

0.1 Регуляризация оптимальной поправки

Согласно Теореме 1 оптимальная поправка имеет следующую аффинную форму

$$\delta u^{k*} = L_k \delta x^k + d^k,$$

где L_k — коэффициент управления с обратной связью, d^k — коэффициент управления без обратной связи, возникающий по причине того, что мы имеем дело с отклонениями от заданного состояния.

Данная форма не налагает никаких ограничений на поправку δu . На практике это означает, что на начальных итерациях алгоритма, когда референсная траектория далека от оптимальной, поправка зачастую выводит систему за область действия аппроксимации. Визуально это выражается в том, что на каждой итерации алгоритм выдаёт некоторую случайную траекторию и в конечном итоге не сходится к оптимальной траектории. Чтобы избежать такого эффекта, необходимо регуляризовать коэффициент управления без обратной связи d^k :

$$\delta u^{k*}(\eta) = L_k \delta x^k + \eta d^k.$$

Теперь остается ответить на вопрос, как выбрать подходящий коэффициент регуляризации η . Это можно сделать двумя способами:

1. Дополнительно поточечно ограничить область допустимых управлений

$$u^k \in \mathcal{U}^k.$$

В таком случае можно выбирать коэффициент из соотношения

$$\eta = \min\{\eta \mid \bar{u}^k + \delta u^{k*}(\eta) \in \mathcal{U}^k\}.$$

Такой способ предполагает всего один дополнительный проход алгоритма для поиска минимума, однако накладывает ограничения, не предусмотренные исходной задачей, и не даёт гарантии на то, что в среднем отклонение в конечном счёте не накопится.

2. Использовать ожидаемое отклонение от функции цены

$$\xi_1 \leq \frac{J(\bar{u}) - J(\bar{u} + \delta u)}{J_\delta(0) - J_\delta(\delta u^*(\eta))} \leq \xi_2. \quad (0.1)$$

Данный способ не накладывает дополнительных ограничений. При этом для нахождения правильного коэффициента может потребоваться несколько итераций. Изначально коэффициент η инициализируется единицей, затем считается оптимальная поправка, и если условие (0.1) не выполнено, то коэффициент уменьшается $\eta = \gamma\eta$, где $\gamma < 1$.

Замечание 1. В случае задачи с заданными ограничениями на управление необходимо комбинировать оба рассмотренных условия. Для численного решения нашей задачи было использовано второе.