0.1 Регуляризация оптимальной поправки

Согласно Теореме 1 оптимальная поправка имеет следующую аффинную форму

$$\delta u^{k*} = L_k \delta x^k + d^k,$$

где L_k — коэффициент управления с обратной связью, d^k — коэффициент управления без обратной связи, возникающий по причине того, что мы имеем дело с отклонениями от заданного состояния.

Данная форма не налагает никаких ограничений на поправку δu. На практике это означает, что на начальных итерациях алгоритма, когда референсная траектория далека от оптимальной, поправка зачастую выводит систему за область действия аппроксимации. Визуально это выражается в том, что на каждой итерации алгоритм выдаёт некоторую случайную траекторию и в конечном итоге не сходится к оптимальной траектории. Чтобы избежать такого эффекта, необходимо регуляризовать коэффициент управления без обратной связи d^k:

$$\delta u^{k*}(\eta) = L_k \delta x^k + \eta d^k.$$

Теперь остается ответить на вопрос, как выбрать подходящий коэффициент регуляризации η. Это можно сделать двумя способами:

1. Дополнительно поточечно ограничить область допустимых управлений

   $$u^k \in \mathcal{U}^k.$$

   В таком случае можно выбирать коэффициент из соотношения

   $$\eta = \begin{cases} 1, & \text{при } \bar{u}^k + \delta u^{k*} \in \mathcal{U}^k, k = \overline{1, N}, \\ \min\left\{\eta \,|\, \bar{u}^k + \delta u^{k*}(\eta) \in \partial\mathcal{U}^k\right\}, & \text{иначе.} \end{cases}$$

   Такой способ предполагает всего один дополнительный проход алгоритма для поиска минимума, однако накладывает ограничения, не предусмотренные исходной задачей, и не даёт гарантии на то, что в среднем отклонение в конечном счёте не накопится.

2. Использовать ожидаемое отклонение от функции цены

   $$\xi_1 \leqslant \frac{J(\bar{u}) - J(\bar{u} + \delta u^*(\eta))}{J_\delta(0) - J_\delta(\delta u^*(\eta))} \leqslant \xi_2. \tag{0.1}$$

Данный способ не накладывает дополнительных ограничений. При этом для нахождения правильного коэффициента может потребоваться несколько итераций. Изначально коэффициент η инициализируется единицей, затем считается оптимальная поправка, и если условие (0.1) не выполнено, то коэффициент уменьшается $\eta \leftarrow \gamma\eta$, где $\gamma < 1$.

Замечание 1. В случае задачи с заданными ограничениями на управление необходимо комбинировать оба рассмотренных условия. Для численного решения нашей задачи было использовано второе.