

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ,
МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем управления и информатики

Группа P4235

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

по курсу: «Методы оптимального и адаптивного управления»

Синтез оптимального управления (принцип максимума)

Вариант №2

Авторы работы:

Антонов Е.С.,
Артемов К.А.

Преподаватель:

Герасимов Д.Н.

«20» декабря 2017 г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты «__» _____ 2017 г.

Санкт-Петербург

2017 г.

1 Цель работы

Для заданного объекта управления синтезировать оптимальное управление, при заданных критерии качества, начальных условиях и ограничениях (принцип максимума).

2 Теоретические сведения

Рассматриваемый объект управления:

$$\dot{x} = ax + bu, \quad x(0) \quad (1)$$

где a, b — известные параметры.

Критерий качества для системы (1) с фиксированным временем и фиксированными концами:

$$J_A = \int_0^{t_f} H(x, u, \lambda) + \dot{\lambda}x d\tau + \theta\eta_2(x(t_f)) \quad (2)$$

где $H(x, u, \lambda) = L(x, u) + \lambda f(x, u)$, θ — множитель Лагранжа (константа), η_2 — функция для фиксации положения в t_f .

Функция накладывающая ограничение на значение состояния ОУ в момент времени t_f :

$$\eta_2(x(t_f)) = x(t_f) - x_f = x(t)|_{t=t_f} - x_f \quad (3)$$

Уравнение оптимальности:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (4)$$

Уравнение сопряженной системы:

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (5)$$

Уравнение трансверсальности:

$$\left(-\lambda + \theta \frac{\partial \eta_2}{\partial x}\right) \Big|_{t_f} = 0 \quad (6)$$

3 Исходные данные

Варианту №2 соответствует следующий набор исходных данных:

$$\dot{x} = -2x + u, \quad J = \int_0^1 x^2(\tau) + u^2(\tau) d\tau, \quad x(1) = 5. \quad (7)$$

4 Результаты практических действий

Запишем Лагранжиан и Гамильтониан системы:

$$L(x, u) = x^2 + u^2, \quad H(x, u, \lambda) = x^2 + u^2 + \lambda(-2x + u) \quad (8)$$

Найдем структуру регулятора из уравнения оптимальности:

$$2u + \lambda = 0 \quad \Rightarrow \quad u = -\frac{1}{2}\lambda \quad (9)$$

Тогда ОУ:

$$\dot{x} = -2x - \frac{1}{2}\lambda \quad (10)$$

Запишем уравнение сопряженной системы:

$$\dot{\lambda} = 2\lambda - 2x \quad (11)$$

Объединим модели ОУ с регулятором и сопряженной системы и запишем:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -2x - \frac{1}{2}\lambda \\ \dot{\lambda} &= -2x + 2\lambda \end{aligned} \Rightarrow \quad \dot{\xi} = A_{\xi}\xi \quad \Rightarrow \quad \xi = e^{A_{\xi}t}\xi(0) \quad (12)$$

где $\xi = \begin{bmatrix} x & \lambda \end{bmatrix}^T$, $A_{\xi} = \begin{bmatrix} -2 & -\frac{1}{2} \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$.

Из условия трансверсальности:

$$\lambda(t_f) = \theta \quad (13)$$

И, используя заданные ограничения, получим:

$$\xi(1) = e^{A_{\xi}}\xi(0) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 5 \\ \theta \end{bmatrix} = Z \cdot \begin{bmatrix} x(0) \\ \lambda(0) \end{bmatrix} \Rightarrow \quad \lambda(0) = \frac{5 - Z_{11}x(0)}{Z_{12}} \quad (14)$$

где $Z = e^{A_{\xi}}$.

Таблица 1 – Значения критерия качества для различных начальных условий и различных коэффициентах регулятора

	Опт. регулятор u = - 0.5 λ	Неоптимальный u = -0.1 λ	Неоптимальный u = - 2 λ
J(1.2) x(0)=0	107.197	107.325	108.387
J(1.2) x(0)=10	87.623	88.643	96.741

Графики переходных процессов показаны на рисунках 1–2, а использованная для их получения схема моделирования — на рисунке 3.

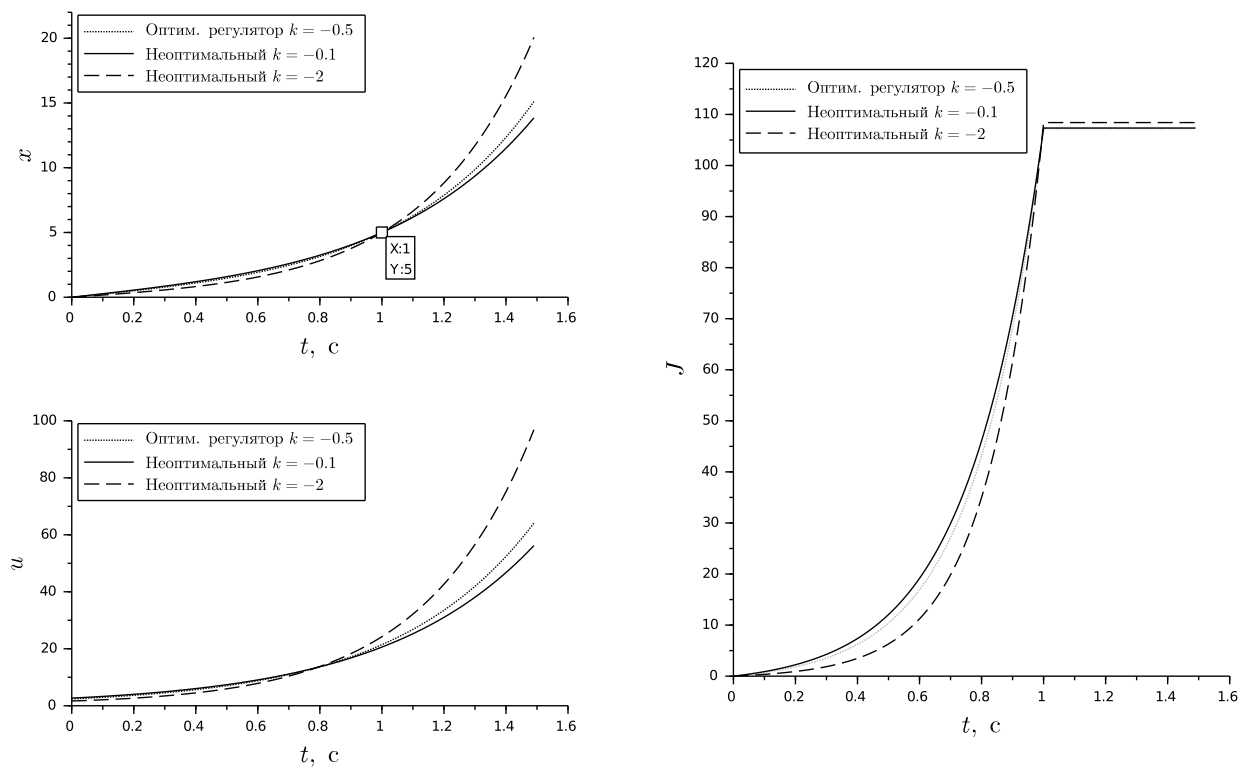


Рисунок 1 – Графики переходных процессов для начального условия $x(0) = 0$

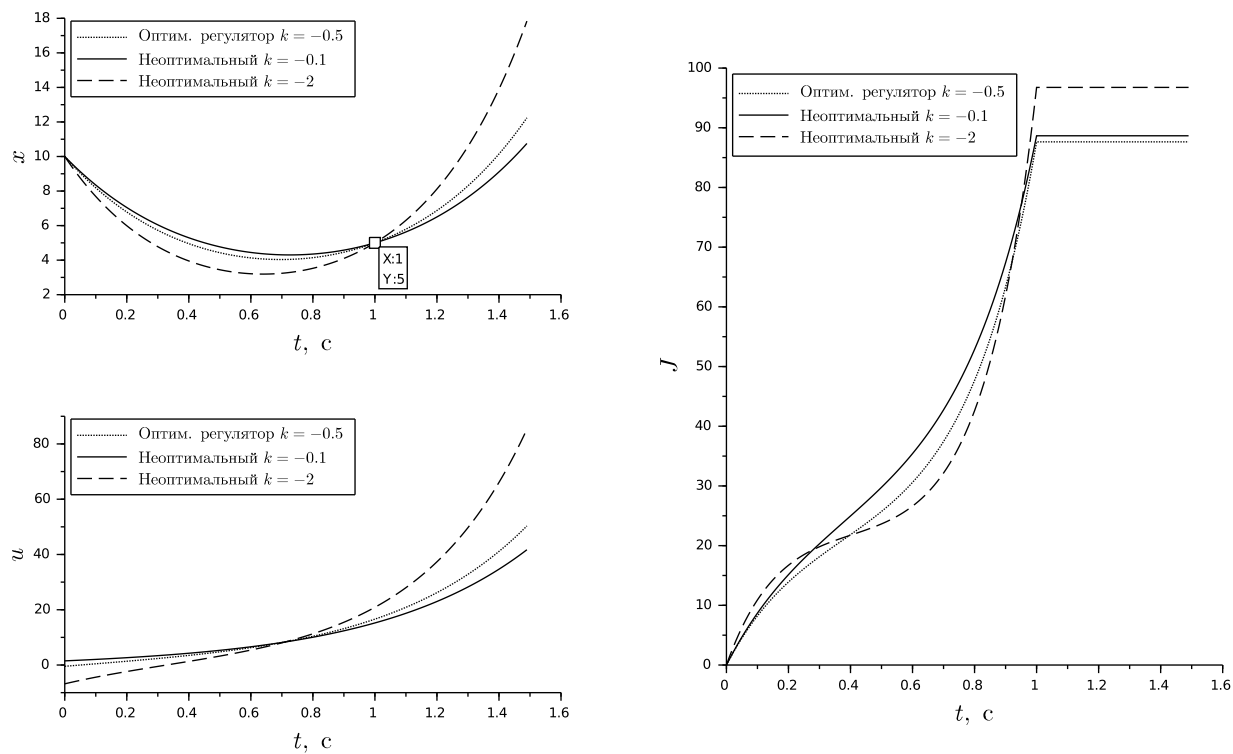


Рисунок 2 – Графики переходных процессов для начального условия $x(0) = 10$

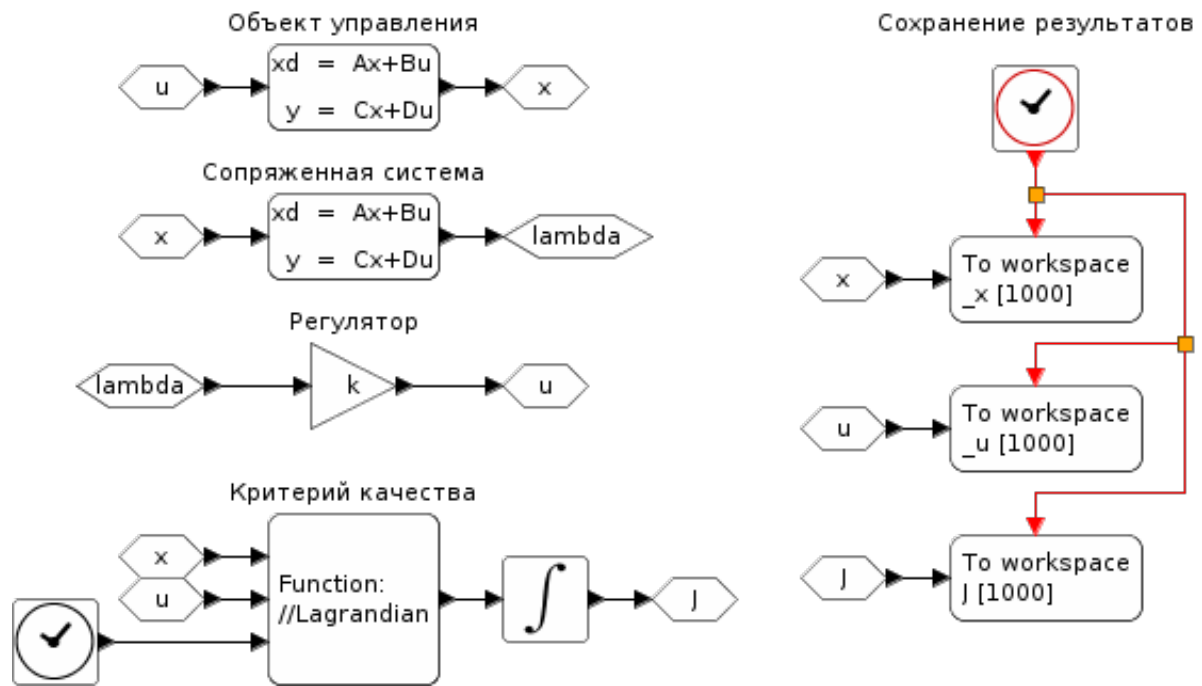


Рисунок 3 – Схема моделирования рассматриваемой системы

5 Выводы по работе

В результате проделанной работы для заданного ОУ было рассчитано управление, оптимальным образом решающее задачу управления в условиях наложенного ограничения с точки зрения минимизации критерия (7).