

## Контрпримеры для версий алгоритма поиска компонент сильной связности

### (a) mark в порядке $t_{\text{in}} \uparrow$ по $G$ :

Контрпример с графом:

1 --> 2

TIN: 1 2

компонента будет состоять из двух вершин 1 и 2 хотя из 2 попасть в 1 невозможно

### (b) mark в порядке $t_{\text{out}} \uparrow$ по $G$ :

1->2->3->1 3<-4 начинаем с 4 TOUT: 4 3 2 1 в итоге получится одна компонента что не верно поскольку в 4 из остальных вершин нет пути

### (c) mark в порядке $t_{\text{in}} \downarrow$ по $G$ :

Контрпример с графом:

1 --> 2 --> 3  
    ^  
    |  
    4

Ошибочно будут выделены компоненты [423] [1]

### (d) mark в порядке $t_{\text{out}} \downarrow$ по $G$ :

Для этой стратегии контрпример отсутствует, так как она корректна.

### (e) mark в порядке $t_{\text{in}} \uparrow$ по $G^{\text{rev}}$ :

Контрпример с графом:

1 <-- 2 <-- 3  
    ^          |  
    |          v  
6 --> 5 --> 4

TIN: 1 2 3 4 5 6

Ошибочно будут выделены компоненты [1 6] [2 3] [4 5]

(f) mark в порядке  $t_{\text{out}} \uparrow$  по  $G^{\text{rev}}$ :

Тот же граф, что и для (e) TOUT: 1 2 4 3 5 6  
 Ошибочно будут выделены компоненты [1 6] [2 3] [4 5 6]

(g) mark в порядке  $t_{\text{in}} \downarrow$  по  $G^{\text{rev}}$ :

Контрпример с графом:

```

    1 --> 2      3 --> 4
        ^          |
        |          v
        7 <-- 6 <-- 5
TIN 7 6 5 4 3 2 1

```

Ошибочно будут выделены компоненты [7 6 5 4 3] [2 1]

## Рассмотрение утверждений

(a) Не все ребра, выходящие из точки сочленения – мосты.

Предположим, что вершина  $v$  является точкой сочленения в графе  $G$ . Это означает, что удаление  $v$  увеличит количество компонент связности графа. Однако ребро, соединяющее  $v$  с вершиной внутри компоненты связности, которая не будет отделена удалением  $v$ , не является мостом. Следовательно, не все ребра, выходящие из точки сочленения, являются мостами.

(b) Из каждой точки сочленения выходит хотя бы один мост.

Рассмотрим точку сочленения  $v$ . По определению, её удаление увеличивает количество компонент связности, следовательно, существует хотя бы одна компонента связности, доступ к которой возможен только через  $v$ . Следовательно, хотя бы одно ребро, соединяющее  $v$  с этой компонентой, является мостом.

(c) Если все выходящие из вершины ребра – мосты, то она – точка сочленения.

Пусть вершина  $v$  и все ребра, выходящие из неё, являются мостами. Если удалить  $v$ , то все смежные с ней вершины окажутся в отдельных компонентах связности. Это автоматически делает  $v$  точкой сочленения.

(d) Неверно, что если из вершины выходят хотя бы два моста, то она обязательно – точка сочленения.

[Контрпример] Рассмотрим граф, состоящий из двух вершин и двух параллельных рёбер. Удаление любой из этих двух вершин не увеличит количество компонент связности, так как оставшаяся вершина по-прежнему будет связана с другой. Следовательно, ни одна из этих вершин не является точкой сочленения, несмотря на то, что из каждой выходят два моста.

(e) Верно, что если вершина лежит на простом цикле, то она не может быть точкой сочленения.

Предположим, что вершина  $v$  лежит на простом цикле в графе  $G$ . Её удаление не приведет к увеличению компонент связности, так как все вершины цикла останутся связными через остальные ребра цикла. Следовательно,  $v$  не может быть точкой сочленения.

Но если условие допускает что точка соединяла некий простой цикл с еще одним подграфом, то она может быть точкой сочленения