

Практическая работа №6

Решение нелинейных уравнений

Постановка задачи. Требуется найти корни нелинейного уравнения

$$f(x) = 0 \text{ для } x \in [a, b],$$

где f – непрерывная или более гладкая функция.

Описание метода. Решение задачи состоит из двух этапов: а) отделение корней; б) уточнение корней.

Первый этап выполняется аналитически и/или графически, используя компьютер, нарисовать график функции, определить отрезок, содержащий корень;

На втором этапе предполагается, что $f(a)f(b) < 0$ и функция f имеет на $[a, b]$ единственный корень. Для его уточнения используются итерационные методы. Итерации прекращаются, когда для приближений x_k к искомому корню имеем $|x_{k+1} - x_k| \leq \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ – заданное малое число.

1. Напишите программы решения нелинейных уравнений итерационными методами:
 - методом деления отрезка пополам,
 - методом Ньютонас точностью 0,001, выведите количество итераций. Сравните решения с результатами, полученными с помощью функции библиотеки `scipy.optimize`, раздел `Root finding`.

а) $x^3 - 2x + 2 = 0$

б) $\sin x + x - 1 = 0$

с) $\ln x - \frac{1}{x} = 0$

2. Решить системы нелинейных уравнений итерационным методом Ньютона с точностью 0,001:

а)

$$\begin{cases} \sin y + 2x = 2, \\ \cos(x - 1) + y = 0.7 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} \sin(x + 1) - y = 1.2, \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$$

Сравнить решения, используя функцию `fsolve` библиотеки `scipy.optimize`.