

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ,
МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем управления и информатики

Группа P4235

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

по курсу: «Методы оптимального и адаптивного управления»

Синтез оптимального наблюдателя (фильтра Калмана)

Вариант №2

Авторы работы:

Антонов Е.С.,
Артемов К.А.

Преподаватель:

Герасимов Д.Н.

«13» декабря 2017 г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты «__» _____ 2017 г.

Санкт-Петербург

2017 г.

1 Цель работы

Для заданного объекта управления синтезировать оптимальный наблюдатель (фильтр Калмана).

2 Теоретические сведения

Рассматриваемый объект управления:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + bu + Gw, & x(0), \\ y &= Cx + v\end{aligned}\tag{1}$$

где w, v — сигналы вида «белый шум» с нулевыми математическими ожиданиями и автокорреляционными функциями

$$M\{w(t)w^T(\tau)\} = W\delta(t - \tau), \quad M\{v(t)v^T(\tau)\} = V\delta(t - \tau),\tag{2}$$

где $M\{\cdot\}$ — математическое ожидание, с известными постоянными спектральными плотностями (энергиями) W и V соответственно.

Структура синтезируемого наблюдателя

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + bu + L(y - C\hat{x}), \quad \hat{x}(0),\tag{3}$$

где оптимальное значение матрицы L , обозначенное как $L_{\text{опт}}$, рассчитывается на основе уравнения Риккати:

$$A^T P + PA + GWG^T - PC^T V^{-1} CP = 0,\tag{4}$$

$$L_{\text{опт}} = PC^T V^{-1}.\tag{5}$$

Данный наблюдатель при $L = L_{\text{опт}}$ генерирует оценку \hat{x} такую, что

$$\|x(t) - \hat{x}(t)\| \leq \Delta, \quad \forall t \geq T,\tag{6}$$

где Δ и T — максимальная ошибка и время настройки наблюдателя соответственно, и минимизирует следующий функционал

$$J = M\{e_n^T e_n\},\tag{7}$$

где $e_n = x - \hat{x}$ — ошибка наблюдения.

3 Исходные данные

Варианту №2 соответствует следующий набор исходных данных:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad G = I, \quad W = \begin{bmatrix} 2 & 1.5 \\ 1.5 & 2 \end{bmatrix}, \quad V = 2.\tag{8}$$

4 Результаты практических действий

Эквивалентная форма расчетного выражения для критерия качества:

$$J(t) = M\{e_n^T e_n\} = \frac{1}{t - t_0} \int_{t_0}^t e_n^T(\tau) e_n(\tau) d\tau. \quad (9)$$

Для получения вектора случайных величин w_0 с желаемой матрицей ковариации W из вектора случайных величин w^* , чья матрица ковариации равна единичной матрице соответствующих размеров, может быть использовано следующее выражение:

$$w_0 = R^T w^*, \quad (10)$$

где R получается из разложения Холецкого матрицы W :

$$W = R^T R. \quad (11)$$

Результаты решения уравнений (4) и (5):

$$P = \begin{bmatrix} 3.7419999 & 2.5006408 \\ 2.5006408 & 1.9373397 \end{bmatrix}, \quad L_{\text{опт}} = \begin{bmatrix} 1.8709999 \\ 1.2503204 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Графики переходных процессов в рассматриваемой системе при различных значениях матриц L , W и V показаны на рисунках 1–7, а использованная для их получения схема моделирования — на рисунке 8.

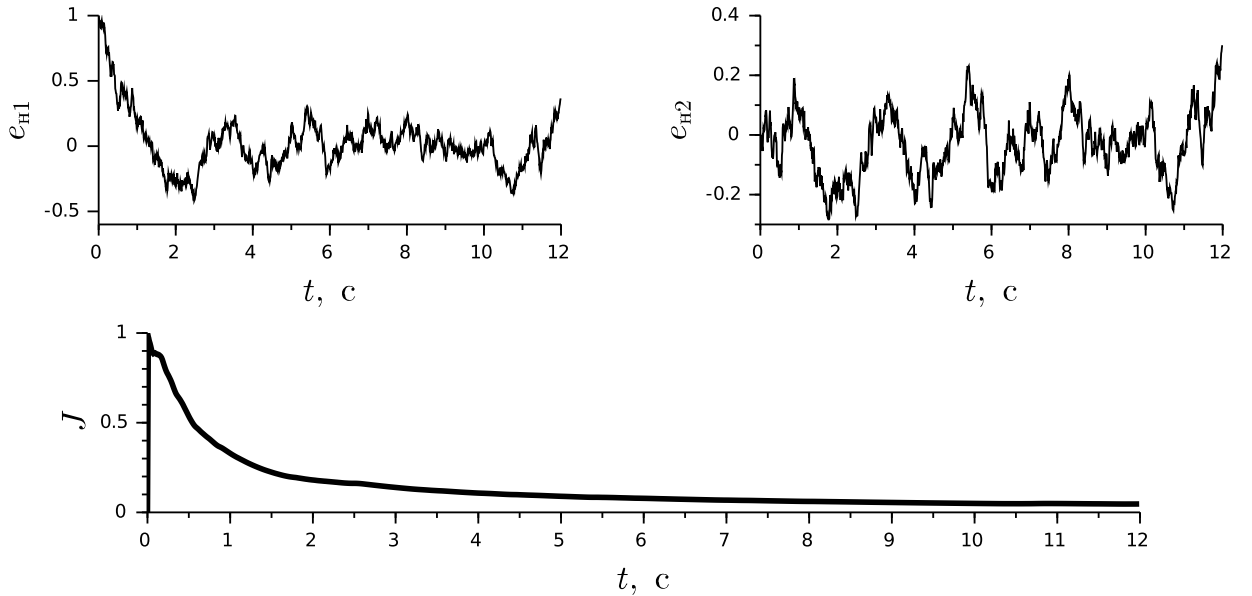


Рисунок 1 – Графики переходных процессов при номинальных W и V и $L = L_{\text{опт}}$.

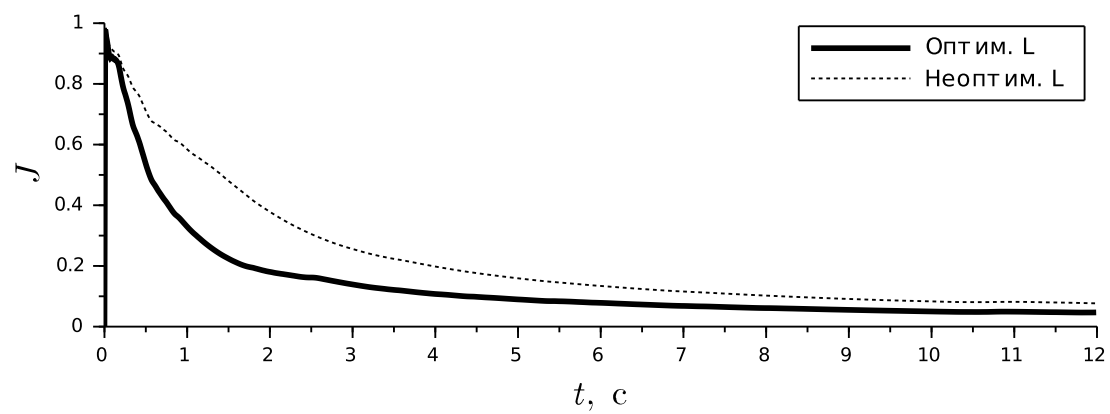
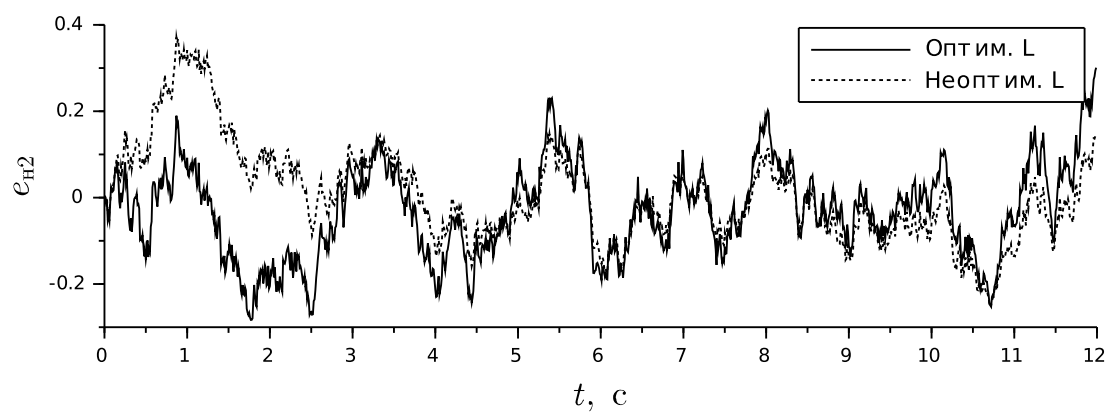
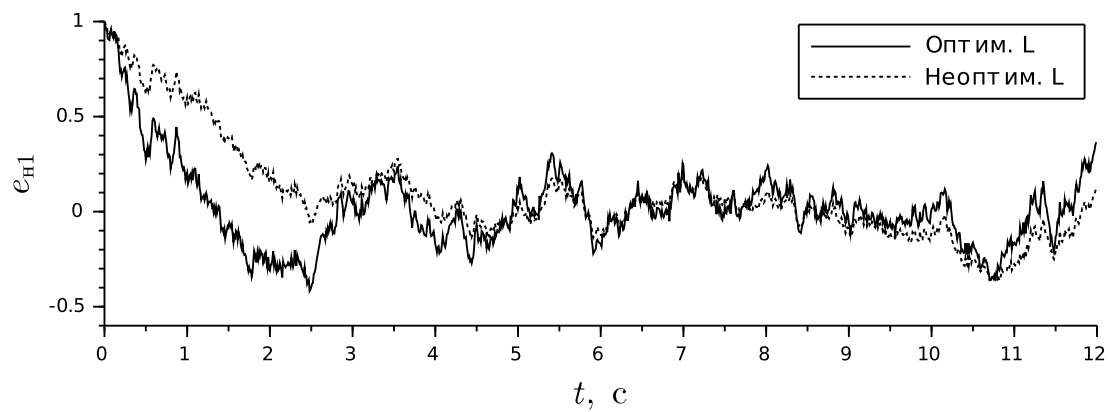


Рисунок 2 – Графики переходных процессов при номинальных W и V и $L = 0.5L_{\text{опт}}$ в сравнении с графиками с рисунка 1.

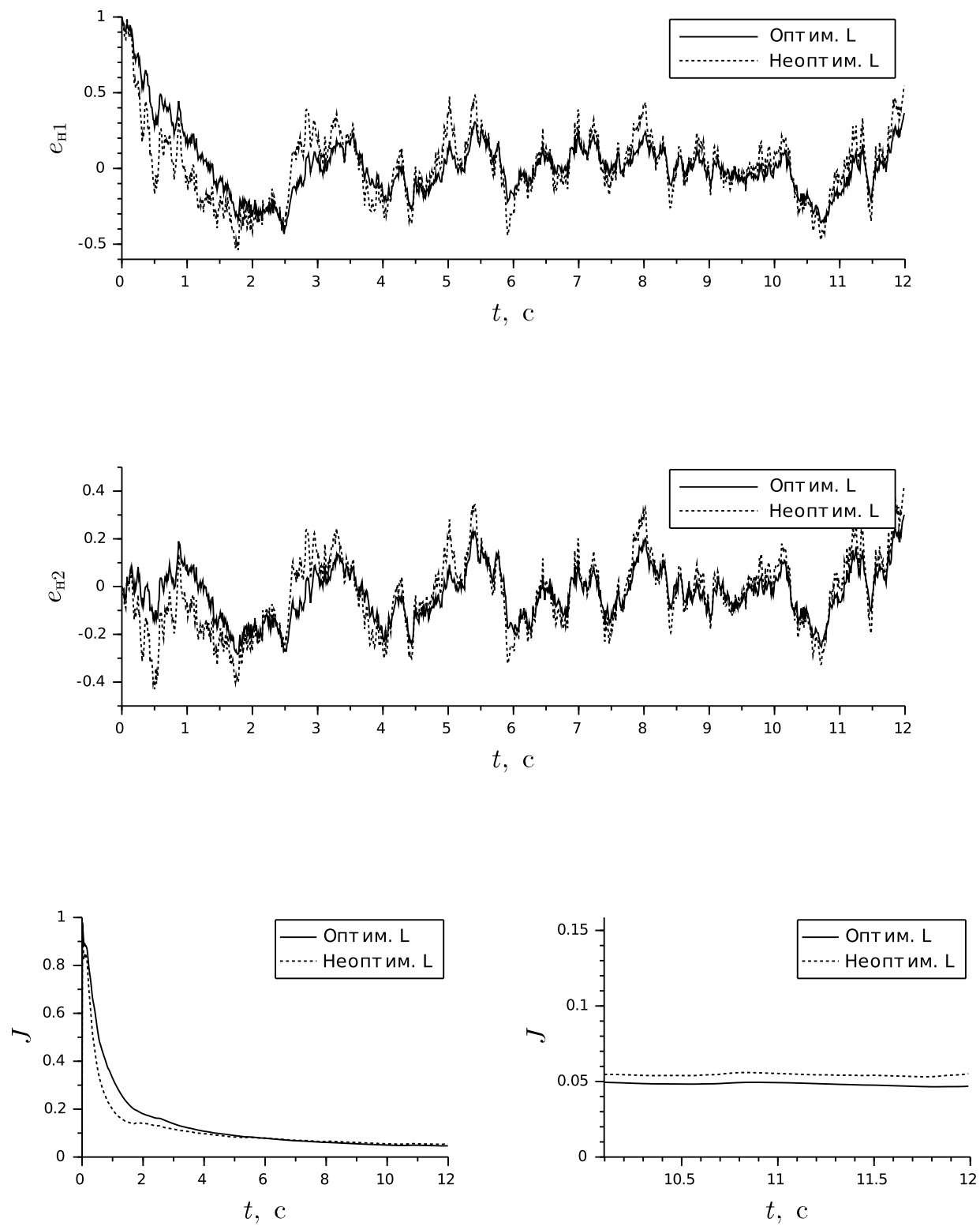


Рисунок 3 – Графики переходных процессов при номинальных W и V и $L = 2L_{\text{опт}}$ в сравнении с графиками с рисунка 1.

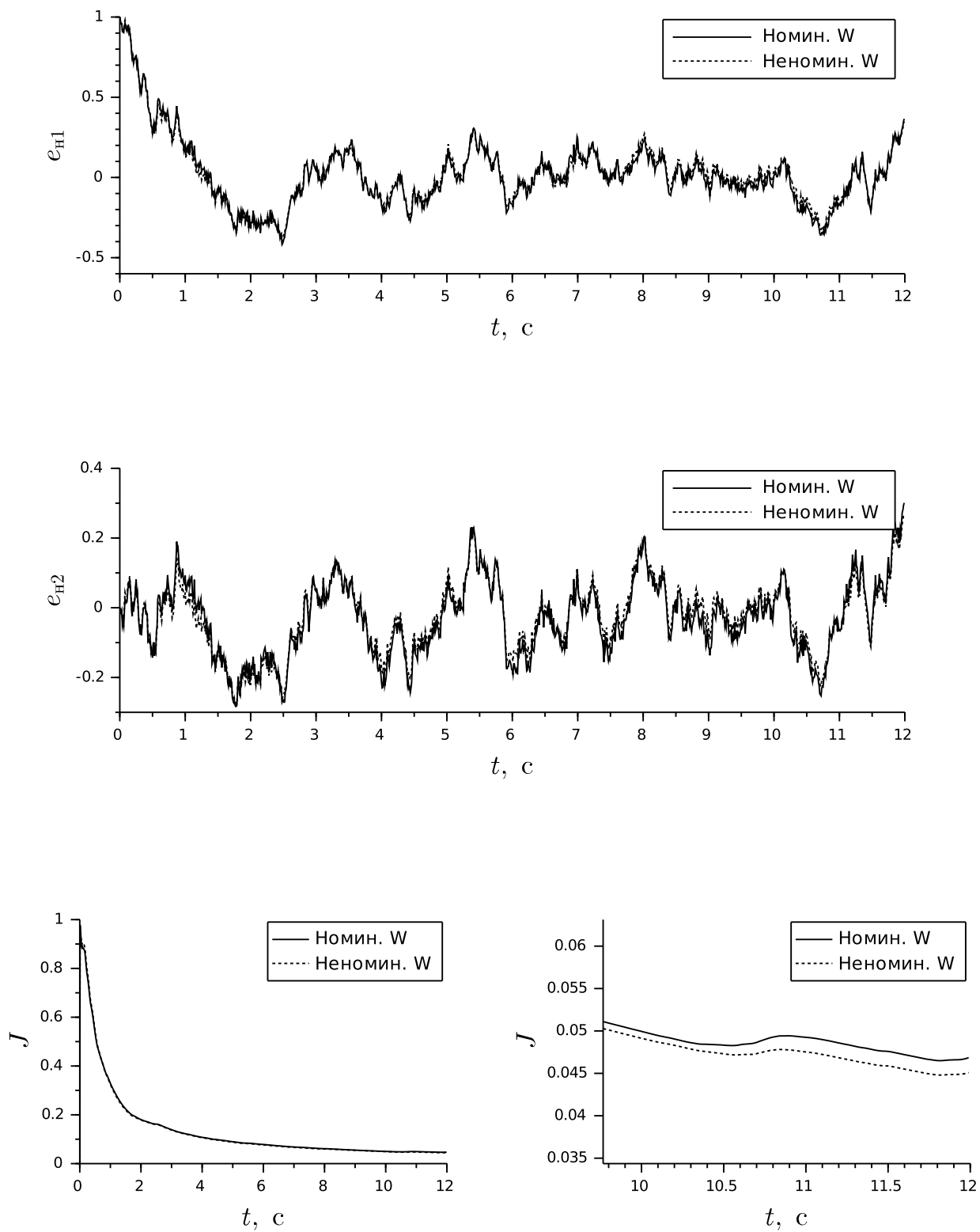


Рисунок 4 – Графики переходных процессов при номинальной V , оптимальной L и вдвое уменьшенной W в сравнении с графиками с рисунка 1.

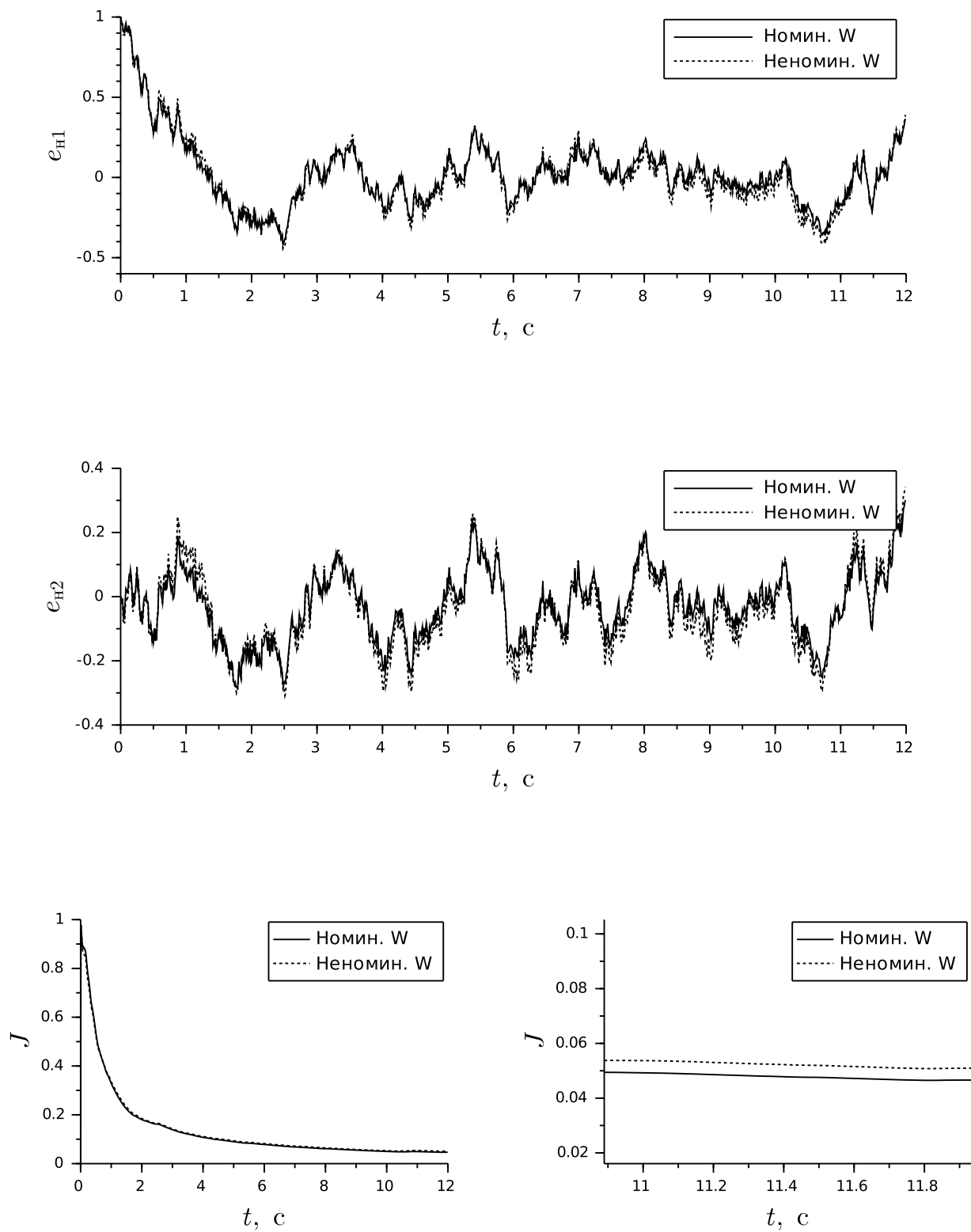


Рисунок 5 – Графики переходных процессов при номинальной V , оптимальной L и удвоенной W в сравнении с графиками с рисунка 1.

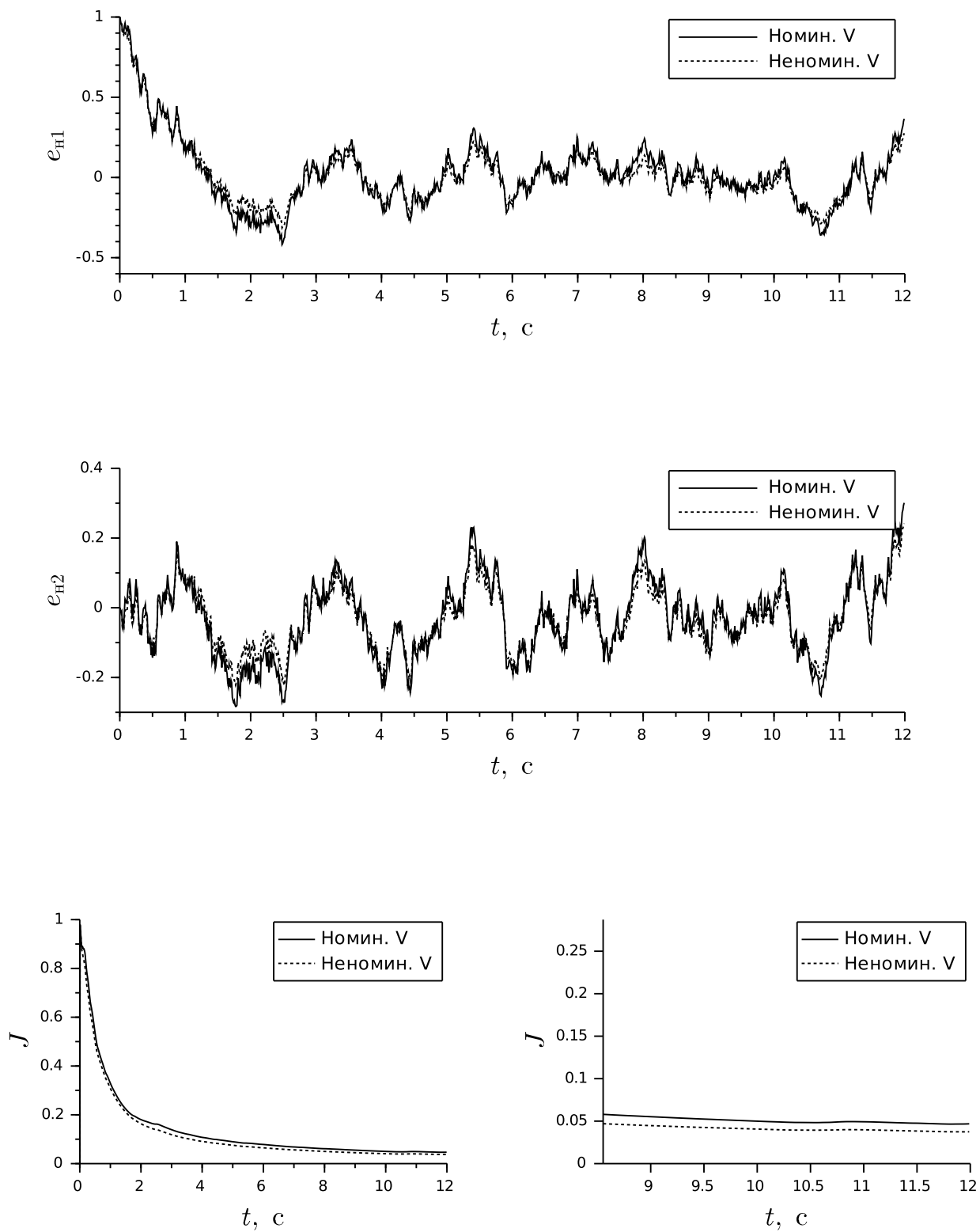


Рисунок 6 – Графики переходных процессов при номинальной W , оптимальной L и вдвое уменьшенной V в сравнении с графиками с рисунка 1.

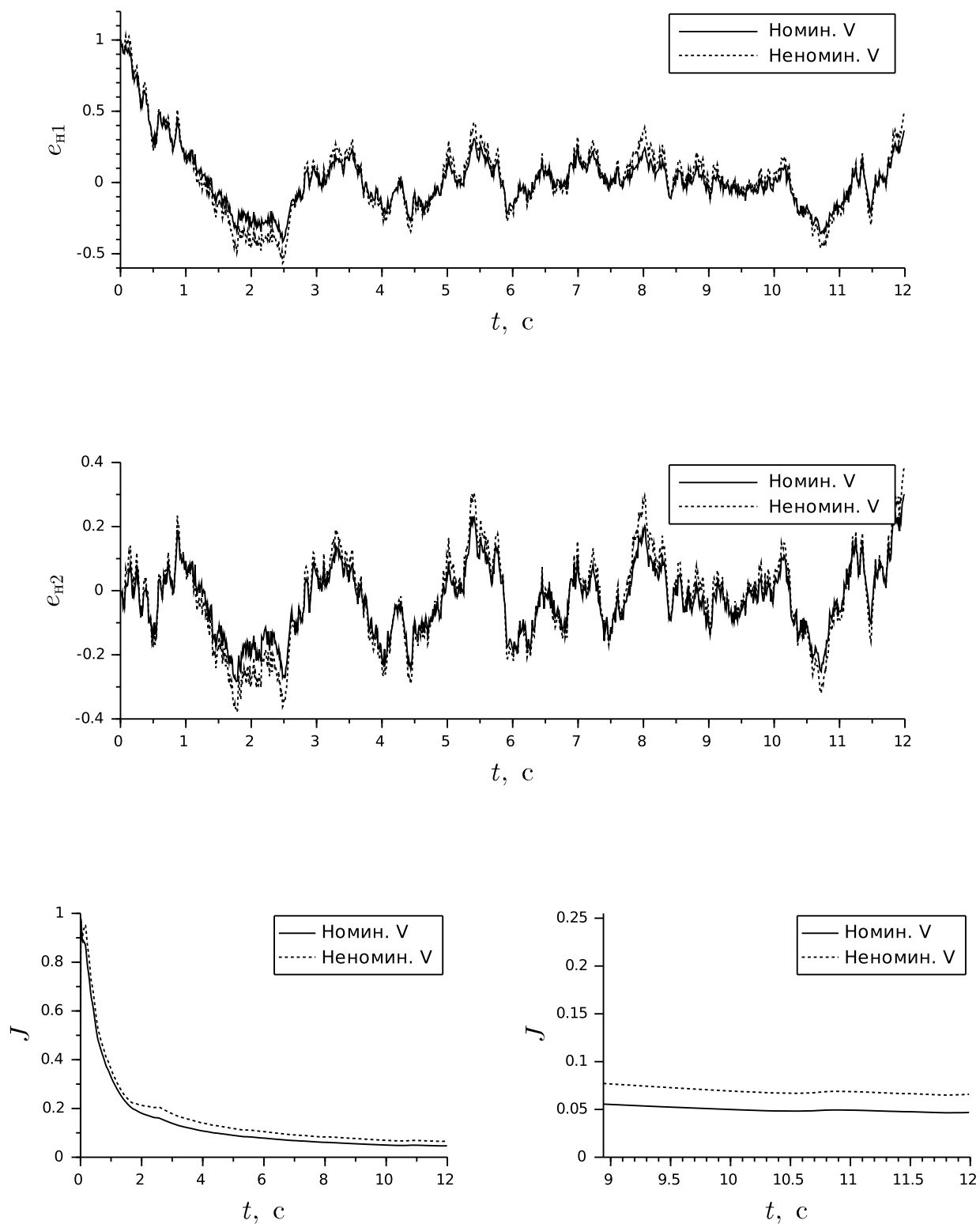


Рисунок 7 – Графики переходных процессов при номинальной W , оптимальной L и удвоенной V в сравнении с графиками с рисунка 1.

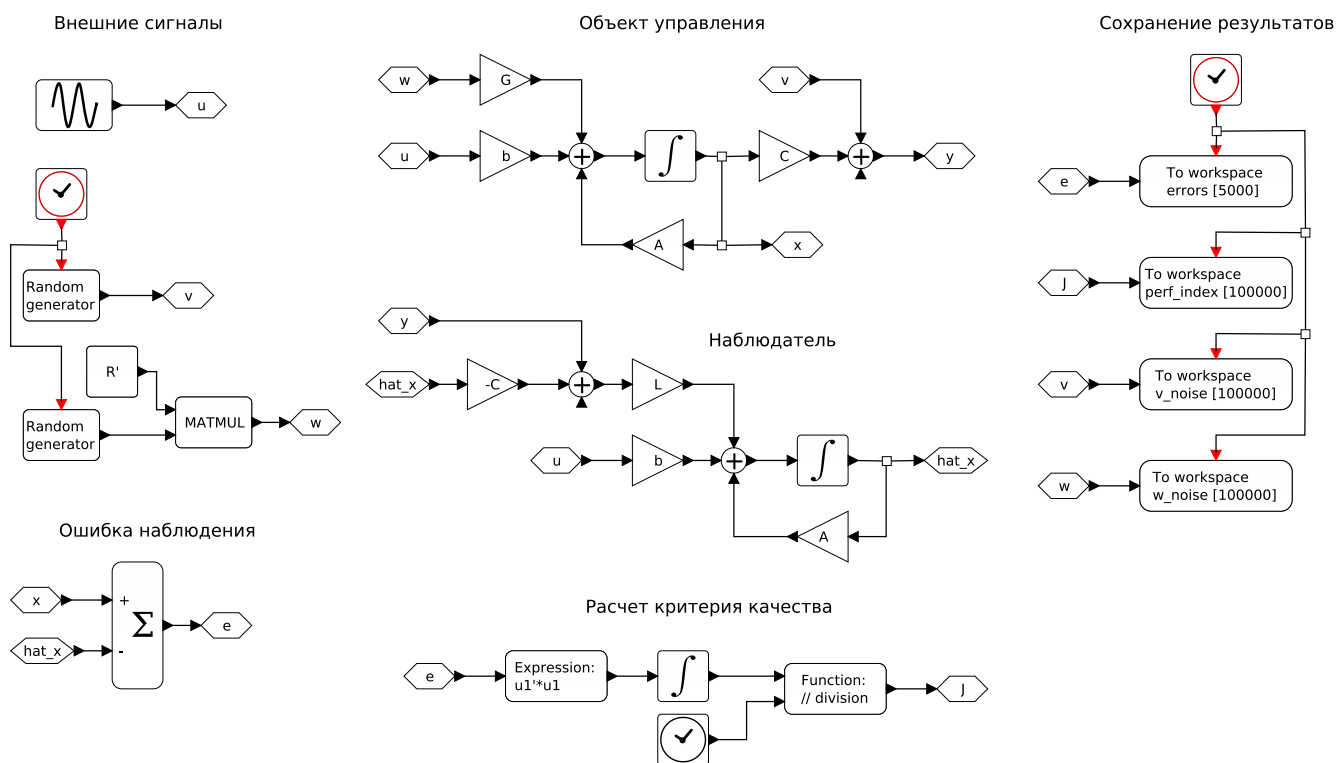


Рисунок 8 – Схема моделирования рассматриваемой системы.

5 Выводы по работе

В результате проделанной работы для заданного ОУ был рассчитан фильтр Калмана, оптимальным образом решающий проблему получения оценки его вектора состояния с точки зрения минимизации критерия (7). Дополнительными экспериментами было установлено следующее:

- при любых изменениях матрицы L относительно ее оптимального значения критерий качества получающегося при этом наблюдателя при $t \rightarrow \infty$ оказывается имеющим значения бóльшие, чем те, которые соответствуют $J(t)$, характеризующему работу фильтра Калмана;
- при изменении спектральной плотности мощности шумов, действующих на систему, наблюдается следующая тенденция: при уменьшении первой $J(t)$ уменьшается, а при увеличении — также увеличивается.