

Санкт-Петербургский политехнический университет  
Высшая школа прикладной математики и  
вычислительной физики,  
Физико-механический институт

Отчет по лабораторной работе №5  
по дисциплине «Интервальный анализ»

Выполнил студент гр. 5030102/80201  
Кириллова А.А.  
Руководитель  
Баженов А. Н.

Санкт-Петербург  
2021

# Содержание

	Страница
<b>1 Постановка задачи</b>	<b>4</b>
<b>2 Теория</b>	<b>4</b>
2.1 Решение задачи регрессии с интервальным откликом . . . . .	4
2.2 Информационное множество . . . . .	4
2.3 Коридор совместных зависимостей . . . . .	4
2.4 Предсказание значений . . . . .	4
<b>3 Реализация</b>	<b>4</b>
<b>4 Результаты</b>	<b>5</b>
<b>5 Обсуждение</b>	<b>6</b>

## Список иллюстраций

	Страница
1 Информационное множество с точечными оценками . . . . .	5
2 Коридор совместных зависимостей и исходные измерения . . . . .	5
3 График построенной модели регрессии с предсказаниями . . . . .	6

# 1 Постановка задачи

Для линейной задачи построения регрессии  $y = X\beta$  необходимо задать набор значений  $x$  и  $y$  с некоторыми ошибками измерений по отклику. Необходимо провести вычисления и привести иллюстрации:

- Построить интервальное множество решений  $\beta$ , сделать точечные оценки параметров.
- Построить коридор совместных зависимостей.
- Задать набор предсказания внутри и вне  $x$ , построить набор значений выходной переменной  $y$ .

## 2 Теория

### 2.1 Решение задачи регрессии с интервальным откликом

Решением задачи восстановления зависимости можно считать любое (в данном случае линейное) решение, проходящее через все исходные брусы.

### 2.2 Информационное множество

Интервальное множество решений  $\beta$ , которое необходимо построить и оценить в задании 1, называется информационным множеством. В качестве точечных оценок информационного множества будут использованы следующие величины:

- Середина наибольшей диагонали
- Центр тяжести (среднее суммы всех вершин)
- Оценка  $\beta$ , полученная решением исходной задачи в точечной постановке (с серединами интервалов) методом наименьших квадратов

### 2.3 Коридор совместных зависимостей

Коридором совместных зависимостей называется множество, образованное всеми решениями с параметрами из информационного множества.

### 2.4 Предсказание значений

Предсказание осуществляется посредством построения сечения коридора совместных зависимостей в указанных точках. Соотношение прогнозных и исходных интервалов в исходных точках измерений является одним из показателей качества построенной модели.

## 3 Реализация

Для осуществления вычислений и визуализации результатов использовалась среда Octave с библиотекой С. И. Жилина.

## 4 Результаты

В качестве входных значений предиктора были выбраны точки  $x = \{2, 4, 10, 12\}$ . В качестве отклика  $y$  были взяты значения  $[y_i - \varepsilon_i, y_i + \varepsilon_i]$ , где  $y = \{2, 8.5, 18, 25\}$ ,  $\varepsilon = \{2, 1.5, 2.5, 1.5\}$ .  $\hat{\beta}_{\text{maxdiag}} = (-0.95, 2.1)$ ,  $\hat{\beta}_{\text{gravity}} = (-0.8188, 2.08)$ ,  $\hat{\beta}_{\text{lsm}} = (-1.39, 2.11)$ .

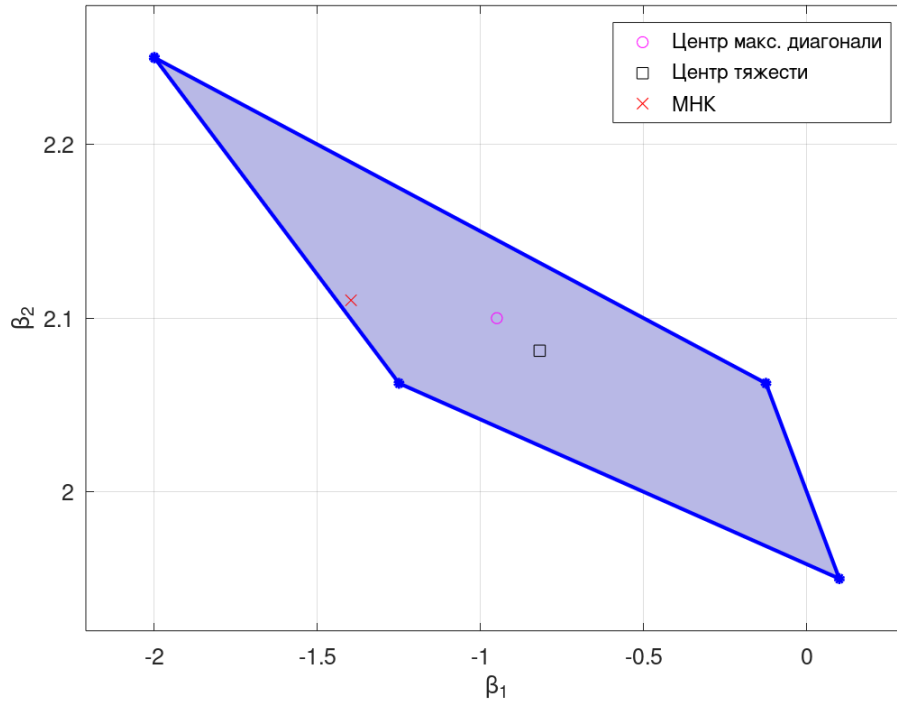


Рис. 1: Информационное множество с точечными оценками

Коридор совместных зависимостей обозначен фиолетовым цветом на следующем графике.

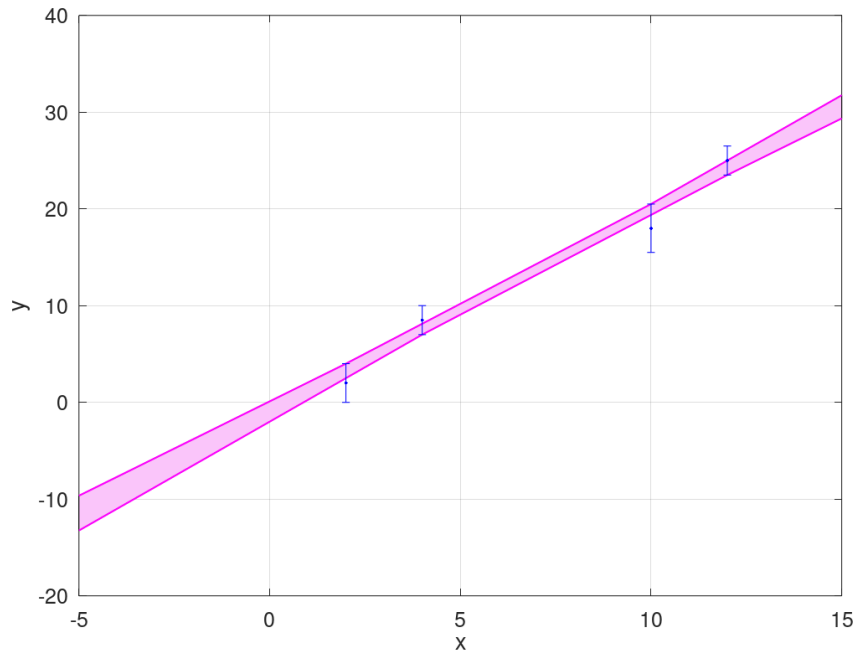


Рис. 2: Коридор совместных зависимостей и исходные измерения

Для построения следующего графика были выбраны точки  $x_p = \{2, 10, -1, 5, 13\}$  для вычисления предсказаний. Первые две из них принадлежат множеству точек, по которым строилась регрессия. Синими отрезками обозначены образующие модель интервалы, черными - предсказания.

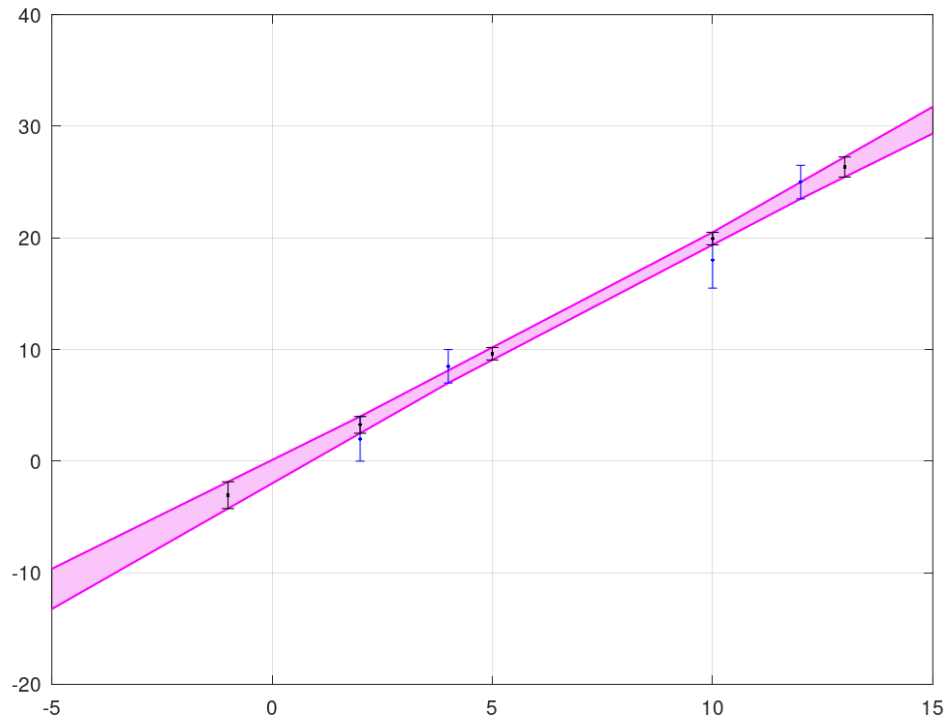


Рис. 3: График построенной модели регрессии с предсказаниями

## 5 Обсуждение

1. По форме информационного множества можно сделать вывод, что все 4 интервала оказывают влияние на построенную модель.
2. Точечные оценки информационного множества дали ощутимо разные результаты. Все три оценки лежат внутри множества, однако оценка, полученная на основании МНК, находится возле границы. В общем случае возможно подобрать данные так, чтобы данная оценка вышла за пределы информационного множества.
3. По графику 2 видно, что исходные данные имеют значительную неопределенность и разброс, коридор совместных зависимостей испытывает влияние всех интервалов и довольно узок в средней части.
4. По предсказаниям, полученным в точках, являющихся подмножеством  $x$ , видно, что исходные и предсказанные интервалы довольно сильно различаются. Можно сделать вывод, что линейная модель не очень хорошо описывает исходные данные. Тем не менее, в целом предсказания получились с невысокой степенью неопределенности.