

№1 Эквивалентны ли следующие утверждения?

1. $f(n) = \Theta(g(n))$
2. $\exists c, 0 < c < +\infty : \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)}$

Решение:

1. Из утверждения №1 $\Rightarrow \exists c_1 > 0, c_2 > 0, N : \forall n > N \Rightarrow c_1 g(n) < f(n) < c_2 g(n)$
2. Отсюда для отношения $\frac{f(n)}{g(n)}$ получим оценку:

$$c_1 < \frac{f(n)}{g(n)} < c_2$$
3. По условию утверждения №1 c_1, c_2 не обязаны быть равными, поэтому при переходе в пределе отношение $\frac{f(n)}{g(n)}$ не обязано иметь
4. Например возьмем $g(n) = 1, f(n) = \{1, n \bmod 2 = 0\}$

№1 Эквивалентны ли следующие утверждения?

№1 Эквивалентны ли следующие утверждения?

№4 Решите рекурренту (найдите точную оценку асимптотики и докажите)

$T(n) = 3T(\sqrt{n}) + \log_2 n$ Здесь можно считать, что $T(n \leq 1) = 1$.

№5 Заполните табличку и поясните

A	B	\emptyset	o	Θ	ω	Ω
n	n^2	+	+	-	-	-
$\log^k n$	n^ϵ					
n^k	c^n					
\sqrt{n}	$n^{\sin n}$					
2^n	$2^{n/2}$					
$n^{\log m}$	$m^{\log n}$					
$\log(n!)$	$\log(n^n)$					

№1 Эквивалентны ли следующие утверждения?