0.1 Регуляризация оптимальной поправки

Согласно Теореме 1 оптимальная поправка имеет следующую аффинную форму

$$\delta u^{k*} = L_k \delta x^k + d^k,$$

где L_k — коэффициент управления с обратной связью, d^k — коэффициент управления без обратной связи, возникающий по причине того, что мы имеем дело с отклонениями от заданного состояния.

Данная форма не налагает никаких ограничений на поправку δu. На практике это означает, что на начальных итерациях алгоритма, когда референсная траектория далека от оптимальной, поправка зачастую выводит систему за область действия аппроксимации. Визуально это выражается в том, что на каждой итерации алгоритм выдаёт некоторую случайную траекторию и в конечном итоге не сходится к оптимальной траектории. Чтобы избежать такого эффекта, необходимо регуляризовать коэффициент управления без обратной связи d^k:

$$\delta u^{k*}(\eta) = L_k \delta x^k + \eta d^k.$$

Теперь остается ответить на вопрос, как выбрать подходящий коэффициент регулярицации η. Это можно сделать двумя способами:

1. Дополнительно поточечно ограничить область допустимых управлений

   $$u^k \in \mathcal{U}^k.$$

   Тогда можно выбирать коэффициент следующим способом

   $$\eta = \min\{\eta \,|\, \bar{u}^k + \delta u^{k*}(\eta) \in \mathcal{U}^k\}.$$

   Такой способ предполагает один дополнительный проход алгоритма для поиска минимума, однако существенно замедляет скорость сходимости и накладывает ограничения, не предусмотренные исходной задачей.

2. Использовать ожидаемое отклонение от функции цены

   $$\xi_1 \leqslant \frac{J(\bar{u}) - J(\bar{u} + \delta u)}{J_\delta(0) - J_\delta(\delta u^*(\eta))} \leqslant \xi_2.$$

   Данные способ не накладывает никаких дополнительных ограничений. При этом для нахождения правильного коэффициента может потребоваться несколько итераций. Изначально выбирается $\eta = 1$, считается оптимальная поправка, если условие не выполнено, но коэффициент $\eta = \gamma\eta$.

Список литературы

[1] Donald E. Knuth. *The TEX Book*. Addison-Wesley Professional, 1986.