0.1 Непрерывная постановка задачи

Поставим задачу целевого управления для модели, построенной в Разделе 2. Для этого рассмотрим расширенное фазовое пространство с состоянием

$$x = [\theta \; \dot{\theta} \; \tau]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^9.$$

Тогда уравнение динамики системы (??) можно переписать в виде стационарной системы однородных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A(x) + Bu, \tag{0.1}$$

где

$$A(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ M^{-1}(x_1)(x_3 - L(x_1, x_2)) \\ O \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} O \\ O \\ I \end{bmatrix}.$$

Считаем, что для данной системы поставлена задача Коши, то есть нам известно начальное состояние системы

$$x(t_{\text{start}}) = x^{\text{start}}. \tag{0.2}$$

Замечание 1. Отметим, что для выполнения достаточных условий существования и единственности решения Каратеодори для задачи Коши (0.1)-(0.2) управление u достаточно брать из класса измеримых на рассматриваемом отрезке $t_{\text{start}} \leqslant t \leqslant t_{\text{final}}$ функций [?].

Для задачи Коши (0.1)-(0.2) поставим задачу поиска управления $u \in U[t_{\text{start}}, t_{\text{final}}]$, минимизирующего функционал качества вида:

$$J = q^{\text{final}}(x(t_{\text{final}})) + w_1 \int\limits_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{final}}} q(x(t))\, dt + w_2 \int\limits_{t_{\text{start}}}^{t_{\text{final}}} r(u(t))\, dt, \tag{0.3}$$

где q^{final}, q отвечают за терминальное и фазовые ограничения соответственно и выбираются в зависимости от конкретной постановки задачи, а r отвечает за энергетические затраты и в соответствии с (??) равна:

$$r(u) = \|u\|^2,$$

а w_1, w_2 — веса соответствующих критериев для данной многокритериальной задачи.

Для дальнейших рассуждений потребуем, чтобы функции q^{final}, q были дважды непрерывно дифференцируемыми. Полученные из модели функции A и r заведомо удовлетворяют этому требованию.