

- 1) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 25. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 25 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 24$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите три значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. При каком  $S$  Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?

- 2) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 33 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 32$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите три значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. При каком  $S$  Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?

- 3) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу четыре камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 19 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 35. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 35 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 34$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите три значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
3. При каком  $S$  Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?

- 4) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 55. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 55 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 54$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
3. При каком  $S$  Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?

- 5) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неогра-

ниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 49$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите три значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
3. При каком  $S$  Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?

- 6) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 13 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 60. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 60 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 59$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
3. При каком  $S$  Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?

- 7) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу четыре камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 14 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 70. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 70 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 69$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
3. При каком  $S$  Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?

- 8) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 40 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 81. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 81 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 80$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
3. При каком  $S$  Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?

- 9) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12 или 40 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 69. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 69 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 68$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
  2. Назовите **три** значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
  3. Назовите **два** значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.
- 10) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 13 или 40 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 75 или больше камней.
- В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 74$ .
1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
  2. Назовите **четыре** значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
  3. Назовите **три** значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.
- 11) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 25. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 25 или больше камней.
- В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 24$ .
1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
  2. Назовите три значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
  3. При каком  $S$  Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.
- 12) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня, добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 17, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 30. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 30 или больше камней.
- В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 29$ .
1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
  2. Назовите четыре значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
  3. Назовите два значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.
- 13) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 54. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 54 или больше камней.
- В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 53$ .
1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите два значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 14) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, добавить в кучу четыре камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 40. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 40 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 39$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите два значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 15) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, добавить в кучу семь камней или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 22 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 49$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите три значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите два значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 16) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или добавить в кучу десять камней. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 25 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 41. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 41 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 40$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите два значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 17) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или добавить в кучу восемь камней. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 камней или 23 камня. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 35. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 35 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 34$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите два значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 18) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить число камней в куче в пять раз. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 камней или 50 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 101. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 101 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 100$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите значение  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 19) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или добавить в кучу 10 камней. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 камней или 17 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 31. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 31 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 30$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите два значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 20) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить число камней в куче в пять раз. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 камней или 50 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 201. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 201 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 200$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 21) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 75 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 74$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите три значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.



3. Назовите одно значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 22) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или пять камней или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 20 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 41. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 41 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 40$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?

3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 23) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в шесть раз. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 60 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 361. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 361 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 360$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?

3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 24) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в пять раз. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12 или 50 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 300. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 300 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 299$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?

3. Назовите два значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 25) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 13 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 48. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 48 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 47$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите три значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?

3. Назовите два значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

26) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 51. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 51 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 50$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

27) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

1. добавить в кучу один камень или
2. увеличить количество камней в куче в три раза и **убрать из кучи 1 камень**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 29 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 33 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 32$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

28) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

1. добавить в кучу один камень или
2. увеличить количество камней в куче в три раза и **добавить в кучу 1 камень**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 31 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 32. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 32 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 31$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

29) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в три раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 38. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 38 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 8 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 29$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите одно любое значение  $S$ , при котором Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 30) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 47. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 47 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 4 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 42$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите одно любое значение  $S$ , при котором Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 31) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня или увеличить количество камней в куче в два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 44. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 44 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 38$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите одно любое значение  $S$ , при котором Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 32) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня или увеличить количество камней в куче в три раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 68. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 68 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 8 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 59$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите одно любое значение  $S$ , при котором Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

- 33) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) три камня или увеличить количество камней в куче в два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 52. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 52 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 6 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 45$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите одно любое значение  $S$ , при котором Петя может выиграть своим вторым ходом.



3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

34) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня или увеличить количество камней в куче в два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 80. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 80 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 7 камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 72$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите одно любое значение  $S$ , при котором Петя может выиграть своим вторым ходом.

3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

35) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) добавить в кучу один камень или

б) увеличить количество камней в куче в три раза и **убрать из кучи 2 камня**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 28 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 31. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 31 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 30$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?

3. Назовите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

36) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) добавить в кучу два камня или

б) увеличить количество камней в куче в два раза и **убрать из кучи 1 камень**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12 или 29 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 40. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 40 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 39$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

2. Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?

3. Назовите все значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

37) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) добавить в кучу три камня или

б) увеличить количество камней в куче в три раза и **убрать из кучи 1 камень**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 13 или 29 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 50. Победителем считается игрок,

сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 49$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. Назовите все значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

38) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) добавить в кучу три камня или
- б) увеличить количество камней в куче в два раза и **убрать из кучи 1 камень**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 13 или 19 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 38. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 37$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. Назовите все значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

39) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) добавить в кучу один камень или
- б) увеличить количество камней в куче в три раза и затем **добавить в кучу 1 камень**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 31 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 34. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 34 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 33$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. Назовите все значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

40) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) добавить в кучу два камня или
- б) увеличить количество камней в куче в два раза и затем **добавить в кучу 1 камень**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12 или 21 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 44. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 44 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 43$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?

3. Назовите все значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

41) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) добавить в кучу два камня или
- б) увеличить количество камней в куче в три раза и затем **добавить в кучу 2 камня**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12 или 32 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 60. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 60 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 59$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. Назовите все значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

42) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу три камня** или
- б) **увеличить количество камней в куче в два раза и затем добавить в кучу 1 камень**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 13 или 21 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 85. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 85 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 84$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. Назовите все значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом.

43) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или
- б) **увеличить количество камней в куче в два раза**.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в обеих кучах всего будет 38 камней или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций (7, 15), (9, 14) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (7, 14), (8, 14), (9, 13) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции (8, 13) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

44) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или
- б) **увеличить количество камней в куче в три раза**.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в обеих кучах всего будет 45 камней или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций (5, 13), (8, 12) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (5, 12), (7, 12), (8, 11) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции (6, 12) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

45) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или
- б) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в обеих кучах всего будет 58 камней или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций (9, 23), (10, 23) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (10, 22), (12, 21) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции (9, 22) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

46) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или
- б) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в обеих кучах всего будет 70 камней или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций (9, 29), (11, 28) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (10, 28), (12, 27) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции (10, 27) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

47) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня** или
- б) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в обеих кучах всего будет 75 камней или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций (10, 32), (11, 31) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (10, 31), (11, 30), (12, 30) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции (10, 29) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

48) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня** или
- б) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в обеих кучах всего будет 55 камней или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций (8, 23), (9, 22) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (8, 21), (8, 22), (9, 21) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции (9, 19) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

49) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня** или
- б) **увеличить количество камней в куче в три раза.**

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в обеих кучах всего будет 67 камней или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций (9, 19), (11, 18) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (9, 18), (10, 18), (11, 16) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции (10, 17) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

50) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня** или
- б) **увеличить количество камней в куче в три раза.**

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, что в обеих кучах всего будет 48 камней или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций (5, 14), (7, 13) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (5, 13), (6, 13), (7, 11) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции (6, 12) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

51) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу один камень** или
- б) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 28. Если при этом в куче оказалось не более 46 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 27$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 24, 25, 26$ ? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

**Задание 2.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 10, 11$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

**Задание 3.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 8$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах – количество камней в позиции.



52) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу один камень;**
- б) **добавить в кучу два камня;**
- в) **добавить в кучу три камня;**
- г) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 34 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 33$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.** Укажите четыре значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

53) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу один камень;**
- б) **добавить в кучу два камня;**
- в) **добавить в кучу три камня;**
- г) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 37. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 37$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.** Укажите четыре значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

54) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу один камень;**
- б) **добавить в кучу два камня;**
- г) **увеличить количество камней в куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 64. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 65 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 64$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.** Укажите три значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

55) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу один камень;**
- б) **добавить в кучу два камня;**
- г) **увеличить количество камней в куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 73. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 74 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 73$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.** Укажите три значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

56) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу один камень;**
- б) **увеличить количество камней в куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 33. Если при этом в куче оказалось не более 89 камней, то победителем считается игрок, сделавший по-

следний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 32$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 29, 30, 31$ ? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

**Задание 2.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 9, 10$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

**Задание 3.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 8$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

57) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в кучу один камень;**

б) **увеличить количество камней в куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 36. Если при этом в куче оказалось не более 98 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 35$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 32, 33, 34$ ? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

**Задание 2.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 10, 11$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

**Задание 3.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 9$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

58) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в кучу два камня;**

б) **увеличить количество камней в куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 45. Если при этом в куче оказалось не более 112 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 44$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 37, 39, 41$ ? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

**Задание 2.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 13, 11$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

**Задание 3.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 9$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

59) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в кучу два камня;**

**б) увеличить количество камней в куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 36. Если при этом в куче оказалось не более 85 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 35$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 28, 30, 32$ ? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

**Задание 2.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 8, 10$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

**Задание 3.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 6$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

60) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в кучу один камень;**

б) **увеличить количество камней в куче в два раза;**

в) **увеличить количество камней в куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 36. Если при этом в куче оказалось не более 60 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 35$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 31, 32, 33, 34$ ? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

**Задание 2.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 11$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

**Задание 3.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 10$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

61) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в кучу один камень;**

б) **увеличить количество камней в куче в два раза;**

в) **увеличить количество камней в куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 42. Если при этом в куче оказалось не более 72 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 41$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 37, 38, 39, 40$ ? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

**Задание 2.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 13$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

**Задание 3.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 12$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.

- 62) Два игрока, Петя и Ваня играют в игру с цепочками символов. Игра начинается со слова, которое состоит из  $n$  букв У и  $m$  букв А. Такое слово будем обозначать как  $(n, m)$ . Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**1) добавить в слово одну букву, У или А**

**2) удвоить количество букв У**

**3) удвоить количество букв А**

Игра завершается в тот момент, когда длина слова становится не менее 25 символов. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший слово длиной 25 или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций  $(4, 10)$ ,  $(6, 9)$ ,  $(8, 8)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций  $(4, 9)$ ,  $(6, 8)$ ,  $(7, 8)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции  $(7, 7)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

- 63) Два игрока, Петя и Ваня играют в игру с цепочками символов. Игра начинается со слова, которое состоит из  $n$  букв Г и  $m$  букв А. Такое слово будем обозначать как  $(n, m)$ . Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**1) добавить в слово две буквы Г или две буквы А**

**2) удвоить количество букв Г**

**3) удвоить количество букв А**

Игра завершается в тот момент, когда длина слова становится не менее 38 символов. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший слово длиной 38 или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций  $(4, 16)$ ,  $(5, 16)$ ,  $(6, 15)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций  $(4, 15)$ ,  $(5, 14)$ ,  $(6, 13)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции  $(4, 13)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

- 64) Два игрока, Петя и Ваня играют в игру с цепочками символов. Игра начинается со слова, которое состоит из  $n$  букв Х и  $m$  букв А. Такое слово будем обозначать как  $(n, m)$ . Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**1) добавить в слово одну букву Х**

**2) добавить в слово две буквы А**

**2) удвоить количество букв Х**

**3) удвоить количество букв А**

Игра завершается в тот момент, когда длина слова становится не менее 42 символов. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший слово длиной 42 или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций  $(5, 18)$ ,  $(7, 17)$ ,  $(9, 16)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций  $(4, 18)$ ,  $(6, 17)$ ,  $(7, 15)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.



**Задание 3.** Для начальной позиции (5, 17) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

- 65) Два игрока, Петя и Ваня играют в игру с цепочками символов. Игра начинается со слова, которое состоит из  $n$  букв X и  $m$  букв Y. Такое слово будем обозначать как  $(n, m)$ . Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- 1) **добавить в слово одну букву X**
- 2) **добавить в слово две буквы Y**
- 2) **удвоить количество букв X**
- 3) **утроить количество букв Y**

Игра завершается в тот момент, когда длина слова становится не менее 52 символов. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший слово длиной 52 или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций (6, 15), (9, 14), (12, 13) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (5, 15), (8, 14), (11, 13) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции (4, 15) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

- 66) Два игрока, Петя и Ваня играют в игру с цепочками символов. Игра начинается со слова, которое состоит из  $n$  букв X,  $m$  букв Y, и  $k$  букв Z. Такое слово будем обозначать как  $(n, m, k)$ . Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- 1) **добавить в слово одну букву из набора {X, Y, Z}**
- 2) **удвоить количество букв X**
- 3) **удвоить количество букв Y**
- 4) **удвоить количество букв Z**

Игра завершается в тот момент, когда длина слова становится не менее 40 символов. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший слово длиной 40 или больше.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций (4, 5, 15), (4, 7, 14), (6, 7, 13) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (4, 4, 15), (4, 7, 7), (5, 7, 13) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Для начальной позиции (5, 7, 12) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной выигрышной стратегии.

- 67) Два игрока, Петя и Ваня по очереди стирают буквы из слова или фразы. Первым ходит Петя. За один ход разрешается стереть или ровно одну букву, или все одинаковые буквы. Выигрывает тот, кто сотрёт последнюю букву.

**Задание 1.** Укажите все слова из списка ниже, начиная с которых выигрывает Петя.

КУ РАК АРА КУКУ ЛОООМ ОКРОК КАРАТ МЕМО КЕТЕКЕ НАНАЦА ПРОРОК  
МОЛОКО РАПИРА АНКАРА АРАРАТ

**Задание 2.** Укажите все слова из представленных, начиная с которых Ваня не может гарантированно выиграть своим первым ходом, но может выиграть либо своим первым или вторым ходом, в зависимости от хода Пети. Для всех выбранных слов укажите его выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Дана фраза: ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА. Кто выиграет в этой игре, и какой будет выигрышная стратегия этого игрока?

- 68) Два игрока, Петя и Ваня по очереди стирают буквы из слова или фразы. Первым ходит Петя. За один ход разрешается стереть или ровно одну букву, или все одинаковые буквы. Выигрывает тот, кто сотрёт последнюю букву.

**Задание 1.** Укажите все слова из списка ниже, начиная с которых выигрывает Петя.

АЗ МАК ЛОЛА ЛАЛА КРЯКРЯ КОМОН ТРРР ТОРОС ЛОЛОЛО ФЫЫЫФ СЕЛЕН ЛЕТЕЛ  
ТРААРА ГАГАРА ШАШШАШ

**Задание 2.** Укажите все слова из представленных, начиная с которых Ваня не может гарантированно выиграть своим первым ходом, но может выиграть либо своим первым или вторым ходом, в зависимости от хода Пети. Для всех выбранных слов укажите его выигрышную стратегию.

**Задание 3.** Дана фраза: МАТЕМАТИКА И АВТОМАТИКА. Кто выиграет в этой игре, и какой будет выигрышная стратегия этого игрока?

- 69) Два игрока, Петя и Ваня играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого. Игра начинается с пустой строки, в конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы полученная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Петя. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

**Задание 1.** а) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {БАБАХ-КАРАРА, КРЯКРЯРАТ}.

б) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {ВЕКВЕК...ВЕК, НЕКНЕК...НЕК}. В первом слове 58 раз повторяется слово ВЕК, а во втором – 14 раз повторяется слово НЕК.

**Задание 2.** В наборе слов, приведённом в задании 1а, поменяйте местами две буквы в любом слове так, чтобы выигрышная стратегия была у другого игрока.

**Задание 3.** Дан набор слов {ГОЛОВА, ГОРН, ГОРОХ, ПРОФИ, ПРОХОД, ПРОДУКЦИЯ}. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

- 70) Два игрока, Петя и Ваня играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого. Игра начинается с пустой строки, в конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы полученная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Петя. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

**Задание 1.** а) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {КОБРА-ГИБУС, КОБИМУЛЮС}.

б) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {ПИРАТ... ПИРАТ, ЗОЛОТО... ЗОЛОТО}. В первом слове 155 раз повторяется слово ПИРАТ, а во втором – 14 раз повторяется слово ЗОЛОТО.

**Задание 2.** В наборе слов, приведённом в задании 1а, поменяйте местами две буквы в любом слове так, чтобы выигрышная стратегия была у другого игрока.

**Задание 3.** Дан набор слов {ВОРОНА, ВОЛК, ВОЛНА, КРОНА, КРОКУС, КРОКОДИЛ}. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

- 71) Два игрока, Петя и Ваня играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого. Игра начинается с пустой строки, в конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы полученная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Петя. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

**Задание 1.** а) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {НО-СТРАДАМУС, КАЛАМОНОМБ}.

б) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {ПОРТ... ПОРТ, МАРТ ... МАРТ}. В первом слове 271 раз повторяется слово ПОРТ, а во втором – 113 раз повторяется слово МАРТ.

**Задание 2.** В наборе слов, приведённом в задании 1а, поменяйте местами две буквы в любом слове так, чтобы выигрышная стратегия была у другого игрока.

**Задание 3.** Дан набор слов {КОРОНА, КОРАЛЛ, КОРКА, ВЕТКА, ВЕТОШЬ, ВЕНЗЕЛЬ}. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

- 72) Два игрока, Петя и Ваня играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого. Игра начинается с пустой строки, в конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы полученная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Петя. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

**Задание 1.** а) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {ГОРА, ГОРНЫЙ, ГОРКА}.

б) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {БАРК... БАРК, БАРАН ... БАРАН}. В первом слове 215 раз повторяется слово БАРК, а во втором – 109 раз повторяется слово БАРАН.

**Задание 2.** В наборе слов, приведённом в задании 1а, поменяйте местами две соседние буквы в любом слове так, чтобы выигрышная стратегия была у другого игрока.

**Задание 3.** Дан набор слов {НОРКА, НОРМАЛЬ, НОРА, КАНТ, КАНИСТРА, КАНДЕЛЯБР, КАНДАЛЫ}. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

- 73) Два игрока, Паша и Валя играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого. Игра начинается с пустой строки, в конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы полученная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Паша. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

**Задание 1.** а) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {ЛОКОН, ЛОКОМОТИВ, ЛОКАУТ}.

б) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {МЭРС... МЭРС, МЭРИЯ... МЭРИЯ}. В первом слове 155 раз повторяется слово МЭРС, а во втором – 97 раз повторяется слово МЭРИЯ.

**Задание 2.** В наборе слов, приведённом в задании 1а, поменяйте местами две соседние буквы в любом слове так, чтобы выигрышная стратегия была у другого игрока.

**Задание 3.** Дан набор слов {МОЛОКО, НАКЛОН, НАКАТ, МОЛЛЮСК, МОШКА, ЛОНДОН, МОСКВА}. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

- 74) Два игрока, Паша и Валя играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого. Игра начинается с пустой строки, в конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы полученная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Паша. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

**Задание 1.** а) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {МАРИЯ, МАРИНАД, МАРШАЛ}.

б) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {ВЕБ... ВЕБ, ВЕРА... ВЕРА}. В первом слове 133 раза повторяется слово ВЕБ, а во втором – 77 раз повторяется слово ВЕРА.

**Задание 2.** В наборе слов, приведённом в задании 1а, поменяйте местами две соседние буквы в любом слове так, чтобы выигрышная стратегия была у другого игрока.

**Задание 3.** Дан набор слов {СОМАЛИ, СОВЕНОК, СОВЕТ, СОМЕЛЬЕ, СОВХОЗ, СОВПАДЕНИЕ}. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

- 75) Два игрока, Паша и Валя играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого. Игра начинается с пустой строки, в конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы получен-

ная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Паша. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

**Задание 1.** а) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {КАТЕР, КАЗАНТИП, КАЗАЧЕСТВО}.

б) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {МАСТЕР... МАСТЕР, МАСКА... МАСКА}. В первом слове 377 раз повторяется слово МАСТЕР, а во втором – 99 раз повторяется слово МАСКА.

**Задание 2.** В наборе слов, приведённом в задании 1а, поменяйте местами две соседние буквы в любом слове так, чтобы выигрышная стратегия была у другого игрока.

**Задание 3.** Дан набор слов {ГАСТРИТ, ГАСТРОЛИ, ГАСИТЕЛЬ, НЕРКА, НЕРЕСТ, НЕСУШКА, НЕСТОР}. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

- 76) Два игрока, Паша и Валя играют в следующую игру. Задан некоторый набор символьных цепочек («слов»), в котором ни одно слово не является началом другого. Игра начинается с пустой строки, в конец которой игроки по очереди дописывают буквы, по одной букве за ход так, чтобы полученная цепочка на каждом шаге была началом одного из заданных слов. Первый ход делает Паша. Выигрывает тот, кто первый составит слово из заданного набора.

**Задание 1.** а) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {КУЛОН, КУЛУАР, КУЛИНАРИЯ}.

б) Определите, у кого из игроков есть выигрышная стратегия для набора слов {КАСКА... КАСКА, КАМА... КАМА}. В первом слове 245 раз повторяется слово КАСКА, а во втором – 399 раз повторяется слово КАМА.

**Задание 2.** В наборе слов, приведённом в задании 1а, поменяйте местами две соседние буквы в любом слове так, чтобы выигрышная стратегия была у другого игрока.

**Задание 3.** Дан набор слов {МОРАЛЬ, МОРАТОРИЙ, МЕТЕЛЬ, ТАРАНЬ, ТАРАКАН, ТАРИФИКАЦИЯ}. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

- 77) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в любую кучу один камень;**

б) **увеличить количество камней в любой куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 63. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 63 камня или больше. В начальный момент в первой куче было 5 камней, а во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 57$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 3.** Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

- 78) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в любую кучу два камня;**

б) **увеличить количество камней в любой куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 75 камней или больше. В начальный момент в первой куче было 9 камней, а во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 65$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 3.** Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

79) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в любую кучу три камня;**

б) **увеличить количество камней в любой куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 61. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 61 камень или больше. В начальный момент в первой куче было 7 камней, а во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 53$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 3.** Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

80) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить в любую кучу два камня;**

б) **увеличить количество камней в любой куче в три раза.**

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 113. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 113 камней или больше. В начальный момент в первой куче было 11 камней, а во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 101$ .



**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 3.** Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

81) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) добавить в любую кучу два камня;
- б) увеличить количество камней в любой куче в три раза.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 88. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 88 камней или больше. В начальный момент в первой куче было 4 камня, а во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 83$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 3.** Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

82) (Н. Гаврилова) Два игрока, Петя и Ваня играют в следующую игру. На столе в кучке лежат фишки. На лицевой стороне каждой фишки написано двузначное натуральное число, обе цифры которого находятся в диапазоне от 1 до 3. Никакие две фишки не повторяются. Игра состоит в том, что игроки поочередно берут из кучки по одной фишке и выкладывают в цепочку на стол лицевой стороной вверх таким образом, что каждая новая фишка ставится правее предыдущей и последняя цифра предыдущей фишки совпадает с первой цифрой следующей.

Первый ход делает Петя, выкладывая любую фишку из кучки. Игра заканчивается, когда в кучке нет ни одной фишки, которую можно добавить в цепочку. Тот, кто добавил последнюю фишку, **выигрывает**, а его противник проигрывает.

Выполните следующие три задания при исходном наборе фишек {11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32}.

**Задание 1.** а) Приведите пример **самой короткой партии**, возможной при данном наборе фишек. Если таких партий несколько, достаточно привести одну.

б) Петя первым ходом поставил фишку 21. У кого из игроков есть выигрышная стратегия в этой ситуации? Укажите первый ход, который должен сделать выигрывающий игрок, играю-

щий по этой стратегии. Приведите пример одной из партий, возможных при реализации выигрывающим игроком этой стратегии.

**Задание 2.** Петя первым ходом выставил фишку 11. У кого из игроков в этом случае есть выигрышная стратегия, позволяющая выиграть **свои четвертым ходом**? Постройте в виде рисунка или таблицы дерево всех партий, возможных при реализации выигрывающим игроком этой стратегии.

**Задание 3.** Укажите хотя бы один способ убрать две фишки из исходного набора так, чтобы всегда выигрывал не тот игрок, который имеет выигрышную стратегию в задании 2. Приведите пример партии для набора из шести оставшихся фишек.

- 83) (**Н. Гаврилова**) Два игрока, Петя и Ваня играют в следующую игру. На столе в кучке лежат фишки. На лицевой стороне каждой фишки написано двузначное натуральное число. Никакие две фишки не повторяются. Игра состоит в том, что игроки поочередно берут из кучки по одной фишке и выкладывают в цепочку на стол лицевой стороной вверх таким образом, что каждая новая фишка ставится правее предыдущей и последняя цифра предыдущей фишки совпадает с первой цифрой следующей.

Первый ход делает Петя, выкладывая любую фишку из кучки. Игра заканчивается, когда в кучке нет ни одной фишки, которую можно добавить в цепочку. Тот, кто добавил последнюю фишку, **выигрывает**, а его противник проигрывает.

Выполните следующие три задания при исходном наборе фишек {11, 12, 15, 21, 22, 25, 51, 52}.

**Задание 1. а)** Приведите пример **самой короткой партии**, возможной при данном наборе фишек. Если таких партий несколько, достаточно привести одну.

**б)** Петя первым ходом поставил фишку 21. У кого из игроков есть выигрышная стратегия в этой ситуации? Укажите первый ход, который должен сделать выигрывающий игрок, играющий по этой стратегии. Приведите пример одной из партий, возможных при реализации выигрывающим игроком этой стратегии.

**Задание 2.** Петя первым ходом выставил фишку 22. У кого из игроков в этом случае есть выигрышная стратегия, позволяющая выиграть **свои четвертым ходом**? Постройте в виде рисунка или таблицы дерево всех партий, возможных при реализации выигрывающим игроком этой стратегии.

**Задание 3.** Укажите хотя бы один способ убрать две фишки из исходного набора так, чтобы всегда выигрывал не тот игрок, который имеет выигрышную стратегию в задании 2. Приведите пример партии для набора из шести оставшихся фишек.

- 84) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из одной из куч один камень или уменьшить количество камней в куче в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень **больше**, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (5, 9), (3, 9), (6, 8), (6, 5). Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 20. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 20 или меньше камней. В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче –  $S$  камней,  $S > 10$ .

**Задание 1.** Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет страте-

гии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

- 85) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из одной из куч один камень или уменьшить количество камней в куче в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень **больше**, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать  $(6, 9)$ . За один ход из позиции  $(6, 9)$  можно получить любую из четырёх позиций:  $(5, 9)$ ,  $(3, 9)$ ,  $(6, 8)$ ,  $(6, 5)$ . Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 30. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 30 или меньше камней. В начальный момент в первой куче было 18 камней, во второй куче –  $S$  камней,  $S > 12$ .

**Задание 1.** Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

- 86) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из одной из куч один камень или уменьшить количество камней в куче в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень **больше**, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать  $(6, 9)$ . За один ход из позиции  $(6, 9)$  можно получить любую из четырёх позиций:  $(5, 9)$ ,  $(3, 9)$ ,  $(6, 8)$ ,  $(6, 5)$ . Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 32. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 32 или меньше камней. В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче –  $S$  камней,  $S > 22$ .

**Задание 1.** Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

- 87) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из одной из куч один камень или уменьшить количество камней в куче в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень **больше**, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать  $(6, 9)$ . За один ход из позиции  $(6, 9)$  можно получить любую из четырёх позиций:  $(5, 9)$ ,  $(3, 9)$ ,  $(6, 8)$ ,  $(6, 5)$ . Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 36. Победителем считается игрок, сде-

лавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 36 или меньше камней. В начальный момент в первой куче было 12 камней, во второй куче –  $S$  камней,  $S > 24$ .

**Задание 1.** Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

- 88) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из одной из куч два камня или уменьшить количество камней в куче в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень **меньше**, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать  $(6, 9)$ . За один ход из позиции  $(6, 9)$  можно получить любую из четырёх позиций:  $(4, 9)$ ,  $(3, 9)$ ,  $(6, 7)$ ,  $(6, 4)$ . Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 25. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 25 или меньше камней. В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче –  $S$  камней,  $S > 15$ .

**Задание 1.** Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

- 89) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может убрать из одной из куч два камня или уменьшить количество камней в куче в два раза (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень **меньше**, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать  $(6, 9)$ . За один ход из позиции  $(6, 9)$  можно получить любую из четырёх позиций:  $(4, 9)$ ,  $(3, 9)$ ,  $(6, 7)$ ,  $(6, 4)$ . Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 28. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 28 или меньше камней. В начальный момент в первой куче было 15 камней, во второй куче –  $S$  камней,  $S > 13$ .

**Задание 1.** Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

90) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. В начале игры фишка находится в точке с координатами  $(7, S)$ , где  $0 \leq S \leq 9$ . Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может переместить фишку из точки с координатами  $(x, y)$  в одну из двух точек:  $(x+3, y)$  или  $(x, y+2)$ . Выигрывает игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до точки с координатами  $(0,0)$  не меньше 12 единиц.

**Задание 1.** а) Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

б) Назовите все значения  $S$ , при которых Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите минимальное значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

91) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. В начале игры фишка находится в точке с координатами  $(10, S)$ , где  $S \geq 7$ . Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может переместить фишку из точки с координатами  $(x, y)$  в одну из двух точек:  $(x-3, y-1)$  или  $(x-1, y-2)$ . Выигрывает игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до точки с координатами  $(0,0)$  меньше 12 единиц.

**Задание 1.** а) Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

б) Назовите все значения  $S$ , при которых Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите минимальное значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Пети. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

92) (А. Кабанов) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат три кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) **два камня** или увеличить количество камней в куче **в три раза**. Например, пусть в первой куче 10 камней, во второй 7, а в третьей 4 камня; такую позицию в игре будем обозначать  $(10, 7, 4)$ . Тогда за один ход можно получить любую из шести позиций:  $(12, 7, 4)$ ,  $(30, 7, 4)$ ,  $(10, 9, 4)$ ,  $(10, 21, 4)$ ,  $(10, 7, 6)$ ,  $(10, 7, 12)$ . Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 47. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 47 или больше камней.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций  $(5, 11, 8)$ ,  $(7, 10, 8)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии.



**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций (9, 8, 5), (10, 5, 8) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии.

**Задание 3.** Для начальной позиции (8, 5, 8) укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной Вами выигрышной стратегии. Представьте дерево в виде рисунка или таблицы.

93) **(А. Кабанов)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат три кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, пусть в первой куче 10 камней, во второй 7, а в третьей 4 камня; такую позицию в игре будем обозначать  $(10, 7, 4)$ . Тогда за один ход можно получить любую из шести позиций:  $(12, 7, 4)$ ,  $(30, 7, 4)$ ,  $(10, 9, 4)$ ,  $(10, 21, 4)$ ,  $(10, 7, 6)$ ,  $(10, 7, 12)$ . Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 57. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 57 или больше камней.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

**Задание 1.** Для каждой из начальных позиций  $(10, 7, 13)$ ,  $(9, 12, 10)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии.

**Задание 2.** Для каждой из начальных позиций  $(12, 7, 10)$ ,  $(7, 11, 10)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии.

**Задание 3.** Для начальной позиции  $(10, 10, 7)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Опишите выигрышную стратегию; объясните, почему эта стратегия ведёт к выигрышу, и укажите, какое наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша при этой стратегии. Постройте дерево всех партий, возможных при указанной Вами выигрышной стратегии. Представьте дерево в виде рисунка или таблицы.

94) **(А. Кабанов)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат три кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч один камень или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Например, пусть в первой куче 10 камней, во второй 7, а в третьей 4 камня; такую позицию в игре будем обозначать  $(10, 7, 4)$ . Тогда за один ход можно получить любую из шести позиций:  $(11, 7, 4)$ ,  $(40, 7, 4)$ ,  $(10, 8, 4)$ ,  $(10, 28, 4)$ ,  $(10, 7, 5)$ ,  $(10, 7, 16)$ . Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 51. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 51 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 6 камней, во второй куче — 10 камней, а в третьей  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 34$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е. не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Выполните следующие задания.

**Задание 1.** Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). В узлах дерева указывайте игровые позиции. Дерево не должно содержать партий, невозможных при реализации выигрывающим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не будет верным ответом на это задание.

95) (**А. Кабанов**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат три кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч один камень или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, пусть в первой куче 10 камней, во второй 7, а в третьей 4 камня; такую позицию в игре будем обозначать  $(10, 7, 4)$ . Тогда за один ход можно получить любую из шести позиций:  $(11, 7, 4)$ ,  $(30, 7, 4)$ ,  $(10, 8, 4)$ ,  $(10, 21, 4)$ ,  $(10, 7, 5)$ ,  $(10, 7, 12)$ . Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 50 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче — 10 камней, а в третьей  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 30$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е. не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Выполните следующие задания.

**Задание 1.** Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). В узлах дерева указывайте игровые позиции. Дерево не должно содержать партий, невозможных при реализации выигрышающим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не будет верным ответом на это задание.

96) (**Е. Джобс**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) добавить в кучу **сто** камней или

б) увеличить количество камней в куче в **два** раза.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 110 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 1000. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 1000 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 999$ .

**Задание 1.** При каких значениях  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?

**Задание 2.** Сколько существует значений  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?

**Задание 3.** Назовите все значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом, при этом для любого значения  $u$  Вани есть возможность выиграть своим первым ходом.

97) **(Д.И.Перминов, г.Барнаул)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча, состоящая из  $S$  конфет. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может съесть не более половины от всех оставшихся конфет, но не менее одной конфеты. Игра завершается в тот момент, когда в куче не остается ни одной конфеты. Победителем считается игрок, который съел последнюю конфету.

**Задание 1.** Кто из игроков имеет выигрышную стратегию при  $S = 5, 6, 7$ ?

**Задание 2.** Какое минимальное количество ходов должен совершить игрок, чтобы победить при  $S = 12$ ? Назовите имя этого игрока.

**Задание 3.** Укажите максимальное значение  $S$ , меньшее 15, при котором выигрышную стратегию имеет Ваня.

98) **(Д.И.Перминов, г.Барнаул)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча, состоящая из  $S$  конфет. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может съесть не более половины от всех оставшихся конфет, но не менее одной конфеты. Игра завершается в тот момент, когда в куче не остается ни одной конфеты. Победителем считается игрок, который съел последнюю конфету.

**Задание 1.** Кто из игроков имеет выигрышную стратегию при  $S = 17, 18, 19$ ?

**Задание 2.** Какое максимальное количество ходов может совершить игрок, чтобы победить при  $S = 20$ ? Назовите имя этого игрока.

**Задание 3.** Укажите минимальное значение  $S$ , большее 40, при котором выигрышную стратегию имеет Ваня.

99) **(Д.И.Перминов, г.Барнаул)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча, состоящая из  $S$  конфет. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может съесть не более половины от всех оставшихся конфет, но не менее одной конфеты. Игра завершается в тот момент, когда в куче не остается ни одной конфеты. Победителем считается игрок, который съел последнюю конфету.

**Задание 1.** Кто из игроков имеет выигрышную стратегию при  $S = 150$ ?

**Задание 2.** За какое наименьшее количество ходов может завершиться игра при  $S = 23$ ? Кто при этом победит?

**Задание 3.** Укажите все трехзначные  $S$  при которых выигрышную стратегию имеет Ваня.

100) **(Д.И.Перминов, г.Барнаул)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи конфет. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может съесть из одной кучи не более половины от всех оставшихся конфет, но не менее одной конфеты. Например, из начальной позиции  $(1,3)$  возможно получить следующие комбинации:  $(1,1)$ ,  $(1,2)$ ,  $(0,3)$ .

Игра завершается в тот момент, когда конфет не остается ни в первой куче, ни во второй. Победителем считается игрок, который съел последнюю конфету.

**Задание 1.** Кто из игроков имеет выигрышную стратегию при следующих начальных позициях:  $(2,4), (1,6), (4,4)$ ?

**Задание 2.** Кто из игроков имеет выигрышную стратегию при следующих начальных позициях:  $(5,6), (5,5), (6,8)$ ?

**Задание 3.** Кто из игроков имеет выигрышную стратегию при начальной позиции  $(11,12)$ ?

101) **(Д. Ф. Муфаззалов, г. Уфа)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча, состоящая из  $S$  конфет. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может съесть одну или две конфеты.

Игра завершается в тот момент, когда в куче останется менее трёх конфет. Победителем считается игрок, который сделал последний ход.

**Задание 1.** Укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию при каждой из следующих начальных позиций:  $S = 300$ ,  $S = 150$ ,  $S = 1503$ ?



**Задание 2.** Укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию при каждой из следующих начальных позиций:  $S = 242$ ,  $S = 47$ ,  $S = 6668$ ?

**Задание 3.** Укажите количество трёхзначных значений  $S$ , при которых выигрышную стратегию имеет Ваня.

- 102) (**Д. Ф. Муфаззалов, г. Уфа**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча, состоящая из  $S$  конфет. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может съесть не более пяти, но не менее одной конфеты или съесть половину конфет, если число конфет четное. Съесть можно только целое количество конфет. Игра завершается в тот момент, когда в куче останется **менее десяти конфет**. Победителем считается игрок, который сделал последний ход.

**Задание 1.** Укажите все значения  $S$ , при которых Петя выиграет первым ходом.

**Задание 2.** Укажите все значения  $S$ , при которых Ваня выиграет первым ходом.

**Задание 3.** Укажите все значения  $S$ , при которых Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть вторым ходом при любом ходе Вани.

**Задание 4.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

- 103) (**А.Г. Минак**) Два игрока, Кирилл и Сергей, играют в следующую игру. На листе бумаги записано натуральное число  $X$ . Игроки ходят по очереди, первый ход делает Кирилл. За один ход игрок может вычесть из числа  $X$  любой натуральный делитель этого числа  $X$ . Например, из числа 9 можно вычесть 9, 3, 1.

Игра завершается в тот момент, когда получено число 0. Проигравшим считается игрок, получивший число 0. Игроки пытаются победить и не делать ходов приводящих к проигрышу.

В начальный момент может быть записано натуральное число  $X$ ,  $1 \leq X \leq 25$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Выполните следующие задания.

**Задание 1.**

- Назовите все значения  $X$ , при которых Кирилл может выиграть при любых ходах противника.
- Укажите кто из игроков имеет выигрышную стратегию при  $X=11$  и  $X=14$ . Для указанных значений  $X$  опишите выигрышную стратегию игрока.

**Задание 2.**

Кирилл сделал неудачный первый ход, после которого Сергей выиграл, сделав два хода. Назовите максимальное значение  $X$ , при котором это возможно.

**Задание 3.**

Укажите такое значение  $X$ , при котором у Кирилла есть выигрышная стратегия, причём Кирилл должен сделать три хода, после которых Сергей проиграет, независимо от того, как он будет ходить. Для указанного значения  $X$  опишите выигрышную стратегию Кирилла. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Кирилла (в виде рисунка или таблицы). В узлах дерева указывайте игровые позиции. Дерево не должно содержать партий, невозможных при реализации выигрывающим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не будет верным ответом на это задание.

- 104) (**А.Г. Минак**) Два игрока, Кирилл и Сергей, играют в следующую игру. На листе бумаги приведена таблица, представленная одной строкой из 26 ячеек. Игроки заполняют ячейки таблицы слева направо, подряд, по очереди. В первой ячейке записано число 0. Первый ход делает Кирилл. За

один ход игрок может увеличить предыдущее (слева) число на 1, 2, 3 или 4. Например, следующим, за числом 9 можно записать 10, 11, 12 или 13.

Игра завершается победой игрока в тот момент, когда он записал натуральное число  $X$  ( $5 \leq X \leq 25$ ).

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Выполните следующие задания.

#### **Задание 1.**

а) Назовите все значения  $X$ , при которых Кирилл может выиграть при любых ходах противника.

б) Укажите кто из игроков имеет выигрышную стратегию при  $X=10$  и  $X=12$ . Для указанных значений  $X$  опишите выигрышную стратегию игрока.

#### **Задание 2.**

Кирилл сделал неудачный первый ход, после которого Сергей выиграл своим вторым ходом.

Назовите максимальное значение  $X$ , при котором это возможно.

#### **Задание 3.**

Укажите такое значение  $X$ , при котором у Сергея есть выигрышная стратегия, причём Сергей не может выиграть первым или вторым ходом, но может выиграть своим третьим ходом независимо от того, как будет ходить Кирилл. Для указанного значения  $X$  опишите выигрышную стратегию Сергея. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Кирилла (в виде рисунка или таблицы). В узлах дерева указывайте игровые позиции. Дерево не должно содержать партий, невозможных при реализации выигрывающим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не будет верным ответом на это задание.

- 105) (Муфаззалов Д.Ф.) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. На листе бумаги записаны два целых неотрицательных числа. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может заменить одно из чисел на разность этого числа и любого положительного общего делителя написанных в данный момент чисел, если эта разность неотрицательна. Например, пусть записаны числа 9 и 27, обозначим такую ситуацию как (9, 27). Тогда за один ход можно получить любую из следующих ситуаций: (9, 26), (8, 27), (9, 24), (6, 27), (0, 27), (9, 18).

Игра завершается в тот момент, когда оба числа равны нулю. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

В начальный момент первое число равно шести, а второе имеет ограничение  $0 \leq Y \leq 10$ .

Выполните следующие задания.

#### **Задание 1**

а) Укажите все такие значения числа  $Y$ , при которых Петя может выиграть за один ход, и соответствующие выигрывающие ходы. Если при некотором значении  $Y$  Петя может выиграть несколькими способами, достаточно указать один выигрывающий ход.

б) Укажите все такие значения числа  $Y$ , при которых Петя не может выиграть за один ход, а Ваня может выиграть не более чем за семь своих ходов при любом ходе Пети.

#### **Задание 2**

Укажите все такие значения числа  $Y$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия при любом ходе Вани, причём Петя не может выиграть за один ход;

#### **Задание 3**

Укажите, кто имеет выигрышную стратегию, при  $Y$  равном десяти. Укажите наименьшее и наибольшее количество ходов, которое может потребоваться этому игроку для выигрыша.

- 106) (**Муфаззалов Д.Ф.**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. На листе бумаги записаны два целых неотрицательных числа. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может заменить одно из чисел на разность этого числа и любого его положительного делителя, если эта разность неотрицательна. Например, пусть записаны числа 9 и 27, обозначим такую ситуацию как  $(9, 27)$ . Тогда за один ход можно получить любую из следующих ситуаций:  $(9, 26)$ ,  $(8, 27)$ ,  $(9, 24)$ ,  $(6, 27)$ ,  $(0, 27)$ ,  $(9, 18)$ ,  $(9, 0)$ .

Игра завершается в тот момент, когда оба числа равны нулю. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания.

#### **Задание 1**

Для каждой из начальных позиций  $(0, 3)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(2, 5)$ ,  $(3, 4)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае укажите, какое наименьшее и наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша.

#### **Задание 2**

Для каждой из начальных позиций  $(1, 3)$ ,  $(3, 5)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. В каждом случае укажите, какое наименьшее и наибольшее количество ходов может потребоваться победителю для выигрыша.

#### **Задание 3**

Для начальной позиции  $(2, 2)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий. Представьте дерево в виде рисунка или таблицы.