

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ,  
МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем управления и информатики

Группа Р4235

### **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5**

**по курсу: «Адаптивное и робастное управление нелинейными  
системами»**

Параметризация модели объекта управления

Вариант №2

Авторы работы:

Антонов Е.С.,  
Артемов К.А.

Преподаватель:

Герасимов Д.Н.

«19» сентября 2017 г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты «\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

Санкт-Петербург  
2017 г.

# 1 Цель работы

Освоение способа параметрического представления выходной переменной и вектора состояния линейной модели объекта.

# 2 Теоретические сведения

Параметризацией модели объекта называется представление его выходной переменной (или вектора состояния) в виде линейной регрессионной модели, т.е. в виде произведения вектора (матрицы) постоянных параметров и вектора (матрицы) известных функций:

$$y = \theta^T \omega, \quad \text{или} \quad x = \sum_{i=1}^{n+m+1} \theta_i \xi_i, \quad (1)$$

где  $\theta$  — вектор постоянных параметров,  $\omega$  — вектор известных функций,  $\theta_i$  — компоненты вектора постоянных параметров,  $\xi_n \in \mathbb{R}^n$  — измеряемые вектора.

# 3 Исходные данные

Варианту №2 соответствует следующий набор исходных данных:

$$a_1 = 2, \quad a_0 = 1, \quad b_1 = 1, \quad b_0 = 3, \quad k_1 = \sqrt{0.02}, \quad k_0 = 0.01, \quad u = \sin t + 0.5 \cos 2t \quad (2)$$

# 4 Результаты расчетов и моделирования

## 4.1 Построение модели исходного объекта

Модель рассматриваемого объекта в форме BCB:

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad (3)$$

$$y = Cx, \quad (4)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 \\ -a_0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Соответствующие ей начальные условия  $\{x_1(0), x_2(0)\}$  связаны с начальными условиями  $\{y(0), \dot{y}(0)\}$  следующими выражениями

$$x_1(0) = y(0), \quad (6)$$

$$\dot{x}_1(0) = \dot{y}(0) = -a_1 y(0) + x_2(0) + b_1 \underbrace{u(0)}_{=0} \Rightarrow x_2(0) = \dot{y}(0) + a_1 y(0) \quad (7)$$

## 4.2 Параметризация относительно выходной переменной

Модель рассматриваемого объекта в форме ВСВ:

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = b_1\dot{u} + b_0u \quad (8)$$

После применения к правой и левой частям этого уравнения оператора

$$H(s) = \frac{1}{K(s)}, \quad (9)$$

где  $K(s) = s^2 + k_1s + k_0$  и некоторого количества алгебраических преобразований достигается следующий результат:

$$\frac{1}{K(s)}[\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y] = \frac{1}{K(s)}[b_1\dot{u} + b_0u] \quad (10)$$

$$\frac{1}{K(s)}[\ddot{y}] + a_1\frac{1}{K(s)}[\dot{y}] + a_0\frac{1}{K(s)}[y] = b_1\frac{1}{K(s)}[\dot{u}] + b_0\frac{1}{K(s)}[u] \quad (11)$$

$$\frac{s^2}{K(s)}[y] + a_1\frac{s}{K(s)}[y] + a_0\frac{1}{K(s)}[y] = b_1\frac{s}{K(s)}[u] + b_0\frac{1}{K(s)}[u] \quad (12)$$

$$\frac{s^2 \pm (k_1s + k_0)}{K(s)}[y] = -a_1\frac{s}{K(s)}[y] - a_0\frac{1}{K(s)}[y] + b_1\frac{s}{K(s)}[u] + b_0\frac{1}{K(s)}[u] \quad (13)$$

$$y = \frac{k_1s + k_0}{K(s)}[y] - a_1\frac{s}{K(s)}[y] - a_0\frac{1}{K(s)}[y] + b_1\frac{s}{K(s)}[u] + b_0\frac{1}{K(s)}[u] \quad (14)$$

$$y = (k_1 - a_1) \underbrace{\frac{s}{K(s)}[y]}_{\xi_2} + (k_0 - a_0) \underbrace{\frac{1}{K(s)}[y]}_{\xi_1} + b_1 \underbrace{\frac{s}{K(s)}[u]}_{\nu_2} + b_0 \underbrace{\frac{1}{K(s)}[u]}_{\nu_1} \quad (15)$$

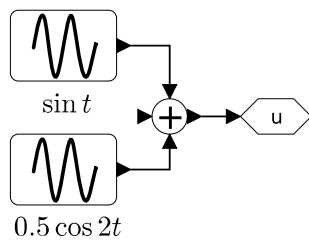
$$y = \theta^T \omega, \quad (16)$$

где

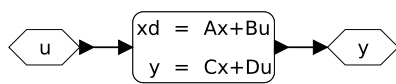
$$\theta^T = \begin{bmatrix} k_1 - a_1 & k_0 - a_0 & b_1 & b_0 \end{bmatrix}, \quad \omega^T = \begin{bmatrix} \xi_2 & \xi_1 & \nu_2 & \nu_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Схема моделирования, проверяющая работоспособность полученной регрессионной модели, и результаты ее запуска показаны на рисунках 1 и 2.

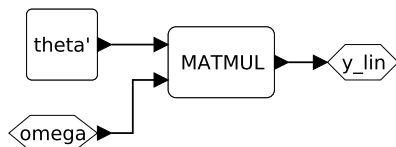
Формирование входного воздействия



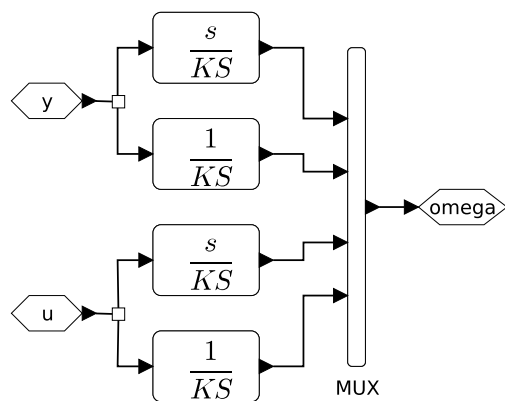
Модель ОУ в форме ВСВ



Регрессионная модель ОУ



Получение регрессора



Сохранение результатов

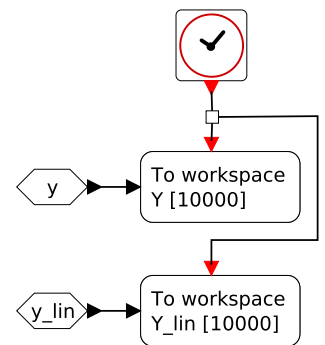


Рисунок 1 – Схема моделирования, применяемая для проверки работы регрессионной модели.

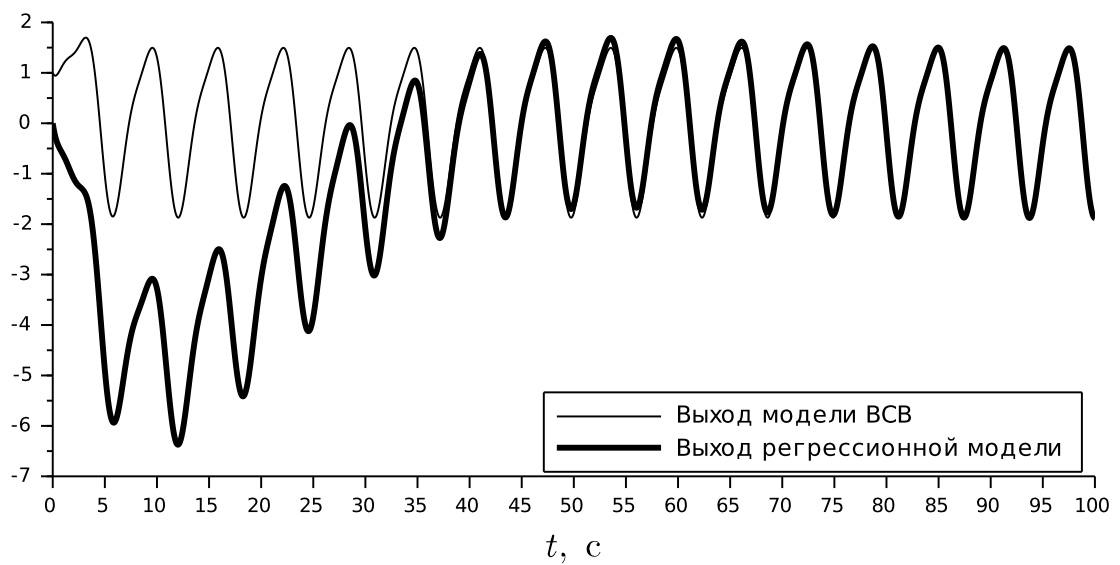


Рисунок 2 – Графики выходных сигналов моделей ОУ при  $y(0) = 1$  и  $\dot{y}(0) = -1$ .

### 4.3 Параметризация относительно вектора состояния

После применения к уравнению (3) матричной передаточной функции

$$\Phi(s) = (sI - A_0)^{-1}, \quad (18)$$

где

$$A_0 = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 \\ -k_0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

достигается следующий результат:

$$\Phi(s)[\dot{x}] = \Phi(s)A[x] + \Phi(s)b[u], \quad (20)$$

$$\Phi(s)(sI \pm A_0)[x] = \Phi(s)A[x] + \Phi(s)b[u], \quad (21)$$

$$x = \Phi(s)(A - A_0)[x] + \Phi(s)b[u], \quad (22)$$

$$x = \Phi(s) \begin{bmatrix} k_1 - a_1 \\ k_0 - a_0 \end{bmatrix} [y] + \Phi(s) \begin{bmatrix} b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} [u], \quad (23)$$

$$x = \sum_{j=0}^1 \theta_{2-j} \Phi(s) e_{2-j} [y] + \sum_{j=0}^1 \theta_{4-j} \Phi(s) e_{2-j} [u], \quad (24)$$

где  $e_i^T = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ \underbrace{1}_{i-th} \ 0 \ \dots \ 0]$ .

В заключение отметим, что, например,

$$x = \Phi(s)e_i[y] \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \dot{x} = A_0x + e_i y \\ x = Ix \end{cases} \quad (25)$$

Схема моделирования, проверяющая работоспособность полученной регрессионной модели, и результаты ее запуска показаны на рисунках 3 и 4.

## 5 Выводы по работе

В результате проделанной работы для заданного объекта управления были построены его параметризованные представления относительно выходной переменной и вектора состояния. Обе регрессионные модели оказались способными в точности воспроизводить происходящие в объекте движения спустя некоторое время, требующееся для протекания в них некоторых переходных процессов (см. рисунки 2 и 4).

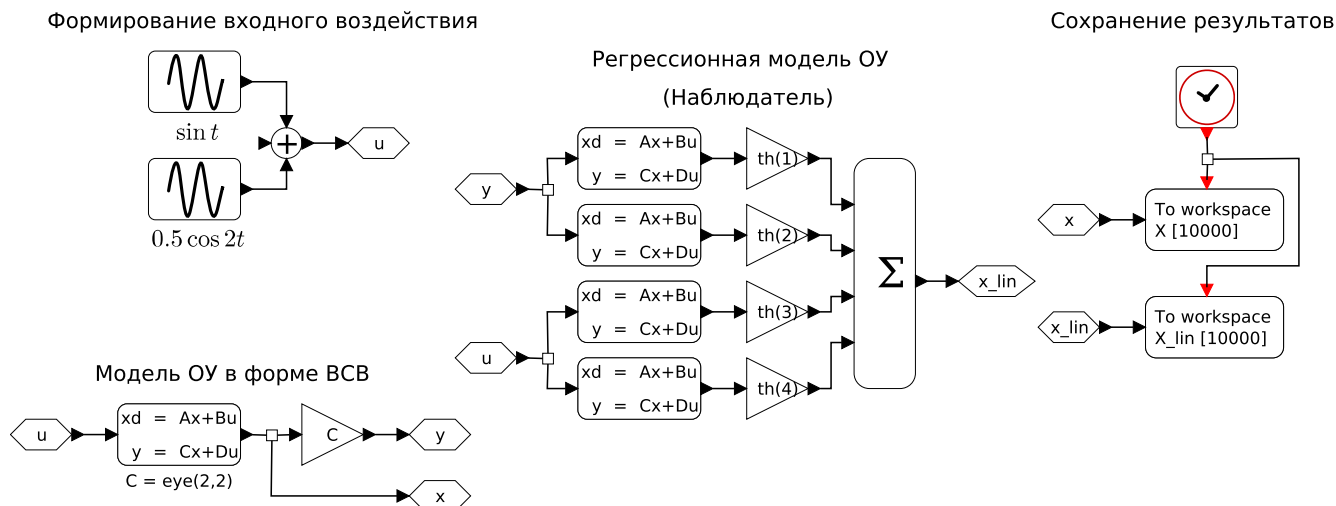


Рисунок 3 – Схема моделирования, применяемая для проверки работы регрессионной модели.

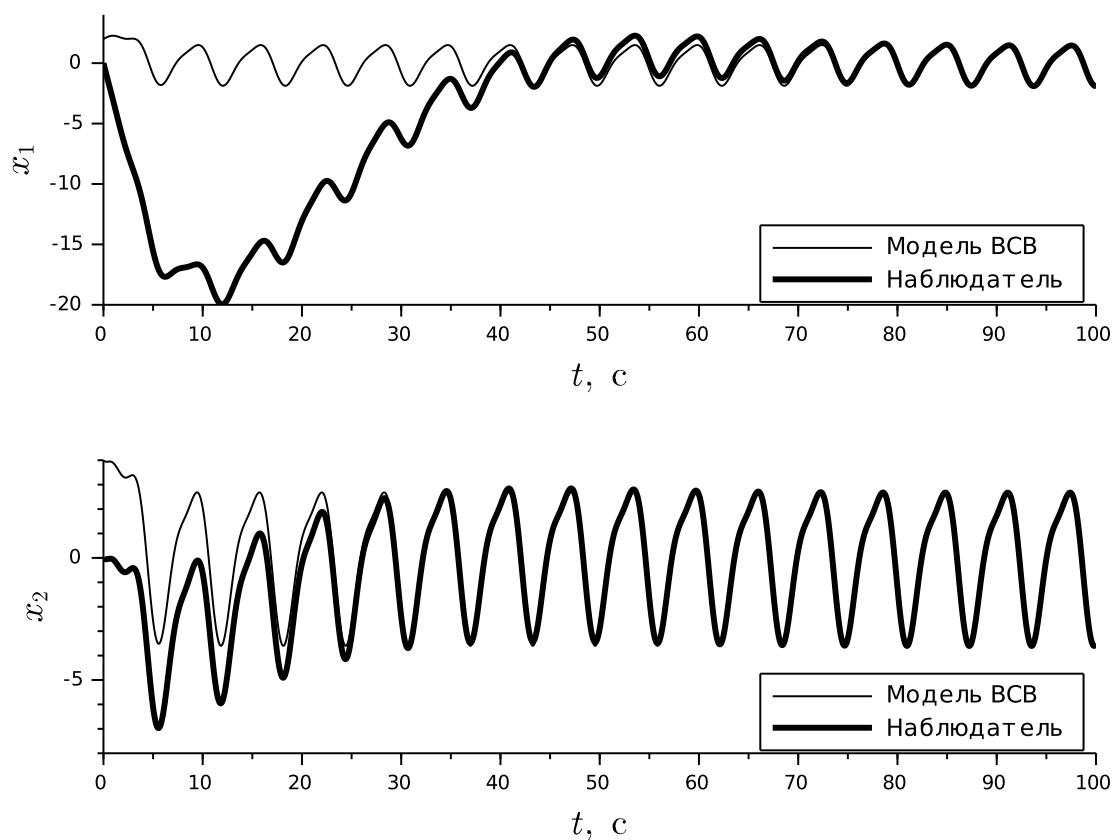


Рисунок 4 – Графики выходных сигналов моделей ОУ при  $x_1(0) = 2$  и  $x_2(0) = 4$ .