

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ,
МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем управления и информатики Группа P4235

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4
**по курсу: «Адаптивное и робастное управление нелинейными
системами»**

Робастное управление линейным
многомерным объектом по состоянию

Вариант №2

Авторы работы:

Антонов Е.С.,
Артемов К.А.

Преподаватель:

Герасимов Д.Н.

«13» сентября 2017 г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты «__» _____ 2017 г.

Санкт-Петербург
2017 г.

1 Цель работы

Освоение принципов построения робастной системы управления многомерным объектом на основе метода функций Ляпунова.

2 Теоретические сведения

Рассматриваемый объект управления:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + bu + \delta, \\ y &= Cx,\end{aligned}\tag{1}$$

где δ — вектор возмущающих воздействий, удовлетворяющий неравенству $\|\delta(t)\| \leq \bar{\delta}$, $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $y, u \in \mathbb{R}^1$ — регулируемая переменная и сигнал управления соответственно,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix},\tag{2}$$

$a_i, i = \overline{0, n-1}$ — неизвестные параметры, b_0 — известный параметр.

Возмущения формируется в соответствии с функцией:

$$\delta(t) = \begin{bmatrix} \sin 10t + \Delta(t) & 1.5 \cos 12t + \Delta(t) \end{bmatrix}^T,\tag{3}$$

где $\Delta(t)$ — белый шум с ограниченным спектром, мощностью 0.00001 и интервалом дискретности 0.01².

Цель управления заключается в обеспечении целевого неравенства:

$$\|x_m(t) - x(t)\| = \|e(t)\| \leq \Delta, \forall t \geq T,\tag{4}$$

где $e = x_m - x$ — вектор ошибки управления, $x_m \in \mathbb{R}^n$ — вектор, генерируемый эталонной моделью

$$\begin{aligned}\dot{x}_M &= A_M x_M + b_M g, \\ y_M &= C_M x_M,\end{aligned}\tag{5}$$

с задающим воздействием $g(t)$ и матрицами вида

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_{M0} & -a_{M1} & -a_{M2} & \dots & -a_{Mn-1} \end{bmatrix}, \quad b_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ a_{M0} \end{bmatrix}, \quad C_M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix},\tag{6}$$

Решающие поставленную задачу настраиваемый регулятор

$$u = \frac{1}{b_0}(\hat{\theta}^T x + a_{M0}g), \quad (7)$$

и два исполнения алгоритма адаптации (АА)

1. Робастная модификация АА из Лабораторной работы №3:

$$\hat{\theta} = \gamma x k^T P e; \quad (8)$$

где $k = [0 \dots 0 1]^T$, $P = P^T \succ 0$ — матрица, являющаяся решением уравнения $A_M^T P + PA_M = -Q$, где $\forall Q : Q = Q^T \succ 0$;

2. Модификация АА из предыдущего пункта с обратной связью по величине настраиваемого параметра:

$$\hat{\theta} = -\sigma + \gamma x k^T P e; \quad (9)$$

где $\sigma > 0$ — коэффициент параметрической обратной связи, $\gamma > 0$ — коэффициент адаптации.

3 Исходные данные

Варианту №2 соответствует следующий набор исходных данных:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad b_0 = 2, \quad t_{\pi} = 0.3 \text{ с}, \quad \sigma = 0\%, \quad g(t) = \cos t + 3 \sin 2t + 5. \quad (10)$$

4 Результаты расчетов и моделирования

4.1 Построение эталонной модели

Для обеспечения требуемых показателей качества в качестве характеристического полинома матрицы A_M выбран стандартный полином Ньютона второго порядка

$$(\lambda + \omega_0)^2 = \lambda^2 + 32\lambda + 256 \quad (11)$$

где

$$\omega_0 = \frac{4.8}{t_{\pi}} = \frac{4.8}{0.3} = 16 \quad (12)$$

где, в свою очередь, 4.8 с — стандартное время переходного процесса. Итого матрица A_M имеет следующий вид

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -256 & -32 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

График переходной функции эталонной модели и ее схема моделирования показаны на рисунке 1.

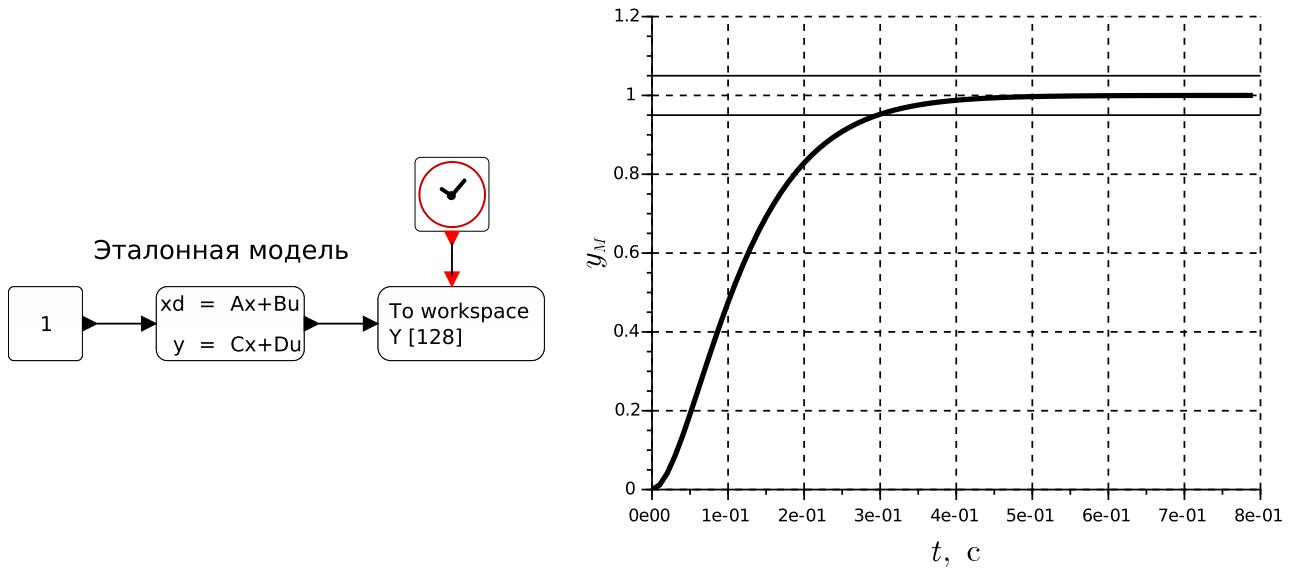


Рисунок 1 – Схема моделирования и график переходной функции эталонной модели.

4.2 Моделирование работы нелинейного закона робастного управления

Эксперименты с системой робастного управления замкнутой алгоритмом 7, 8 и схема моделирования изображены на рисунках 2–8.

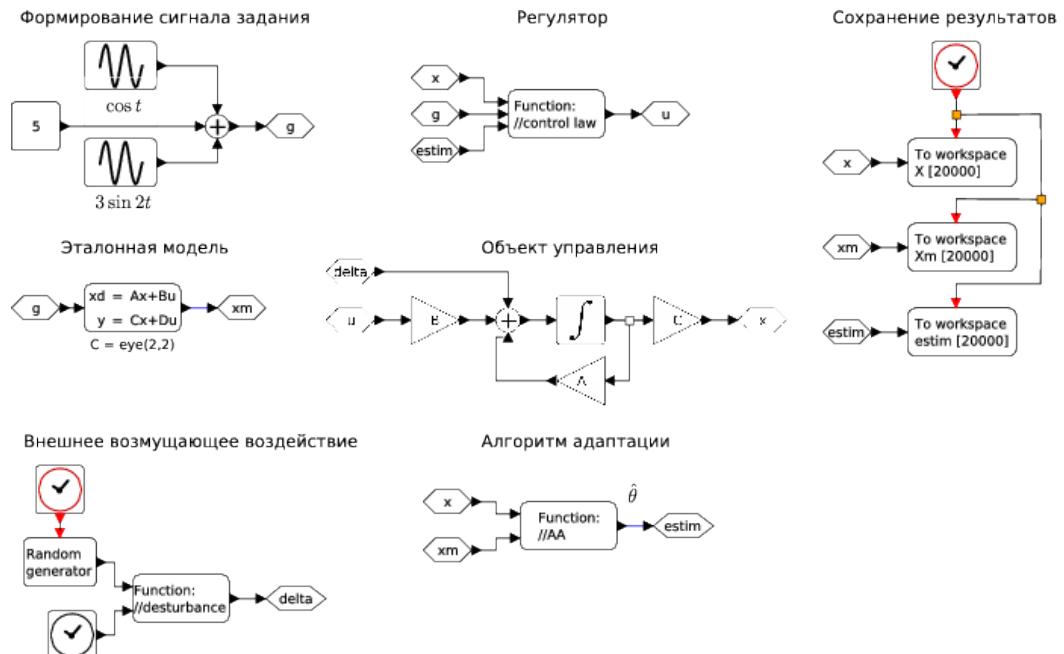


Рисунок 2 – Схема моделирования процесса работы рассматриваемой системы под управлением АА из п.1

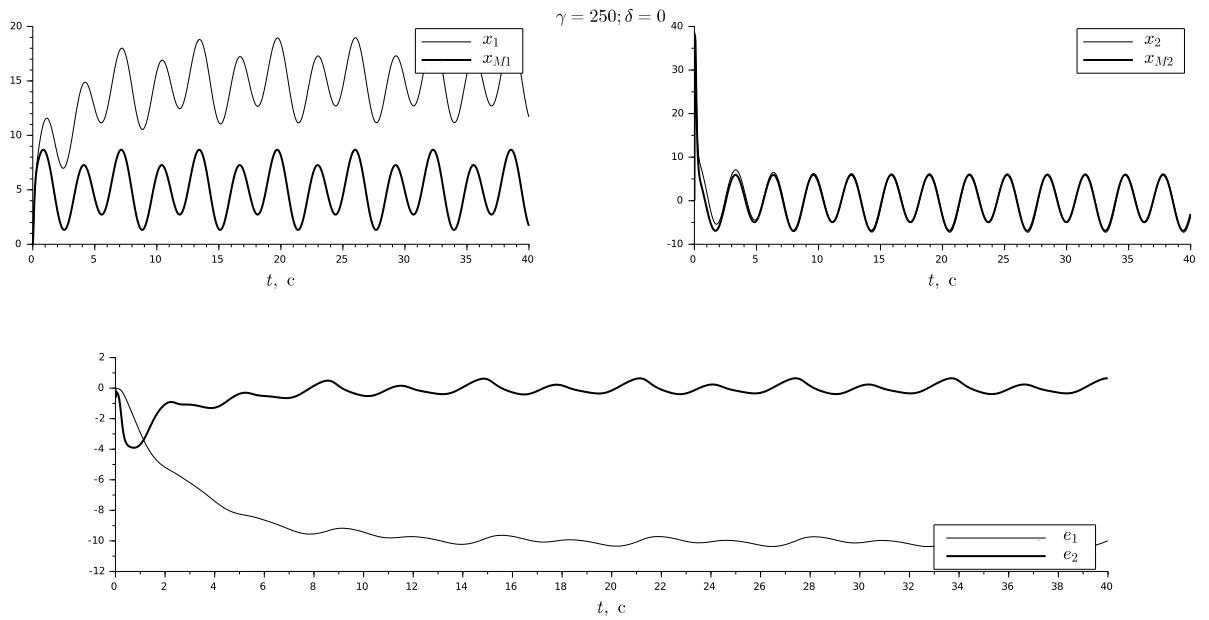


Рисунок 3 – Графики переходных процессов без возмущения при $\gamma = 250$

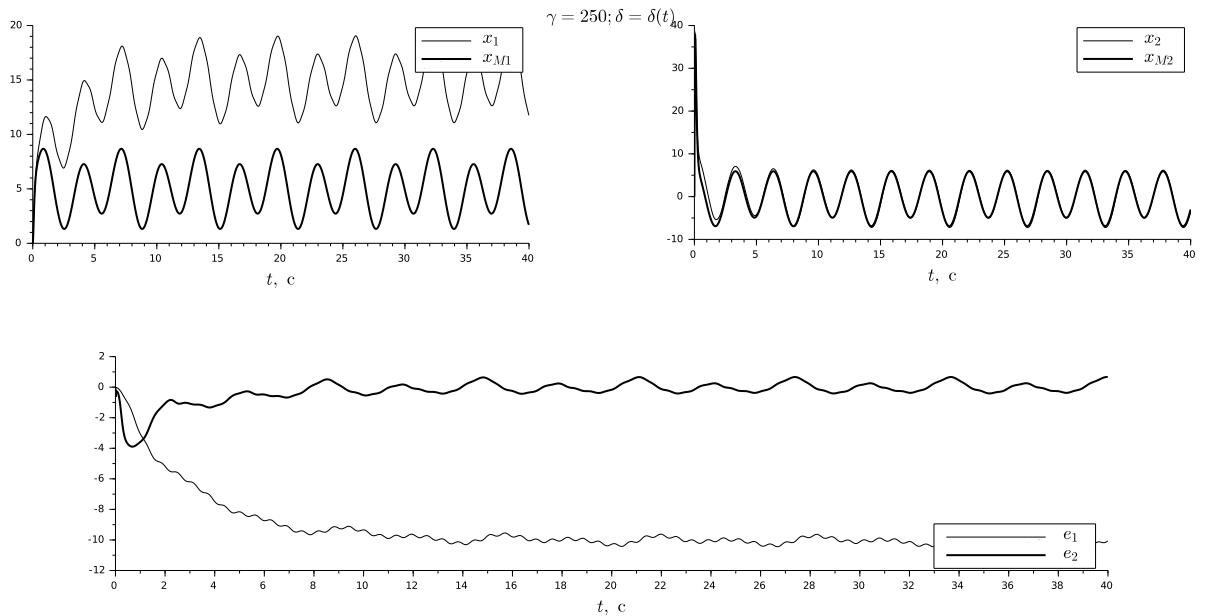


Рисунок 4 – Графики переходных процессов возмущенной системы при $\gamma = 250$

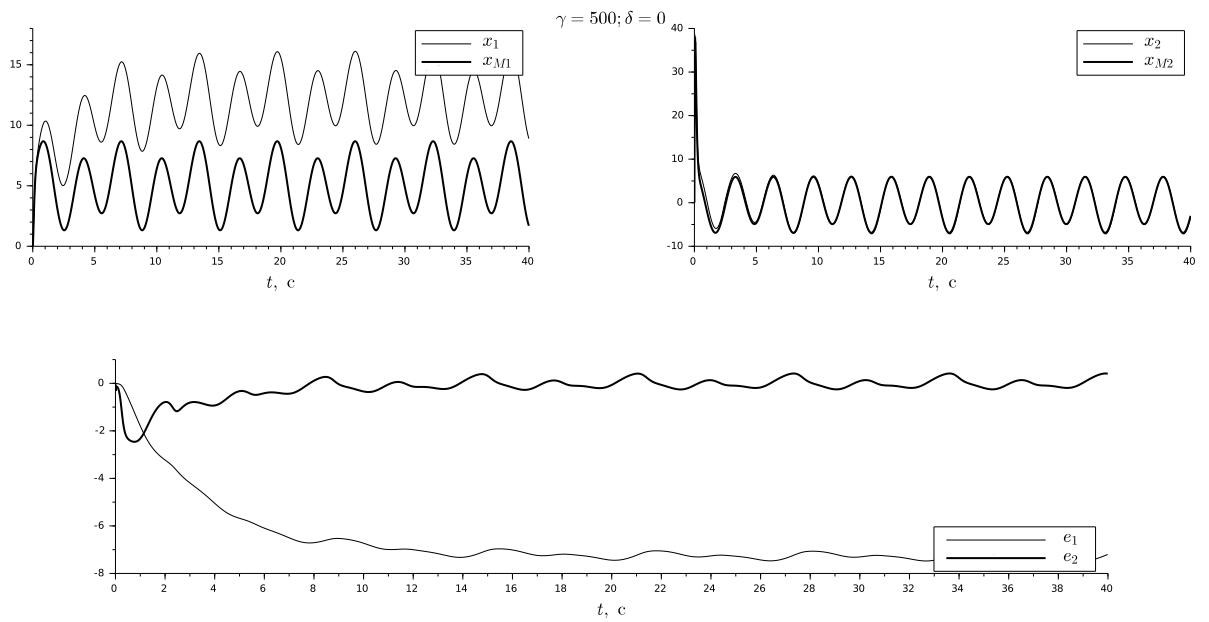


Рисунок 5 – Графики переходных процессов без возмущения при $\gamma = 500$

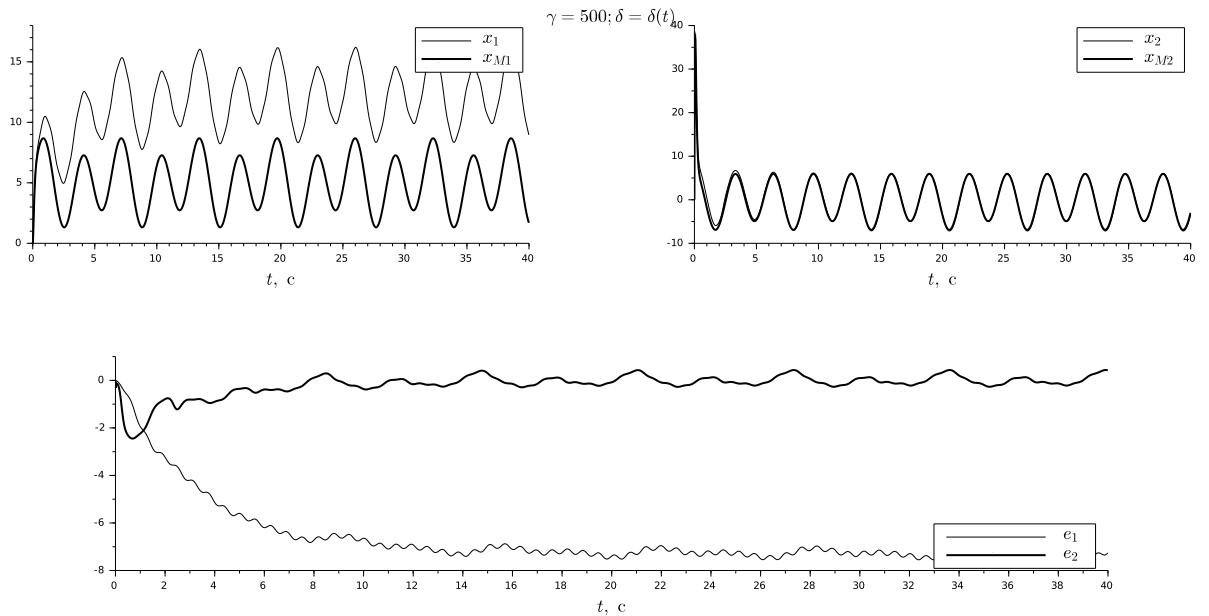


Рисунок 6 – Графики переходных процессов возмущенной системы при $\gamma = 500$

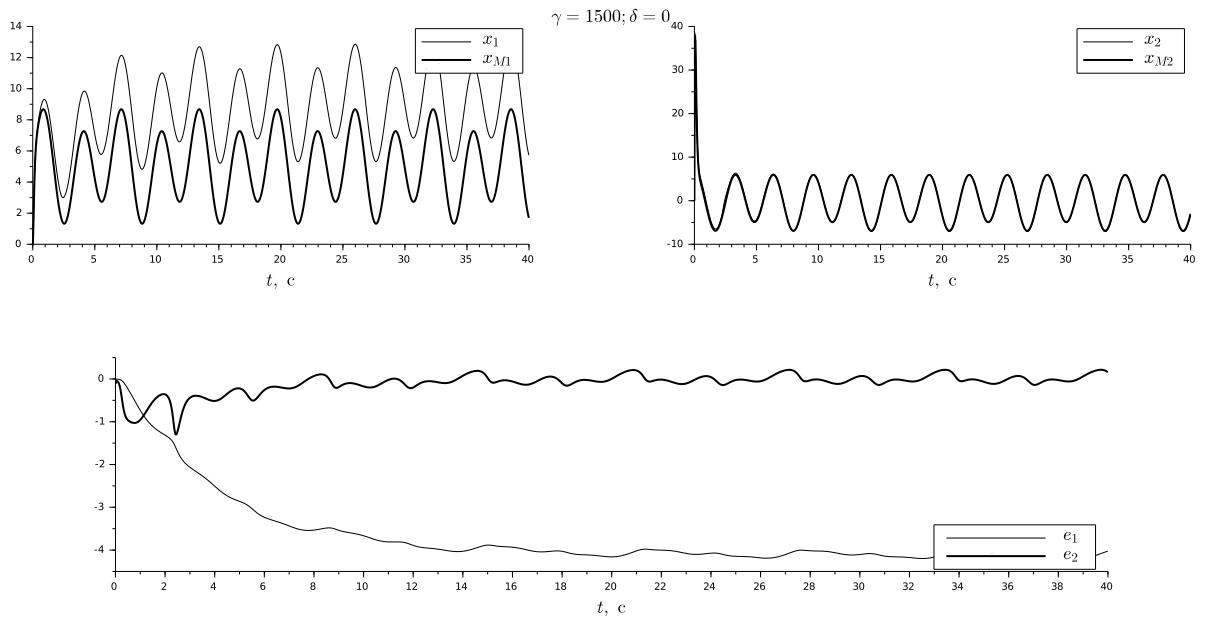


Рисунок 7 – Графики переходных процессов без возмущения при $\gamma = 1500$

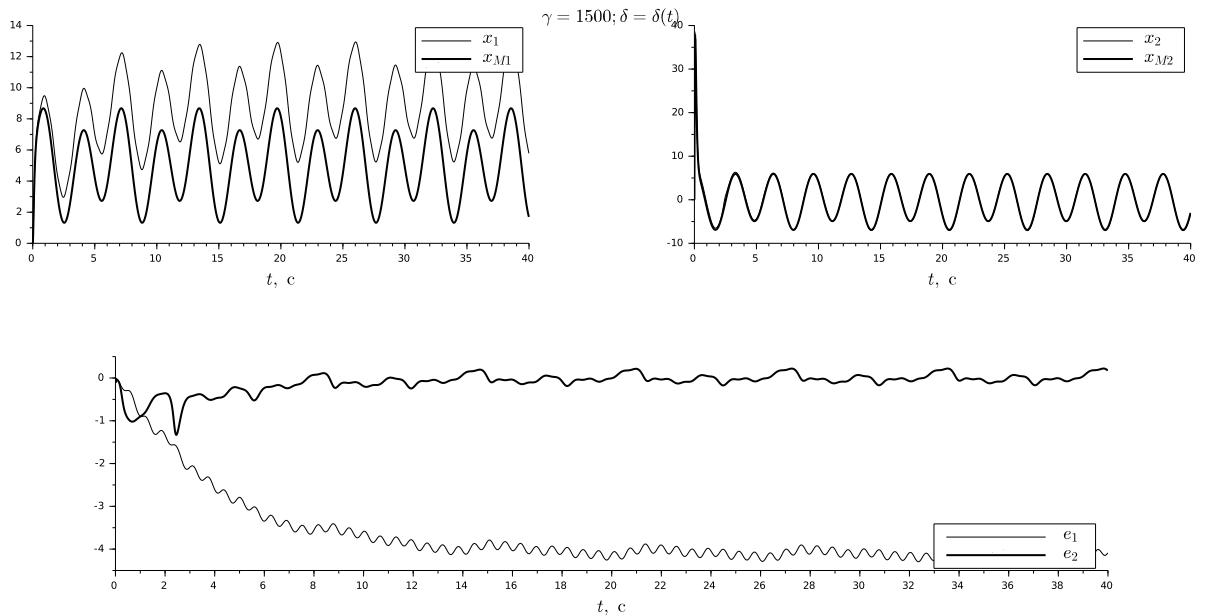


Рисунок 8 – Графики переходных процессов возмущенной системы при $\gamma = 1500$

4.3 Моделирование работы адаптивного и робастного управления

Эксперименты с системой адаптивного и робастного управления замкнутой алгоритмом 7, 9 и схема моделирования изображены на рисунках 9–21.

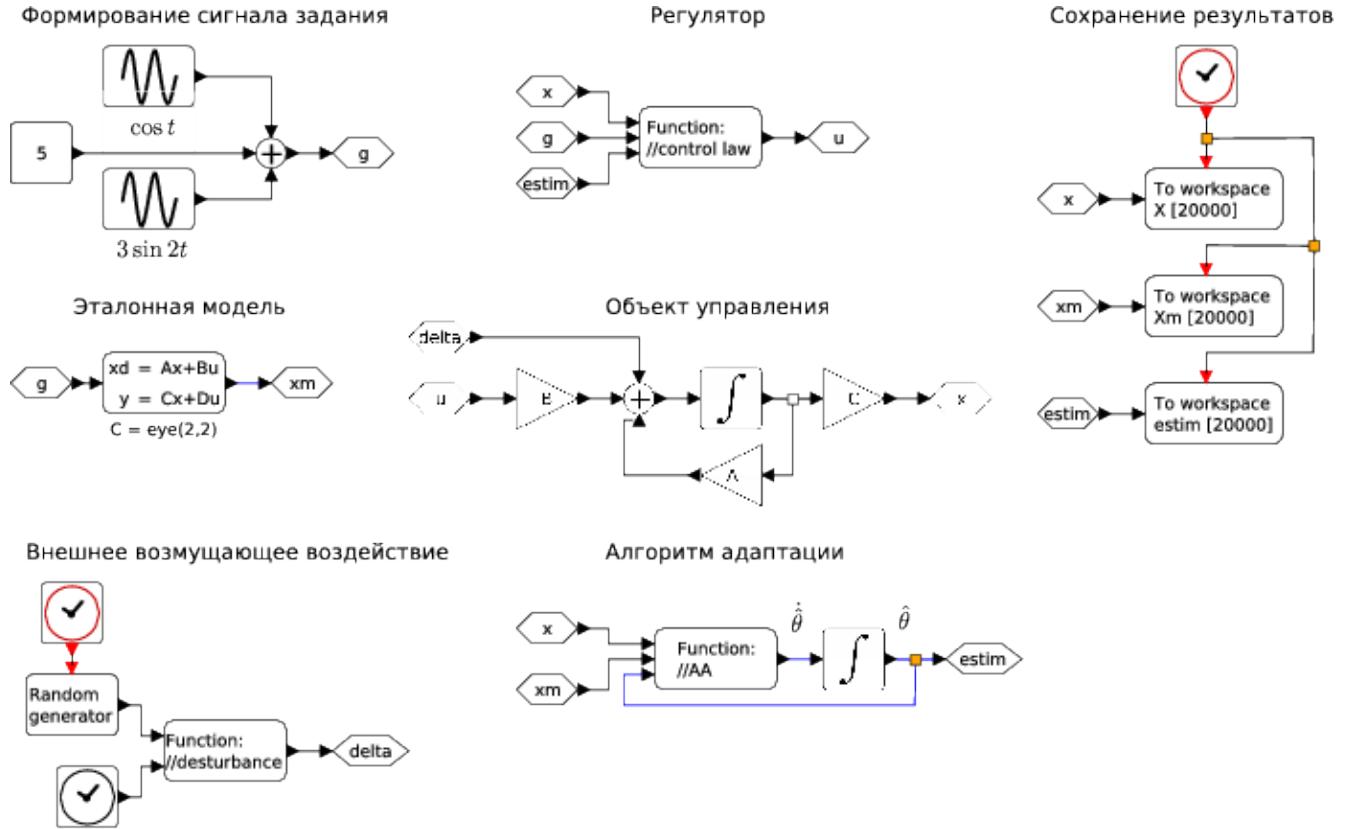


Рисунок 9 – Схема моделирования адаптивной и робастной системы

На рисунках 10–17 приведены графики моделирования для $\sigma = 0.2$. После них, на рисунках 18–21 приведены графики моделирования для $\sigma = 0.01$.

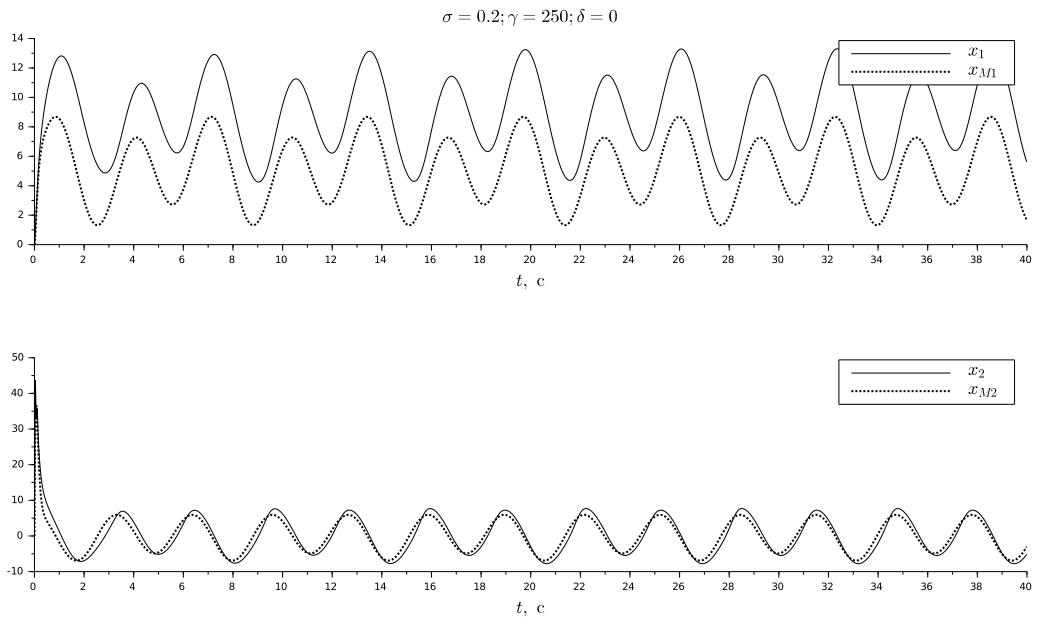


Рисунок 10 – Графики переходных процессов невозмущенной системы при $\sigma = 0.2, \gamma = 250$

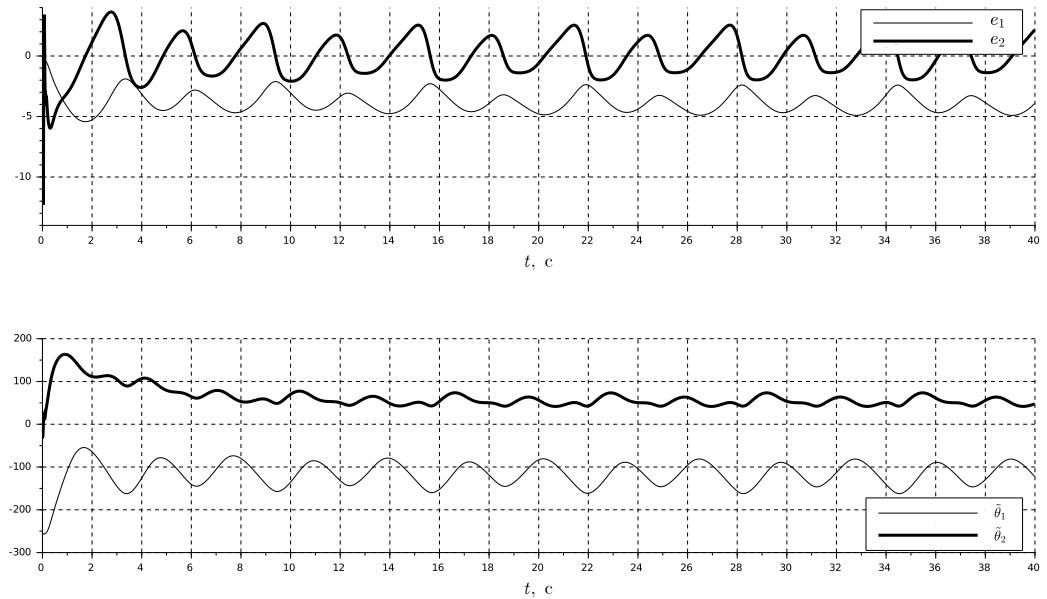


Рисунок 11 – Графики ошибок вектора состояния и параметров невозмущенной системы при $\sigma = 0.2, \gamma = 250$

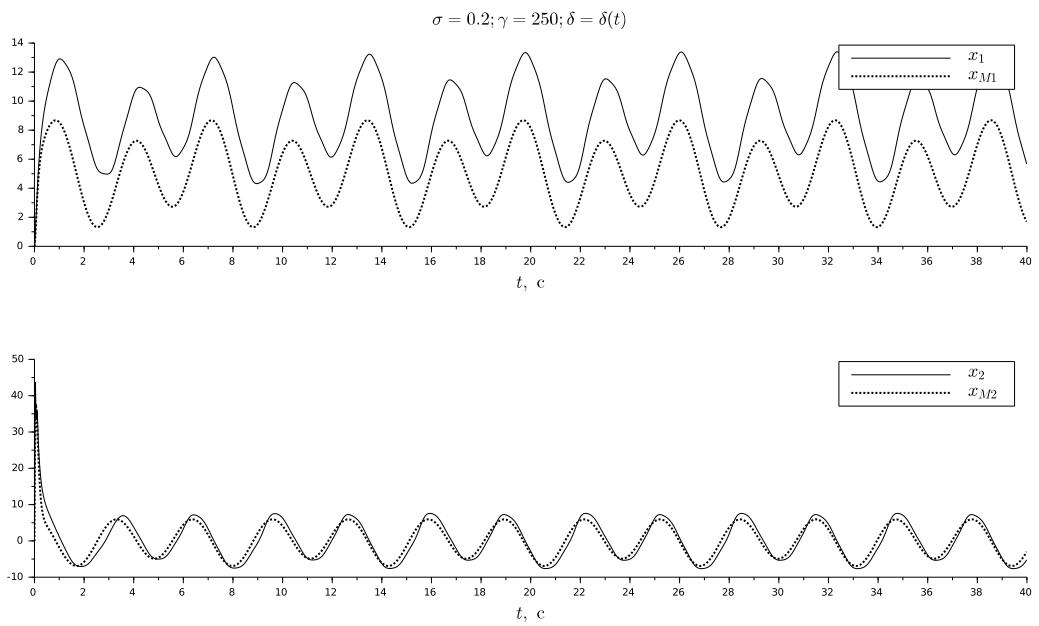


Рисунок 12 – Графики переходных процессов возмущенной системы при $\sigma = 0.2, \gamma = 250$

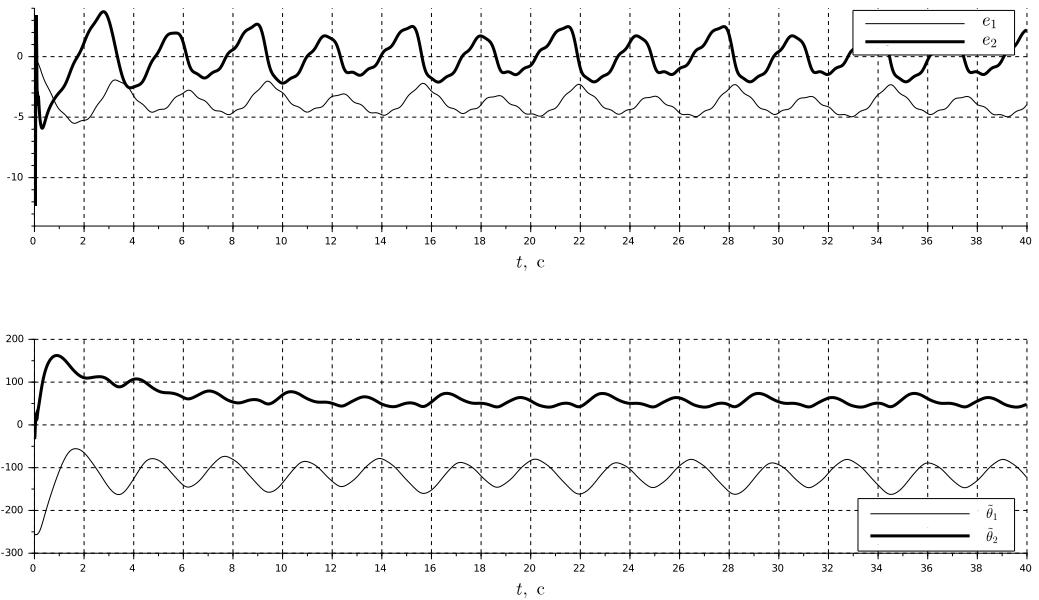


Рисунок 13 – Графики ошибок вектора состояния и параметров возмущенной системы при $\sigma = 0.2, \gamma = 250$

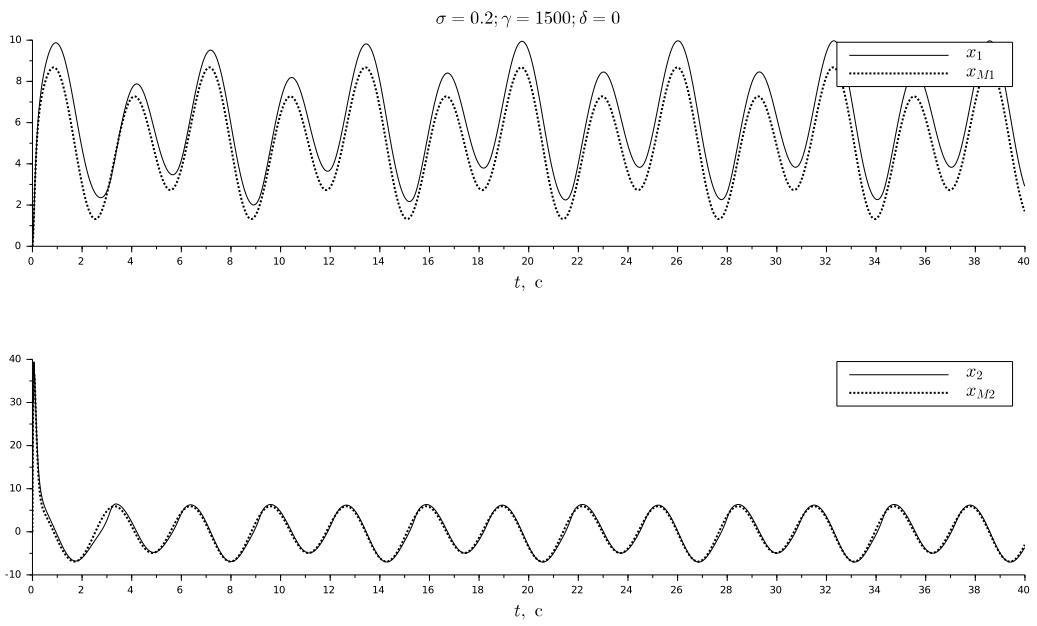


Рисунок 14 – Графики переходных процессов невозмущенной системы при $\sigma = 0.2, \gamma = 1500$

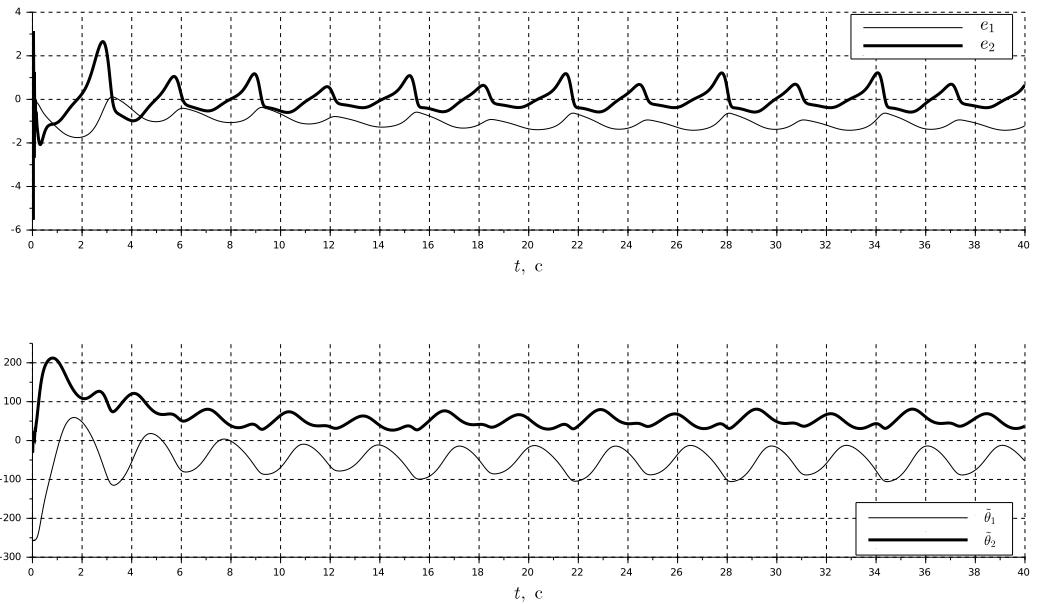


Рисунок 15 – Графики ошибок вектора состояния и параметров невозмущенной системы при $\sigma = 0.2, \gamma = 1500$

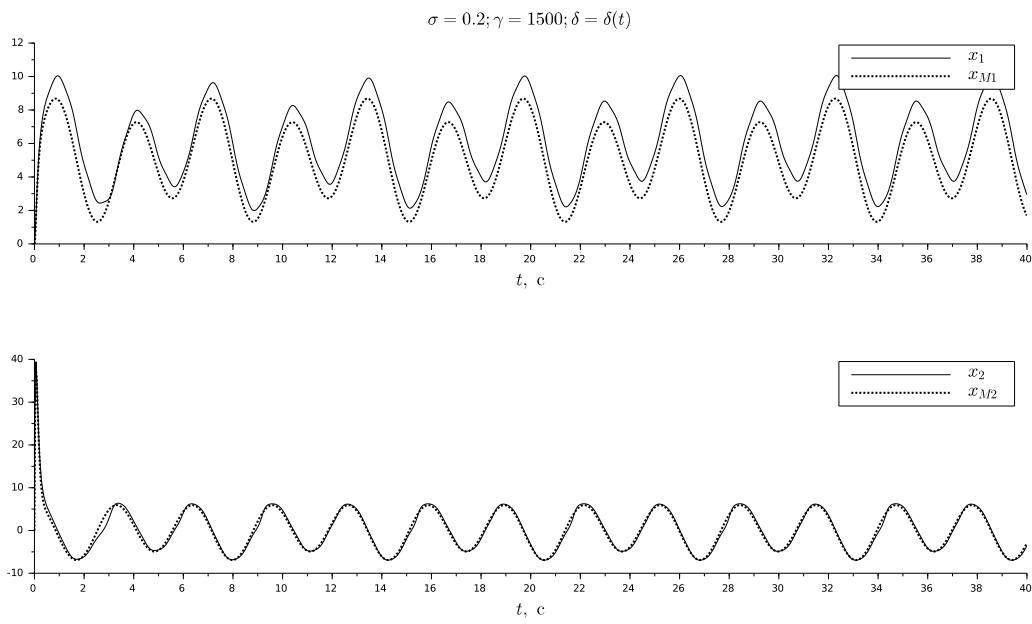


Рисунок 16 – Графики переходных процессов возмущенной системы при $\sigma = 0.2, \gamma = 1500$

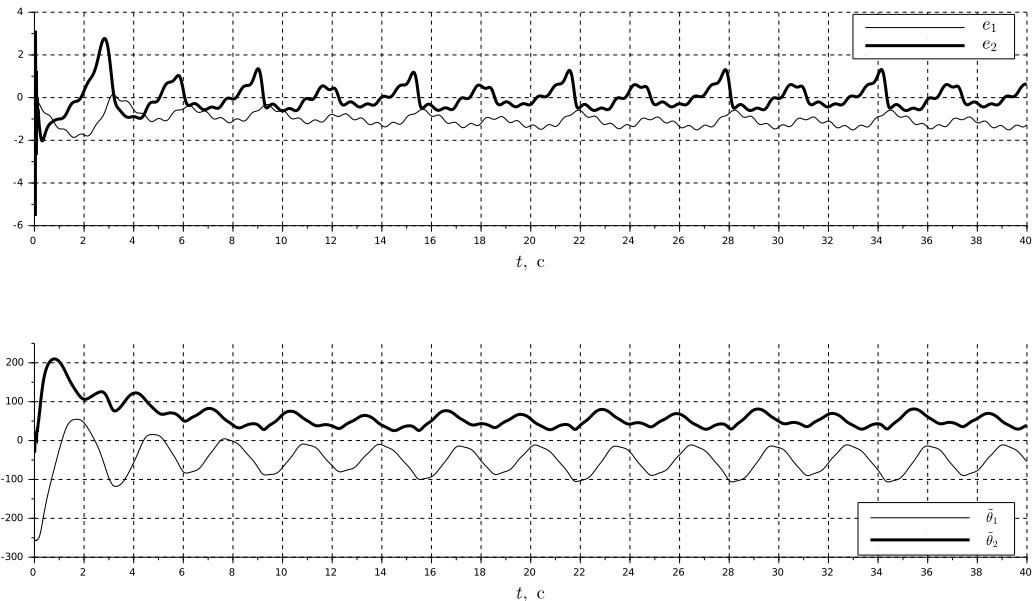


Рисунок 17 – Графики ошибок вектора состояния и параметров возмущенной системы при $\sigma = 0.2, \gamma = 1500$

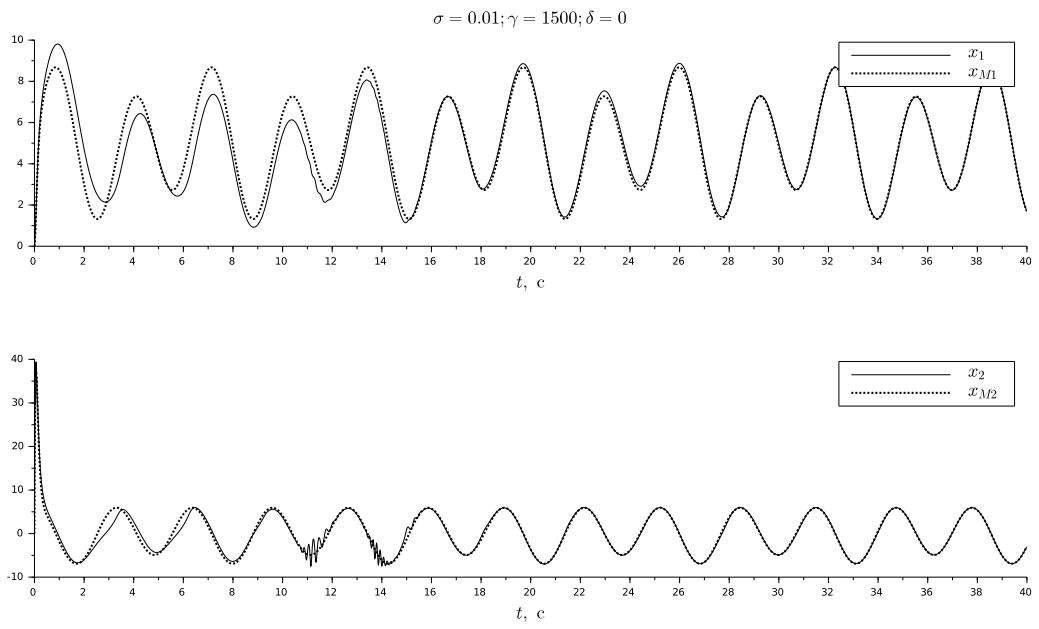


Рисунок 18 – Графики переходных процессов невозмущенной системы при
 $\sigma = 0.01, \gamma = 1500$

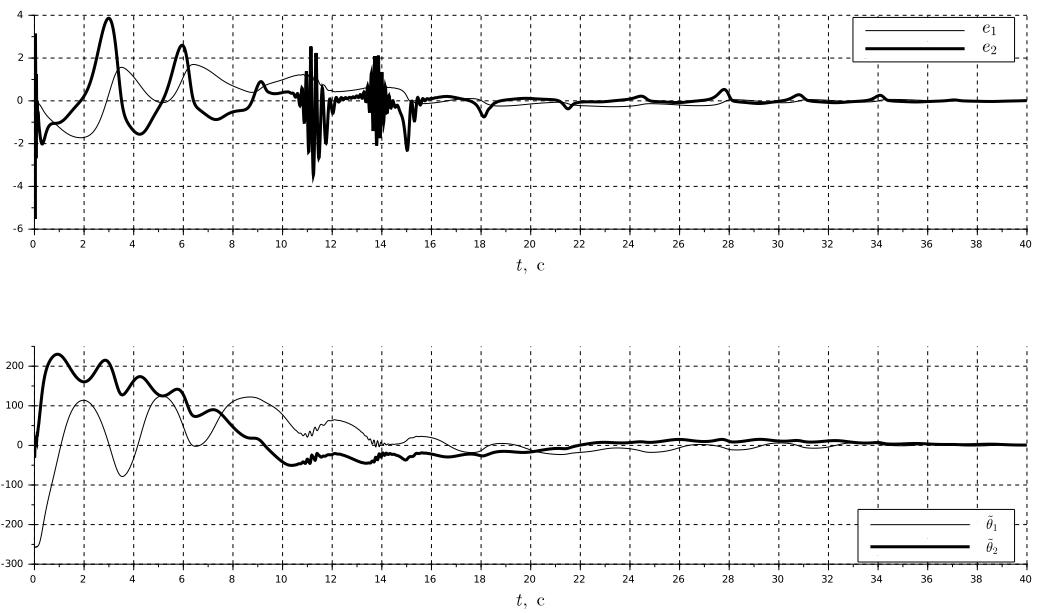


Рисунок 19 – Графики ошибок вектора состояния и параметров невозмущенной системы
при $\sigma = 0.01, \gamma = 1500$

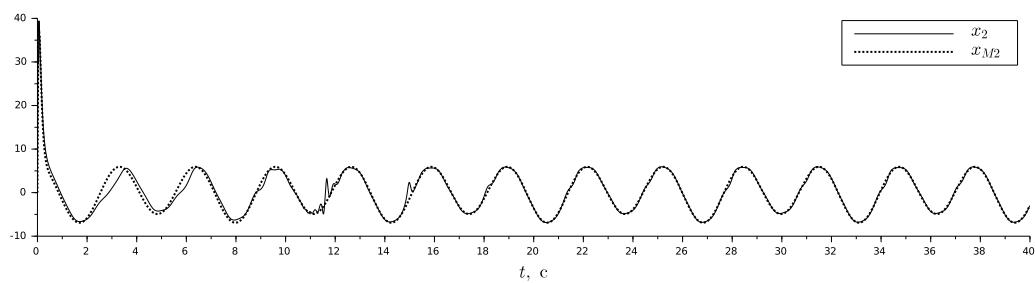
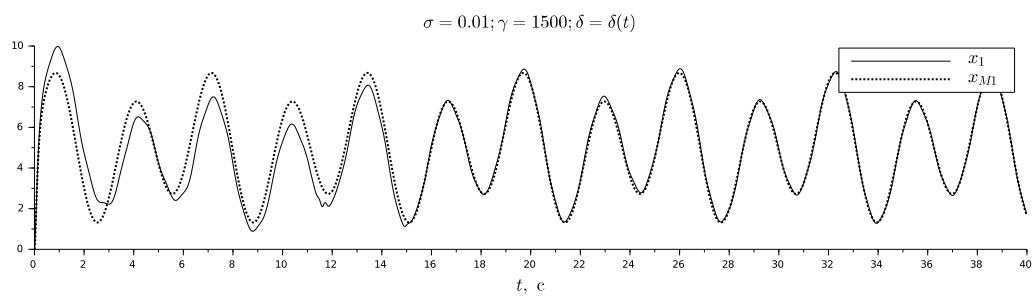


Рисунок 20 – Графики переходных процессов возмущенной системы при $\sigma = 0.01, \gamma = 1500$

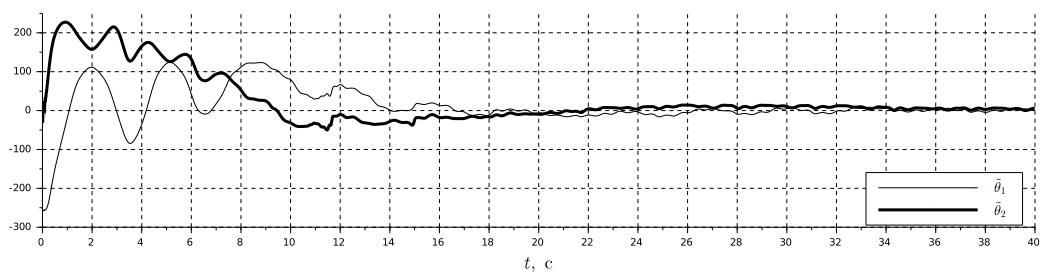
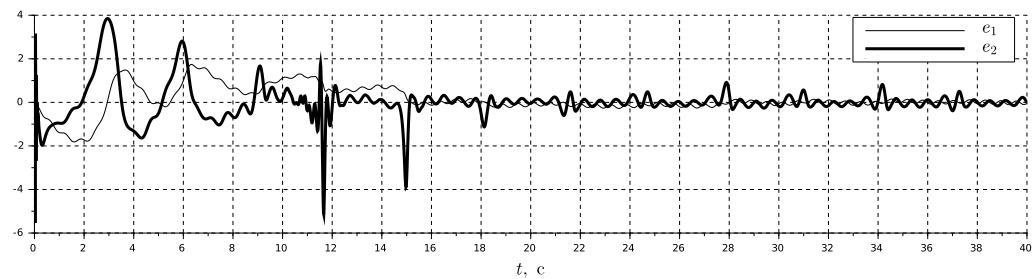


Рисунок 21 – Графики ошибок вектора состояния и параметров возмущенной системы при $\sigma = 0.01, \gamma = 1500$

5 Выводы по работе

В результате проделанной работы было экспериментально установлено, что

- a) оба АА обеспечивают устойчивость замкнутой системы и робастность по отношению к внешнему возмущению;
- б) экспоненциальную сходимость нормы вектора ошибки e к ограниченно окрестности нулевого положения равновесия. Радиус этой окрестности можно уменьшить путем увеличения коэффициента адаптации γ , и, в случае АА 9, уменьшением значения σ ;
- в) в случае АА 8, как и в Лабораторной работе №2, при отсутствии внешнего возмущающего воздействия установившаяся ошибка $e(t)$ отлична от нуля.