МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное агентство по образованию

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет компьютерных технологий и управления Кафедра систем управления и информатики

> Студент: Артемов Кирилл группа Р4135 Вариант №2 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

Синтез дискретных стабилизирующих алгоритмов управления

Преподаватель	
	Ю.В. Литвинов
« »	2016 г.

1 Цель работы

Ознакомление с принципами синтеза дискретных регуляторов систем автоматического управления, работающих в режиме стабилизации.

2 Вариант задания

Таблица 1: Параметры ОУ

$N_{\overline{0}}$	ОУ	k_1	a_0^1	T_1	ξ	k_2	a_0^2	T_2	Т
2	1	1	0	0	0	0.5	1	0.95	0.5

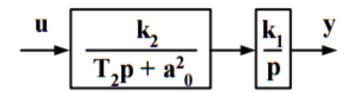


Рис. 1: Объект управления

3 Порядок выполнения работы

1. Получение модели ВСВ для непрерывного объекта.

Модель «Вход-состояние-выход» непрерывного объекта управления описывается уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
(1)

Подставив параметры ОУ из таблицы 1 в ОУ на рисунке 1, получим:

$$W(p) = \frac{k_1 k_2}{T_2 p^2 + a_0^2 p} = \frac{0.5}{0.95 p^2 + p}$$
 (2)

Перейдем к канонической управляемой форме.

Для начала приведем передаточную функцию к виду с единичным старшим коэффициентом полинома.

$$W(p) = \frac{\frac{k_1 k_2}{T_2}}{p^2 + \frac{a_0^2}{T_2}p} = \frac{0.5263}{p^2 + 1.0526p}$$
(3)

Теперь приведем к канонически управляемой форме:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1.0526 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0\\0.5263 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

2. Переход к дискретному описанию объекта управления. Дискретные системы в пространстве состояний описываются разностными уравнениями.

$$\begin{cases} \dot{x}(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) &= C x(k) \end{cases}$$
(7)

Из таблицы 1 интервал дискретности T=0.5 сек. Матрицы A_d, B_d рассчитаем в среде моделирования Scilab.

```
1 A = [0, -1; -0, -1.0526]

2 B = [0; -0.5263]

3 Ad = expm(A*T);

4 Bd = [0; -0];

5 for i=1:10

6 ··· Bd = Bd + (A^(i-1) * T^i) / prod(1:i) * B;

7 end

8 Bd
```

Рис. 2: Листинг программы расчета матриц A_d, B_d

В результате получим следующие матрицы:

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0.2859793 \\ 0 & 1.3010219 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0.0179897\\ 0.1505109 \end{bmatrix} \tag{9}$$

3. Моделирование непрерывного и дискретного объекта управления

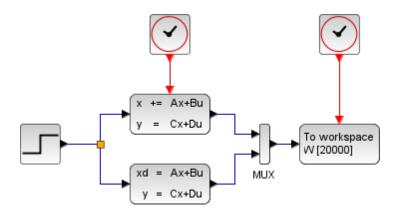


Рис. 3: Схема моделирования ОУ

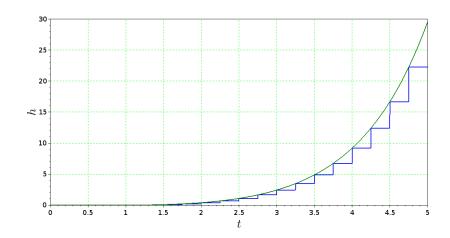


Рис. 4: Результаты моделирования ОУ

4. Вывод о преобразовании ОУ.

Как видно из рисунка 4, дискретная модель точно описывает непрерывную, экстраполирую сигнал в моменты t=kT=0.5k, где k=1..n.

- 5. Анализ дискретного объекта.
- на полную управляемость;

Для анализа системы на управляемость строится матрица следующего вида:

$$U_d = \begin{bmatrix} B_d & AdB_d & \dots & A_d^{n-1}B_d \end{bmatrix}$$
 (10)

Если определитель матрицы управляемости не вырожден $det(U_d) \neq 0$, можно полагать, что пара матриц A_d, B_d – полностью управляема.

Для рассчитанного ранее ОУ, определитель матрица управляемости равен:

$$U_d = \det \begin{bmatrix} 0.0179897 & 0.0610327 \\ 0.1505109 & 0.1958180 \end{bmatrix} = -0.0056634 \neq 0$$
 (11)

Из чего заключаем, что система полностью управляема.

— на полную наблюдаемость.

Для анализа системы на наблюдаемость строится матрица следующего вида:

$$Q_d = \begin{bmatrix} C_d \\ C_d A_d \\ \vdots \\ C_d A_d^{n-1} \end{bmatrix}$$
 (12)

Если матрица наблюдаемости не вырождена, то объект полностью наблюдаем. Для рассчитанного ранее ОУ, определитель матрица наблюдаемости равен:

$$Q_d = \det \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0.2859793 \end{bmatrix} = 0.2859793 \neq 0 \tag{13}$$

Из чего заключаем, что система полностью наблюдаема.

— на устойчивость. Для анализа устойчивости найдем корни характеристического полинома дискретного ОУ. Воспользуемся функцией spec(Ad), чтобы найти собственные числа матрицы.

$$z_1 = 1. (14)$$

$$z_2 = 1.3010219 \tag{15}$$

Так как $z_i>0$, следовательно, ОУ не устойчивый в соответствии с корневым критерием.

6. Построение эталонной модели для корней оптимальной дискретной системы по быстродействию, то есть $z_i = 0$ при i = 1, ..., n.

Сформируем эталонную модель вида:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \Gamma_d \xi(k) \\ y(k) = H_d \xi(k) \end{cases}$$
(16)

где $\xi(k)$ – вектор состояния дискретной эталонной модели, матрицы Γ_d, H_d строятся в соответствии с требуемыми показателями качества.

Составим следующие матрицы:

$$\Gamma_d = \begin{bmatrix} z & 1 \\ 0 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

7. Найти матрицу линейных стационарных обратных связей.

Определим эталонный характеристический полином.

$$D^*(z) = det[zI - \Gamma_d] = det \begin{bmatrix} z & -1 \\ 0 & z \end{bmatrix} = z^2$$
 (19)

Характеристический полином с матрицей состояния дискретной системы имеет вид:

$$D(z) = det[zI - A_d] = z^2 - 2.6926579z + 1.6926579$$
(20)

$$k_{i+1}^k = a_i^* - a_i (21)$$

$$K^k = \begin{bmatrix} k_1^k & k_2^k \end{bmatrix} \tag{22}$$

где a_i^* – коэффициенты полинома эталонной модели, a_i – коэффициенты полинома OV.

$$k_1^k = a_0^* - a_0 = 0 - 1.6926579 = -1.6926579$$
 (23)

$$k_2^k = a_1^* - a_1 = 0 + 2.6926579 = 2.6926579$$
 (24)

(25)

В результате проделанных действий получим матрицу линейных стационарных обратных связей в канонически управляемом базисе:

$$K^k = \begin{bmatrix} -1.6926579 & 2.6926579 \end{bmatrix} \tag{26}$$

Теперь перейдем в исходный базис.

$$K_d = K^k M^{-1} (27)$$

где $M = U_d U_k^{-1}$ – матрица преобразования. U_k – матрица наблюдаемости, сформированная парой матриц A_k, B_k , принадлежащих канонической управляемой форме ОУ.

Сформируем матрицы A_k, B_k :

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.6926579 & 2.6926579 \end{bmatrix}$$
 (28)

$$B_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{29}$$

Сформируем матрицу управляемости для канонической управляемой формы ОУ:

$$U_k = \det \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2.6926579 \end{bmatrix} = -1 \neq 0 \tag{30}$$

Tеперь, найдем M:

$$M = U_d U_k^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0941421 & 0.0790224 \\ -0.3463289 & 0.3463289 \end{bmatrix}$$
 (31)

Применяя полученное значение матрицы преобразования M, определим МЛСОС в первоначальном базисе:

$$K_d = \begin{bmatrix} 5.7748572 & 6.4571995 \end{bmatrix} \tag{32}$$

8. Проведем моделирование замкнутой системы при начальных условиях $y(0)=1, \dot{y}(0)=0.$

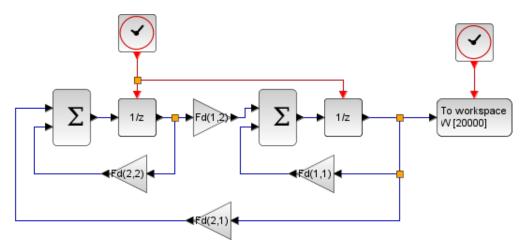


Рис. 5: Схема моделирования замкнутой системы

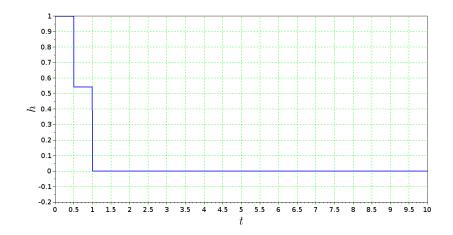


Рис. 6: Результаты моделирования замкнутой системы

9. Вывод о соответствии результатов моделирования и желаемого поведения.

Как видно из рисунка 6, полученная модель системы соответствует желаемому поведению системы: стабилизируется в устойчивом положении. Также, полученная система является оптимальной по быстродействию, так как выполняется услвие:

$$t_n \le nT \tag{33}$$

$$1sec. = 2 * 0.5sec. \tag{34}$$

где t_n – время переходного процесса, n=2 – порядок системы, T=0.5 – интервал дискретности.