

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования**

Университет ИТМО

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р4135

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к расчетно-исследовательской работе магистрантов

по дисциплине

Интеллектуальное управление в условиях неопределенности

Автор РИРМ Артемов К. (подпись)
(фамилия, и.о.)

Руководитель Ушаков А.В. (подпись)
(фамилия, и.о.)

“ ____ ” ____ 20 ____ г. Санкт-Петербург, 20 ____ г.

Курсовая работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты “ ____ ” ____ 20 ____ г.

САНКТ – ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И
ОПТИКИ

КАФЕДРА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

«УТВЕРЖДАЮ»
Зав.кафедрой А.А.Бобцов

ЗАДАНИЕ

на расчетно – исследовательскую работу (РИРМ) магистрантов по дисциплине
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

СТУДЕНТУ: Артемову Кириллу, группа Р4135, кафедра СУиИ

РУКОВОДИТЕЛЬ: д.т.н., профессор А.В.Ушаков

1.ТЕМА РИРМ: **ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ
ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ, СИНТЕЗ НЕАДАПТИВНЫХ И АДАПТИВНЫХ
АЛГОРИТМОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ НЕОБХОДИМУЮ РОБАСТНОСТЬ ИХ
ДИНАМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ**

2.СРОКИ выполнения РИРМ 17 – я неделя семестра (30 мая 2017 года)

3.СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ:

- 3.1. Построить МТЧ **непрерывного ОУ(НОУ)**; с использованием матрицы управляемости агрегированной системы ранжировать параметры q_j по потенциальной чувствительности
- 3.2. Построить МТЧ **дискретного ОУ(ДОУ)** к вариации интервала дискретности.
- 3.3. Построить МТЧ спроектированной непрерывной системы(СНС) по каждому из параметров и для значения $|\Delta q_j| = 0.3$; выделить доминирующие параметры по степени их влияния на величину σ перерегулирования и длительность t_n переходного процесса;_____
- 3.4. Построить матрицу функций модальной чувствительности (МФМЧ) и выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров.
- 3.5. Методом модального управления (МУ), базовый алгоритм которого дополняется контролем нормы $\|F_o\|$ медианной составляющей интервальной матрицы $[F]$ спроектированной системы для целей вычисления оценки $\delta_r F$ ее относительной интервальности. Исследовать свойство робастной устойчивости полученной системы с помощью метода В.Л. Харитонова.
- 3.6. Оценить алгебраическую реализуемость неадаптивного и адаптивного управления, обеспечивающего параметрическую инвариантность выхода системы, и синтезировать их.

3.7.ВАРИАНТ ЗАДАНИЯ (ВПИСАТЬ СВОЙ) 1.1А-1.2А-2.1Б-2.2Б-3А-4-А5А-6А-7А

4.СОДЕРЖАНИЕ пояснительной записки (перечень подлежащих разработке вопросов):

- 4.1. Введение. Постановка задачи _____
- 4.2. Построение МТЧ НОУ и результаты ее исследования _____
- 4.3. Построение МТЧ ДОУ и результаты ее исследования _____
- 4.4. Построение МТЧ СНС и результаты ее исследования _____
- 4.5. Построение МФМЧ и результаты ее исследования _____
- 4.6. Построение медианного МУ НОУ и оценка его результатов _____
- 4.7. Синтез неадаптивного и адаптивного управления, обеспечивающего параметрическую инвариантность выхода СНС относительно неопределенности НОУ _____
- 4.8. Заключение _____
- 4.9. Литература _____
- 4.10. Приложение _____

5. ИСХОДНЫЕ материалы и пособия к РИРМ:

- 5.1. Никифоров В.О., Слита О.В., Ушаков А.В. Интеллектуальное управление в условиях неопределенности: учебное пособие. СПб.: СПбГУИТМО, 2011.
- 5.2. Никифоров В.О., Ушаков А.В. Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация и робастность. СПб.: СПбГИТМО(ТУ), 2002.
- 5.3. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. - СПб.: Наука, 2003.
- 5.4. Дударенко Н.А., Слита О.В., Ушаков А.В. Математические основы современной теории управления: аппарат метода пространства состояний: учебное пособие. / Под ред. Ушакова А.В. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2008. – 323 с.

6. ДАТА выдачи задания на РИРМ _____

РУКОВОДИТЕЛЬ _____

7. ДАТА начала выполнения РИРМ _____

СТУДЕНТ _____

Содержание

Введение.Постановка задачи	5
1 Построение МТЧ НОУ и результаты ее исследования	6
1.1 Непрерывный ОУ в форме ВСВ	6
1.2 Модель траекторной чувствительности НОУ	7
1.3 Ранжирование параметров	8
2 Построение МТЧ ДОУ и результаты ее исследования	12
2.1 Переход к дискретному описанию ОУ	12
2.2 Построение МТЧ ДОУ к вариации интервала дискретности . . .	13
3 Построение МТЧ СНС и результаты ее исследования	16
3.1 Синтез закона модального управления	16
3.2 Построение МТЧ спроектированной системы для каждого из па- раметров q_j	19
3.3 Определение доминирующих параметров	25
4 Построение МФМЧ и результаты ее исследования	27
4.1 Построение МФМЧ	27
4.2 Выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров . . .	29
Список использованных источников	30

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата												
					КСУИ.06.4135.001 ПЗ											
					Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	РИРМ "Интеллектуальное управление в условиях неопределенности" Пояснительная записка				Лит.	Лист	Листов
Разраб.	Артемов К.															
Пров.	Ушаков А.В.															
Н. контр.																
Утв.																
<div>Университет ИТМО</div> <div>Кафедра СУиИ</div> <div>гр. Р4135</div>																

Введение. Постановка задачи

Задан непрерывный объект управления (НОУ) с помощью передаточной функции (ПФ) «вход-выход (ВВ)»

$$\Phi(s, q) = \frac{b_0(1 + q_1)s + b_1(1 + q_2)}{[a_0(1 + q_3)s + a_1(1 + q_4)] [a_2(1 + q_5)s^2 + a_3(1 + q_6)s + a_4(1 + q_7)]} \tag{1}$$

где $q_{10} = q_{20} = q_{30} = q_{40} = q_{50} = q_{60} = q_{70} = 0$ — номинальные значения параметров $q_{j0}, j = \overline{1, 7}$.

Необходимо проделать работу в соответствии с заданием на расчетно-исследовательскую работу магистранта (РИРМ). Исходные данные для варианта №6 ААББАААА указаны в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

1.1. Значения параметров ПФ	$b_0 = 3; b_1 = 0.4; a_0 = 2; a_1 = 0.6; a_2 = 0; a_3 = 6; a_4 = 10$
1.2. Базис описания НОУ	канонический управляемый
2.1. Интервал дискретности	$\Delta t = 0.03с$
2.2. Метод перехода к ДОУ	с помощью интегральной модели ВСВ НОУ
3. Характеристическая частота	$\omega_0 = 3с^{-1}$
5. Граничные (угловые) значения параметра q_j	$\underline{q_j} = -0.2; \overline{q_j} = 0.2$
6. Относительная интервальность матрицы состояния системы	$\delta_{IR}F = 0.02$
7. Величина параметрической неопределенности	$\underline{q_j} = -0.2; \overline{q_j} = 0.2$

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата

1 Построение МТЧ НОУ и результаты ее исследования

- 1) Записать непрерывный ОУ (НОУ) в форме «вход-состояние-выход (ВСВ)» в требуемом базисе;
- 2) Построить модель траекторной чувствительности (МТЧ) НОУ;
- 3) Произвести ранжирование параметров по потенциальной чувствительности к ним выхода ОУ с использованием матрицы управляемости агрегированной системы; Оценить, какое из дополнительных движений, вызванных вариацией, потребует максимальных затрат управления при обеспечении его асимптотической сходимости к нулю.

1.1 Непрерывный ОУ в форме ВСВ

Заданный ОУ описывается ПФ

$$\Phi(s, q) = \frac{3(1 + q_1)s + 0.4(1 + q_2)}{(2(1 + q_3)s + 0.6(1 + q_4))(6(1 + q_6)s + 10(1 + q_7))} \quad (1.1)$$

Для составления векторно-матричного описания ОУ запишем ПФ в форме

$$\Phi(s, q) = \frac{\frac{(1 + q_1)}{4(1 + q_3)(1 + q_6)}s + \frac{(1 + q_2)}{30(1 + q_3)(1 + q_6)}}{s^2 + \frac{20(1 + q_3)(1 + q_7) + 3.6(1 + q_4)(1 + q_6)}{12(1 + q_3)(1 + q_6)}s + \frac{(1 + q_4)(1 + q_7)}{2(1 + q_3)(1 + q_6)}}$$

В каноническом управляемом базисе векторно-матричное представление ОУ принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{x}(t, q) = A(q)x(t, q) + Bu(t) \\ y(t, q) = C(q)x(t, q) \end{cases} \quad (1.2)$$

в котором

$$A(q) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{(1 + q_4)(1 + q_7)}{2(1 + q_3)(1 + q_6)} & -\frac{20(1 + q_3)(1 + q_7) + 3.6(1 + q_4)(1 + q_6)}{12(1 + q_3)(1 + q_6)} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Подп. и дата	
Инв. № дубл.	
Взам. инв. №	
Подп. и дата	
Инв. № подл.	

$$C(q) = \begin{bmatrix} \frac{(1+q_2)}{30(1+q_3)(1+q_6)} & \frac{(1+q_1)}{4(1+q_3)(1+q_6)} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

ПФ номинального ОУ, когда параметры $q_j = 0, j = \overline{1, 7}$, представляет собой

Матрицы модели ВСВ номинального ОУ имеют реализации

Введем обозначения

$$A(q)|_{q=q_0} = A; B(q)|_{q=q_0} = B; C(q)|_{q=q_0} = C;$$

$$\left. \frac{\partial x(t, q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0} = \sigma_j(t); \left. \frac{\partial y(t, q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0} = \eta_j(t);$$

Теперь для j -й модели траекторной чувствительности получим представление МТЧ

МТЧ будет генерировать функции траекторной чувствительности $\sigma_j(t)$ по состоянию и $\eta_j(t)$ по выходу, если ее дополнить моделью номинального ОУ 1.2.

На состояние заданного ОУ влияют $p = 6$ (далее, под записью $j = \overline{1, p}$ будет подразумеваться, что $j = 1, 2, 3, 4, 6, 7$) параметров: $q_1, q_2, q_3, q_4, q_6, q_7$. Вычислим матрицы моделей траекторной чувствительности

$$A_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \quad (1.8)$$

$$A_{q_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{q_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{30} & 0 \end{bmatrix}; \quad (1.9)$$

$$A_{q_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 36 \\ \frac{1}{2} & \frac{120}{120} \end{bmatrix}; B_{q_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_3} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}; \quad (1.10)$$

$$A_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -3.6 \\ -\frac{1}{2} & -3.6 \end{bmatrix}; B_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (1.11)$$

$$A_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 20 \\ \frac{1}{2} & \frac{12}{12} \end{bmatrix}; B_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_6} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}; \quad (1.12)$$

$$A_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 20 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{12}{12} \end{bmatrix}; B_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (1.13)$$

1.3 Ранжирование параметров

Сконструируем агрегированную систему с составным вектором $\tilde{x}_j = \text{col}\{x, \sigma_j\}$ размерности $\dim \tilde{x} = 2n$, которая объединением 1.7 и 1.2, получает представление

$$\dot{\tilde{x}}_j(t) = \tilde{A}_j \tilde{x}_j(t) + \tilde{B}_j u(t); \tilde{x}_j(0) = \text{col}\{x(0), 0\} \quad (1.14)$$

$$x(t) = \tilde{C}_{x_j} \tilde{x}_j; \quad (1.15)$$

$$y(t) = \tilde{C}_j \tilde{x}_j(t); \quad (1.16)$$

$$\sigma_j(t) = \tilde{C}_{\sigma_j} \tilde{x}_j(t); \quad (1.17)$$

$$\eta_j(t) = \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{x}_j(t) \quad (1.18)$$

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
									8
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата					

где

$$j = \overline{1, p}, \tilde{A}_j = \begin{bmatrix} A & 0 \\ A_{q_j} & A \end{bmatrix}, \tilde{B}_j = \begin{bmatrix} B \\ B_{q_j} \end{bmatrix},$$
$$\tilde{C}_{x_j} = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & O_{n \times n} \end{bmatrix}, \tilde{C}_j = \begin{bmatrix} C & 0_{m \times n} \end{bmatrix}, \tilde{C}_{\sigma_j} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \end{bmatrix}, \tilde{C}_{\eta_j} = \begin{bmatrix} C_{q_j} & C \end{bmatrix}.$$

Составим необходимые матрицы

$$\tilde{A}_{1,2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 236 & & \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix}; \tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 236 & & \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{36}{120} & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix};$$
$$\tilde{A}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 236 & & \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -3.6 & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix}; \tilde{A}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 236 & & \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{20}{12} & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix};$$
$$\tilde{A}_7 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 236 & & \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{20}{12} & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix}; \tilde{B}_{1,2,3,4,6,7} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

Инь. № подл.	Подп. и дата	Инь. № дубл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{x_{1,2,3,4,6,7}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \tilde{C}_{1,2,3,4,6,7} = \begin{bmatrix} \frac{1}{30} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ \tilde{C}_{\sigma_{1,2,3,4,6,7}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ \tilde{C}_{\eta_1} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tilde{C}_{\eta_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{30} & 0 & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \\ \tilde{C}_{\eta_3} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tilde{C}_{\eta_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \\ \tilde{C}_{\eta_6} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tilde{C}_{\eta_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix};\end{aligned}$$

Для ранжирования параметров по возможным затратам ресурсов управления для достижения нечувствительности траектории проектируемой системы к этим вариациям проведем анализ управляемости системы 1.14 по ее выходу η_j .

Требования к ресурсам управления заметно снижаются, если изначально ограничиться задачей обеспечения траекторной нечувствительности выхода проектируемой системы. На уровне требований к структурным свойствам агрегированной системы 1.14 задача сводится к контролю управляемости тройки матриц $(\tilde{C}_{\eta_j}, \tilde{A}_j, \tilde{B}_j)$ и количественной оценке эффекта управления по переменной η_j при приложении управления $u(t)$ фиксированной нормы с помощью сингулярных чисел матрицы управляемости

$$\tilde{W}_{\eta_j} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{B}_j & \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{A}_j \tilde{B}_j & \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{A}_j^2 \tilde{B}_j & \cdots & \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{A}_j^{2n-1} \tilde{B}_j \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
				10

С учетом $n = 2$, рассчитаем матрицы управляемости \tilde{W}_{η_i}

$$\tilde{W}_{y\eta_1} = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.4916667 & 0.8419444 & -1.4099907 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W}_{y\eta_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0.0333333 & -0.0655556 & 0.1122593 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W}_{y\eta_3} = \begin{bmatrix} -0.25 & 0.5333333 & -0.9363889 & 1.5786481 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W}_{y\eta_4} = \begin{bmatrix} 0. & -0.9 & 3.295 & -8.596 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W}_{y\eta_6} = \begin{bmatrix} -0.25 & 0.875 & -2.2347222 & 5.0222685 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W}_{y\eta_7} = \begin{bmatrix} 0. & -0.4166667 & 1.4583333 & -3.724537 \end{bmatrix}$$

Вычислим для полученных матриц управляемости сингулярные числа

$$\alpha\{\tilde{W}_{y\eta_1}\} = 1.7323915, \alpha\{\tilde{W}_{y\eta_2}\} = 0.1342043, \quad (1.20)$$

$$\alpha\{\tilde{W}_{\eta_3}\} = 1.9276666, \alpha\{\tilde{W}_{\eta_4}\} = 9.2497698, \quad (1.21)$$

$$\alpha\{\tilde{W}_{y\eta_6}\} = 5.57183, \alpha\{\tilde{W}_{y\eta_7}\} = 4.0215076 \quad (1.22)$$

Ранги матриц \tilde{W}_{η_j} равны $\text{rang}(\tilde{W}_{\eta_j}) = 1$, что совпадает с размерностью $m = 1$ вектора выхода. Таким образом, выбором закона управления можно обеспечить сходимость $\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta y(t, q_0, \Delta q_j) = 0$; $j = \overline{1, p}$ с заданным темпом [1]. Сингулярные числа матриц \tilde{W}_{η_j} принимают значения 1.20–1.22. Проранжируем параметры q_j в порядке увеличения затрат ресурсов на управление

- 1) q_4

- 2) q_6

- 3) q_7

- 4) q_3

- 5) q_1

- 6) q_2

Отсюда следует, что асимптотическая сходимость к нулю дополнительного движения $\Delta y(t, q_0, \Delta q_2)$ будет требовать наибольших затрат на управление, чем сходимость остальных дополнительных движений, с тем же темпом.

2 Построение МТЧ ДОУ и результаты ее исследования

- 1) Перейти к дискретному описанию ОУ с помощью интегральной модели ВСВ НОУ;
- 2) Построить модель траекторной чувствительности (МТЧ) дискретного ОУ (ДОУ) к вариации интервала дискретности;

2.1 Переход к дискретному описанию ОУ

ДОУ представляет собой дискретную по времени с интервалом дискретности длительности Δt выборку из непрерывных процессов по вектору состояния $x(t, q)$ и выходу $y(t, q)$ при фиксированном на интервале $t \in [\Delta tk, \Delta t(k+1)]$ значении управления $u(t) = u(\Delta tk) = u(k)$. Имеет следующий вид

$$\begin{cases} x(k+1, q) = \overline{A}(q)x(k, q) + \overline{B}(q)u(k) \\ y(k, q) = \overline{C}(q)x(k, q) \end{cases} \quad (2.1)$$

где матрицы непрерывного 1.2 и дискретного 2.1 ОУ связаны следующими функциональными соотношениями

$$\overline{A}(q) = e^{A(q)\Delta t}; \overline{B}(q) = A^{-1}(q)(e^{A(q)\Delta t} - I)B(q); \overline{C}(q) = C(q) \quad (2.2)$$

Номинальная модель ДОУ получается из 2.1 при векторе параметров $q = q_0$

$$\begin{cases} x(k+1) = \overline{A}x(k) + \overline{B}u(k) \\ y(k) = \overline{C}x(k) \end{cases} \quad (2.3)$$

Общий вид интегральной модели [2] ВСВ НОУ имеет вид

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \int_0^t \Phi(t, \tau)Bu(\tau)d\tau \quad (2.4)$$

$$y(t) = C\Phi(t)x(0) + \int_0^t C\Phi(t, \tau)Bu(\tau)d\tau \quad (2.5)$$

где $\Phi(t) = e^{At}$, $\Phi(t, \tau) = \Phi(t)\Phi^{-1}(\tau) = e^{A(t-\tau)}$.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
									12
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата					

Используя интегральную запись модели ВСВ непрерывного динамического объекта, нетрудно получить связь между матрицами модели ВСВ дискретного и непрерывного объектов в форме

$$\overline{A} = \Phi(\Delta t) = e^{A\Delta t}, \overline{B} = \Phi(\Delta t) \int_0^{\Delta t} \Phi^{-1}(\tau) d\tau B, \overline{C} = C \tag{2.6}$$

И окончательные формулы для перехода

$$\overline{A} = e^{A\Delta t}, \overline{B} = A^{-1}(e^{A\Delta t} - I)B, \overline{C} = C \tag{2.7}$$

При $\Delta t = 0.03\text{с}$, рассчитаем матрицы модели ВСВ ДОУ

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} 0.9997794 & 0.0291300 \\ -0.0145650 & 0.9424904 \end{bmatrix}; \overline{B} = \begin{bmatrix} 0.0004413 \\ 0.0291300 \end{bmatrix}; \overline{C} = \begin{bmatrix} 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix};$$

2.2 Построение МТЧ ДОУ к вариации интервала дискретности

Модель траекторной чувствительности, необходимая для генерирования функций траекторной чувствительности $\sigma(k)$ и $\eta(k)$ по состоянию и выходу ДОУ, строится путем дифференцирования компонентов представления 2.1 по компонентам q_j вектора параметров q при его номинальном значении (в нашем случае $q = \Delta t$), в результате чего для МТЧ получаем

$$\begin{cases} \sigma(k+1) = \overline{A}\sigma(k) + \overline{A}_q x(k) + \overline{B}_q u(k) \\ \eta(k) = \overline{C}\sigma(k) + \overline{C}_q x(k) \end{cases} \tag{2.8}$$

Подп. и дата		Изн. № дубл.		Взам. инв. №		Подп. и дата		Изн. № подл.	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
									13

где

$$\overline{A}_q = \frac{\partial \overline{A}(q)}{\partial \Delta t} \Big|_{q=q_0}; \overline{B}_q = \frac{\partial \overline{B}(q)}{\partial \Delta t} \Big|_{q=q_0}; \overline{C}_q = \frac{\partial \overline{C}(q)}{\partial \Delta t} \Big|_{q=q_0};$$

$$\sigma(t) = \left. \frac{\partial x(k, q)}{\partial \Delta t} \right|_{q=q_0}; \eta(t) = \left. \frac{\partial y(k, q)}{\partial \Delta t} \right|_{q=q_0};$$

$$\frac{\partial \bar{A}(q)}{\partial \Delta t} = \frac{\partial (e^{A(q)\Delta t})}{\partial \Delta t} = A(q)e^{A(q)\Delta t} = e^{A(q)\Delta t}A(q) = \bar{A}(q)A(q);$$

$$\frac{\partial \bar{B}(q)}{\partial \Delta t} = \frac{\partial}{\partial \Delta t} \left[A^{-1}(q)(e^{A(q)\Delta t} - I)B(q) \right] = A^{-1}(q)A(q)e^{A(q)\Delta t}B = \bar{A}(q)B(q);$$

$$\frac{\partial \overline{C}(q)}{\partial \Delta t} = \frac{\partial C(q)}{\partial \Delta t} = 0.$$

Используя полученные выражения вычислим матрицы МТЧ ДОУ

$$\overline{A}_q = \begin{bmatrix} -0.0145650 & 0.9424904 \\ -0.4712452 & -1.8681295 \end{bmatrix}; \overline{B}_q = \begin{bmatrix} 0.0291300 \\ 0.9424904 \end{bmatrix}; \overline{C}_q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix};$$

Сконструируем агрегированную систему с составным вектором $\tilde{x} = col\{x, \sigma\}$ размерности $\dim \tilde{x} = 2n$, которая объединением 2.3 и 2.8, получает представление

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}u(k); \tilde{x}(0) = col\{x(0), 0\} \quad (2.9)$$

$$x(k) = \tilde{\bar{C}}_{x_j} \tilde{x}(k); \quad (2.10)$$

$$y(k) = \tilde{\bar{C}}\tilde{x}(k); \quad (2.11)$$

$$\sigma(k) = \tilde{\bar{C}}_{\sigma} \tilde{x}(k); \quad (2.12)$$

$$\eta(k) = \tilde{\bar{C}}_\eta \tilde{x}(k) \quad (2.13)$$

где

$$\tilde{\overline{A}} = \begin{bmatrix} \overline{A} & 0 \\ \overline{A}_q & \overline{A} \end{bmatrix}, \tilde{\overline{B}} = \begin{bmatrix} \overline{B} \\ \overline{B}_q \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\bar{C}}_x = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & O_{n \times n} \end{bmatrix}, \tilde{\bar{C}} = \begin{bmatrix} \bar{C} & 0_{m \times n} \end{bmatrix}, \tilde{\bar{C}}_\sigma = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \end{bmatrix}, \tilde{\bar{C}}_\eta = \begin{bmatrix} \bar{C}_q & \bar{C} \end{bmatrix}.$$

Составим необходимые матрицы

$$\begin{aligned}\tilde{A} &= \begin{bmatrix} 0.9997794 & 0.0291300 & 0 & 0 \\ -0.0145650 & 0.9424904 & 0 & 0 \\ -0.0145650 & 0.9424904 & 0.9997794 & 0.0291300 \\ -0.4712452 & -1.8681295 & -0.0145650 & 0.9424904 \end{bmatrix}; \\ \tilde{B} &= \begin{bmatrix} 0.0004413 \\ 0.0291300 \\ 0.0291300 \\ 0.9424904 \end{bmatrix}; \tilde{C}_\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Проверим управляемость агрегированной системы по выходу $\eta(k)$ с помощью матрицы управляемости $\tilde{W}_{y\eta}$

$$\tilde{W}_{y\eta} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_\eta \tilde{B} & \tilde{C}_\eta \tilde{A} \tilde{B} & \tilde{C}_\eta \tilde{A}^2 \tilde{B} & \dots & \tilde{C}_\eta \tilde{A}^{2n-1} \tilde{B} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

которая с учетом $n = 2$ имеет реализацию

$$\tilde{W}_{y\eta} = \begin{bmatrix} 0.2365936 & 0.2111102 & 0.1875234 & 0.1657095 \end{bmatrix}$$

Ранги матриц \tilde{W}_η равны $\text{rang}(\tilde{W}_\eta) = 1$, что совпадает с размерностью $m = 1$ вектора выхода. Таким образом, выбором закона управления можно обеспечить сходимость $\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta y(t, q_0, \Delta t) = 0$ с заданным темпом.

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист
										15
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

Формат А4

Перед началом расчета матриц коэффициентов регулятора 3.2 убедимся, что система 1.2 обладает свойством управляемости. Для этого найдем матрицу управляемости и ее определитель

$$U = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1.9666667 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\det(U) = -1 \quad (3.4)$$

Номинальна система ОУ 1.2 полностью управляема, так как матрица управляемости U не вырождена. $\text{rang}(U) = 2$ и равен порядку систему.

Для придания матрице $F = A - BK$ распределения мод Баттерворта с характеристической частотой $\omega_0 = 3c^{-1}$ составим эталонную модель ОУ

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \Gamma \xi(t) \\ v(t) = H \xi(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

где Γ и H — матрицы состояния и выхода эталонной системы.

Решим стандартный полином Баттерворта второго порядка

$$\lambda^2 + 1.414\omega_0\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (3.6)$$

$$\lambda^2 + 4.242\lambda + 9 = 0, \quad (3.7)$$

корни которого $\lambda_{1,2} = -2.121 \pm j2.1216406$

Определим матрицы состояния и выхода эталонной модели. Так как корни желаемого полинома получились комплексные, то матрица Γ примет вид

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -\alpha & \beta \\ -\beta & -\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.121 & 2.1216406 \\ -2.1216406 & -2.121 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Матрица H выбирается из условия полной наблюдаемости матриц Γ и H

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Матрицу коэффициентов ОС K найдем из решения системы уравнений

$$\begin{cases} BH = M\Gamma - AM \\ K = -HM^{-1} \end{cases} \quad (3.10)$$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист
										17
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

Найдем матрицу коэффициентов K

$$K = \begin{bmatrix} 8.5 & 2.2753333 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9 & -4.242 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$
$$K_q = -(CF^{-1}B)^{-1} \quad (3.14)$$

Тогда матрица G принимает вид

$$G = BK_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 270 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Рисунок 3.1 – Схема моделирования замкнутой системы 3.1

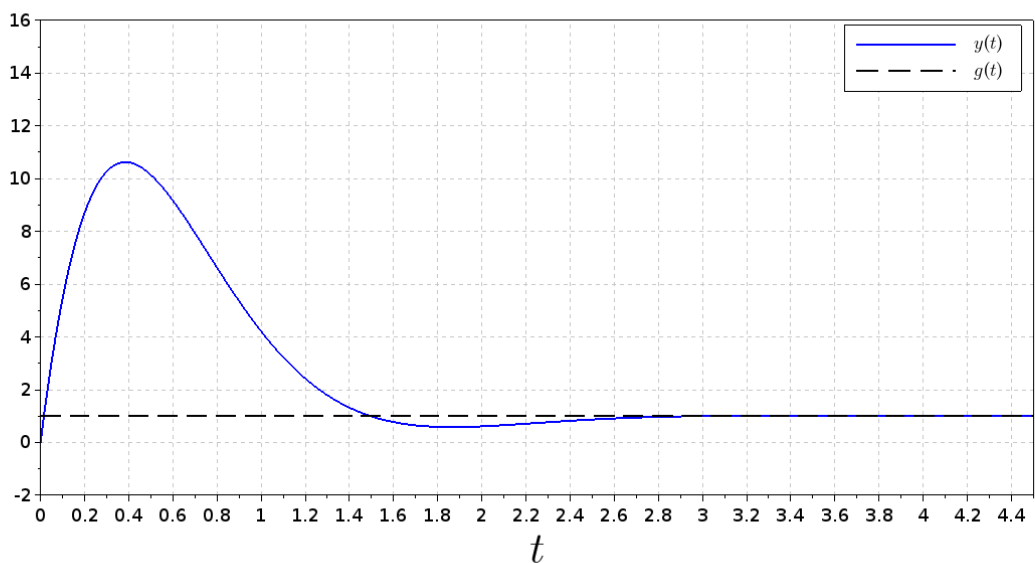


Рисунок 3.2 – Переходная характеристика замкнутой системы 3.1

Таким образом, система обеспечивает равенство входа $g(t)$ и выхода $y(t)$ в неподвижном состоянии при номинальных значениях параметров q_j .

3.2 Построение МТЧ спроектированной системы для каждого из параметров q_j

Введем обозначения

$$F_{q_j} = \left. \frac{\partial F(q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0}; G_{q_j} = \left. \frac{\partial G(q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0}; \quad F(q)|_{q=q_0} = F; G(q)|_{q=q_0} = G;$$

Подобно тому, как МТЧ строилась ранее, МТЧ замкнутой системы (ЗС)

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_j(t) &= F\sigma_j(t) + F_{q_j}x(t) + G_{q_j}g(t); \sigma_j(0) = 0 \\ \eta_j(t) &= C\sigma_j(t) + C_{q_j}x(t) \end{cases} \quad (3.17)$$

Пользуясь матрицами НОУ 1.3 и 1.4, рассчитаем матрицу $F(q) = A(q) - B(q)K$, где K — рассчитанная матрица коэффициентов ОС 3.12 (матрица $F(q)$

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата

$$F(q) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1+q_4)(1+q_7)}{2(1+q_3)(1+q_6)} - 8.5 \\ 1 & -\frac{20(1+q_3)(1+q_7) + 3.6(1+q_4)(1+q_6)}{12(1+q_3)(1+q_6)} - 2.2753333 \end{bmatrix}^T \quad (3.18)$$
$$F_{q_{1,2}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; F_{q_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 36 \\ \frac{1}{2} & \frac{120}{120} \end{bmatrix}; F_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -3.6 \\ -\frac{1}{2} & -3.6 \end{bmatrix}; F_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 20 \\ \frac{1}{2} & \frac{12}{12} \end{bmatrix}; \quad (3.19)$$

$$F_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 20 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{12} \end{bmatrix}; G_{q_{1,2,3,4,6,7}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; C_{q_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{30} & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.20)$$

$$C_{q_3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}; C_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; C_{q_6} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}; C_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.21)$$

Сконструируем агрегированную систему с составным вектором $\tilde{x}_j = col\{x_j, \sigma_j\}$ размерности $\dim \tilde{x} = 2n$, которая объединением 3.1 и 3.17, получает представление

$$\dot{\tilde{x}}_j(t) = \tilde{F}_j \tilde{x}_j(t) + \tilde{G}_j g(t); \tilde{x}_j(0) = col\{x(0), 0\} \quad (3.22)$$

$$x(t) = \tilde{C}_{x_i} \tilde{x}_j; \quad (3.23)$$

$$y(t) = \tilde{C}_j \tilde{x}_j(t); \quad (3.24)$$

$$\sigma_j(t) = \tilde{C}_{\sigma_j} \tilde{x}_j(t); \quad (3.25)$$

$$\eta_j(t) = \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{x}_j(t) \quad (3.26)$$

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} F & 0 \\ F_q & F \end{bmatrix}, \tilde{G} = \begin{bmatrix} G \\ G_q \end{bmatrix},$$

Структура матриц выхода C совпадают с матрицами системы 1.14. Составим матрицы агрегированной системы 3.22

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{1,2} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -9 & -4.242 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -9 & -4.242 \end{bmatrix}; \tilde{F}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0. \\ -9 & -4.242 & 0 & 0. \\ 0 & 0 & 0 & 1. \\ 0.5 & 0.3 & -9 & -4.242 \end{bmatrix}; \\ \tilde{F}_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0. \\ -9 & -4.242 & 0 & 0. \\ 0 & 0 & 0 & 1. \\ -0.5 & -0.3 & -9 & -4.242 \end{bmatrix}; \tilde{F}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0. \\ -9 & -4.242 & 0 & 0. \\ 0 & 0 & 0 & 1. \\ 0.5 & 1.6666667 & -9 & -4.242 \end{bmatrix}; \\ \tilde{F}_7 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0. \\ -9 & -4.242 & 0 & 0. \\ 0 & 0 & 0 & 1. \\ -0.5 & -1.6666667 & -9 & -4.242 \end{bmatrix}; \tilde{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \\ \tilde{C}_{\eta_1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0.25 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix} \tilde{C}_{\eta_2} = \begin{bmatrix} 0.0333333 & 0 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix} \\ \tilde{C}_{\eta_{3,7}} &= \begin{bmatrix} -0.0333333 & -0.25 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix} \tilde{C}_{\eta_{4,7}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Смоделируем полученную систему в пакете прикладных математических программ Scilab, подав в качестве входного сигнала единичное ступенчатое воздействие

Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
				21

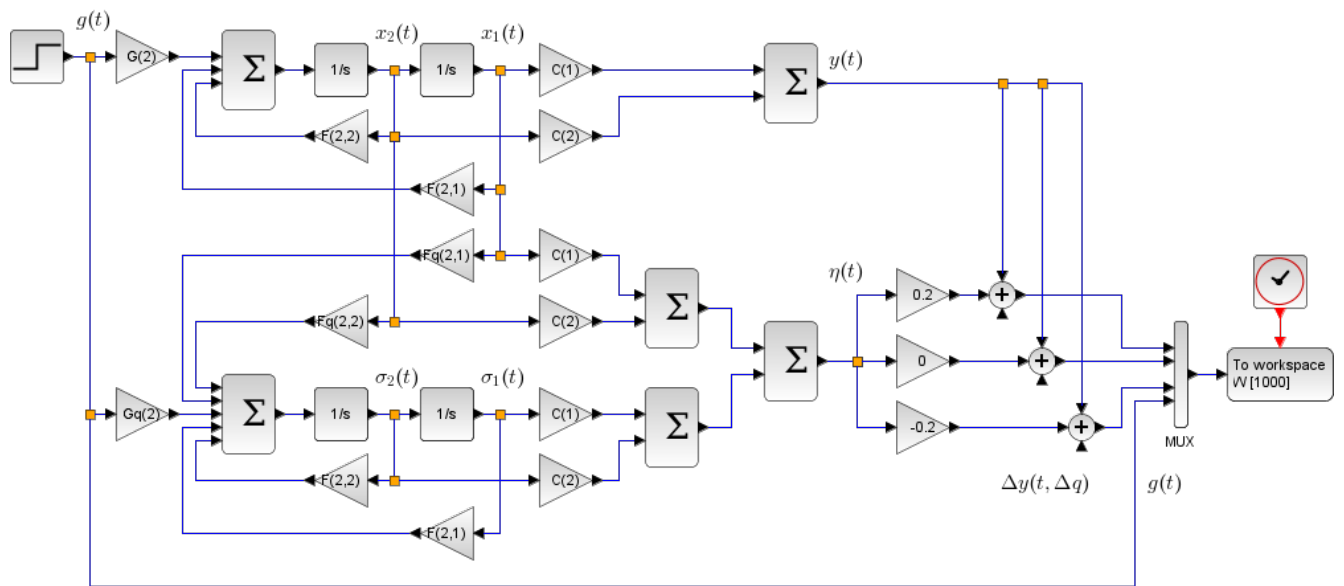


Рисунок 3.3 – Схема моделирования МТЧ дополненной НОУ 3.1

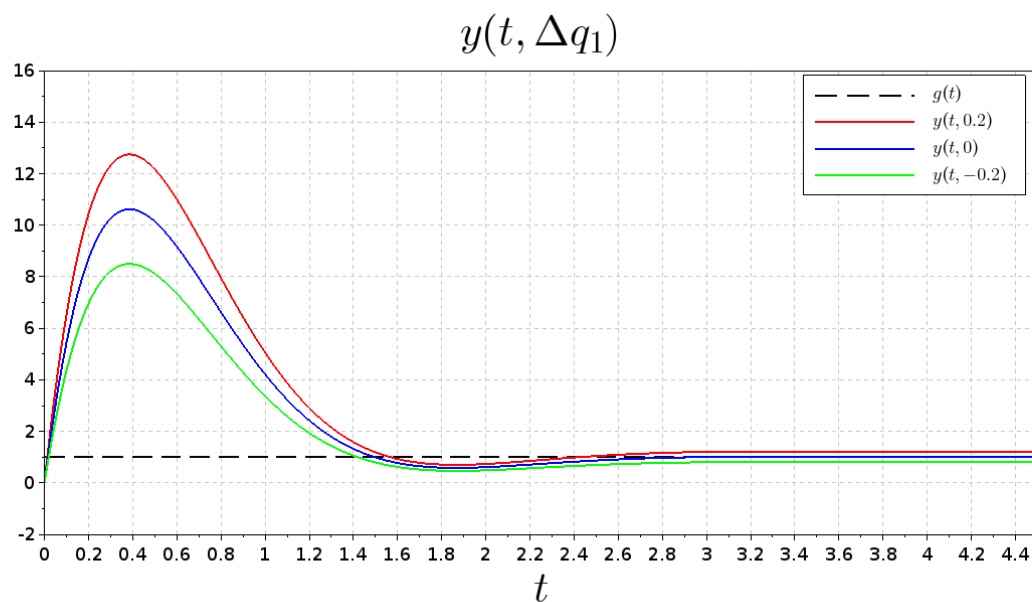


Рисунок 3.4 – Переходные процессы при вариации параметра q_1

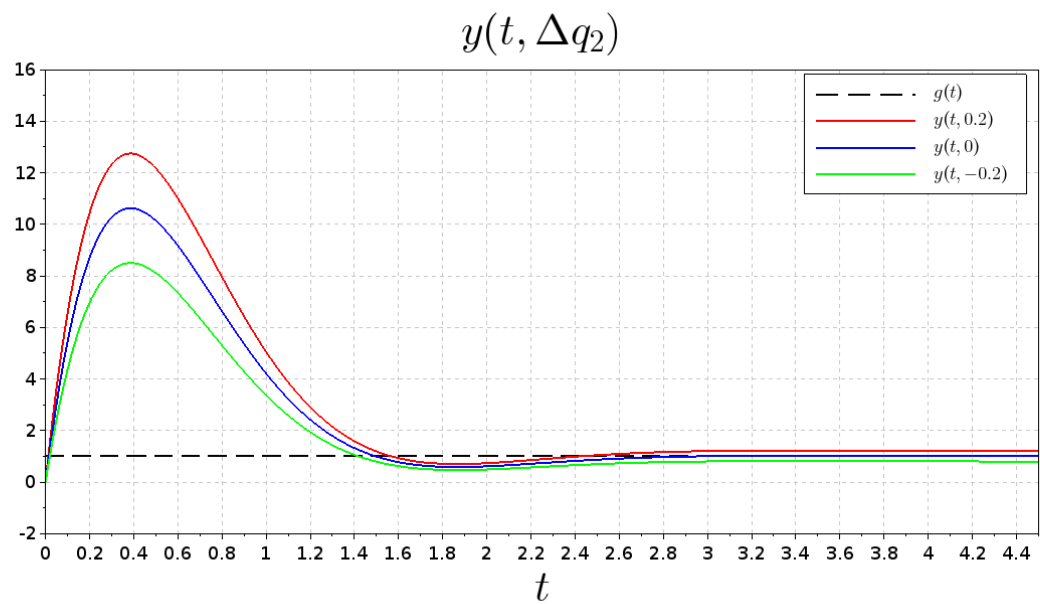


Рисунок 3.5 – Переходные процессы при вариации параметра q_2

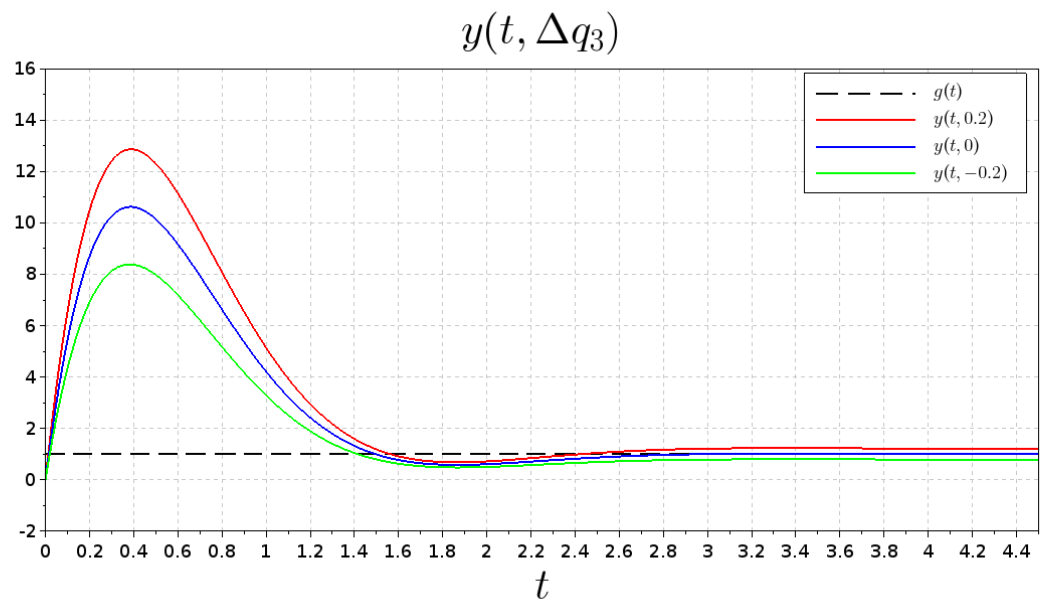


Рисунок 3.6 – Переходные процессы при вариации параметра q_3

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист	
										23	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						Формат А4	

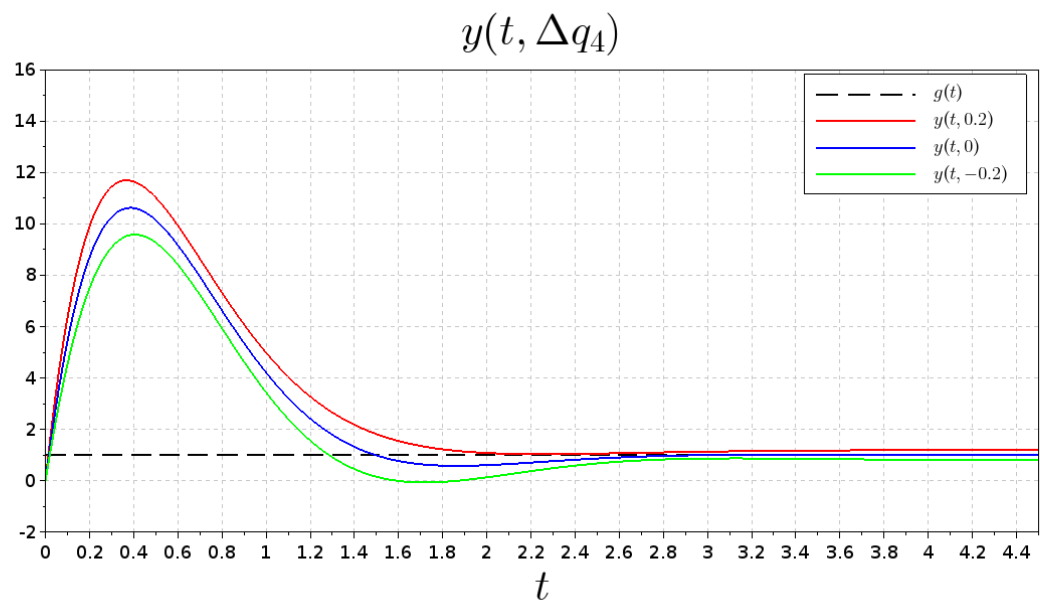


Рисунок 3.7 – Переходные процессы при вариации параметра q_4

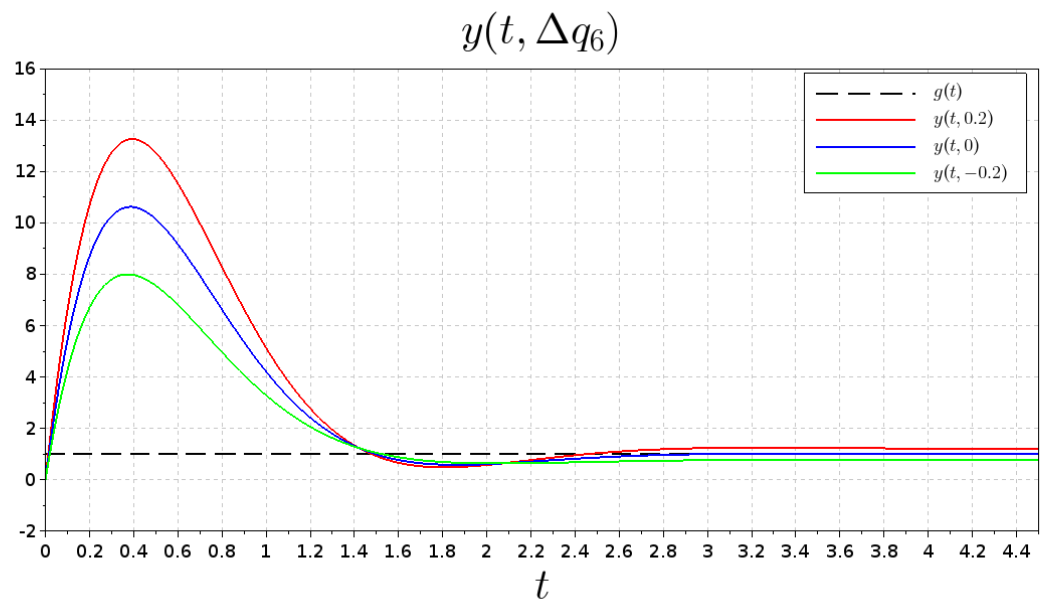
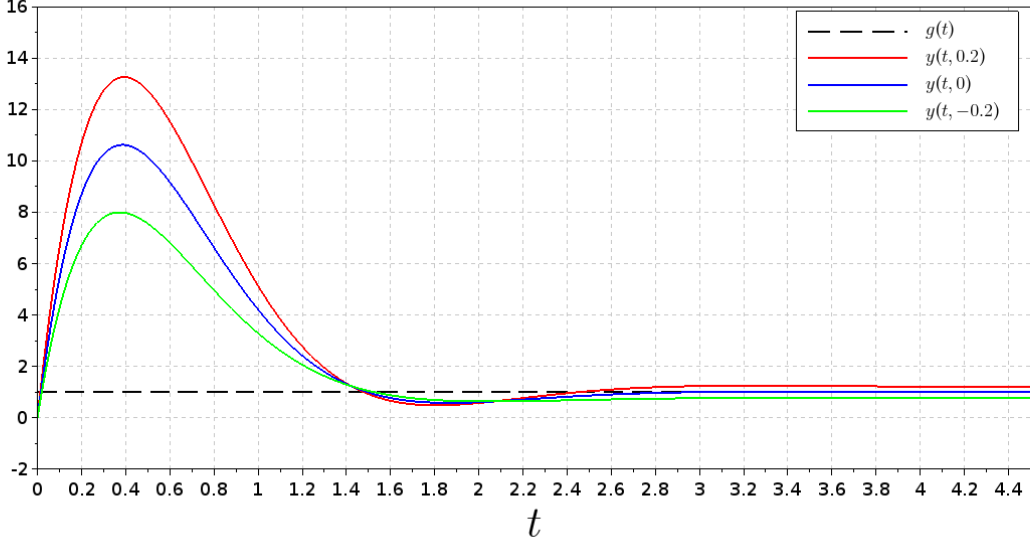


Рисунок 3.8 – Переходные процессы при вариации параметра q_6

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div><div>$y(t, \Delta q_6)$</div></div>										
Рисунок 3.8 – Переходные процессы при вариации параметра q_6															
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ										Лист
															24

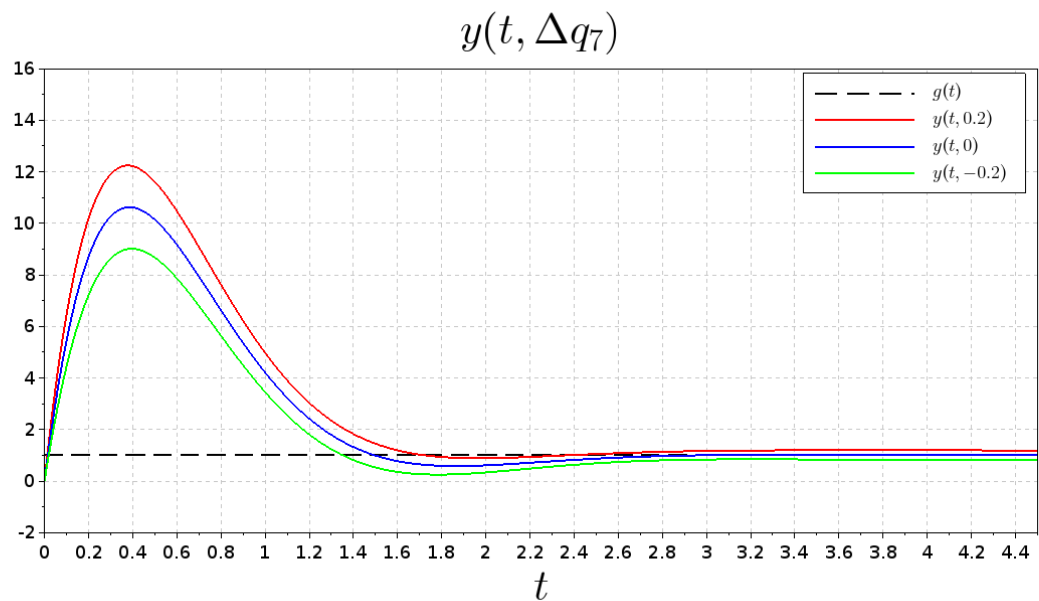


Рисунок 3.9 – Переходные процессы при вариации параметра q_7

3.3 Определение доминирующих параметров

Занесем полученные из построенных графиков значения перерегулирования σ и времени переходного процесса $t_{\text{п}}$ в таблицу 3.1.

Таблица 3.1 – Значения перерегулирования и времени преходного процесса для варьируемых парметров q_j

Параметр	Перерегулирование σ , % при $\Delta q =$			Вр.перех.процесса $t_{\text{п}}$, сек. при $\Delta q =$		
	0.2	0	-0.2	0.2	0	-0.2
q_1	1275	1062	850	2.78	2.72	2.72
q_2	1275		549	2.72		2.72
q_3	1286		839	2.69		2.76
q_4	1169		958	3.03		3.64
q_6	1326		799	2.67		2.92
q_7	1224		901	2.82		2.65

Рассчитаем отклонения значений перерегулирования $\Delta\sigma$ и времени пе-

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата

переходного процесса $t_{\text{п}}$ характеристик системы при вариациях параметров q_j от номинальной характеристики и занесем их в таблицу 3.2.

Таблица 3.2 – Отклонения характеристик системы с варьируемыми параметрами от номинальной системы

Параметр	$\Delta\sigma, \%$ при $\Delta q =$		$\Delta t_{\text{п}}, \text{сек.}$ при $\Delta q =$	
	0.2	-0.2	0.2	-0.2
q_1	213	212	0.06	0
q_2	221	514	1	1
q_3	222	225	2.03	1.96
q_4	104	107	2.69	2.08
q_6	260	267	4.05	3.8
q_7	157	166	4.9	5.07

где

$$\Delta\sigma_{\Delta q=\pm 0.2} = |\sigma_{\Delta q=\pm 0.2} - \sigma_{\Delta q=0}| \quad (3.27)$$

$$\Delta t_{\text{п},\Delta q=\pm 0.2} = |t_{\text{п},\Delta q=\pm 0.2} - t_{\text{п},\Delta q=0}| \quad (3.28)$$

Выделим доминирующие параметры по степени их влияния на величину σ перерегулирования и длительности $t_{\text{п}}$ переходного процесса

1) Влияние на величину перерегулирования (в порядке уменьшения)

- 1) при $\Delta q = 0.2$: $q_6, q_3, q_2, q_1, q_7, q_4$;
- 2) при $\Delta q = -0.2$ $q_2, q_6, q_3, q_1, q_7, q_4$;

2) Влияние на время переходного процесса(в порядке уменьшения)

- 1) при $\Delta q = \pm 0.2$: $q_7, q_6, q_4, q_3, q_2, q_1$;

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист
										26
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Копировал					Формат А4

4 Построение МФМЧ и результаты ее исследования

- 1) Построить матрицу функций модальной чувствительности;
- 2) Выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров.

4.1 Построение МФМЧ

Для вычисления функций чувствительности δq_j и βq_j соответственно вещественных и мнимых частей комплексно-сопряженных собственных значений к вариациям параметра q_j следует вычислить матрицу $M^{-1}F_{q_j}M$ и на элементах этой матрицы сконструировать функции чувствительности δq_j и βq_j с помощью соотношений

$$\delta q_j = \frac{1}{2} ((M^{-1}F_{q_j}M)_{11} + (M^{-1}F_{q_j}M)_{22}) \quad (4.1)$$

$$\beta q_j = \frac{1}{2} ((M^{-1}F_{q_j}M)_{12} - (M^{-1}F_{q_j}M)_{21}) \quad (4.2)$$

где матрица M — матрица диагонального преобразования, F_{q_j} — матрица чувствительности замкнутой системы к вариации параметра q_j .

Найдем спектр собственных значений матрицы $F(q)$ при номинальном векторе параметров q

$$\sigma\{F\} = \{[\lambda_1, \lambda_2] : \det[\lambda I - F] = 0\} = \{-2.121 \pm j2.1216406\} \quad (4.3)$$

Для анализа модальной чувствительности спроектированной системы произведем следующие вычисления. Матрицы чувствительности F_{q_j} были рассчитаны ранее в 3.19.

Матрица M находится из выражения

$$M\Lambda = FM \quad (4.4)$$

Так как в спектре $\sigma\{F\}$ имеются комплексно-сопряженные собственные значения $\lambda_{1,2} = \delta \pm j\beta$, то вещественная матрица подобия Λ будет блочно-

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
									27
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата					

$$\lambda_{q7} = -0.8333333 - j0.7201049 \quad (4.17)$$

Сконструируем матрицу функций модальной чувствительности в виде функций чувствительности вещественной и мнимой частей:

$$S_\lambda = \begin{bmatrix} \delta_q \\ \beta_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.15 & -1.8 & 0.8333333 & -0.8333333 \\ 0 & 0 & 0.0369694 & -1.6864917 & 0.7201049 & -0.7201049 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

4.2 Выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров

Для выделения неблагоприятного сочетания вариаций параметров воспользуемся сингулярным разложением матрицы модальной чувствительности

$$S_\lambda = U_\lambda \Sigma_\lambda V_\lambda^T$$

$$U_\lambda = \begin{bmatrix} -0.7383 & -0.6744 \\ -0.6744 & 0.7383 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_\lambda = \begin{bmatrix} 2.9199 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0909 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_\lambda = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0695 & -0.8346 & 0.3863 & -0.3863 \\ 0 & 0 & -0.8105 & -0.3666234 & -0.3230 & 0.3230 \\ -0.0464 & -0.8121 & 0.3382 & -0.2391 & -0.2886 & 0.2886 \\ 0.8446 & -0.3427 & -0.2391 & 0.169 & 0.204 & -0.204 \\ -0.377 & -0.3338 & -0.2886 & 0.204 & 0.7463 & 0.2536 \\ 0.377 & 0.3338 & 0.2886 & -0.204 & 0.2536 & 0.7463 \end{bmatrix}$$

Запишем оценки вариации

$$\max_{\Delta q} ||\Delta \lambda|| = 2.9199 ||\Delta q|| \quad (4.19)$$

$$\min_{\Delta q} ||\Delta \lambda|| = 0.0909 ||\Delta q|| \quad (4.20)$$

Наиболее неблагоприятное сочетание вариаций параметров характеризуется вектором

$$\Delta q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.0464681 & 0.8446960 & -0.3770473 & 0.3770473 \end{bmatrix}^T ||\Delta q|| \quad (4.21)$$

Наименее неблагоприятное характеризуется вектором

$$\Delta q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.8121559 & -0.3427354 & -0.3338676 & 0.3338676 \end{bmatrix} ||\Delta q|| \quad (4.22)$$

Инь. № дубл.	Инь. №	Взам. инв. №	Подп. и дата	Инь. № подл.	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	
КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист
					29

Список использованных источников

- 1 В.О.Никифоров О.В.Слита А.В.Ушаков. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ. — Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2011. — Р. 226.
- 2 И.В. Мирошник. Теория автоматического управления. Линейные системы. — Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2005. — Р. 336.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист
										30
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

Копировал

Формат А4