

Математическое моделирование движения руки и поведенческих движений

студент 2 курса магистратуры К. Ю. Егоров
научный руководитель — к.ф-м.н., доцент И. В. Востриков

Кафедра системного анализа
ВМК МГУ

27 марта 2023 г.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.

Метод Эйлера–Лагранжа

$$\mathcal{L} = \Pi - K \implies \tau_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_i}$$

Уравнение динамики

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + L(\theta, \dot{\theta})$$

- τ_i — момент силы, действующей на i -е сочленение
- $M(\theta) = M^T(\theta) > 0$ — матрица инерции
- $L(\theta, \dot{\theta})$ — вектор центробежных и кориолисовых сил

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipisicing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.

Формализация энергетических затрат

$$\text{Затраты} = \int_{t_{start}}^{t_{final}} \dot{\tau} dt$$

Задача достижимости

Введем $x = [\theta \ \dot{\theta} \ \dot{\tau}]^T$, тогда

$$\dot{x} = f(x)u + g(x)$$

$$x(t_{start}) = x^{start}$$

Задача минимизации функционала:

$$J = \langle x - x^{final}, Q^{final}(x - x^{final}) \rangle + \int_{t_{start}}^{t_{final}} \langle u, Ru \rangle dt$$

$$\dot{x} = f(x, u) \implies x^{k+1} = \Delta t \cdot f(x^k, u^k) + x^k$$

Зачем

- Есть разработанная теория для решения линейно-квадратичных задач
- Наша задача не такая
- Но мы можем её линеаризовать
- Но нужно знать, вокруг какой траектории это делать

Построим референсную траекторию заменой задачи на линейную:

$$v = Mu + L \implies$$

Метод динамического программирования даёт решение данной задачи:

Here a formulae be provided

Почему она хороша

- Она приводит нас к целевому положению
- Она минимизирует изменение углового ускорения, значит эта траектория возможна
- Но она не имеет никакого отношения к энергии

Вдоль референсной траектории (u, x) линеаризуем систему:

$$\delta x^{k+1} = A^k \delta x^k + B^k \delta u^k, \text{ где } A^k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x,u)}$$

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.