

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ,  
МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р4235

## **КУРСОВАЯ РАБОТА**

**«Адаптивное управление динамическими системами»**

Вариант № 18

Автор работы:

Артемов К.

Преподаватель:

Герасимов Д.Н.

“\_\_\_” \_\_\_\_\_ 20\_\_\_ г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты “\_\_\_” 2017\_\_\_ г.

Санкт-Петербург

2017 г.

# 1 Цель работы

Синтез адаптивной системы слежения за неизвестным сигналом задания.

## 2 Исходные данные

Объект управления:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu, \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Задача адаптивного управления: слежение за неизвестным сигналом задания

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |g - y| = 0 \quad (2)$$

Условия задачи:

1.  $y, x, u, g, f$  — измеряемы;
2. Параметры объекта — известны;
3. Параметры задающего воздействия — неизвестны.

Динамические показатели качества замкнутой системы (после настройки системы):

$$t_{\text{п}} = 2 \text{ с.}, \quad \sigma < 15\%. \quad (3)$$

Динамические показатели качества фильтра:

$$t_{\text{п}} = 3 \text{ с.}, \quad \sigma < 0\%. \quad (4)$$

Задающее воздействие:

$$g(t) = 2 \cos 6t + 3. \quad (5)$$

Возмущение:  $f(t) = 0$ .

Алгоритм адаптации (АА): сигмоидальный.

## 3 Теоретические сведения

### 3.1 Общие сведения

Сигнал задания (5) представлен в форме:

$$g(t) = A_g \cos \omega_g t + C_g. \quad (6)$$

где  $A_g$  — амплитуда гармонического сигнала,  $\omega_g$  — частота гармонического сигнала,  $C_g$  — некоторая константа.

Генератор задающего воздействия представлен в форме:

$$\begin{cases} \dot{w} = \Gamma w, \\ g = h^T w \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\Gamma_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_g^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad h_g = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad w(0) = \begin{bmatrix} A_g \\ 0 \\ C_g \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Фильтр представлен передаточной матрицей:

$$\Phi(s) = (sI - \Gamma_0)^{-1}, \quad (9)$$

где

$$\Gamma_0 = \begin{bmatrix} -k_2 & 1 & 0 \\ -k_1 & 0 & 1 \\ -k_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Коэффициенты  $k_{1,2,3}$  определяются методом стандартных переходных функций.

### 3.2 Неадаптивный случай

Алгоритм синтеза системы слежения за известным сигналом может быть представлен следующей процедурой:

1.  $\Gamma$  и  $h$  известны,  $w$  — измеряем;
2. Сформировать ошибку  $e = M_g w - x$ ;
3. Найти производную ошибки  $\dot{e} = M_g \dot{w} - \dot{x}$ ;
4. Выполнить ряд несложным преобразований

$$\dot{e} = Ae + (M_g \Gamma - AM_g)w - bu \quad (11)$$

5. Выбрать закон управления (ЗУ)  $u = L_g^T w$ ;
6. Подставить ЗУ в выражение (11):

$$\dot{e} = Ae + (M_g \Gamma - AM_g - bL_g^T)w \quad (12)$$

7. Добавить уравнение выхода:

$$\varepsilon = g - y = hw - Cx = Ce + (h - CM_g)w \quad (13)$$

8. Матрицу  $L_g^T$  найти из системы уравнений:

$$\begin{cases} M_g \Gamma - AM_g = bL_g^T \\ h = CM_g \end{cases} \quad (14)$$

### 3.3 Адаптивный случай

1.  $\Gamma$  и  $h$  неизвестны,  $w$  — не измеряем;
2. Параметризовать модель задающего воздействия (ЗВ):

$$\begin{cases} \dot{\xi} = G\xi + lg \\ g = \theta^T \xi \end{cases} \quad (15)$$

где

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_0 & -k_1 & -k_2 \end{bmatrix}; \quad l = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. Представить ЗВ в новом базисе  $\dot{\xi} = (G + l\theta^T)\xi$ ;
4. Сформировать ошибку  $e = M_g \xi - x$ ;
5. Взять производную от ошибки в силу модели ЗВ:

$$\dot{e} = M_g \underbrace{(G + l\theta^T)\xi}_{\dot{\xi}} \underbrace{- Ax - bu}_{-\dot{x}}; \quad (16)$$

Выполнить преобразования:

$$\dot{e} = Ae + \underbrace{[M_g(G - l\theta^T) - AM_g]}_{b\psi^T} \xi - bu; \quad (17)$$

$$\dot{e} = Ae + b(\psi^T \xi - u); \quad (18)$$

6. Выбрать ЗУ  $u = \hat{\psi}^T \xi$ ;
7. Подставить ЗУ в (18) и окончательно получить:

$$\dot{e} = Ae + b\tilde{\psi}^T \xi; \quad (19)$$

где  $\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}$ .

8. Так как  $e$  — не измеряема, то для построения АА уравнения (19) недостаточно и нужно дополнить его уравнением выхода:

$$\varepsilon = g - y = \theta^T \xi - Cx; \quad (20)$$

$$\varepsilon = Ce + (\theta^T - CM_g)\xi; \quad (21)$$

Учитывая, что в задаче неадаптивного управления  $h = CM_g$ ,  $\theta^T$  — матрица выхода модели ЗВ в новом базисе и является аналогом  $h$ , то

$$\theta^T = CM_g; \quad (22)$$

## 9. Стандартная модель ошибки

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae + b\tilde{\psi}^T \xi \\ \varepsilon = Ce \end{cases} \quad (23)$$

которой соответствует АА вида

$$\dot{\hat{\psi}} = \gamma W(s)[\xi]\tilde{\varepsilon}; \quad (24)$$

где

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \hat{\varepsilon}, \quad (25)$$

$$\varepsilon = g - y, \quad (26)$$

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\psi}^T W(s)[\xi] - W(s)[\hat{\psi}^T \xi], \quad (27)$$

$$W(s) = C(Is - (A - bK))^{-1}b. \quad (28)$$

# 4 Результаты расчетов и моделирования

## 4.1 Анализ объекта управления

### 1. Анализ устойчивости.

Найдем полюса системы (1):

$$p_{1,2} = \lambda_{1,2}\{A\} = \pm 1i \quad (29)$$

Согласно корневым критериям устойчивости, объект устойчив по Ляпунову (нейтрально устойчив).

### 2. Анализ управляемости.

Найдем определитель матрицы управляемости:

$$\det U = \det \begin{bmatrix} b & Ab \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = -16 \neq 0 \quad (30)$$

Согласно основному критерию управляемости, так как матрица управляемости  $U$  невырождена, то ОУ (1) полностью управляем.

### 3. Анализ наблюдаемости.

Найдем определитель матрицы наблюдаемости:

$$\det Q = \det \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = 13 \neq 0 \quad (31)$$

Согласно основному критерию наблюдаемости, так как матрица наблюдаемости  $Q$  невырождена, то ОУ (1) полностью наблюдаем.

## 4.2 Синтез стабилизирующего управления

- а) Для построения замкнутой системы и придания матрице  $F = A - bK$  заданных динамических показателей качества (3) воспользуемся методом стандартных переходных функций. Для этого, выберем стандартный полином Баттерворта второго порядка:

$$D(\lambda) = \lambda^2 + 1.41\omega_0\lambda + \omega_0^2, \quad (32)$$

для которого,  $t_n^1 = 2.9$  с.,  $\sigma = 4.5\%$ , и найдем максимально допустимые радиус распределения корней  $\omega_0$ :

$$\omega_0 = \frac{t_n^1}{t_n} = \frac{2.9}{2} = 1.45 \quad (33)$$

Найдем корни получившегося характеристического полинома эталонной модели и запишем ее матрицу состояния в канонической наблюдаемой форме:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_0 \\ 1 & -\lambda_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2.1025 \\ 1 & -2.0445 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Матрица  $H$  выбирается из условия полной наблюдаемости пары  $\Gamma$  и  $H$ :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Теперь, найдем матрицу коэффициентов обратных связей  $K$ , для чего решим уравнение Сильвестра:

$$\begin{cases} BH = M\Gamma - AM, \\ K = -HM^{-1} \end{cases} \quad (36)$$

Отсюда матрица преобразования:

$$M = \begin{bmatrix} 1.5157 & -0.8173 \\ -0.8173 & -1.5157 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Матрица  $K$ :

$$K = \begin{bmatrix} 0.2756 & 0.5111 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Матрица замкнутой системы  $F$ :

$$F = A - bK = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2.1025 & -2.0445 \end{bmatrix} \quad (39)$$

- б) Схема и результаты моделирования замкнутой системы при нулевом входим воздействии и начальных условиях  $x(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$  приведены на рисунках 1 и 2 соответственно.
- с) Полученная замкнутая система управления устойчива и обеспечивает заданные динамические показатели качества (3).

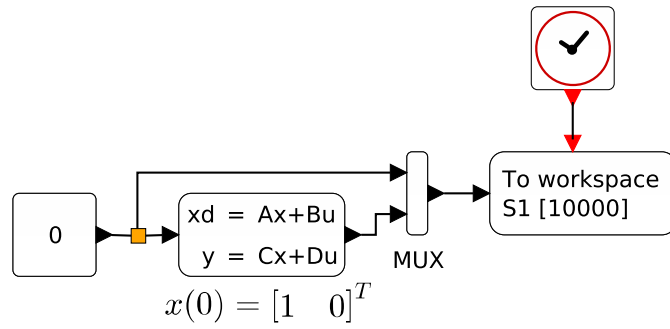


Рисунок 1 – Схема моделирования замкнутой системы

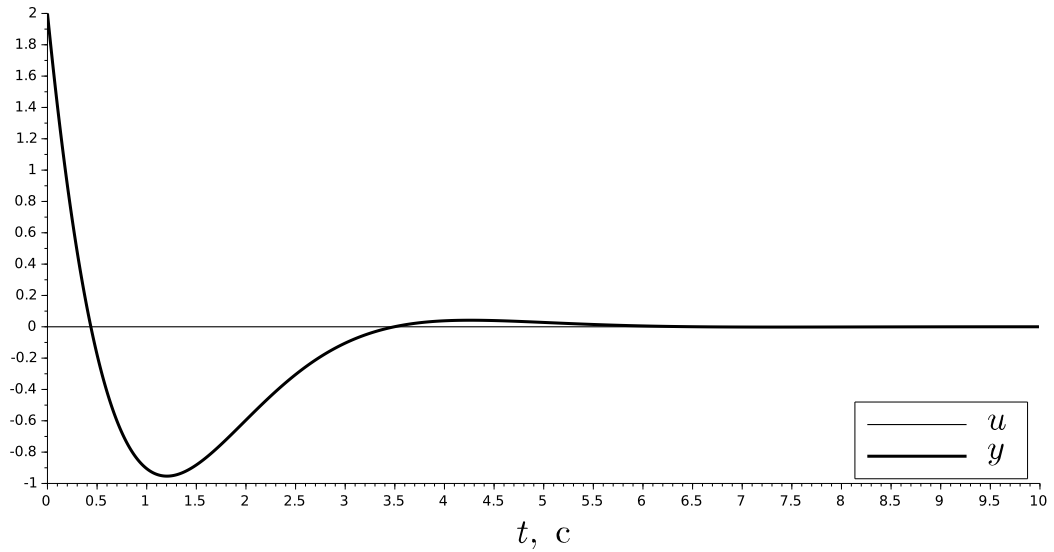


Рисунок 2 – Графики моделирования замкнутой системы при  $x(0) = [1 \ 0]^T$

### 4.3 Построение генератора сигнала задания

Построим генератор сигналов в форме (7):

Для этого представим сигнал задания (5) в виде суммы консервативного и пропорционального звеньев.

Модель консервативного звена в пространстве состояний:

$$w_1 = g, \quad \dot{w}_1 = w_2, \quad \dot{w}_2 = -\omega_g^2 w_1 \quad (40)$$

где начальные условия:

$$w_1(0) = A_g, \quad w_2(0) = 0 \quad (41)$$

Модель пропорционального звена в пространстве состояний:

$$w_3 = C_g, \quad \dot{w}_3 = 0 \quad (42)$$

где начальные условия

$$w_3(0) = C_g \quad (43)$$

Таким образом, матрица состояния генератора сигналов принимает вид:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -36 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Матрица выхода:

$$h = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

Начальные условия:

$$w(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (46)$$

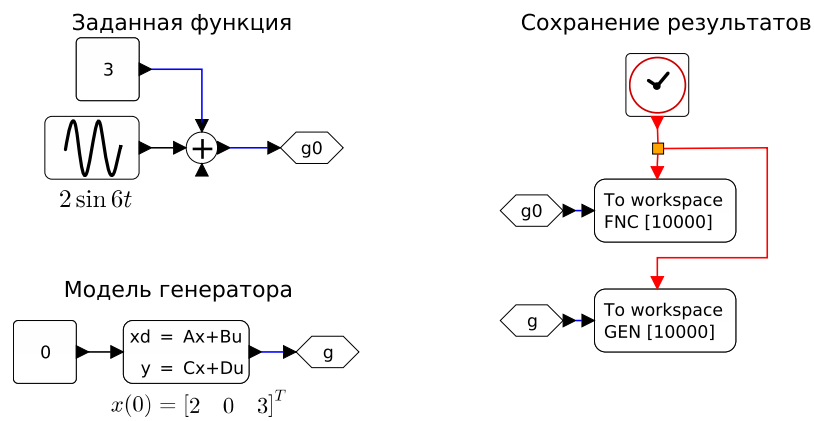


Рисунок 3 – Схема моделирования генератора входного сигнала ( $g$  — генератор,  $g0$  — заданная функция)

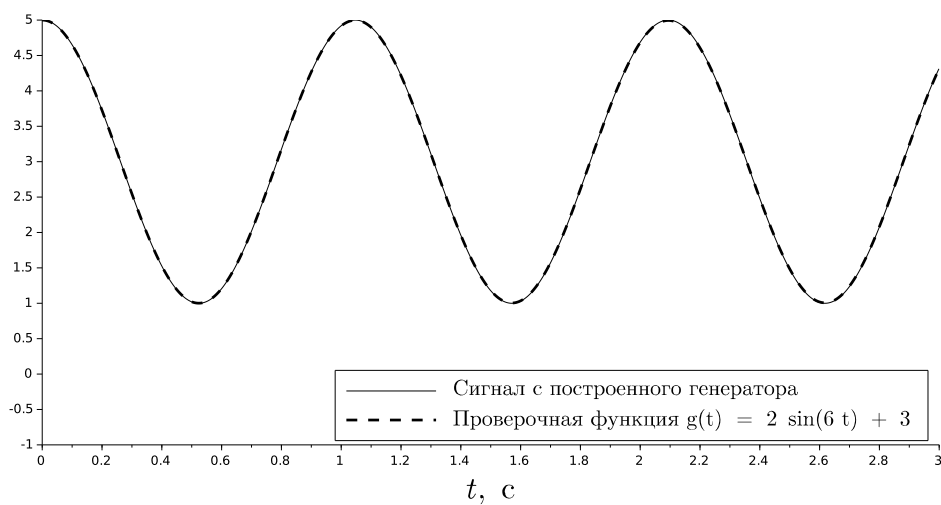


Рисунок 4 – Графики моделирования генератора входного сигнала



#### 4.4 Построение параметризованной модели генератора задания

Применим к уравнению (7) матричную передаточную функцию (??)

Для обеспечения требуемых показателей качества в качестве характеристического полинома матрицы  $\Gamma_0$  выбран стандартный полином Ньютона третьего порядка

$$(\lambda + \omega_0)^3 = \lambda^3 + 3\omega_0\lambda^2 + 3\omega_0^2\lambda + \omega_0^3, \quad (47)$$

где

$$\omega_0 = \frac{6.3}{t_{\pi}} = \frac{6.3}{3} = 2.1, \quad (48)$$

где, в свою очередь, 6.3 с — стандартное время переходного процесса, а  $t_{\pi}$  — задано в (4).

Итого, матрица  $\Gamma_0$  имеет следующий вид

$$\Gamma_0 = \begin{bmatrix} -6.3 & 1 & 0 \\ -13.23 & 0 & 1 \\ -9.261 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

После преобразований, получим:

$$\Phi(s)[\dot{w}] = \Phi(s)\Gamma[w], \quad (50)$$

$$\Phi(s)(sI \pm \Gamma_0)[w] = \Phi(s)\Gamma[w], \quad (51)$$

$$w = \Phi(s)(\Gamma - \Gamma_0)[w], \quad (52)$$

$$w = \Phi(s) \begin{bmatrix} k_2 \\ k_1 - \omega_g^2 \\ k_0 \end{bmatrix} [g] \quad (53)$$

$$g = \sum_{i=1}^3 \theta_i \underbrace{C_{\xi} \Phi(s) e_i}_{\xi_i} [g] = \theta^T \xi, \quad (54)$$

где  $e_i^T = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ \underbrace{1}_{i-th} \ 0 \ \dots \ 0]$ ,  $C_{\xi} = [1 \ 0 \ 0]$ .

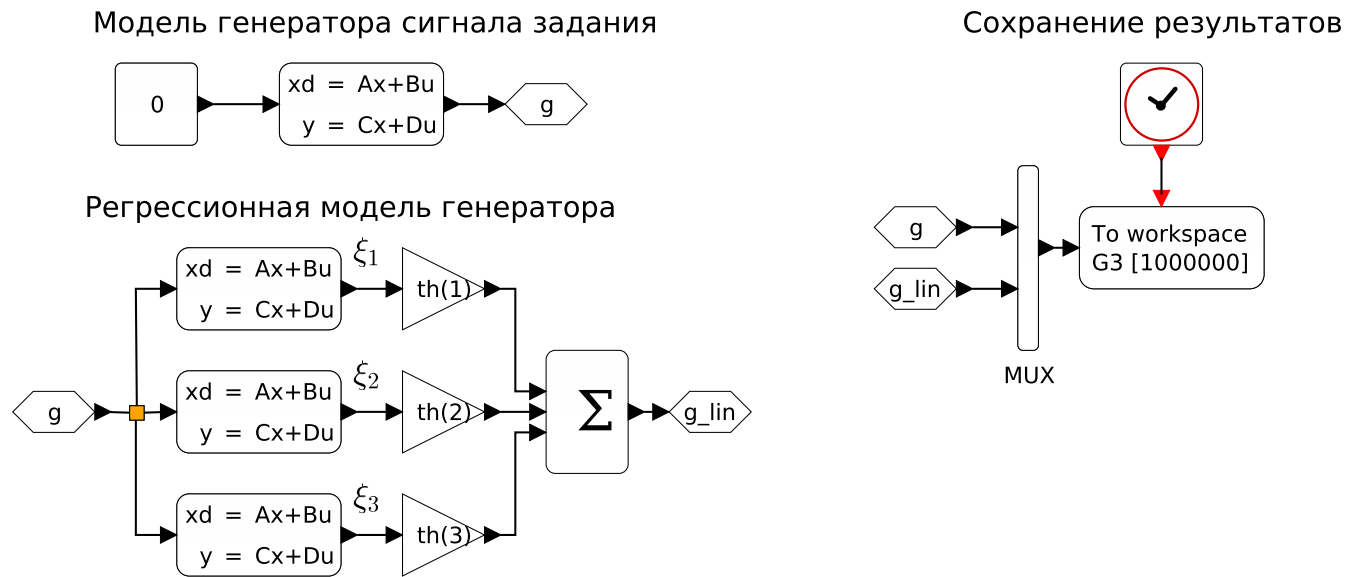


Рисунок 5 – Схема моделирования параметризованной модели генератора входного сигнала

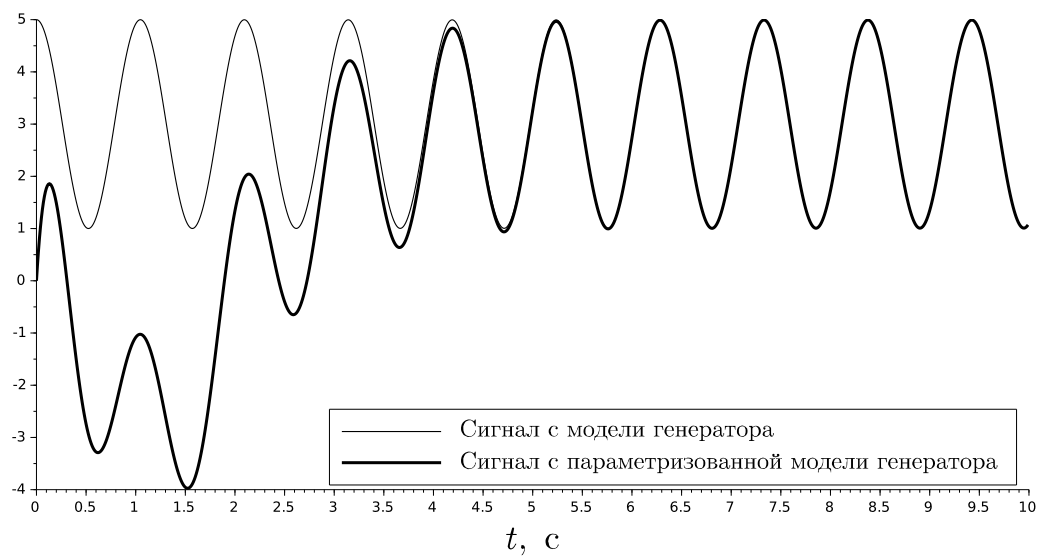


Рисунок 6 – Графики моделирования параметризованного генератора входного сигнала

## 4.5 Построение адаптивного идентификатора параметров модели задающего сигнала

Заменим параметры  $\theta$  на их оценки  $\hat{\theta}$  и сформируем модель генератора в виде:

$$\hat{g} = \hat{\theta}^T \xi, \quad (55)$$

где  $\hat{g}$  — оценка переменной  $g$ .

Введем в рассмотрение ошибку:

$$\tilde{g} = g - \hat{g} \quad (56)$$

После преобразований, получим

$$\tilde{g} = \tilde{\theta}^t \xi \quad (57)$$

Алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \xi \varepsilon \quad (58)$$

где  $\gamma > 0$  — коэффициент адаптации.

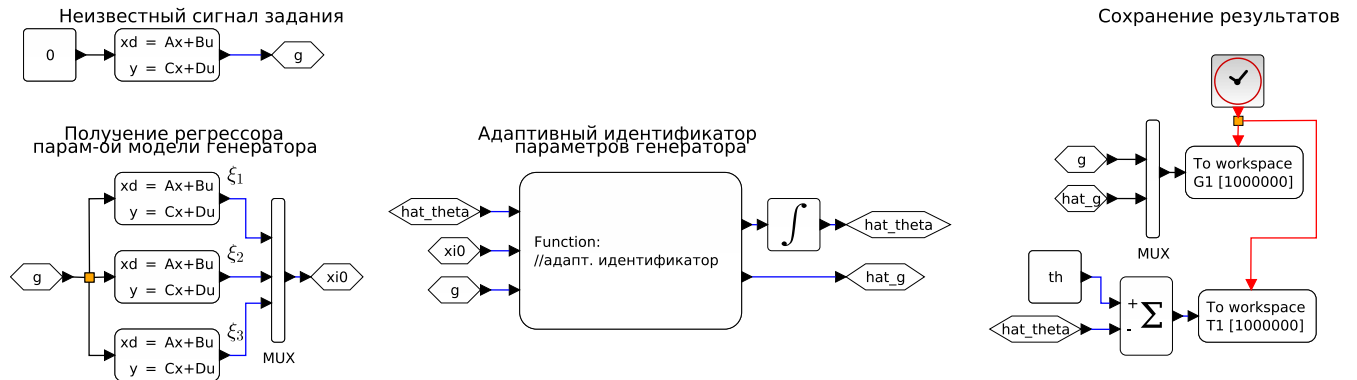


Рисунок 7 – Схема моделирования идентификатора параметров генератора

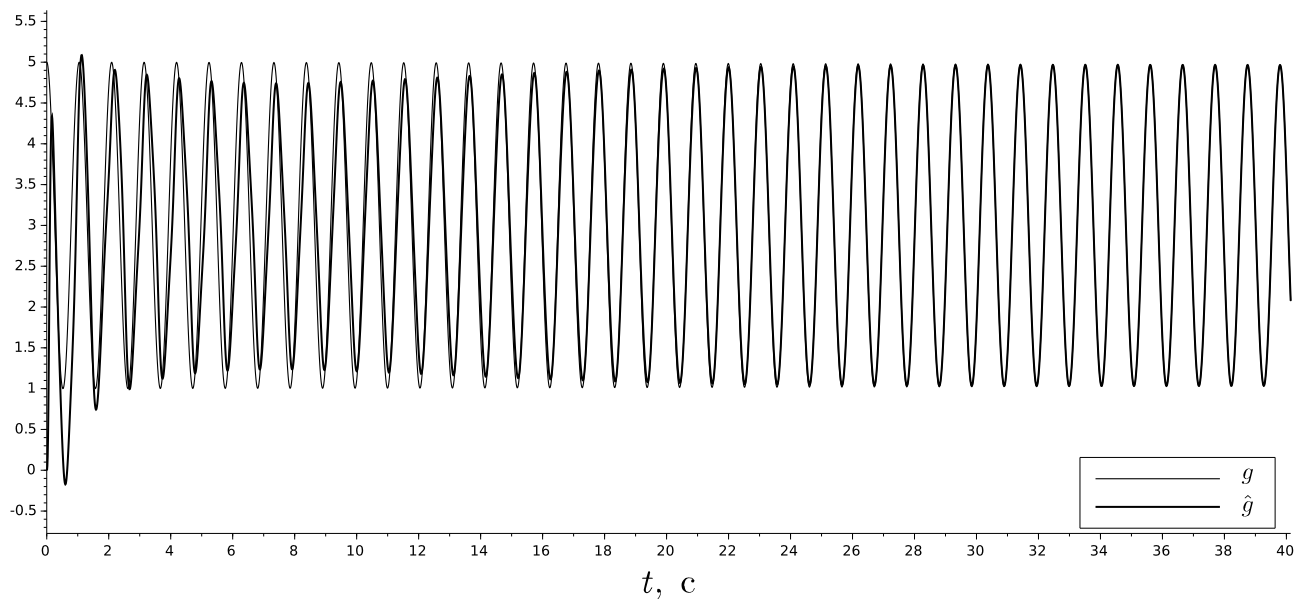


Рисунок 8 – Графики, изображающие выходные сигнала генератора и и его оценки,  $\gamma = 120$

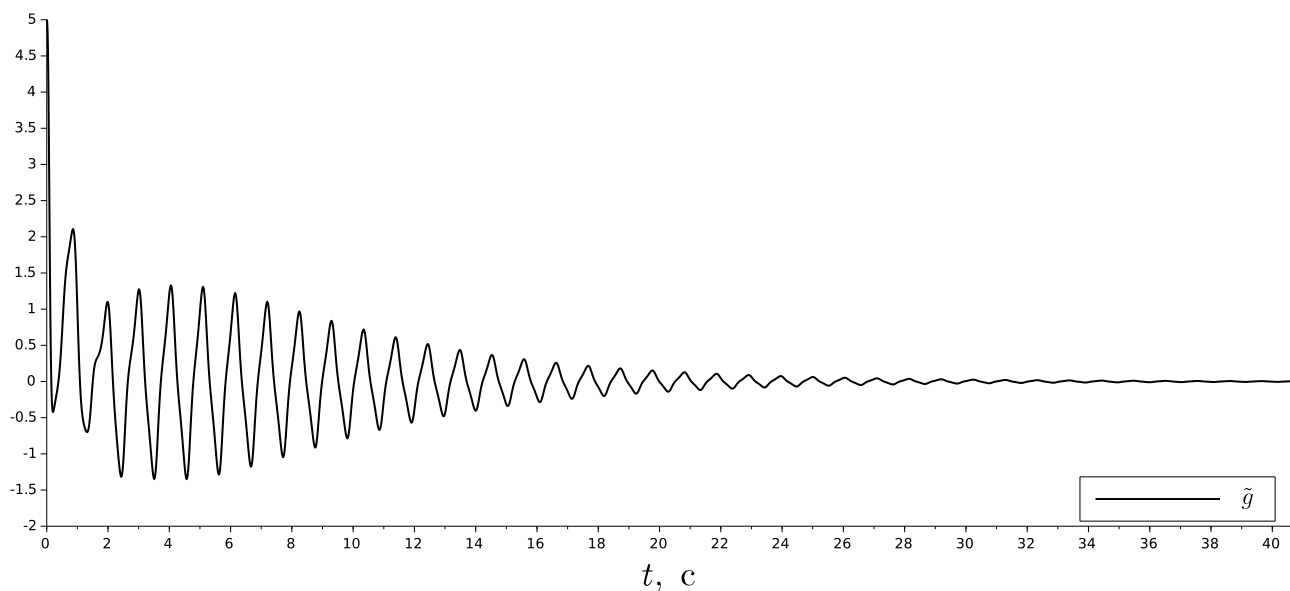


Рисунок 9 – Графики, изображающие ошибку выходной переменной генератора задающего сигнала во время идентификации его параметров

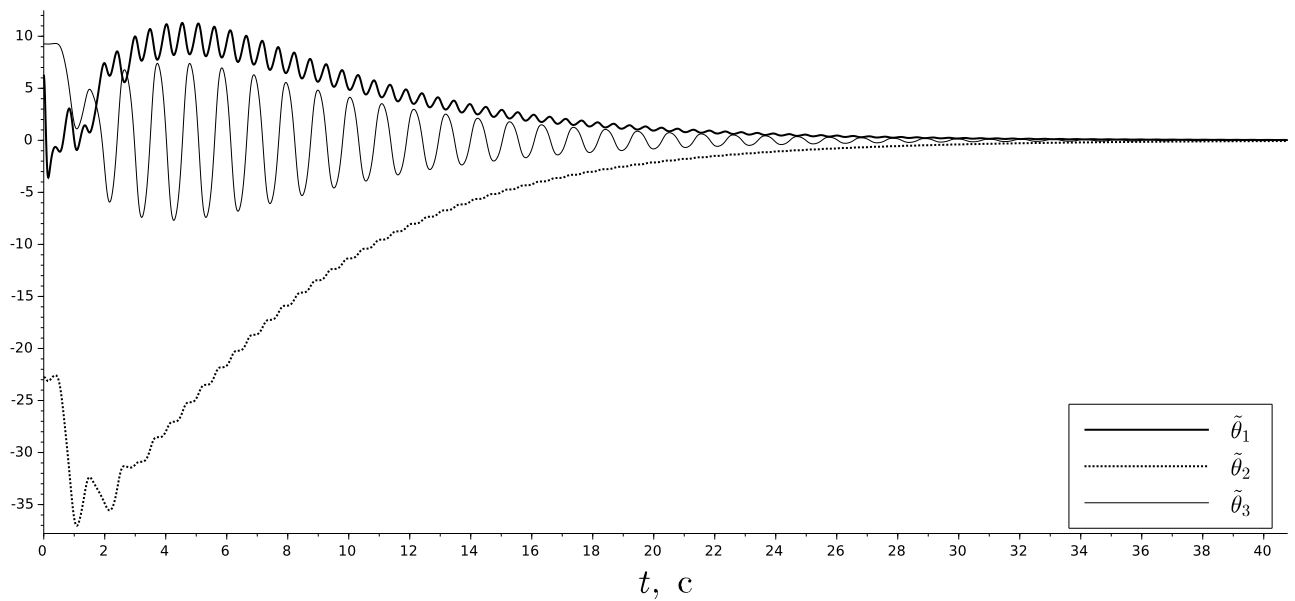


Рисунок 10 – Графики, изображающие ошибку вектора параметров генератора ЗВ

#### 4.6 Реализация адаптивного алгоритма слежения из п 3.3

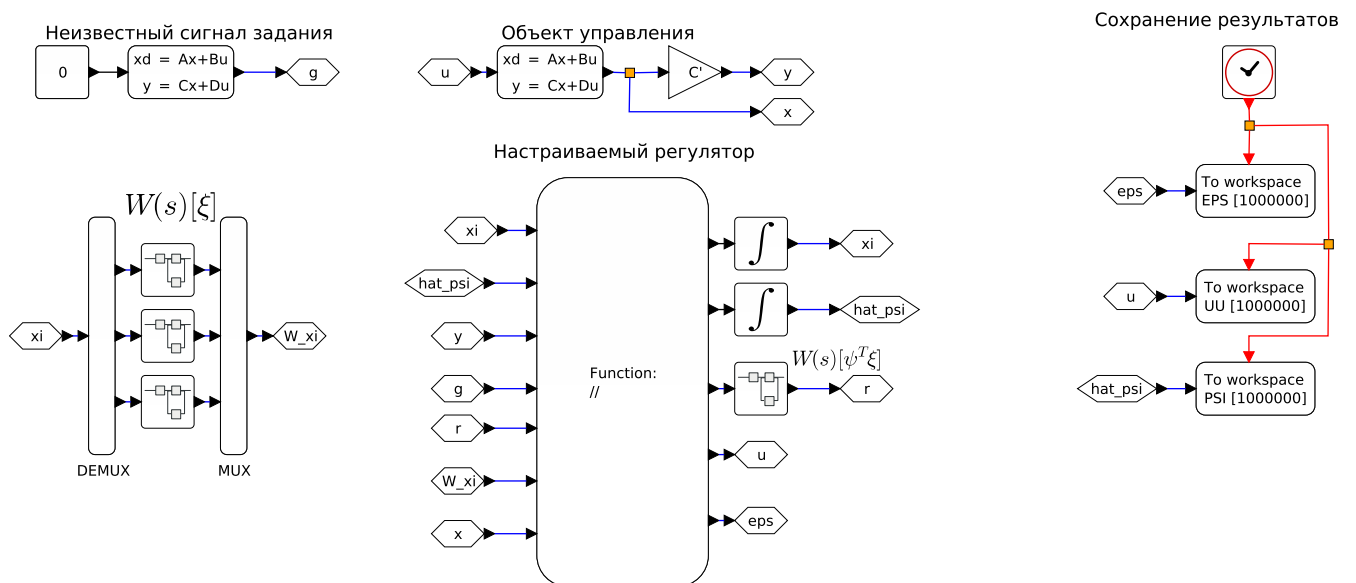


Рисунок 11 – Схема моделирования системы слежения

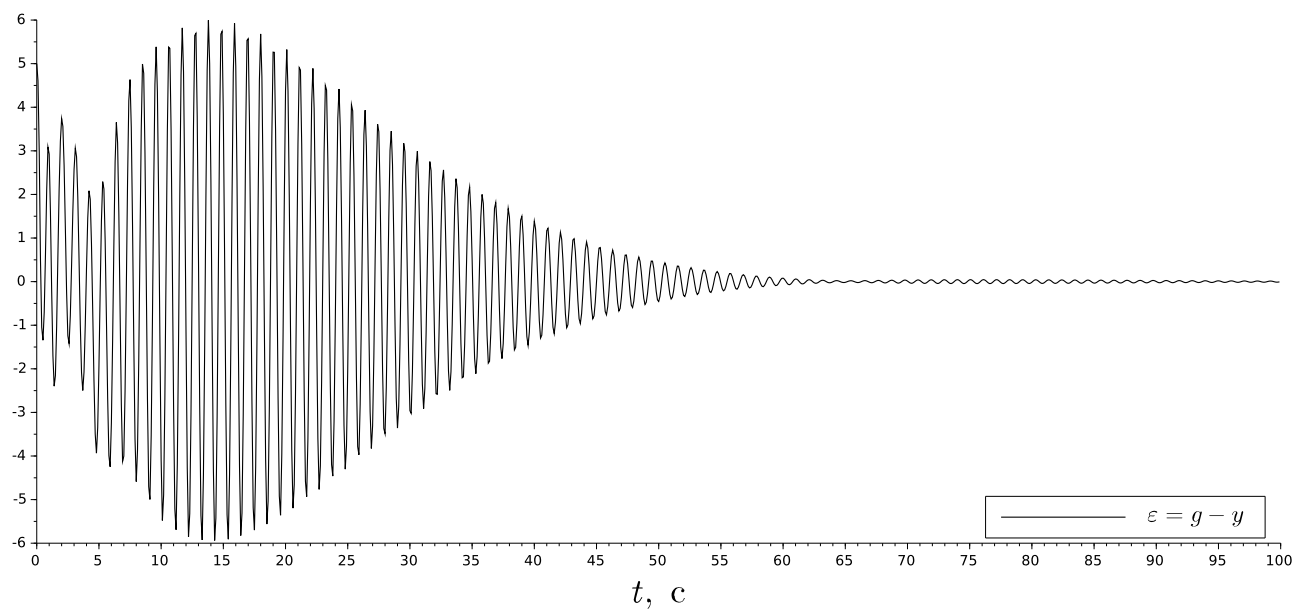


Рисунок 12 – Графики, изображающие ошибку  $\varepsilon = g - y$ ,  $\gamma = 13$

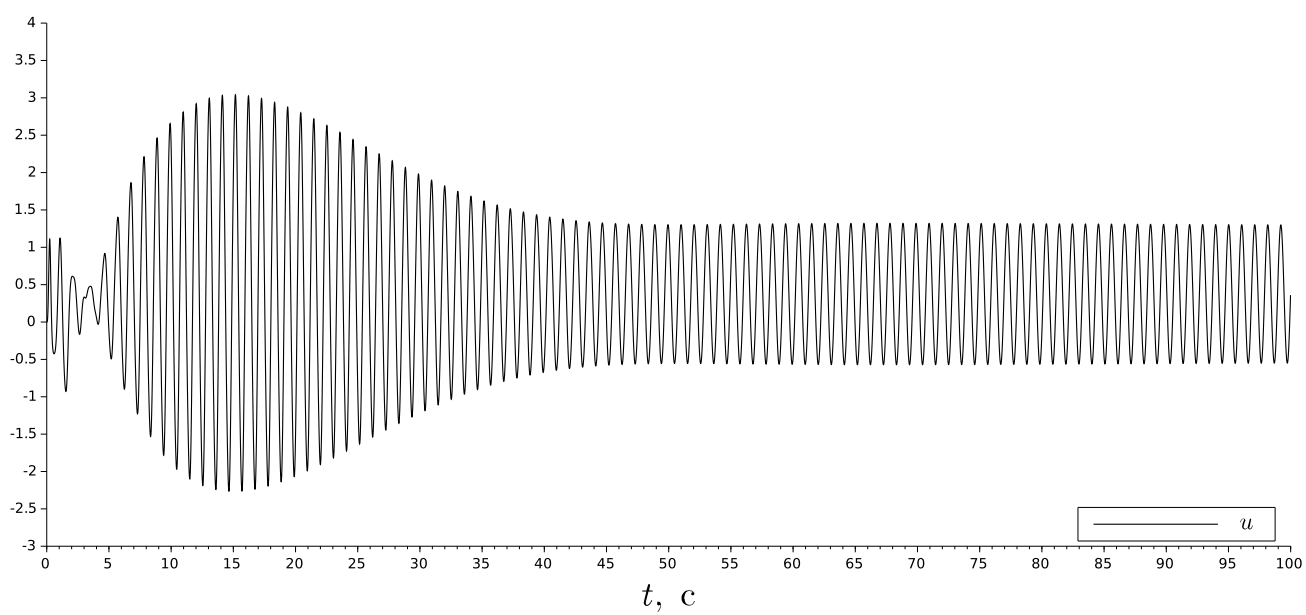


Рисунок 13 – Управляющее воздействие  $u$

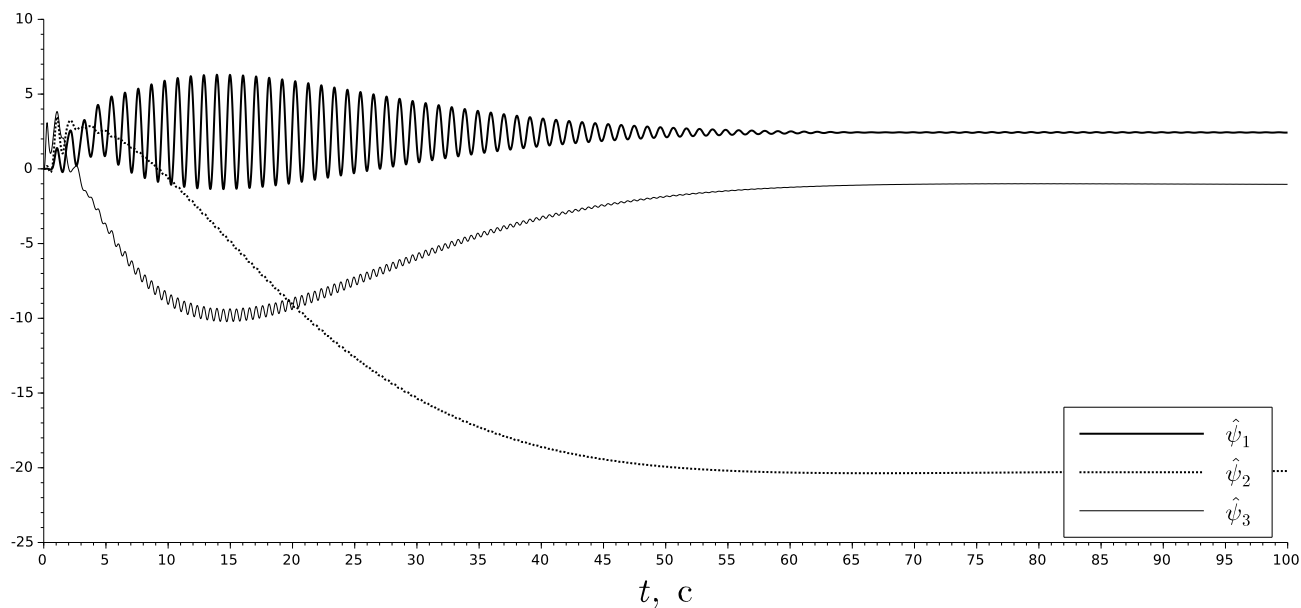


Рисунок 14 – Оценки параметров настраиваемого регулятора  $\hat{\psi}$

## 5 Выводы по работе

В результате проделанной работы:

- были проанализированы свойства заданного объекта управления и синтезировано стабилизирующее управление;
- построена параметризованная модель генератора задающих воздействий относительно выходной переменной и адаптивный идентификатор его параметров;
- реализован адаптивный алгоритм слежения за неизвестным сигналом.

Из моделирование полученной системы слежения, представленного на рисунках 7 - 14, видно, что после настройки регулятора, система удовлетворяет цели управления (2).