

# 1 Компоненты динамики

В работе аналитически были получены выражения для матрицы инерции  $M$  и вектора центробежных и кориолисовых сил  $L$ , участвующие в уравнении динамики предложенной математической модели (??). Ниже приведены выражения для них. Все последующие вычисления проводились численно на основании данных выражений при помощи библиотеки численных вычислений NumPy.

Матрица  $M(\theta) = M^T(\theta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ :

$$\begin{aligned} M_{11} &= I_1 + l_1^2 \left( \frac{m_1}{4} + m_2 + m_3 \right), \\ M_{12} &= M_{21} = l_1 l_2 \left( \frac{m_2}{2} - m_3 \right) \cos(\theta_1 - \theta_2), \\ M_{13} &= M_{31} = \frac{1}{2} l_1 l_3 m_3 \cos(\theta_1 - \theta_3), \\ M_{22} &= I_2 + l_2^2 \left( \frac{m_2}{4} + m_3 \right), \\ M_{23} &= M_{32} = \frac{1}{2} l_2 l_3 m_3 \cos(\theta_2 - \theta_3), \\ M_{33} &= I_3 + l_3^2 \frac{m_3}{4}. \end{aligned}$$

Вектор  $L(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^3$ :

$$\begin{aligned} L_1 &= gl_1 \left( \frac{m_1}{2} + m_2 + m_3 \right) \cos \theta_1 + \frac{1}{2} l_1 l_2 m_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2^2 + \\ &\quad + l_1 l_2 m_3 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} l_1 l_3 m_3 \sin(\theta_1 - \theta_3) \dot{\theta}_3^2, \\ L_2 &= gl_2 \left( \frac{m_2}{2} + m_3 \right) \cos \theta_2 - \frac{1}{2} l_1 l_2 m_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 - \\ &\quad - l_1 l_2 m_3 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} l_2 l_3 m_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) \dot{\theta}_3^2, \\ L_3 &= \frac{1}{2} gl_3 m_3 \cos \theta_3 - \frac{1}{2} l_1 l_3 m_3 \sin(\theta_1 - \theta_3) \dot{\theta}_1^2 - \frac{1}{2} l_2 l_3 m_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) \dot{\theta}_2^2. \end{aligned}$$