0.1 Планарная модель руки, держащей предмет

Рассмотрим руку человека, держащего стержень. В некотором приближении можно считать, что мы имеем трёхсекционный математический маятник. Для каждого из 3-х сочленений нам известны:

1. Масса сочленения m_i, $i = 1, 2, 3$;
2. Линейная плотность сочленения $\rho_i = \rho_i(x)$, $0 \leqslant x \leqslant l_i$, $i = 1, 2, 3$;
3. Длина сочленения l_i, $i = 1, 2, 3$;
4. Угол поворота сочленения θ_i, $i = 1, 2, 3$ относительно оси абсцисс Oe_1.

Также считаем, что положение плечевого сустава фиксировано для определённости в точке $(0, 0)$. На Рис. 1 приведена схема с примером данного маятника и соответствующая позиция человека.

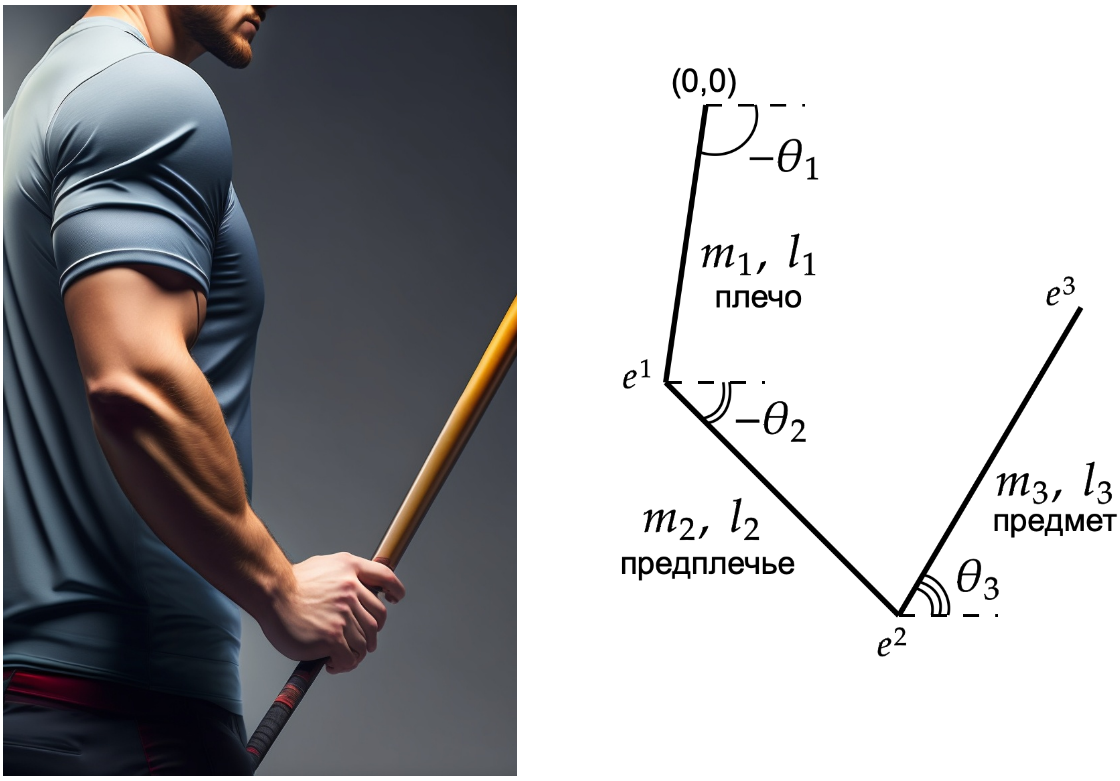

Рис. 1: Иллюстрация предложенной модели. Рисунок слева сгенерирован нейросетью *Lexica Aperture* по текстовому запросу и приведён для визуального соответствия сочленений маятника на схеме с частями тела человека.

В связи с тем, что мы имеем пространство состояний высокой размерности, далее в работе при построении графиков численного решения нам будет удобно рассматривать не траектории фазовых переменных по отдельности, а траекторию *схвата* в картезианской системе координат.

Определение 1. *Схватом* будем называть крайнюю точку последнего, в нашем случае третьего, сочлененения приведённого маятника. Позицию схвата в картезианской системе координат обозначим за

$$e^3 \in \mathbb{R}^2.$$

Сразу выпишем выражения для позиций крайних точек сочленений:

$$e^i = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{i} l_k \cos\theta_k \\ \sum_{k=1}^{i} l_k \sin\theta_k \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3. \tag{0.1}$$