

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования**

**Университет ИТМО**

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа P4135

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

**к расчетно-исследовательской работе магистрантов**

**по дисциплине**

Интеллектуальное управление в условиях неопределенности

Автор РИРМ Артемов К. (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Руководитель Ушаков А.В. (подпись)  
(фамилия, и.о.)

“ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г. Санкт-Петербург, 20 \_\_\_\_ г.

Курсовая работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

САНКТ – ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И  
ОПТИКИ

КАФЕДРА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

«УТВЕРЖДАЮ»  
Зав.кафедрой А.А.Бобцов

**ЗАДАНИЕ**

на расчетно – исследовательскую работу (РИРМ) магистрантов по дисциплине  
**ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ**

СТУДЕНТУ: Артемову Кириллу, группа Р4135, кафедра СУиИ

РУКОВОДИТЕЛЬ: д.т.н., профессор А.В.Ушаков

1. ТЕМА РИРМ: **ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ  
ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ, СИНТЕЗ НЕАДАПТИВНЫХ И АДАПТИВНЫХ  
АЛГОРИТМОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ НЕОБХОДИМУЮ РОБАСТНОСТЬ ИХ  
ДИНАМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ**

2. СРОКИ выполнения РИРМ 17 – я неделя семестра (30 мая 2017 года)

3. СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАНИЯ:

- 3.1. Построить МТЧ **непрерывного ОУ(НОУ)**; с использованием матрицы управляемости агрегированной системы ранжировать параметры  $q_j$  по потенциальной чувствительности
- 3.2. Построить МТЧ **дискретного ОУ(ДОУ)** к вариации интервала дискретности.
- 3.3. Построить МТЧ спроектированной непрерывной системы (СНС) по каждому из параметров и для значения  $|\Delta q_j| = 0.3$ ; выделить доминирующие параметры по степени их влияния на величину  $\sigma$  перерегулирования и длительность  $t_n$  переходного процесса; \_\_\_\_\_
- 3.4. Построить матрицу функций модальной чувствительности (МФМЧ) и выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров.
- 3.5. Методом модального управления (МУ), базовый алгоритм которого дополняется контролем нормы  $\|F_o\|$  медианной составляющей интервальной матрицы  $[F]$  спроектированной системы для целей вычисления оценки  $\delta_r F$  ее относительной интервальности. Исследовать свойство робастной устойчивости полученной системы с помощью метода В.Л. Харитонова.
- 3.6. Оценить алгебраическую реализуемость неадаптивного и адаптивного управления, обеспечивающего параметрическую инвариантность выхода системы, и синтезировать их.

3.7. ВАРИАНТ ЗАДАНИЯ (ВПИСАТЬ СВОЙ) 1.1А-1.2А-2.1Б-2.2Б-3А-4-А5А-6А-7А

4. СОДЕРЖАНИЕ пояснительной записки (перечень подлежащих разработке вопросов):

- 4.1. Введение. Постановка задачи \_\_\_\_\_
- 4.2. Построение МТЧ НОУ и результаты ее исследования \_\_\_\_\_
- 4.3. Построение МТЧ ДОУ и результаты ее исследования \_\_\_\_\_
- 4.4. Построение МТЧ СНС и результаты ее исследования \_\_\_\_\_
- 4.5. Построение МФМЧ и результаты ее исследования \_\_\_\_\_
- 4.6. Построение медианного МУ НОУ и оценка его результатов \_\_\_\_\_
- 4.7. Синтез неадаптивного и адаптивного управления, обеспечивающего параметрическую инвариантность выхода СНС относительно неопределенности НОУ \_\_\_\_\_
- 4.8. Заключение \_\_\_\_\_
- 4.9. Литература \_\_\_\_\_
- 4.10. Приложение \_\_\_\_\_

5. ИСХОДНЫЕ материалы и пособия к РИРМ:

- 5.1. Никифоров В.О., Слита О.В., Ушаков А.В. Интеллектуальное управление в условиях неопределенности: учебное пособие. СПб.: СПбГУИТМО, 2011.
- 5.2. Никифоров В.О., Ушаков А.В. Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация и робастность. СПб.: СПбГИТМО(ТУ), 2002.
- 5.3. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. - СПб.: Наука, 2003.
- 5.4. Дударенко Н.А., Слита О.В., Ушаков А.В. Математические основы современной теории управления: аппарат метода пространства состояний: учебное пособие. / Под ред. Ушакова А.В. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2008. – 323 с.

6. ДАТА выдачи задания на РИРМ \_\_\_\_\_

*РУКОВОДИТЕЛЬ* \_\_\_\_\_

7. ДАТА начала выполнения РИРМ \_\_\_\_\_

*СТУДЕНТ* \_\_\_\_\_

# Содержание

<b>Введение. Постановка задачи</b>	<b>6</b>
<b>1 Построение МТЧ НОУ и результаты ее исследования</b>	<b>7</b>
1.1 Непрерывный ОУ в форме ВСВ . . . . .	7
1.2 Модель траекторной чувствительности НОУ . . . . .	8
1.3 Ранжирование параметров . . . . .	9
<b>2 Построение МТЧ ДОУ и результаты ее исследования</b>	<b>13</b>
2.1 Переход к дискретному описанию ОУ . . . . .	13
2.2 Построение МТЧ ДОУ к вариации интервала дискретности . . .	14
<b>3 Построение МТЧ СНС и результаты ее исследования</b>	<b>17</b>
3.1 Синтез закона модального управления . . . . .	17
3.2 Построение МТЧ спроектированной системы для каждого из па- раметров $q_j$ . . . . .	20
3.3 Определение доминирующих параметров . . . . .	26
<b>4 Построение МФМЧ и результаты ее исследования</b>	<b>28</b>
4.1 Построение МФМЧ . . . . .	28
4.2 Выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров . . .	30
<b>5 Получение ВМО НОУ с интервальными параметрами</b>	<b>31</b>
5.1 Построение векторно-матричное описание НОУ . . . . .	31
<b>6 Построение медианного МУ НОУ и оценка его результатов</b>	<b>33</b>
6.1 Получение ВМО НОУ с интервальными параметрами только мат- рицы состояния . . . . .	34
6.2 Синтез медианного МУ НОУ . . . . .	36
6.3 Исследование свойства робастности системы . . . . .	37

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	<div style="text-align: center; font-size: 1.2em; font-weight: bold;">КСУИ.06.4135.001 ПЗ</div>							
					Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	РИРМ “Интеллектуальное управление в условиях неопределенности” Пояснительная записка	Лит. <td>Лист</td> Листов	Лист
Разраб.	Артемов К.											
Пров.	Ушаков А.В.											
Н. контр.												
Утв.												

Список использованных источников

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

Введение. Постановка задачи

Задан непрерывный объект управления (НОУ) с помощью передаточной функции (ПФ) «вход-выход (ВВ)»

$$\Phi(s, q) = \frac{b_0(1 + q_1)s + b_1(1 + q_2)}{[a_0(1 + q_3)s + a_1(1 + q_4)] [a_2(1 + q_5)s^2 + a_3(1 + q_6)s + a_4(1 + q_7)]} \tag{1}$$

где  $q_{10} = q_{20} = q_{30} = q_{40} = q_{50} = q_{60} = q_{70} = 0$  — номинальные значения параметров  $q_{j0}, j = \overline{1, 7}$ .

Необходимо проделать работу в соответствии с заданием на расчетно-исследовательскую работу магистранта (РИРМ). Исходные данные для варианта №6 ААББАААА указаны в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

1.1. Значения параметров ПФ	$b_0 = 3; b_1 = 0.4; a_0 = 2; a_1 = 0.6; a_2 = 0; a_3 = 6; a_4 = 10$
1.2. Базис описания НОУ	канонический управляемый
2.1. Интервал дискретности	$\Delta t = 0.03с$
2.2. Метод перехода к ДОУ	с помощью интегральной модели ВСВ НОУ
3. Характеристическая частота	$\omega_0 = 3с^{-1}$
5. Граничные (угловые) значения параметра $q_j$	$\underline{q_j} = -0.2; \overline{q_j} = 0.2$
6. Относительная интервальность матрицы состояния системы	$\delta_{IR}F = 0.02$
7. Величина параметрической неопределенности	$\underline{q_j} = -0.2; \overline{q_j} = 0.2$

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата

# 1 Построение МТЧ НОУ и результаты ее исследования

- 1) Записать непрерывный ОУ (НОУ) в форме «вход-состояние-выход (ВСВ)» в требуемом базисе;
- 2) Построить модель траекторной чувствительности (МТЧ) НОУ;
- 3) Произвести ранжирование параметров по потенциальной чувствительности к ним выхода ОУ с использованием матрицы управляемости агрегированной системы; Оценить, какое из дополнительных движений, вызванных вариацией, потребует максимальных затрат управления при обеспечении его асимптотической сходимости к нулю.

## 1.1 Непрерывный ОУ в форме ВСВ

Заданный ОУ описывается ПФ

$$\Phi(s, q) = \frac{3(1 + q_1)s + 0.4(1 + q_2)}{(2(1 + q_3)s + 0.6(1 + q_4))(6(1 + q_6)s + 10(1 + q_7))} \quad (1.1)$$

Для составления векторно-матричного описания ОУ запишем ПФ в форме

$$\Phi(s, q) = \frac{\frac{(1 + q_1)}{4(1 + q_3)(1 + q_6)}s + \frac{(1 + q_2)}{30(1 + q_3)(1 + q_6)}}{s^2 + \frac{20(1 + q_3)(1 + q_7) + 3.6(1 + q_4)(1 + q_6)}{12(1 + q_3)(1 + q_6)}s + \frac{(1 + q_4)(1 + q_7)}{2(1 + q_3)(1 + q_6)}}$$

В каноническом управляемом базисе векторно-матричное представление ОУ принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{x}(t, q) = A(q)x(t, q) + Bu(t) \\ y(t, q) = C(q)x(t, q) \end{cases} \quad (1.2)$$

в котором

$$A(q) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{(1 + q_4)(1 + q_7)}{2(1 + q_3)(1 + q_6)} & -\frac{20(1 + q_3)(1 + q_7) + 3.6(1 + q_4)(1 + q_6)}{12(1 + q_3)(1 + q_6)} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Подп. и дата	
Инв. № дубл.	
Взам. инв. №	
Подп. и дата	
Инв. № подл.	

$$C(q) = \begin{bmatrix} \frac{(1+q_2)}{30(1+q_3)(1+q_6)} & \frac{(1+q_1)}{4(1+q_3)(1+q_6)} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

ПФ номинального ОУ, когда параметры  $q_j = 0, j = \overline{1, 7}$ , представляет собой

Матрицы модели ВСВ номинального ОУ имеют реализации

Введем обозначения

$$A(q)|_{q=q_0} = A; B(q)|_{q=q_0} = B; C(q)|_{q=q_0} = C;$$

$$x(t, q)|_{q=q_0} = x(t); y(t, q)|_{q=q_0} = y(t);$$

Теперь для  $j$ -й модели траекторной чувствительности получим представление МТЧ

МТЧ будет генерировать функции траекторной чувствительности  $\sigma_j(t)$  по состоянию и  $\eta_j(t)$  по выходу, если ее дополнить моделью номинального ОУ 1.2.



На состояние заданного ОУ влияют  $p = 6$  (далее, под записью  $j = \overline{1, p}$  будет подразумеваться, что  $j = 1, 2, 3, 4, 6, 7$ ) параметров:  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_6, q_7$ . Вычислим матрицы моделей траекторной чувствительности

$$A_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \quad (1.8)$$

$$A_{q_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_{q_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{30} & 0 \end{bmatrix}; \quad (1.9)$$

$$A_{q_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 36 \\ \frac{1}{2} & \frac{120}{120} \end{bmatrix}; B_{q_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_3} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}; \quad (1.10)$$

$$A_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -3.6 \\ -\frac{1}{2} & -3.6 \end{bmatrix}; B_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (1.11)$$

$$A_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 20 \\ \frac{1}{2} & \frac{12}{12} \end{bmatrix}; B_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_6} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}; \quad (1.12)$$

$$A_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 20 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{12}{12} \end{bmatrix}; B_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (1.13)$$

### 1.3 Ранжирование параметров

Сконструируем агрегированную систему с составным вектором  $\tilde{x}_j = col\{x, \sigma_j\}$  размерности  $\dim \tilde{x} = 2n$ , которая объединением 1.7 и 1.2, получает представление

$$\dot{\tilde{x}}_j(t) = \tilde{A}_j \tilde{x}_j(t) + \tilde{B}_j u(t); \tilde{x}_j(0) = col\{x(0), 0\} \quad (1.14)$$

$$x(t) = \tilde{C}_{x_j} \tilde{x}_j; \quad (1.15)$$

$$y(t) = \tilde{C}_j \tilde{x}_j(t); \quad (1.16)$$

$$\sigma_j(t) = \tilde{C}_{\sigma_j} \tilde{x}_j(t); \quad (1.17)$$

$$\eta_j(t) = \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{x}_j(t) \quad (1.18)$$

Инов. № дубл.	Подп. и дата						
Взам. инв. №							
Подп. и дата							
Инов. № подл.							
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ		Лист
							9

где

$$j = \overline{1, p}, \tilde{A}_j = \begin{bmatrix} A & 0 \\ A_{q_j} & A \end{bmatrix}, \tilde{B}_j = \begin{bmatrix} B \\ B_{q_j} \end{bmatrix},$$
$$\tilde{C}_{x_j} = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & O_{n \times n} \end{bmatrix}, \tilde{C}_j = \begin{bmatrix} C & 0_{m \times n} \end{bmatrix}, \tilde{C}_{\sigma_j} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \end{bmatrix}, \tilde{C}_{\eta_j} = \begin{bmatrix} C_{q_j} & C \end{bmatrix}.$$

Составим необходимые матрицы

$$\tilde{A}_{1,2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 236 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix}; \tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 236 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{36}{120} & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix};$$
$$\tilde{A}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 236 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -3.6 & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix}; \tilde{A}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 236 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{20}{12} & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix};$$
$$\tilde{A}_7 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 236 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{20}{12} & -\frac{1}{2} & -\frac{236}{120} \end{bmatrix}; \tilde{B}_{1,2,3,4,6,7} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

Инь. № подл.	Подп. и дата	Инь. № дубл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата

$$\tilde{C}_{x_{1,2,3,4,6,7}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \tilde{C}_{1,2,3,4,6,7} = \begin{bmatrix} \frac{1}{30} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_{\sigma_{1,2,3,4,6,7}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_{\eta_1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tilde{C}_{\eta_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{30} & 0 & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_{\eta_3} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tilde{C}_{\eta_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{C}_{\eta_6} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}; \tilde{C}_{\eta_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{30} & \frac{1}{4} \end{bmatrix};$$

Для ранжирования параметров по возможным затратам ресурсов управления для достижения нечувствительности траектории проектируемой системы к этим вариациям проведем анализ управляемости системы 1.14 по ее выходу  $\eta_j$ .

Требования к ресурсам управления заметно снижаются, если изначально ограничиться задачей обеспечения траекторной нечувствительности выхода проектируемой системы. На уровне требований к структурным свойствам агрегированной системы 1.14 задача сводится к контролю управляемости тройки матриц  $(\tilde{C}_{\eta_j}, \tilde{A}_j, \tilde{B}_j)$  и количественной оценке эффекта управления по переменной  $\eta_j$  при приложении управления  $u(t)$  фиксированной нормы с помощью сингулярных чисел матрицы управляемости

$$\tilde{W}_{\eta_j} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{B}_j & \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{A}_j \tilde{B}_j & \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{A}_j^2 \tilde{B}_j & \cdots & \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{A}_j^{2n-1} \tilde{B}_j \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
				11

С учетом  $n = 2$ , рассчитаем матрицы управляемости  $\tilde{W}_{\eta_i}$

$$\tilde{W}_{y\eta_1} = \begin{bmatrix} 0.25 & -0.4916667 & 0.8419444 & -1.4099907 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W}_{y\eta_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0.0333333 & -0.0655556 & 0.1122593 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W}_{y\eta_3} = \begin{bmatrix} -0.25 & 0.5333333 & -0.9363889 & 1.5786481 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W}_{y\eta_4} = \begin{bmatrix} 0. & -0.9 & 3.295 & -8.596 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W}_{y\eta_6} = \begin{bmatrix} -0.25 & 0.875 & -2.2347222 & 5.0222685 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W}_{y\eta_7} = \begin{bmatrix} 0. & -0.4166667 & 1.4583333 & -3.724537 \end{bmatrix}$$

Вычислим для полученных матриц управляемости сингулярные числа

$$\alpha\{\tilde{W}_{y\eta_1}\} = 1.7323915, \alpha\{\tilde{W}_{y\eta_2}\} = 0.1342043, \quad (1.20)$$

$$\alpha\{\tilde{W}_{\eta\eta_3}\} = 1.9276666, \alpha\{\tilde{W}_{\eta\eta_4}\} = 9.2497698, \quad (1.21)$$

$$\alpha\{\tilde{W}_{y\eta_6}\} = 5.57183, \alpha\{\tilde{W}_{y\eta_7}\} = 4.0215076 \quad (1.22)$$

Ранги матриц  $\tilde{W}_{\eta_j}$  равны  $\text{rang}(\tilde{W}_{\eta_j}) = 1$ , что совпадает с размерностью  $m = 1$  вектора выхода. Таким образом, выбором закона управления можно обеспечить сходимость  $\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta y(t, q_0, \Delta q_j) = 0$ ;  $j = \overline{1, p}$  с заданным темпом [1]. Сингулярные числа матриц  $\tilde{W}_{\eta_j}$  принимают значения 1.20–1.22. Проранжируем параметры  $q_j$  в порядке увеличения затрат ресурсов на управление

- 1)  $q_4$

- $$2) \quad q_6$$

- 3)  $q_7$

- 4)  $q_3$

- 5)  $q_1$

- 6)  $q_2$

Отсюда следует, что асимптотическая сходимость к нулю дополнительного движения  $\Delta y(t, q_0, \Delta q_2)$  будет требовать наибольших затрат на управление, чем сходимость остальных дополнительных движений, с тем же темпом.

## 2 Построение МТЧ ДОУ и результаты ее исследования

- 1) Перейти к дискретному описанию ОУ с помощью интегральной модели ВСВ НОУ;
- 2) Построить модель траекторной чувствительности (МТЧ) дискретного ОУ (ДОУ) к вариации интервала дискретности;

### 2.1 Переход к дискретному описанию ОУ

ДОУ представляет собой дискретную по времени с интервалом дискретности длительности  $\Delta t$  выборку из непрерывных процессов по вектору состояния  $x(t, q)$  и выходу  $y(t, q)$  при фиксированном на интервале  $t \in [\Delta tk, \Delta t(k + 1)]$  значении управления  $u(t) = u(\Delta tk) = u(k)$ . Имеет следующий вид

$$\begin{cases} x(k + 1, q) = \overline{A}(q)x(k, q) + \overline{B}(q)u(k) \\ y(k, q) = \overline{C}(q)x(k, q) \end{cases} \quad (2.1)$$

где матрицы непрерывного 1.2 и дискретного 2.1 ОУ связаны следующими функциональными соотношениями

$$\overline{A}(q) = e^{A(q)\Delta t}; \overline{B}(q) = A^{-1}(q)(e^{A(q)\Delta t} - I)B(q); \overline{C}(q) = C(q) \quad (2.2)$$

Номинальная модель ДОУ получается из 2.1 при векторе параметров  $q = q_0$

$$\begin{cases} x(k + 1) = \overline{A}x(k) + \overline{B}u(k) \\ y(k) = \overline{C}x(k) \end{cases} \quad (2.3)$$

Общий вид интегральной модели [2] ВСВ НОУ имеет вид

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \int_0^t \Phi(t, \tau)Bu(\tau)d\tau \quad (2.4)$$

$$y(t) = C\Phi(t)x(0) + \int_0^t C\Phi(t, \tau)Bu(\tau)d\tau \quad (2.5)$$

где  $\Phi(t) = e^{At}$ ,  $\Phi(t, \tau) = \Phi(t)\Phi^{-1}(\tau) = e^{A(t-\tau)}$ .

Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
									13
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата					

Используя интегральную запись модели ВСВ непрерывного динамического объекта, нетрудно получить связь между матрицами модели ВСВ дискретного и непрерывного объектов в форме

$$\overline{A} = \Phi(\Delta t) = e^{A\Delta t}, \overline{B} = \Phi(\Delta t) \int_0^{\Delta t} \Phi^{-1}(\tau) d\tau B, \overline{C} = C \tag{2.6}$$

И окончательные формулы для перехода

$$\overline{A} = e^{A\Delta t}, \overline{B} = A^{-1}(e^{A\Delta t} - I)B, \overline{C} = C \tag{2.7}$$

При  $\Delta t = 0.03\text{с}$ , рассчитаем матрицы модели ВСВ ДОУ

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} 0.9997794 & 0.0291300 \\ -0.0145650 & 0.9424904 \end{bmatrix}; \overline{B} = \begin{bmatrix} 0.0004413 \\ 0.0291300 \end{bmatrix}; \overline{C} = \begin{bmatrix} 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix};$$

2.2 Построение МТЧ ДОУ к вариации интервала дискретности

Модель траекторной чувствительности, необходимая для генерирования функций траекторной чувствительности  $\sigma(k)$  и  $\eta(k)$  по состоянию и выходу ДОУ, строится путем дифференцирования компонентов представления 2.1 по компонентам  $q_j$  вектора параметров  $q$  при его номинальном значении (в нашем случае  $q = \Delta t$ ), в результате чего для МТЧ получаем

$$\begin{cases} \sigma(k+1) = \overline{A}\sigma(k) + \overline{A}_q x(k) + \overline{B}_q u(k) \\ \eta(k) = \overline{C}\sigma(k) + \overline{C}_q x(k) \end{cases} \tag{2.8}$$

Подп. и дата		Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ	Лист
Инв. № дубл.								14
Взам. инв. №								
Подп. и дата								
Инв. № подл.								

где

$$\begin{aligned}\bar{A}_q &= \left. \frac{\partial \bar{A}(q)}{\partial \Delta t} \right|_{q=q_0}; \bar{B}_q = \left. \frac{\partial \bar{B}(q)}{\partial \Delta t} \right|_{q=q_0}; \bar{C}_q = \left. \frac{\partial \bar{C}(q)}{\partial \Delta t} \right|_{q=q_0}; \\ \sigma(t) &= \left. \frac{\partial x(k, q)}{\partial \Delta t} \right|_{q=q_0}; \eta(t) = \left. \frac{\partial y(k, q)}{\partial \Delta t} \right|_{q=q_0}; \\ \frac{\partial \bar{A}(q)}{\partial \Delta t} &= \frac{\partial (e^{A(q)\Delta t})}{\partial \Delta t} = A(q)e^{A(q)\Delta t} = e^{A(q)\Delta t} A(q) = \bar{A}(q)A(q); \\ \frac{\partial \bar{B}(q)}{\partial \Delta t} &= \frac{\partial}{\partial \Delta t} [A^{-1}(q)(e^{A(q)\Delta t} - I)B(q)] = A^{-1}(q)A(q)e^{A(q)\Delta t}B = \bar{A}(q)B(q); \\ \frac{\partial \bar{C}(q)}{\partial \Delta t} &= \frac{\partial C(q)}{\partial \Delta t} = 0.\end{aligned}$$

Используя полученные выражения вычислим матрицы МТЧ ДОУ

$$\overline{A}_q = \begin{bmatrix} -0.0145650 & 0.9424904 \\ -0.4712452 & -1.8681295 \end{bmatrix}; \overline{B}_q = \begin{bmatrix} 0.0291300 \\ 0.9424904 \end{bmatrix}; \overline{C}_q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix};$$

Сконструируем агрегированную систему с составным вектором  $\tilde{x} = col\{x, \sigma\}$  размерности  $\dim \tilde{x} = 2n$ , которая объединением 2.3 и 2.8, получает представление

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}u(k); \tilde{x}(0) = col\{x(0), 0\} \quad (2.9)$$

$$x(k) = \tilde{\bar{C}}_{x_j} \tilde{x}(k); \quad (2.10)$$

$$y(k) = \tilde{\bar{C}}\tilde{x}(k); \quad (2.11)$$

$$\sigma(k) = \tilde{C}_\sigma \tilde{x}(k); \quad (2.12)$$

$$\eta(k) = \tilde{\bar{C}}_{\eta} \tilde{x}(k) \quad (2.13)$$

где

$$\begin{aligned}\tilde{\bar{A}} &= \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 \\ \bar{A}_q & \bar{A} \end{bmatrix}, \tilde{\bar{B}} = \begin{bmatrix} \bar{B} \\ \bar{B}_q \end{bmatrix}, \\ \tilde{\bar{C}}_x &= \begin{bmatrix} I_{n \times n} & O_{n \times n} \end{bmatrix}, \tilde{\bar{C}} = \begin{bmatrix} \bar{C} & 0_{m \times n} \end{bmatrix}, \tilde{\bar{C}}_\sigma = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \end{bmatrix}, \tilde{\bar{C}}_\eta = \begin{bmatrix} \bar{C}_q & \bar{C} \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Составим необходимые матрицы

$$\begin{aligned}\tilde{A} &= \begin{bmatrix} 0.9997794 & 0.0291300 & 0 & 0 \\ -0.0145650 & 0.9424904 & 0 & 0 \\ -0.0145650 & 0.9424904 & 0.9997794 & 0.0291300 \\ -0.4712452 & -1.8681295 & -0.0145650 & 0.9424904 \end{bmatrix}; \\ \tilde{B} &= \begin{bmatrix} 0.0004413 \\ 0.0291300 \\ 0.0291300 \\ 0.9424904 \end{bmatrix}; \tilde{C}_\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Проверим управляемость агрегированной системы по выходу  $\eta(k)$  с помощью матрицы управляемости  $\tilde{W}_{y\eta}$

$$\tilde{W}_{y\eta} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_\eta \tilde{B} & \tilde{C}_\eta \tilde{A} \tilde{B} & \tilde{C}_\eta \tilde{A}^2 \tilde{B} & \dots & \tilde{C}_\eta \tilde{A}^{2n-1} \tilde{B} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

которая с учетом  $n = 2$  имеет реализацию

$$\tilde{W}_{y\eta} = \begin{bmatrix} 0.2365936 & 0.2111102 & 0.1875234 & 0.1657095 \end{bmatrix}$$

Ранги матриц  $\tilde{W}_\eta$  равны  $\text{rang}(\tilde{W}_\eta) = 1$ , что совпадает с размерностью  $m = 1$  вектора выхода. Таким образом, выбором закона управления можно обеспечить сходимость  $\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta y(t, q_0, \Delta t) = 0$  с заданным темпом.

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист
										16
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						



### 3 Построение МТЧ СНС и результаты ее исследования

- 1) Синтезировать закон управления (ЗУ) вида  $u(t) = K_g g(t) + Kx(t)$ , который должен обеспечивать системе:

$$\begin{cases} \dot{x}(t, q) = F(q)x(t, q) + G(q)g(t); \\ y(t, q) = C(q)x(t, q) \end{cases}, \quad (3.1)$$

где  $F(q) = A(q) - B(q)K$ ,  $G(q) = B(q)K_g$ , образованной объединением НОУ и ЗУ равенство входа  $g(t)$  и выхода  $y(t)$  в неподвижном состоянии при номинальных значениях параметров с помощью:

- 1) матрицы  $K_g$  прямой связи по входу  $g(t)$ ;
- 2) матрицы  $K$  обратной связи по состоянию  $x(t)$

распределение мод Баттерворта с характеристической частотой  $\omega_0 = 3c^{-1}$ ;

- 2) Построить МТЧ спроектированной системы по каждому из параметров и для значения  $|\Delta q_j| = 0.3$ ;
- 3) Выделить доминирующие параметры по степени их влияния на величину  $\sigma$  перерегулирования и длительности  $t_n$  переходного процесса.

#### 3.1 Синтез закона модального управления

Замкнутая система 3.1 образована агрегированием ОУ 1.2 и регулятора, реализующего закон управления:

$$u(t) = K_g g(t) + Kx(t) \quad (3.2)$$

в виде прямой связи (ПС) по внешнему воздействию и отрицательной обратной связи (ОС) по вектору состояния ОУ, матрицы которого  $K_g$  и  $K$  просинтезированы для случая номинальной версии ОУ.

Инв. № подл.	Подп. и дата				Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ	Лист 17
Инв. № дубл.	Подп. и дата				Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ	Лист 17
Взам. инв. №	Подп. и дата				Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ	Лист 17
Подп. и дата	Подп. и дата				Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ	Лист 17

Перед началом расчета матриц коэффициентов регулятора 3.2 убедимся, что система 1.2 обладает свойством управляемости. Для этого найдем матрицу управляемости и ее определитель

$$U = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1.9666667 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\det(U) = -1 \quad (3.4)$$

Номинальна система ОУ 1.2 полностью управляема, так как матрица управляемости  $U$  не вырождена.  $\text{rang}(U) = 2$  и равен порядку систему.

Для придания матрице  $F = A - BK$  распределения мод Баттерворта с характеристической частотой  $\omega_0 = 3c^{-1}$  составим эталонную модель ОУ

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \Gamma \xi(t) \\ v(t) = H \xi(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

где  $\Gamma$  и  $H$  — матрицы состояния и выхода эталонной системы.

Решим стандартный полином Баттерворта второго порядка

$$\lambda^2 + 1.414\omega_0\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (3.6)$$

$$\lambda^2 + 4.242\lambda + 9 = 0, \quad (3.7)$$

корни которого  $\lambda_{1,2} = -2.121 \pm j2.1216406$

Определим матрицы состояния и выхода эталонной модели. Так как корни желаемого полинома получились комплексные, то матрица  $\Gamma$  примет вид

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -\alpha & \beta \\ -\beta & -\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.121 & 2.1216406 \\ -2.1216406 & -2.121 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Матрица  $H$  выбирается из условия полной наблюдаемости матриц  $\Gamma$  и  $H$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Матрицу коэффициентов ОС  $K$  найдем, решая уравнение Сильвестра

$$\begin{cases} BH = M\Gamma - AM \\ K = -HM^{-1} \end{cases} \quad (3.10)$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	<div>КСУИ.06.4135.001 ПЗ</div>	Лист
						18
						Копировал

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

Изм.

Лист

№ докум.

Подп.

Дата

</

Вычислим матрицу преобразования  $M$

$$M = \begin{bmatrix} -0.0998304 & 0.1311712 \\ -0.0665578 & -0.4900185 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Найдем матрицу коэффициентов  $K$

$$K = \begin{bmatrix} 8.5 & 2.2753333 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Запишем матрицу замкнутой системы  $F$  при номинальных значениях параметров  $q_j$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9 & -4.242 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Найдем коэффициент ПС  $K_g$  из выражения

$$K_g = -(CF^{-1}B)^{-1} \quad (3.14)$$

$$K_g = 270 \quad (3.15)$$

Тогда матрица  $G$  принимает вид

$$G = BK_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 270 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Смоделируем полученную систему в пакете прикладных математических программ Scilab, подав в качестве входного сигнала единичное ступенчатое воздействие

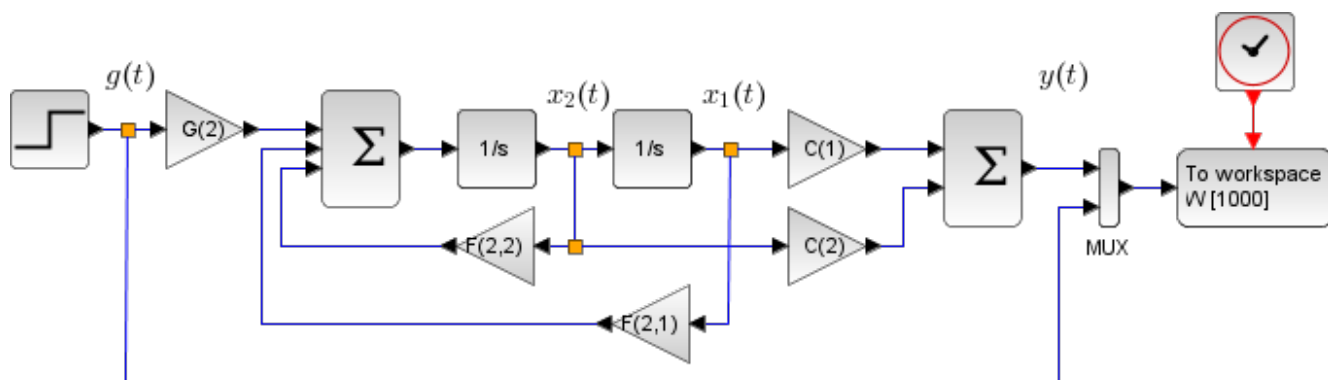


Рисунок 3.1 – Схема моделирования замкнутой системы 3.1

Инв. № подл.	Подп. и дата				Лист 19
	Взам. инв. №				
	Инв. № дубл.				
	Подп. и дата				
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	

Тогда матрица  $G$  принимает вид

$$G = BK_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 270 \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

Смоделируем полученную систему в пакете прикладных математических программ Scilab, подав в качестве входного сигнала единичное ступенчатое воздействие

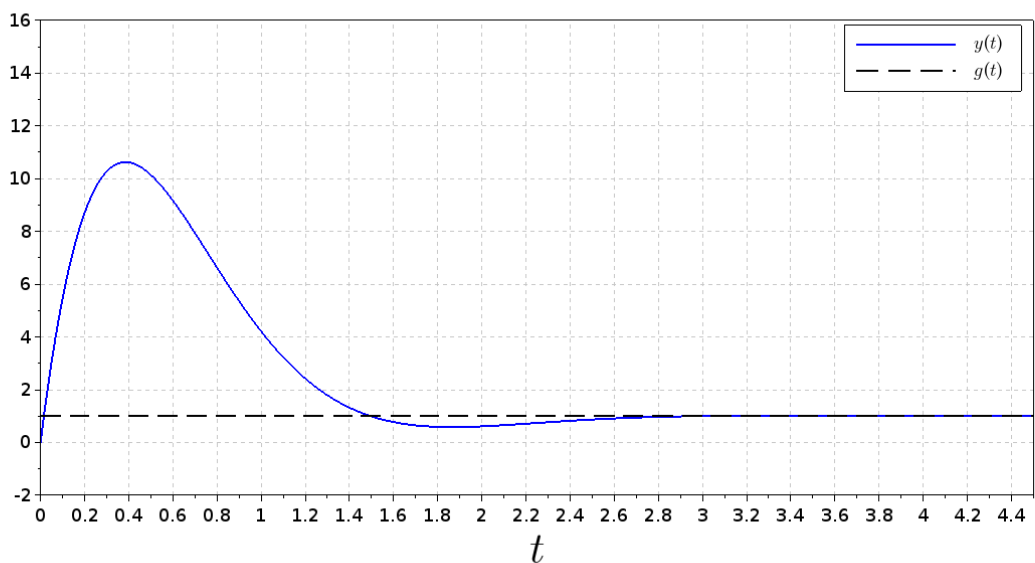


Рисунок 3.2 – Переходная характеристика замкнутой системы 3.1

Таким образом, система обеспечивает равенство входа  $g(t)$  и выхода  $y(t)$  в неподвижном состоянии при номинальных значениях параметров  $q_j$ .

### 3.2 Построение МТЧ спроектированной системы для каждого из параметров $q_j$

Введем обозначения

$$F_{q_j} = \left. \frac{\partial F(q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0}; G_{q_j} = \left. \frac{\partial G(q)}{\partial q_j} \right|_{q=q_0}; \quad F(q)|_{q=q_0} = F; G(q)|_{q=q_0} = G;$$

Подобно тому, как МТЧ строилась ранее, МТЧ замкнутой системы (ЗС)

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_j(t) &= F\sigma_j(t) + F_{q_j}x(t) + G_{q_j}g(t); \sigma_j(0) = 0 \\ \eta_j(t) &= C\sigma_j(t) + C_{q_j}x(t) \end{cases} \quad (3.17)$$

Пользуясь матрицами НОУ 1.3 и 1.4, рассчитаем матрицу  $F(q) = A(q) - B(q)K$ , где  $K$  — рассчитанная матрица коэффициентов ОС 3.12 (матрица  $F(q)$

Подп. и дата	
Инв. № дубл.	
Взам. инв. №	
Подп. и дата	
Инв. № подл.	

$$F(q) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1+q_4)(1+q_7)}{2(1+q_3)(1+q_6)} - 8.5 \\ 1 & -\frac{20(1+q_3)(1+q_7) + 3.6(1+q_4)(1+q_6)}{12(1+q_3)(1+q_6)} - 2.2753333 \end{bmatrix}^T \quad (3.18)$$
$$F_{q_{1,2}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; F_{q_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 36 \\ \frac{1}{2} & \frac{120}{120} \end{bmatrix}; F_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -3.6 \\ -\frac{1}{2} & -3.6 \end{bmatrix}; F_{q_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 20 \\ \frac{1}{2} & \frac{12}{12} \end{bmatrix}; \quad (3.19)$$

$$F_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 20 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{20}{12} \end{bmatrix}; G_{q_{1,2,3,4,6,7}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_{q_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}; C_{q_2} = \begin{bmatrix} 1 & \\ 30 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.20)$$

$$C_{q_3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}; C_{q_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; C_{q_6} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{1}{30} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}; C_{q_7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.21)$$

Сконструируем агрегированную систему с составным вектором  $\tilde{x}_j = col\{x_j, \sigma_j\}$  размерности  $\dim \tilde{x} = 2n$ , которая объединением 3.1 и 3.17, получает представление

$$\dot{\tilde{x}}_j(t) = \tilde{F}_j \tilde{x}_j(t) + \tilde{G}_j g(t); \tilde{x}_j(0) = col\{x(0), 0\} \quad (3.22)$$

$$x(t) = \tilde{C}_{x_i} \tilde{x}_j; \quad (3.23)$$

$$y(t) = \tilde{C}_j \tilde{x}_j(t); \quad (3.24)$$

$$\sigma_j(t) = \tilde{C}_{\sigma_j} \tilde{x}_j(t); \quad (3.25)$$

$$\eta_j(t) = \tilde{C}_{\eta_j} \tilde{x}_j(t) \quad (3.26)$$

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} F & 0 \\ F_q & F \end{bmatrix}, \tilde{G} = \begin{bmatrix} G \\ G_q \end{bmatrix},$$

Структура матриц выхода  $C$  совпадают с матрицами системы 1.14. Составим матрицы агрегированной системы 3.22

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{1,2} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -9 & -4.242 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -9 & -4.242 \end{bmatrix}; \tilde{F}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0. \\ -9 & -4.242 & 0 & 0. \\ 0 & 0 & 0 & 1. \\ 0.5 & 0.3 & -9 & -4.242 \end{bmatrix}; \\ \tilde{F}_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0. \\ -9 & -4.242 & 0 & 0. \\ 0 & 0 & 0 & 1. \\ -0.5 & -0.3 & -9 & -4.242 \end{bmatrix}; \tilde{F}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0. \\ -9 & -4.242 & 0 & 0. \\ 0 & 0 & 0 & 1. \\ 0.5 & 1.6666667 & -9 & -4.242 \end{bmatrix}; \\ \tilde{F}_7 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0. \\ -9 & -4.242 & 0 & 0. \\ 0 & 0 & 0 & 1. \\ -0.5 & -1.6666667 & -9 & -4.242 \end{bmatrix}; \tilde{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \\ \tilde{C}_{\eta_1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0.25 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix} \tilde{C}_{\eta_2} = \begin{bmatrix} 0.0333333 & 0 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix} \\ \tilde{C}_{\eta_{3,7}} &= \begin{bmatrix} -0.0333333 & -0.25 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix} \tilde{C}_{\eta_{4,7}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0333333 & 0.25 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Смоделируем полученную систему в пакете прикладных математических программ Scilab, подав в качестве входного сигнала единичное ступенчатое воздействие

Инь. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инь. № дубл.	Подп. и дата
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
				22

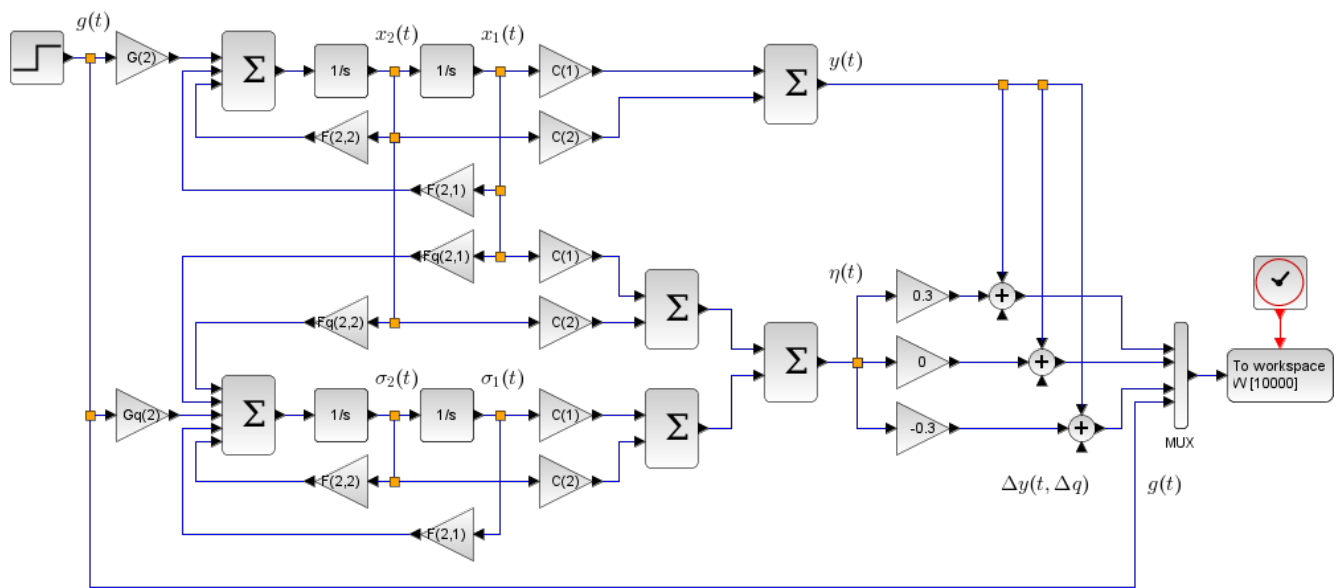
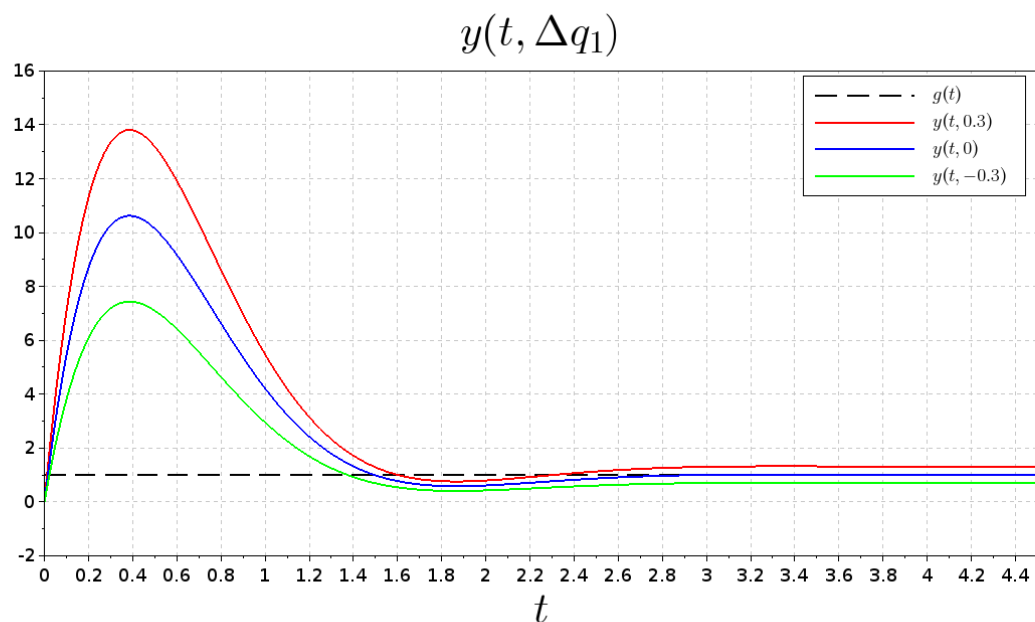


Рисунок 3.3 – Схема моделирования МТЧ дополненной НОУ 3.1

Рисунок 3.4 – Переходные процессы при вариации параметра  $q_1$ 

Инв. № подл.	Подп. и дата				Изм.	Лист	КСУИ.06.4135.001 ПЗ	Лист
	Взам. инв. №							
	Инв. № дубл.							
								23

$y(t, \Delta q_1)$

t	g(t)	y(t, 0.3)	y(t, 0)	y(t, -0.3)
0.0	1.0	0.0	0.0	0.0
0.4	1.0	14.0	10.5	7.5
1.0	1.0	6.0	5.0	3.0
1.6	1.0	1.0	0.8	0.5
2.0	1.0	0.8	0.6	0.4
2.4	1.0	1.0	0.8	0.6
2.8	1.0	1.2	1.0	0.8
3.2	1.0	1.3	1.1	0.9
3.6	1.0	1.3	1.1	0.9
4.0	1.0	1.3	1.1	0.9
4.4	1.0	1.3	1.1	0.9

Рисунок 3.4 – Переходные процессы при вариации параметра  $q_1$

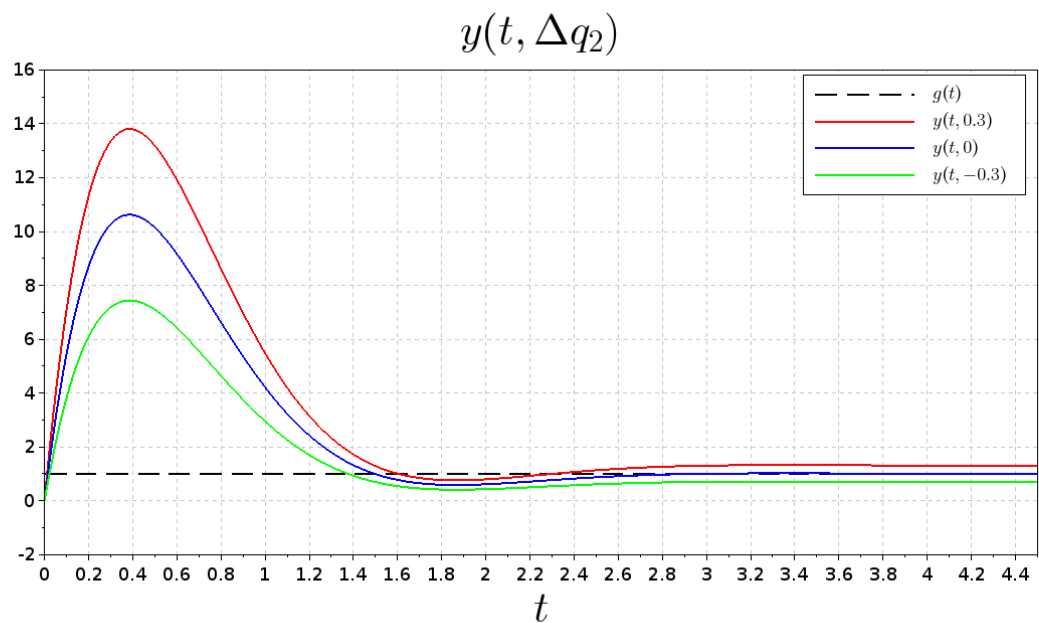


Рисунок 3.5 – Переходные процессы при вариации параметра  $q_2$

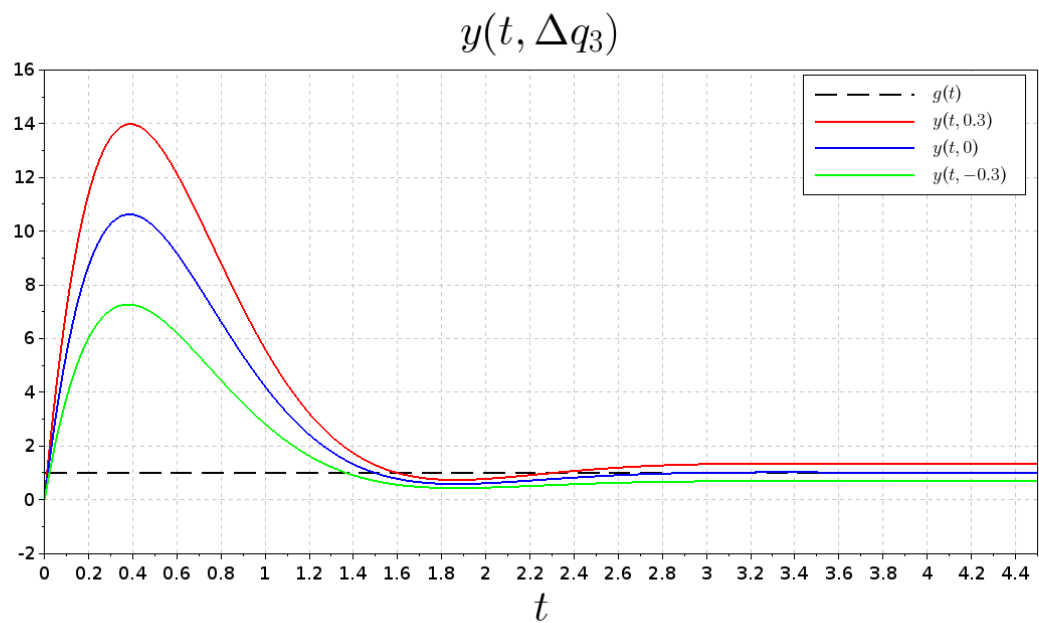


Рисунок 3.6 – Переходные процессы при вариации параметра  $q_3$

Инов. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инов. № дубл.	Подп. и дата
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата



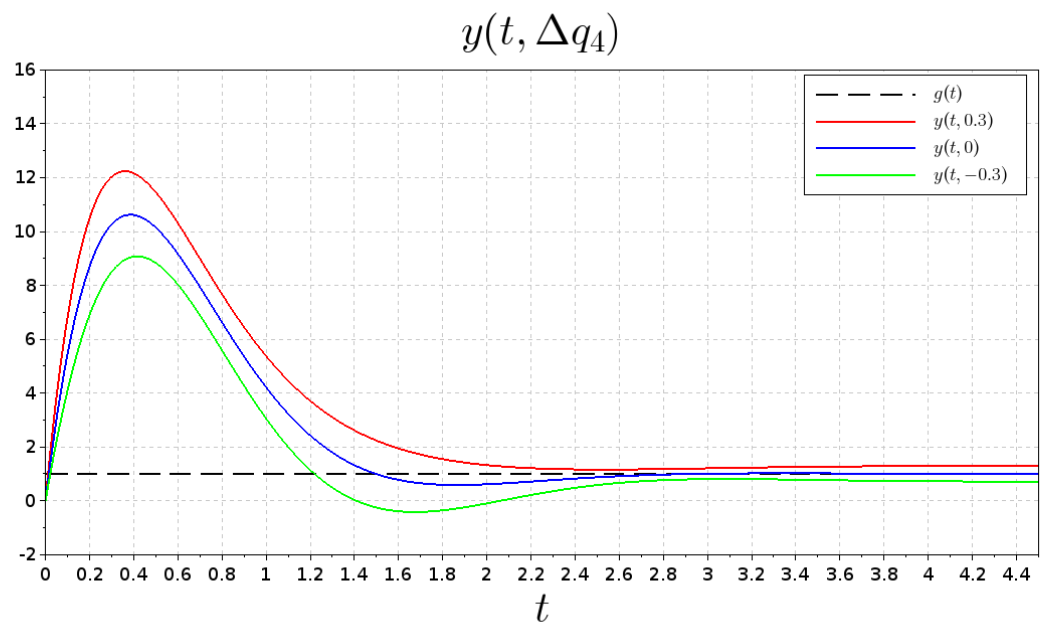


Рисунок 3.7 – Переходные процессы при вариации параметра  $q_4$

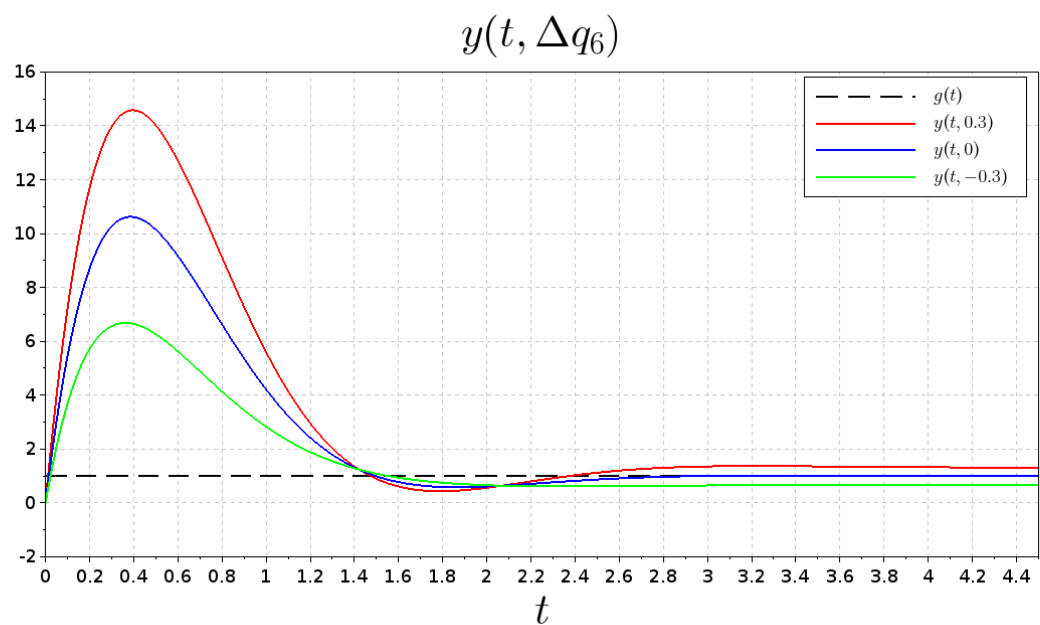


Рисунок 3.8 – Переходные процессы при вариации параметра  $q_6$

Инв. № подл.	Подп. и дата				Взам. инв. №	Инв. № дубл.				Подп. и дата				
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	<div>Рисунок 3.8 – Переходные процессы при вариации параметра <math>q_6</math></div>									
					Лист									
					25									

<div><div><math>y(t, \Delta q_6)</math></div><div><div><div><div><div></div><div><math>g(t)</math></div></div><div><div></div><div><math>y(t, 0.3)</math></div></div><div><div></div><div><math>y(t, 0)</math></div></div><div><div></div><div><math>y(t, -0.3)</math></div></div></div></div></div></div>									
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

КСУИ.06.4135.001 ПЗ

Лист

25

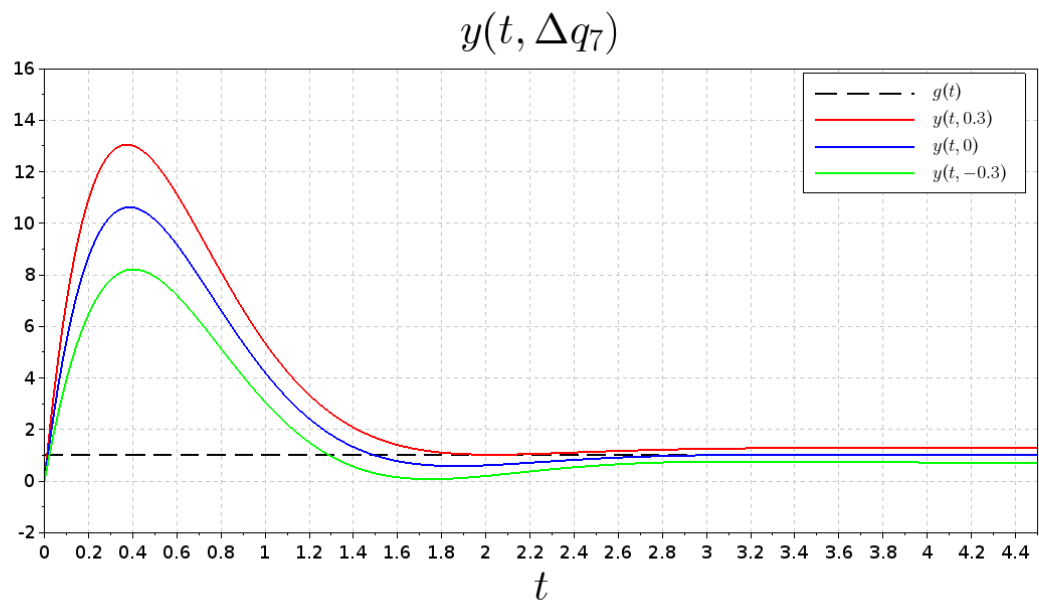


Рисунок 3.9 – Переходные процессы при вариации параметра  $q_7$

### 3.3 Определение доминирующих параметров

Занесем полученные из построенных графиков значения перерегулирования  $\sigma$  и времени переходного процесса  $t_{\text{п}}$  в таблицу 3.1.

Таблица 3.1 – Значения перерегулирования и времени преходного процесса для варьируемых парметров  $q_j$

Параметр	Перерегулирование $\sigma, \%$ при $\Delta q =$			Вр.перех.процесса $t_{\text{п}}, \text{сек.}$ при $\Delta q =$		
	0.2	0	-0.2	0.2	0	-0.2
$q_1$	1380	1062	745	2.72	2.72	2.72
$q_2$	1381		744	2.72		2.72
$q_3$	1398		727	2.69		2.81
$q_4$	1225		907	3.24		3.84
$q_6$	1458		669	3.37		3.26
$q_7$	1306		821	2.89		3.71

Рассчитаем отклонения значений перерегулирования  $\Delta\sigma$  и времени пе-

Инь. № дубл.	Инь. №	Взам. инв. №	Подп. и дата	Подп. и дата
Инь. № подл.				
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата

переходного процесса  $t_{\text{п}}$  характеристик системы при вариациях параметров  $q_j$  от номинальной характеристики и занесем их в таблицу 3.2.

Таблица 3.2 – Отклонения характеристик системы с варьируемыми параметрами от номинальной системы

Параметр	$\Delta\sigma, \%$ при $\Delta q =$		$\Delta t_{\text{п}}, \text{сек.}$ при $\Delta q =$	
	0.2	-0.2	0.2	-0.2
$q_1$	318	317	0	0
$q_2$	318	319	0	0
$q_3$	336	335	0.03	0.09
$q_4$	163	155	0.52	1.12
$q_6$	396	393	0.65	0.54
$q_7$	244	241	0.17	0.99

где

$$\Delta\sigma_{\Delta q=\pm 0.2} = |\sigma_{\Delta q=\pm 0.2} - \sigma_{\Delta q=0}| \quad (3.27)$$

$$\Delta t_{\text{п},\Delta q=\pm 0.2} = |t_{\text{п},\Delta q=\pm 0.2} - t_{\text{п},\Delta q=0}| \quad (3.28)$$

Выделим доминирующие параметры по степени их влияния на величину  $\sigma$  перерегулирования и длительности  $t_{\text{п}}$  переходного процесса

1) Влияние на величину перерегулирования (в порядке уменьшения)

- 1) при  $\Delta q = 0.2$ :  $q_6, q_3, q_2, q_1, q_7, q_4$ ;
- 2) при  $\Delta q = -0.2$   $q_6, q_3, q_2, q_1, q_7, q_4$ ;

2) Влияние на время переходного процесса(в порядке уменьшения)

- 1) при  $\Delta q = 0.2$ :  $q_6, q_5, q_7, q_3, q_{1,2}$ ;
- 2) при  $\Delta q = -0.2$ :  $q_4, q_7, q_6, q_3, q_{1,2}$ .

Инь. № подл.	Подп. и дата
Взам. инв. №	Инь. № дубл.
Подп. и дата	
Инь. № подл.	

## 4 Построение МФМЧ и результаты ее исследования

- 1) Построить матрицу функций модальной чувствительности;
- 2) Выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров.

### 4.1 Построение МФМЧ

Для вычисления функций чувствительности  $\delta q_j$  и  $\beta q_j$  соответственно вещественных и мнимых частей комплексно-сопряженных собственных значений к вариациям параметра  $q_j$  следует вычислить матрицу  $M^{-1}F_{q_j}M$  и на элементах этой матрицы сконструировать функции чувствительности  $\delta q_j$  и  $\beta q_j$  с помощью соотношений

$$\delta q_j = \frac{1}{2} ((M^{-1}F_{q_j}M)_{11} + (M^{-1}F_{q_j}M)_{22}) \quad (4.1)$$

$$\beta q_j = \frac{1}{2} ((M^{-1}F_{q_j}M)_{12} - (M^{-1}F_{q_j}M)_{21}) \quad (4.2)$$

где матрица  $M$  — матрица диагонального преобразования,  $F_{q_j}$  — матрица чувствительности замкнутой системы к вариации параметра  $q_j$ .

Найдем спектр собственных значений матрицы  $F(q)$  при номинальном векторе параметров  $q$

$$\sigma\{F\} = \{[\lambda_1, \lambda_2] : \det[\lambda I - F] = 0\} = \{-2.121 \pm j2.1216406\} \quad (4.3)$$

Для анализа модальной чувствительности спроектированной системы произведем следующие вычисления. Матрицы чувствительности  $F_{q_j}$  были рассчитаны ранее в 3.19.

Матрица  $M$  находится из выражения

$$M\Lambda = FM \quad (4.4)$$

Так как в спектре  $\sigma\{F\}$  имеются комплексно-сопряженные собственные значения  $\lambda_{1,2} = \delta \pm j\beta$ , то вещественная матрица подобия  $\Lambda$  будет блочно-

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
									28
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата					

диагональной

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \delta & \beta \\ -\beta & \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.121 & 2.1216406 \\ -2.1216406 & -2.121 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Тогда, нужно записать матрицу  $M$  в форме обобщенной матрицы Вандермонда

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \delta & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2.121 & 2.1216406 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Матрица  $M^{-1}$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.9997105 & 0.4519487 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Вычислим матрицы  $(M^{-1}F_{q_j}M)$ , при  $j = \overline{1, 2, 3, 4, 6, 7}$

$$M^{-1}F_{q_{1,2}}M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$M^{-1}F_{q_3}M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.0739388 & 0.3 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$M^{-1}F_{q_4}M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3.3729834 & -3.6 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$M^{-1}F_{q_6}M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1.4402098 & 1.6666667 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$M^{-1}F_{q_7}M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1.4402098 & -1.6666667 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

В соответствии с выражениями 4.1, вычислим функции модальной чувствительности  $\lambda_{q_j} = \delta_{q_j} \pm j\beta_{q_j}$

$$\lambda_{q_{1,2}} = 0 \quad (4.13)$$

$$\lambda_{q_3} = 0.15 + j0.0369694 \quad (4.14)$$

$$\lambda_{q_4} = -1.8 - j1.6864917 \quad (4.15)$$

$$\lambda_{q_6} = 0.8333333 + j0.7201049 \quad (4.16)$$

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
									29
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Копировал				Формат А4

$$\lambda_{q7} = -0.8333333 - j0.7201049 \quad (4.17)$$

Сконструируем матрицу функций модальной чувствительности в виде функций чувствительности вещественной и мнимой частей:

$$S_\lambda = \begin{bmatrix} \delta_q \\ \beta_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.15 & -1.8 & 0.8333333 & -0.8333333 \\ 0 & 0 & 0.0369694 & -1.6864917 & 0.7201049 & -0.7201049 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

## 4.2 Выделить неблагоприятное сочетание вариаций параметров

Для выделения неблагоприятного сочетания вариаций параметров воспользуемся сингулярным разложением матрицы модальной чувствительности

$$S_\lambda = U_\lambda \Sigma_\lambda V_\lambda^T$$

$$U_\lambda = \begin{bmatrix} -0.7383 & -0.6744 \\ -0.6744 & 0.7383 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_\lambda = \begin{bmatrix} 2.9199 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0909 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_\lambda = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0695 & -0.8346 & 0.3863 & -0.3863 \\ 0 & 0 & -0.8105 & -0.3666234 & -0.3230 & 0.3230 \\ -0.0464 & -0.8121 & 0.3382 & -0.2391 & -0.2886 & 0.2886 \\ 0.8446 & -0.3427 & -0.2391 & 0.169 & 0.204 & -0.204 \\ -0.377 & -0.3338 & -0.2886 & 0.204 & 0.7463 & 0.2536 \\ 0.377 & 0.3338 & 0.2886 & -0.204 & 0.2536 & 0.7463 \end{bmatrix}$$

Запишем оценки вариации

$$\max_{\Delta q} ||\Delta \lambda|| = 2.9199 ||\Delta q|| \quad (4.19)$$

$$\min_{\Delta q} ||\Delta \lambda|| = 0.0909 ||\Delta q|| \quad (4.20)$$

Наиболее неблагоприятное сочетание вариаций параметров характеризуется вектором

$$\Delta q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.0464681 & 0.8446960 & -0.3770473 & 0.3770473 \end{bmatrix}^T ||\Delta q|| \quad (4.21)$$

Наименее неблагоприятное характеризуется вектором

$$\Delta q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.8121559 & -0.3427354 & -0.3338676 & 0.3338676 \end{bmatrix} ||\Delta q|| \quad (4.22)$$

Инь. № дубл.	Инь. №	Взам. инв. №	Подп. и дата	Инь. № подл.	
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	
КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист
					30

- 1) Получение векторно-матричного описания (ВМО) НОУ с интервальными параметрами с использованием интервальной арифметики на основе интервальной реализации параметров  $q_j$ , записываемых в форме  $[q_j] = [\underline{q_j}, \overline{q_j}]$  при заданных граничных (угловых) значениях  $[q_j] = [-0.2, 0.2]$ .

$$[A] = A_0 + [\Delta A], [B] = B_0 + [\Delta B], [C] = C_0 + [\Delta C] \quad (5.2)$$

где  $[\Delta A] = [\underline{\Delta A}, \overline{\Delta A}]$  — интервальный матричный компонент матрицы  $[A]$ ,  $A_0 = \text{mid}[A]$  — медиана матрицы  $[A]$ ,  $[\Delta C] = [\underline{\Delta C}, \overline{\Delta C}]$  — интервальный матричный компонент матрицы  $[C]$ ,  $C_0 = \text{mid}[C]$  — медиана матрицы  $[C]$ , матрица  $[B]$  — в случае НОУ 1.2 не зависит от вектора параметров  $q$ .

Используя 1.3 и 1.5 и интервальную арифметику, найдем матрицы  $A(q)$  и  $C(q)$  при угловых значениях параметра  $[q_j] = [q_j, \overline{q_j}] = [-0.2, \overline{0.2}]$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 0.0058 & 0.1389 \end{bmatrix}; \overline{C} = \begin{bmatrix} 0.0625 & 0.4688 \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Теперь, в соответствии с 5.2, необходимо определить матрицы  $A_0, C_0$  и  $[\Delta A], [\Delta C]$

$$C_0 = 0.5(\underline{C} + \overline{C}) = \begin{bmatrix} 0.0371 & 0.3733 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$[\Delta A] = [\underline{\Delta A}, \overline{\Delta A}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ [0.2991, 0.4475] & [-1.7755, 1.7755] \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

$$[\Delta C] = [\underline{\Delta C}, \overline{\Delta C}] = \begin{bmatrix} [-0.0313, -0.2344] & [0.0254, 0.0955] \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

Запишем выражения для матриц  $[A]$  и  $[C]$

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.6675 & -2.6495 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ [0.2991, 0.4475] & [-1.7755, 1.7755] \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 0.0371 & 0.3733 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [-0.0313, -0.2344] & [0.0254, 0.0955] \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

Инв. № подл.	Подп. и дата				Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата
</							



## 6 Построение медианного МУ НОУ и оценка его результатов

- 1) \*Представить ОУ 1.2 в базисе, в котором неопределенность физических параметров представлена неопределенностью значений только матрицы состояния в форме матричного компонента  $\Delta A$ ;
- 2) Синтезировать закон медианного модального управления, базовый алгоритм которого дополняется контролем нормы медианной составляющей интервальной матрицы спроектированной системы с последующим вычислением оценки, вычислить матрицы  $K_g$  и  $K$ . Закон управления (ЗУ) вида  $u(t) = K_g g(t) - Kx(t)$  должен доставлять системе

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [F]x(t) + Gg(t); \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (6.1)$$

образованной объединением НОУ и ЗУ равенство входа  $g(t)$  и выхода  $y(t)$  в неподвижном состоянии при номинальных значениях параметров с помощью:

- 1) матрицы  $K_g$  прямой связи по входу  $g(t)$ ;
- 2) матрицы  $K$  обратной связи по состоянию  $x(t)$

распределение мод Баттерворта с характеристической частотой  $\omega_0 = 3c^{-1}$ , которая гарантирует достижение значение оценки относительной интервальности матрицы состояния системы  $\delta_I = \frac{||\Delta F||}{||F_0||}$  не больше заданной  $\delta_{IR} F = 0.02$ ;

- 3) Исследовать свойство робастности системы, полученной в п.1, с помощью метода В.Л. Харитонова.

Инв. № подл.	Подп. и дата				Взам. инв. №	Инв. № дубл.				Подп. и дата	
Инв. № подл.	Подп. и дата				Взам. инв. №	Инв. № дубл.				Подп. и дата	
<p><math>y(t)</math> в неподвижном состоянии при номинальных значениях параметров с помощью:</p> <p>1) матрицы <math>K_g</math> прямой связи по входу <math>g(t)</math>;</p> <p>2) матрицы <math>K</math> обратной связи по состоянию <math>x(t)</math></p> <p>распределение мод Баттерворта с характеристической частотой <math>\omega_0 = 3c^{-1}</math>, которая гарантирует достижение значение оценки относительной интервальности матрицы состояния системы <math>\delta_I = \frac{  \Delta F  }{  F_0  }</math> не больше заданной <math>\delta_{IR}F = 0.02</math>;</p> <p>3) Исследовать свойство робастности системы, полученной в п.1, с помощью метода В.Л. Харитонова.</p>											
Изм.					Лист					КСУИ.06.4135.001 ПЗ	Лист
№ докум.					Подп.						Дата

## 6.1 Получение ВМО НОУ с интервальными параметрами только матрицы состояния

Модельная параметрическая неопределенность может быть представлена неопределенностью (интервальностью) задания только матрицы состояния объекта управления. Таким образом, объект управления с интервальными параметрами задается векторно-матричной моделью

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A]x(t) + Bu(t); \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (6.2)$$

где  $x \in R^n, u \in R^r, y \in R^m$  – соответственно векторы состояния, управления и выхода ОУ;  $[A], B, C$  – интервальная матрица состояния, матрица управления и выхода, согласованные по размерности с переменными модели 6.2.

Из предыдущего утверждения становится очевидным, что матрицы ОУ полученные в п.5 не соответствуют предъявляемым к ним требованиям и нужно представить ОУ в форме 6.2.

Для этого нужно ОУ 1.1 привести к наблюдаемой (фробениусовой) канонической форме, тогда его матрицы примут вид

$$A(q) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1+q_4)(1+q_7)}{2(1+q_3)(1+q_6)} \\ 1 & -\frac{20(1+q_3)(1+q_7) + 3.6(1+q_4)(1+q_6)}{12(1+q_3)(1+q_6)} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$B(q) = \begin{bmatrix} \frac{(1+q_2)}{30(1+q_3)(1+q_6)} \\ \frac{(1+q_1)}{4(1+q_3)(1+q_6)} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Затем, так как полученные ОУ в каноническом наблюдаемом базисе не позволяет параметрическую неопределенность представить только в виде вариации  $\Delta A$  матрицы состояния, то на входе ОУ достаточно включить буферную

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист
										34
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

систему [1]

$$\begin{cases} \dot{x}_B(t) = A_B x_B(t) + B_B u_B(t) u(t); \\ y(t) = C_B x_B(t) \end{cases} \quad (6.6)$$

минимальной размерности  $\dim x_B = \dim u = r = 1$  и ввести в рассмотрение составной вектор  $\tilde{x} = \text{col}\{x, x_B\}$  и  $\tilde{u} = \text{col}\{u, u_B\}$ , получим систему

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A} \tilde{x}(t) + \tilde{B} \tilde{u}(t); \\ y(t) = \tilde{C} \tilde{x}(t) \end{cases} \quad (6.7)$$

где

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A(q) & B(q)C_B \\ 0 & A_B \end{bmatrix}; \tilde{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & B_B \end{bmatrix}; \tilde{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Составим матрицы, при  $A_B = 0, B_B = 1, C_B = 1$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1+q_4)(1+q_7)}{2(1+q_3)(1+q_6)} & \frac{(1+q_2)}{30(1+q_3)(1+q_6)} \\ 1 & -\frac{20(1+q_3)(1+q_7)+3.6(1+q_4)(1+q_6)}{12(1+q_3)(1+q_6)} & \frac{(1+q_1)}{4(1+q_3)(1+q_6)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (6.9)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \tilde{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

В соответствии с 5.2, 5.5, 5.7, запишем интервальную матрицу  $[\tilde{A}] = \tilde{A}_0 + [\Delta A]$

$$[\tilde{A}] = \begin{bmatrix} 0 & -0.6675 & 0.0371 \\ 1 & -2.6495 & 0.3733 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & [0.2991, 0.4475] & [-0.0313, -0.2344] \\ 0 & [-1.7755, 1.7755] & [0.0254, 0.0955] \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Таким образом, ОУ 6.2 характеризуется параметрической неопределенностью только матрицы состояния.

Изн. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Изн. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ				Лист
									35
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата					

## 6.2 Синтез медианного МУ НОУ

Порядок полученного в пункте 6.1 ОУ  $\dim n = 3$ , а ранг матрицы  $\tilde{B}$   $rang \tilde{B} = 2$  и  $rang \tilde{B} < \dim n$ , следовательно возможно решение только неполной задачи обобщенного модального управления (ОМУ).

## Агрегирование полученного ОУ и ЗУ

$$u(t) = K_q g(t) - Kx(t) \quad (6.12)$$

образует систему

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [F]x(t) + Gg(t); \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (6.13)$$

где

$$[F] = F_0 + \Delta F, \Delta F = \Delta A, G = BK_q. \quad (6.14)$$

Найдем нормы медианной и интервальной составляющих матрицы  $\tilde{A}$  (далее будем ее обозначать как  $A$ )

$$||A_0|| = 2.92; ||\Delta A|| = 1.8 \quad (6.15)$$

Сформируем требования к показателям качества проектируемой системы: пусть  $t_n \leq 2c, \sigma \leq 5\%, \delta_{IR}F = 0.02$ .

Выберем наблюдаемую пару матрицу модальной модели  $(\Lambda, H)$ . Назначим матрицу  $\Lambda$ , соответствующую круговому распределению мод с характеристической частотой  $\omega_0$  такой, что  $\|\Lambda\| = \omega_0$  и

$$\Lambda = \arg\{||\Lambda|| = \frac{||\Delta A||}{\delta_L F} \& \sigma\{\Lambda\} = \sigma\{F\}\} \quad (6.16)$$

Значение характеристической частоты  $\omega_0$  определяется в силу технических требований к проектируемой системе из условия

$$\omega_0 = \max\{\omega_0 \frac{6}{2} = 3c^{-1}; \omega_0 \frac{||\Delta A||}{\delta_{IR}} = \frac{2.92}{0.02} = 146c^{-1}\} = 146c^{-1} \quad (6.17)$$

Тогда

$$\Lambda = \omega_0 \begin{bmatrix} -0.2819 & 0 & 0 \\ 0 & -2.3675647 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.8458058 & 0 & 0 \\ 0 & -7.1026942 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

В качестве желаемого распределения мод проектируемой системы распределения мод Баттерворта третьего порядка, которое параметризованное характеристической частотой  $\omega_0 = 3c^{-1}$  позволяет для матрицы  $\Lambda$  записать

6.3 Исследование свойства робастности системы

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист
										37
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Копировал					Формат А4

Список использованных источников

- 1 В.О.Никифоров О.В.Слита А.В.Ушаков. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ. — Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2011. — Р. 226.
- 2 И.В. Мирошник. Теория автоматического управления. Линейные системы. — Санкт-Петербург: СПбГУ ИТМО, 2005. — Р. 336.

Инв. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инв. № дубл.	Подп. и дата	КСУИ.06.4135.001 ПЗ					Лист
										38
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						

Копировал

Формат А4