3.8808333 & -9.3064722 \end{bmatrix},$$
$$\tilde{W}_{y\eta_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0.45 & -1.6488889 & 4.3117963 \end{bmatrix},$$
$$\tilde{W}_{y\eta_7} = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.8416667 & 2.0441667 & -4.4350093 \end{bmatrix}$$

Вычислим для полученных матриц управляемости сингулярные числа

$$\alpha\{\tilde{W}_{y\eta_1}\} = 2.7613747, \alpha\{\tilde{W}_{y\eta_2}\} = 0.9189399, \tag{1.20}$$
$$\alpha\{\tilde{W}_{y\eta_3}\} = 0.9425257, \alpha\{\tilde{W}_{y\eta_4}\} = 10.172975, \tag{1.21}$$
$$\alpha\{\tilde{W}_{y\eta_6}\} = 4.6382024, \alpha\{\tilde{W}_{y\eta_7}\} = 4.9617363 \tag{1.22}$$

Ранги матриц $\tilde{W}_{\eta_j}$ равны $rang(\tilde{W}_{\eta_j}) = 1$, что совпадает с размерностью $m = 1$ вектора выхода. Таким образом, выбором закона управления можно обеспечить сходимость $\lim_{t\to\infty} \Delta y(t, q_0, \Delta q_j) = 0; j = \overline{1,p}$ с заданным темпом [1]. Сингулярные числа матриц $\tilde{W}_{\eta_j}$ принимают значения 1.20–1.22. Проранжируем параметры q_j в порядке увеличения затрат ресурсов на управление

1) q_4
2) q_7
3) q_6
4) q_1
5) q_3
6) q_2

Отсюда следует, что асимптотическая сходимость к нулю дополнительного движения $\Delta y(t, q_0, \Delta q_2)$ будет требовать наибольших затрат на управление, чем сходимость остальных дополнительных движений, с тем же темпом.

2 Построение МТЧ ДОУ и результаты ее исследования

1) Перейти к дискретному описанию ОУ с помощью интегральной модели ВСВ НОУ;
2) Построить модель траекторной чувствительности (МТЧ) дискретного ОУ (ДОУ) к вариации интервала дискретности;

2.1 Переход к дискретному описанию ОУ

ДОУ представляет собой дискретную по времени с интервалом дискретности длительности Δt выборку из непрерывных процессов по вектору состояния $x(t,q)$ и выходу $y(t,q)$ при фиксированном на интервале $t \in [\Delta tk, \Delta t(k+1)]$ значении управления $u(t) = u(\Delta tk) = u(k)$. Имеет следующий вид

$$\begin{cases} x(k+1,q) = \overline{A}(q)x(k,q) + \overline{B}(q)u(k) \\ y(k,q) = \overline{C}(q)x(k,q) \end{cases} \tag{2.1}$$

где матрицы непрерывного 1.2 и дискретного 2.1 ОУ связаны следующими функциональными соотношениями

$$\overline{A}(q) = e^{A(q)\Delta t}; \overline{B}(q) = A^{-1}(q)(e^{A(q)\Delta t} - I)B(q); \overline{C}(q) = C(q) \tag{2.2}$$

Номинальная модель ДОУ получается из 2.1 при векторе параметров $q = q_0$

$$\begin{cases} x(k+1) = \overline{A}x(k) + \overline{B}u(k) \\ y(k) = \overline{C}x(k) \end{cases} \tag{2.3}$$

Общий вид интегральной модели [2] ВСВ НОУ имеет вид

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \int_0^t \Phi(t,\tau)Bu(\tau)d\tau \tag{2.4}$$

$$y(t) = C\Phi(t)x(0) + \int_0^t C\Phi(t,\tau)Bu(\tau)d\tau \tag{2.5}$$

где $\Phi(t) = e^{At}, \Phi(t,\tau) = \Phi(t)\Phi^{-1}(\tau) = e^{A(t-\tau)}$.

Используя интегральную запись модели ВСВ непрерывного динамического объекта, нетрудно получить связь между матрицами модели ВСВ дискретного и непрерывного объектов в форме

$$\overline{A} = \Phi(\Delta t) = e^{A\Delta t}, \overline{B} = \Phi(\Delta t)\int_0^{\Delta t}\Phi^{-1}(\tau)d\tau B, \overline{C} = C \tag{2.6}$$

И окончательные формулы для перехода

$$\overline{A} = e^{A\Delta t}, \overline{B} = A^{-1}(e^{A\Delta t} - I)B, \overline{C} = C \tag{2.7}$$

При $\Delta t = 0.03$с, рассчитаем матрицы модели ВСВ ДОУ

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} 0.9997794 & 0.0291300 \\ -0.0145650 & 0.9424904 \end{bmatrix}; \overline{B} = \begin{bmatrix} 0.0004413 \\ 0.0291300 \end{bmatrix}; \overline{C} = \begin{bmatrix} 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix};$$

2.2 Построение МТЧ ДОУ к вариации интервала дискретности

Модель траекторной чувствительности, необходимая для генерирования функций траекторной чувствительности $\sigma(k)$ и $\eta(k)$ по состоянию и выходу ДОУ, строится путем дифференцирования компонентов представления 2.1 по компонентам q_j вектора параметров q при его номинальном значении (в нашем случае q $= \Delta t$),

$$\begin{cases} \sigma(k+1) = \overline{A}\sigma(k) + \overline{A}_q x(k) + \overline{B}_q u(k) \\ \eta(k) = \overline{C}\sigma(k) + \overline{C}_q x(k) \end{cases} \tag{2.8}$$

Инв. № подл. | Подп. и дата | Взам. инв. № | Инв. № дубл. | Подп. и дата

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Копировал Формат А4

где

$$\overline{A}_q = \left.\frac{\partial \overline{A}(q)}{\partial \Delta t}\right|_{q=q_0}; \overline{B}_q = \left.\frac{\partial \overline{B}(q)}{\partial \Delta t}\right|_{q=q_0}; \overline{C}_q = \left.\frac{\partial \overline{C}(q)}{\partial \Delta t}\right|_{q=q_0};$$

$$\sigma(t) = \left.\frac{\partial x(k,q)}{\partial \Delta t}\right|_{q=q_0}; \eta(t) = \left.\frac{\partial y(k,q)}{\partial \Delta t}\right|_{q=q_0};$$

$$\frac{\partial \overline{A}(q)}{\partial \Delta t} = \frac{\partial\left(e^{A(q)\Delta t}\right)}{\partial \Delta t} = A(q)e^{A(q)\Delta t} = e^{A(q)\Delta t}A(q) \; = \overline{A}(q)A(q);$$

$$\frac{\partial \overline{B}(q)}{\partial \Delta t} = \frac{\partial}{\partial \Delta t}\left[A^{-1}(q)(e^{A(q)\Delta t} - I)B(q)\right] = A^{-1}(q)A(q)e^{A(q)\Delta t}B = \overline{A}(q)B(q);$$

$$\frac{\partial \overline{C}(q)}{\partial \Delta t} = \frac{\partial C(q)}{\partial \Delta t} = 0.$$

Используя полученные выражения вычислим матрицы МТЧ ДОУ

$$\overline{A}_q = \begin{bmatrix} -0.0145650 & 0.9424904 \\ -0.4712452 & -1.8681295 \end{bmatrix}; \overline{B}_q = \begin{bmatrix} 0.0291300 \\ 0.9424904 \end{bmatrix}; \overline{C}_q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix};$$

Сконструируем агрегированную систему с составным вектором $\tilde{x} = col\{x, \sigma\}$ размерности $\dim \tilde{x} = 2n$, которая объединением 2.3 и 2.8, получает представление

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{\overline{A}}\tilde{x}(k) + \tilde{\overline{B}}u(k); \tilde{x}(0) = col\{x(0), 0\} \tag{2.9}$$

$$x(k) = \tilde{\overline{C}}_{x_j}\tilde{x}(k); \tag{2.10}$$

$$y(k) = \tilde{\overline{C}}\tilde{x}(k); \tag{2.11}$$

$$\sigma(k) = \tilde{\overline{C}}_{\sigma}\tilde{x}(k); \tag{2.12}$$

$$\eta(k) = \tilde{\overline{C}}_{\eta}\tilde{x}(k) \tag{2.13}$$

где

$$\tilde{\overline{A}} = \begin{bmatrix} \overline{A} & 0 \\ \overline{A}_q & \overline{A} \end{bmatrix}, \tilde{\overline{B}} = \begin{bmatrix} \overline{B} \\ \overline{B}_q \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\overline{C}}_x = \begin{bmatrix} I_{n\times n} & O_{n\times n} \end{bmatrix}, \tilde{\overline{C}} = \begin{bmatrix} \overline{C} & 0_{m\times n} \end{bmatrix}, \tilde{\overline{C}}_{\sigma} = \begin{bmatrix} 0_{n\times n} & I_{n\times n} \end{bmatrix}, \tilde{\overline{C}}_{\eta} = \begin{bmatrix} \overline{C}_q & \overline{C} \end{bmatrix}.$$

Составим необходимые матрицы

$$\tilde{\overline{A}} = \begin{bmatrix} 0.9997794 & 0.0291300 & 0 & 0 \\ -0.0145650 & 0.9424904 & 0 & 0 \\ -0.0145650 & 0.9424904 & 0.9997794 & 0.0291300 \\ -0.4712452 & -1.8681295 & -0.0145650 & 0.9424904 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\overline{B}} = \begin{bmatrix} 0.0004413 \\ 0.0291300 \\ 0.0291300 \\ 0.9424904 \end{bmatrix}; \tilde{\overline{C}}_\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix}$$

Проверим управляемость агрегированной системы по выходу $\eta(k)$ с помощью матрицы управляемости $\tilde{\overline{W}}_{y\eta}$

$$\tilde{\overline{W}}_{y\eta} = \begin{bmatrix} \tilde{\overline{C}}_\eta \tilde{\overline{B}} & \tilde{\overline{C}}_\eta \tilde{\overline{A}} \tilde{\overline{B}} & \tilde{\overline{C}}_\eta \tilde{\overline{A}}^2 \tilde{\overline{B}} & \dots & \tilde{\overline{C}}_\eta \tilde{\overline{A}}^{2n-1} \tilde{\overline{B}} \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

которая с учетом $n = 2$ имеет реализацию

$$\tilde{\overline{W}}_{y\eta} = \begin{bmatrix} 0.2365936 & 0.2111102 & 0.1875234 & 0.1657095 \end{bmatrix}$$

Ранги матриц $\tilde{W}_\eta$ равны $rang(\tilde{W}_\eta) = 1$, что совпадает с размерностью $m = 1$ вектора выхода. Таким образом, выбором закона управления можно обеспечить сходимость $\lim_{t\to\infty} \Delta y(t, q_0, \Delta t) = 0$ с заданным темпом.

Список использованных источников

1 В.О.Никифоров О.В.Слита А.В.Ушаков. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ. — Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2011. — P. 226.

2 И.В. Мирошник. Теория автоматического управления. Линейные системы. — Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2005. — P. 336.