МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**Федеральное агентство по образованию**

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет компьютерных технологий и управления
Кафедра систем управления и информатики

Студент: Артемов Кирилл
группа P4135

Лабораторная работа №4

# Синтез дискретных стабилизирующих алгоритмов управления

Преподаватель
______________ Ю. В. Литвинов
«___» ________ 2016 г.

Санкт-Петербург, 2016 г.

# 1 Цель работы

Ознакомление с принципами синтеза дискретных регуляторов систем автоматического управления, работающих в режиме стабилизации.

# 2 Вариант задания

Таблица 1: Параметры ОУ

| № | ОУ | $k_1$ | $a_0^1$ | $T_1$ | $\xi$ | $k_2$ | $a_0^2$ | $T_2$ | T |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 1 | 0.95 | 0.5 |

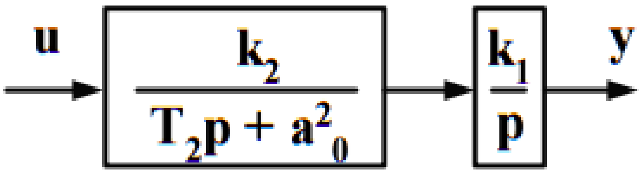


Рис. 1: Объект управления

# 3 Порядок выполнения работы

1. Получение модели ВСВ для непрерывного объекта.

Модель «Вход-состояние-выход» непрерывного объекта управления описывается уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases} \tag{1}$$

Подставив параметры ОУ из таблицы 1 в ОУ на рисунке 1, получим:

$$W(p) = \frac{k_1 k_2}{T_2 p^2 + a_0^2 p} = \frac{0.5}{0.95p^2 + p} \tag{2}$$

Перейдем к канонической управляемой форме.

Для начала приведем передаточкую функцию к виду с единичным старшим коэффициентом полинома.

$$W(p) = \frac{\frac{k_1 k_2}{T_2}}{p^2 + \frac{a_0^2}{T_2} p} = \frac{0.5263}{p^2 + 1.0526p} \tag{3}$$

Теперь приведем к канониески управляемой форме:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1.0526 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5263 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

2. Переход к дискретному описанию объекта управления. Дискретные системы в пространстве состояний описываются разностными уравнениями.

$$\begin{cases} \dot{x}(k+1) & = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) & = Cx(k) \end{cases} \tag{7}$$

Из таблицы 1 интервал дискретности $T = 0.5$ сек. Матрицы $A_d, B_d$ рассчитаем в среде моделирования Scilab.

```
A = [0, 1; 0, 1.0526]
B = [0; 0.5263]
Ad = expm(A*T);
Bd = [0; 0];
for i=1:10
    Bd = Bd + (A^(i-1) * T^i) / prod(1:i) * B;
end
Bd
```

Рис. 2: Листинг программы расчета матриц $A_d, B_d$

В результате получим следующие матрицы:

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0.2859793 \\ 0 & 1.3010219 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0.0179897 \\ 0.1505109 \end{bmatrix} \tag{9}$$

3. Моделирование непрерывного и дискретного объекта управления

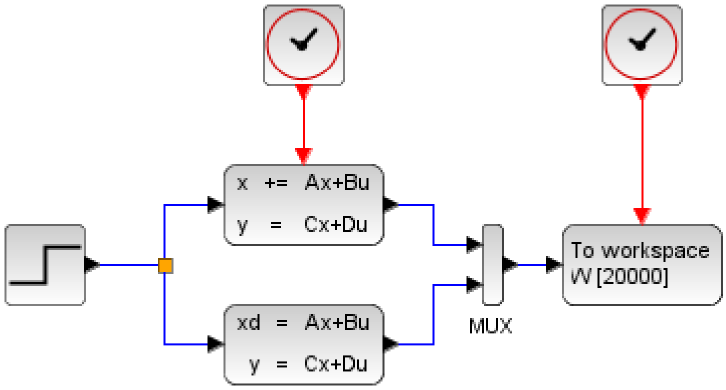


Рис. 3: Схема моделирования ОУ

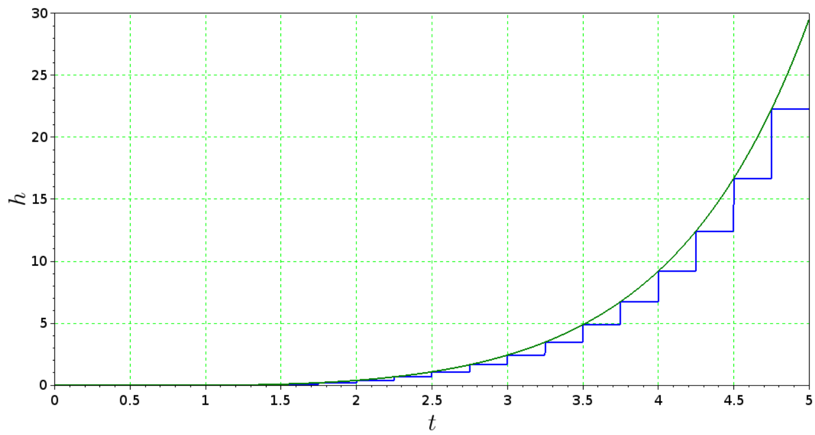


Рис. 4: Результаты моделирования ОУ

4. Вывод о преобразовании ОУ.

Как видно из рисунка 4, дискретная модель точно описывает непрерыную, экстраполирую сигнал в моменты $t = kT = 0.5k$, где $k = 1..n$.

5. Анализ дискретного объекта.

— на полную управляемость;

Для анализа системы на управляемость строится матрица следующего вида:

$$U_d = \begin{bmatrix} B_d & AdB_d & \dots & A_d^{n-1}B_d \end{bmatrix} \tag{10}$$

Если определитель матрицы управляемости не выражден $det(U_d) \neq 0$, можно полагать, что пара матриц $A_d, B_d$ – полностью управляема.

Для рассчитанного ранее ОУ, определитель матрица управляемости равен:

$$U_d = det \begin{bmatrix} 0.0179897 & 0.0610327 \\ 0.1505109 & 0.1958180 \end{bmatrix} = -0.0056634 \neq 0 \tag{11}$$

Из чего заключаем, что система полностью управляема.

— на полную наблюдаемость.

Для анализа системы на наблюдаемость строится матрица следующего вида:

$$Q_d = \begin{bmatrix} C_d \\ C_d A_d \\ \vdots \\ C_d A_d^{n-1} \end{bmatrix} \tag{12}$$

Если матрица наблюдаемости не выраждена, то объект полностью наблюдаем.

Для рассчитанного ранее ОУ, определитель матрица наблюдаемости равен:

$$Q_d = det \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0.2859793 \end{bmatrix} = 0.2859793 \neq 0 \tag{13}$$

Из чего заключаем, что система полностью наблюдаема.

— на устойчивость. Для анализа устойчивости найдем корни характеристического полинома дискретного ОУ. Воспользуемся функцией $spec(Ad)$, чтобы найти собственные числа матрицы.

$$z_1 = 1. \tag{14}$$

$$z_2 = 1.3010219 \tag{15}$$

Так как $z_i > 0$, следовательно, ОУ не устойчивый в соответствии с корневым критерием.

6. Построение эталонной модели для корней оптимальной дискретной системы по быстродействию, то есть $z_i = 0$ при $i = 1, ..., n$.

Сформируем эталонную модель вида:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \Gamma_d \xi(k) \\ y(k) = H_d \xi(k) \end{cases} \tag{16}$$

где $\xi(k)$ – вектор состояния дискретной эталонной модели, матрицы $\Gamma_d, H_d$ строятся в соответствии с требуемыми показателями качества.

Составим следующие матрицы:

$$\Gamma_d = \begin{bmatrix} z & 1 \\ 0 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$H_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

7. Найти матрицу линейных стационарных обратных связей.

Определим эталонный характеристический полином.

$$D^*(z) = det[zI - \Gamma_d] = det \begin{bmatrix} z & -1 \\ 0 & z \end{bmatrix} = z^2 \tag{19}$$

Характеристический полином с матрицей состояния дискретной системы имеет вид:

$$D(z) = det[zI - A_d] = z^2 - 2.6926579z + 1.6926579 \tag{20}$$

$$k_{i+1}^k = a_i^* - a_i \tag{21}$$

$$K^k = \begin{bmatrix} k_1^k & k_2^k \end{bmatrix} \tag{22}$$

где $a_i^*$ – коэффициенты полинома эталонной модели, $a_i$ – коэффициенты полинома ОУ.

$$k_1^k = a_0^* - a_0 = 0 - 1.6926579 = -1.6926579 \tag{23}$$

$$k_2^k = a_1^* - a_1 = 0 + 2.6926579 = 2.6926579 \tag{24}$$

$$\tag{25}$$

В результате проделанных действий получим матрицу линейных стационарных обратных связей в канонически управляемом базисе:

$$K^k = \begin{bmatrix} -1.6926579 & 2.6926579 \end{bmatrix} \tag{26}$$

Теперь перейдем в исходный базис.

$$K_d = K^k M^{-1} \tag{27}$$

где $M = U_d U_k^{-1}$ – матрица преобразования. $U_k$ – матрица наблюдаемости, сформированная парой матриц $A_k, B_k$, принадлежащих канонической управляемой форме ОУ.

Сформируем матрицы $A_k, B_k$:

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.6926579 & 2.6926579 \end{bmatrix} \tag{28}$$

$$B_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{29}$$

Сформируем матрицу управляемости для канонической управляемой формы ОУ:

$$U_k = det \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2.6926579 \end{bmatrix} = -1 \neq 0 \tag{30}$$

Теперь, найдем $M$:

$$M = U_d U_k^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0941421 & 0.0790224 \\ -0.3463289 & 0.3463289 \end{bmatrix} \tag{31}$$

Применяя полученное значение матрицы преобразования $M$, определим МЛСОС в первоначальном базисе:

$$K_d = \begin{bmatrix} 5.7748572 & 6.4571995 \end{bmatrix} \tag{32}$$

8. Проведем моделирование замкнутой системы при начальных условиях $y(0) = 1, \dot{y}(0) = 0$.

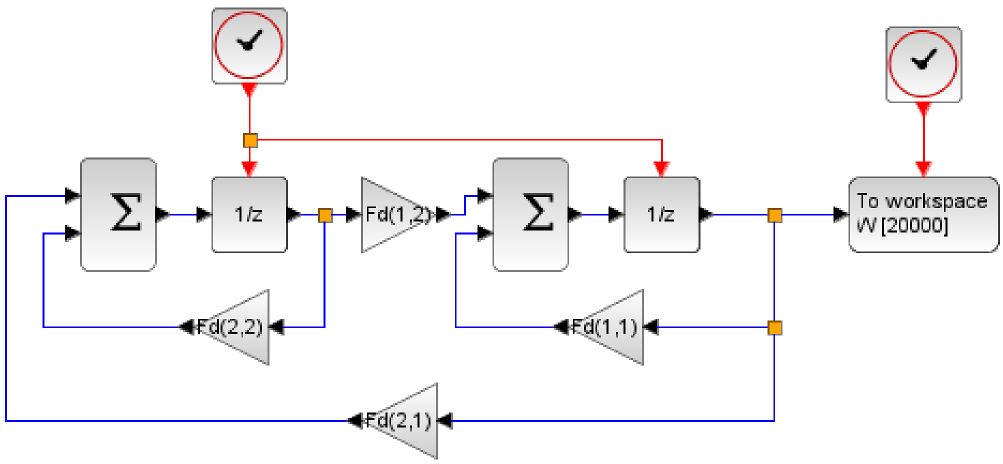


Рис. 5: Схема моделирования замкнутой системы

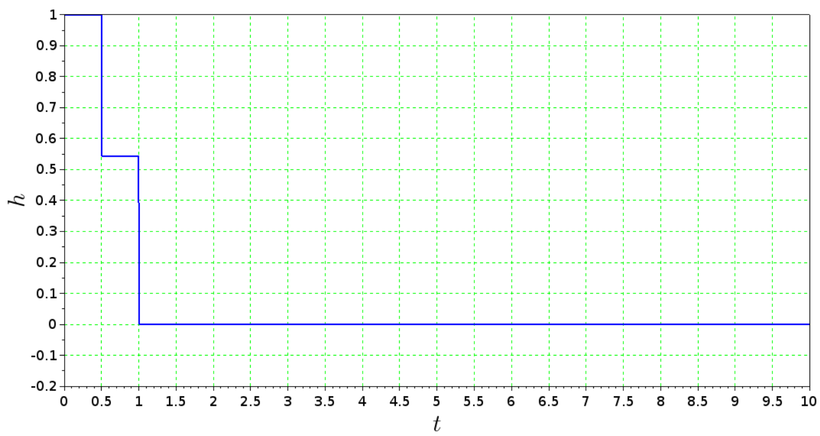


Рис. 6: Результаты моделирования замкнутой системы

9. Вывод о соответствии результатов моделирования и желаемого поведения.

Как видно из рисунка 6, полученная модель системы соответствует желаемому поведению системы: стабилизируется в устойчивом положении. Также, полученная система является оптимальной по быстродействию, так как выполняется услвие:

$$t_n \leq nT \tag{33}$$

$$1sec. = 2 * 0.5sec. \tag{34}$$

где $t_n$ – время переходного процесса, $n = 2$ – порядок системы, $T = 0.5$ – интервал дискретности.