

## Задание 1

Пятачок и Винни-Пух играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Пятачок. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в три раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 61. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 61 или больше камней. В начальный момент в первой куче было четыре камня, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 56$ .

### Вопрос 1

Известно, что Винни-Пух выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пятачка. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

### Вопрос 2

Найдите такое значение  $S$ , при котором у Пятачка есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Пятачок не может выиграть за один ход;
- Пятачок может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Винни-Пух.

### Вопрос 3

Найдите максимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Винни-Пуха есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пятачка;
- у Винни-Пуха нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

## Задание 2

Пятачок и Винни-Пух играют в следующую игру. Перед ними лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Пятачок. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 72. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 72 или больше камней. В начальный момент в первой куче было десять камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 61$ .

### Вопрос 1

Известно, что Винни-Пух выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пятачка. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

### Вопрос 2

Найдите два максимальных значения  $S$ , при которых у Пятачка есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Пятачок не может выиграть за один ход;
- Пятачок может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Винни-Пух.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания, через точку запятой без пробелов.

Пример верной записи ответа: 9;10

### Вопрос 3

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Винни-Пуха есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пятачка;
- у Винни-Пуха нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

### Задание 3

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, добавить в кучу три камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 54. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 54 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 53$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. Назовите все значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?

### Задание 4

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, добавить в кучу семь камней или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 22 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 49$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Ваня выигрывает первым ходом?
2. Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом?
3. Назовите все значения  $S$ , при которых Ваня выигрывает своим первым или вторым ходом?

### Задание 5

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход

игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно

получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 38.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть

первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 37$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит

описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными,

т.е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

**Задание 1.** У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 12$ ?

Опишите эту стратегию.

**Задание 2.** Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть за один ход, но Петя

может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого из указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Укажите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой

игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте в виде рисунка или таблицы дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани. На рёбрах дерева указывайте, кто делает

ход, в узлах – количество камней в позиции.