МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №3

з курсу “Дискретна математика ”

Виконав:
ст. гр. КН-110
Петров Кирил

Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2018

Тема: Побудова матриці бінарного відношення
Мета роботи: набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та
визначені їх типів.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Декартів добуток множин A і B (позначається $A\times B$) – це множина всіх упорядкованих пар
елементів (a,b), де $a \in A$, $b\in B$. При цьому вважається, що $(a1,b1) = (a2,b2)$ тоді і тільки тоді, коли $a1 = a2$,
$b1 = b2$.

Потужність декартова добутку дорівнює A□ B □ A □ B .

Приклад. Довести тотожність $(A\times B)\cap(C\times D)=(A\cap C) \times (B\cap D)$.

Розв'язання.

Нехай $(x , y)\in(A\times B) \cap (C \times D) \Leftrightarrow$
$(x, y)\in(A\times B)$ & $(x, y)\in (C \times D) \Leftrightarrow$
$(x \in A$& $y \in B)$ & $(x \in C$ & $y \in D) \Leftrightarrow$
$(x \in A$& $x \in C)$ & $(y \in B$ & $y \in D) \Leftrightarrow$
$(x \in A\cap C)$ & $(y \in B \cap D) \Leftrightarrow (x, y)\in(A\cap C)\times(B \cap D)$.

Бінарним відношенням R називається підмножина декартового добутку $A\times B$ (тобто $R \subset A\times B$).

Якщо пара (a,b) належить відношенню R , то пишуть
$(a, b)\in R$, або aRb .

Областю визначення бінарного відношення $R \subset X \times Y$ називається множина □x y x y R□ R □ □ □ (,)□ , а
областю значень – множина □y x x y R□ R □ □ □ (,)□ (∃- існує).

Для скінчених множин бінарне відношення $R \subset A\times B$ зручно задавати за допомогою *матриці*
відношення $Rm\times n = (rij)$, де m □ A , а n □ B .

Види бінарних відношень.

Нехай задано бінарне відношення R на множині A : R □ A□ A□ □(a, b) a□A, b□A□ 2 .

1. Бінарне відношення R на множині A називається *рефлексивним*, якщо для будь якого $a \in A$
виконується aRa , тобто $(a,a)\in$R . Головна діагональ матриці рефлексивного відношення складається
з одиниць. Граф рефлексивного відношення обов'язково має петлі у кожній вершині.

2. Бінарне відношення R на множині A називається *антирефлексивним*, якщо для будь якого a
$\in A$ не виконується aRa , тобто $(a,a)\notin R$. Головна діагональ матриці антирефлексивного відношення
складається з нулів. Граф антирефлексивного відношення не має петель.

3. Бінарне відношення R на множині A називається *симетричним*, якщо для будь яких $a,b\in A$ з

aRb слідує bRa , тобто якщо $(a,b)\in R$ то і $(b,a)\in R$. Матриця симетричного відношення симетрична
відносно головної діагоналі. Граф симетричного відношення не є орієнтованим.
4. Бінарне відношення R на множині A називається *антисиметричним*, якщо для будь яких
$a,b\in A$ з aRb та bRa слідує що $a = b$. Тобто якщо $(a,b)\in R$ і $(b,a)\in R$, то $a = b$. Матриця
антисиметричного відношення не має жодної пари одиниць, які знаходяться на симетричних місцях
по відношенню до головної діагоналі. У графа антисиметричного відношення вершини з'єднуються
тільки однією напрямною дугою.

5. Бінарне відношення R на множині A називається *транзитивним*, якщо для будь яких $a, b, c\in$

A з aRb та bRc слідує, що aRc . Тобто якщо $(a,b)\in R$ і $(b,c)\in R$, то $(a,c)\in R$. Матриця транзитивного
відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma ij = 1$ та $\sigma jm =1$, то обов'язково $\sigma im =1$.
Граф транзитивного відношення такий, що якщо з'єднані дугами, наприклад, перша-друга та друга-
третя вершини, то обов'язково є дуга з першої в третю вершину.
6. Бінарне відношення R на множині A називається *антитранзитивним,* якщо для будь яких a,
$b, c\in A$ з aRb та bRc слідує що не виконується aRc . Тобто якщо $(a, b)\in R$ і $(b, c)\in R$, то $(a, c)\notin R$.
Матриця антитранзитивного відношення характеризується тим, що якщо елемент матриці $\sigma ij = 1$ та
$\sigma jm =1$, то обов'язково $\sigma im =0$. Граф транзитивного відношення такий, що якщо з'єднані дугами,
наприклад, перша-друга та друга-третя вершини, то обов'язково немає дуги з першої в третю
вершину.

Варіант 4

1. Чи є вірною рівність: $(A\cap B) \times C = (A\times C) \cap (B\times C)$?

Нехай (x,y) є $(A\cap B)\times C\rightarrow$ (x,y) є $(A\times C) \cap(B\times C)$ закон дистрибутивності

Нехай (x,y) є $(A\times C) \cap(B\times C) \rightarrow$(x,y) є $(A\cap B)\times C$ зворотній закон дистрибутивності

Отже $(A\cap B) \times C = (A\times C) \cap (B\times C)$

2. Знайти матрицю відношення $R \subset M \times 2M$:

R { (x, y)| $x \epsilon M$ & $y \subset M$ & $|y| = |x|$}, де M = {x| $x \epsilon Z$ & $|x|$ <=1},
Z - множина цілих чисел.

x є M={-1,0,1}

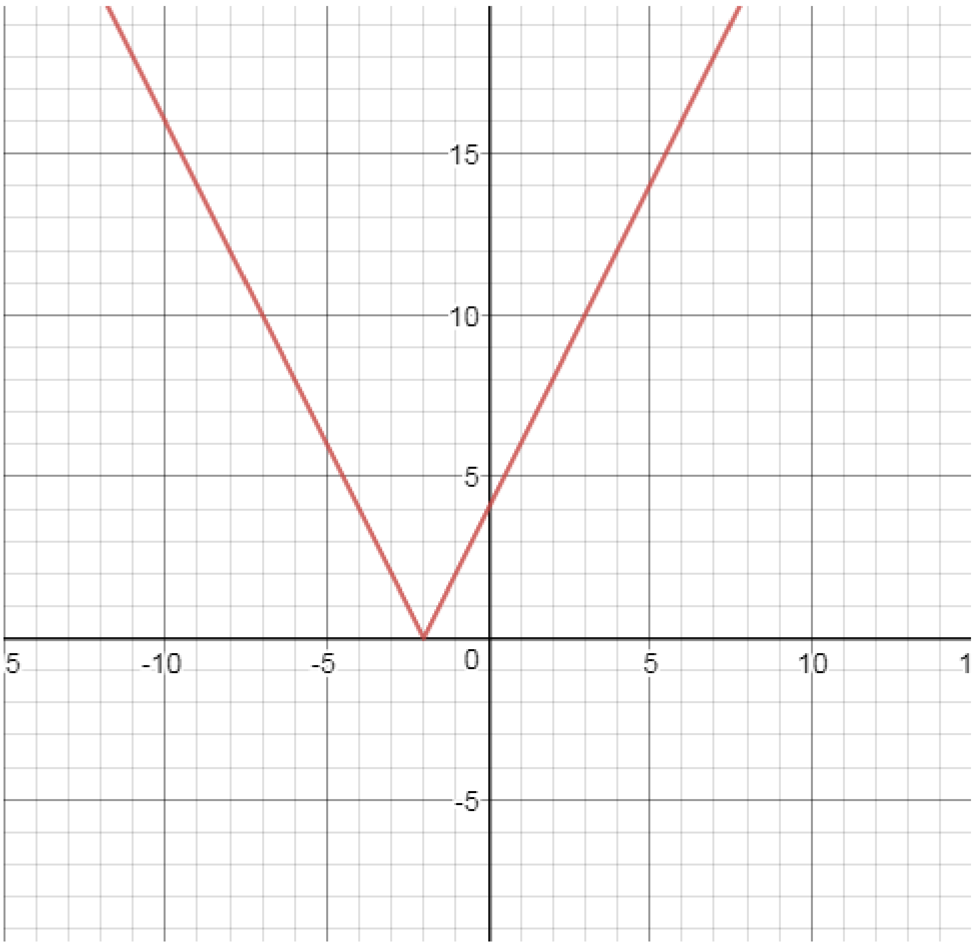
x,y	∅	-1	0	1	{-1,0}	{0,1}	{-1,1}	{-1,0,1}
1	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0
-1	0	1	1	1	0	0	0	0

$$R = \begin{matrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Зобразити відношення графічно:

3. $\alpha\{(x, y)|\ (x, y) \in R^2\ \&\ |4 + 2x| = y\}$, де R – множина дійсних чисел.

$$\begin{cases} y=4+2x, \quad 4+2x>=0, \quad x>=-2 \\ y=-4-2x, \quad 4+2x<0, \quad x<-2 \end{cases}$$



D(α)=(-∞;+∞)   E(α)=[0;+∞)

4. Маємо бінарне відношення $R \subset A \times A$, де $A = \{a, b, c, d, e\}$, яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$. Перевірити чи є дане відношення

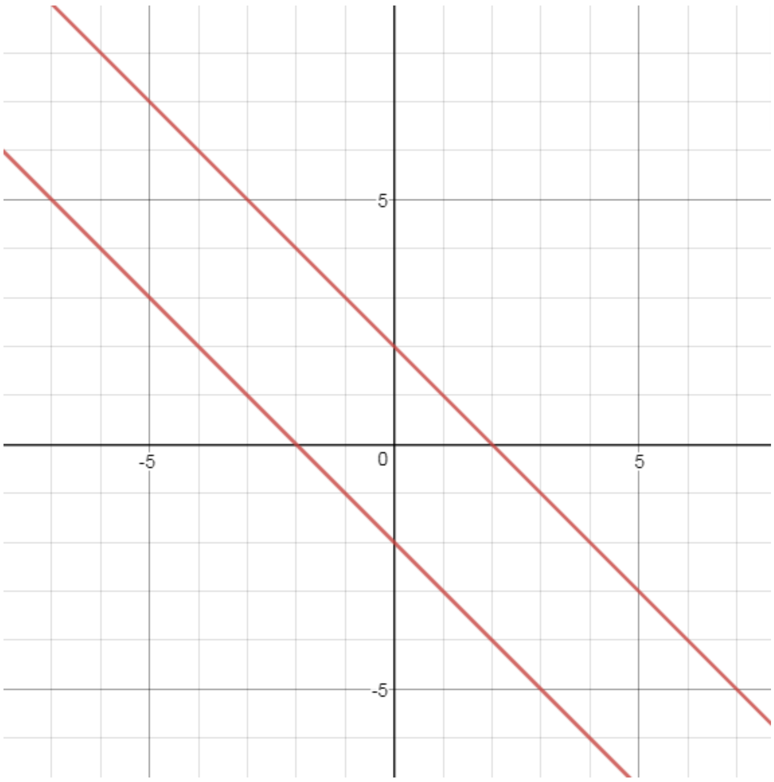
рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

1) Не рефлексивне, не антирефлексивне, головна діагональ не складається не з одиниць, не з нулів.
2) Не симетричне, так наприклад: $a_{24}!=a_{42}$ або $a_{45}!=a_{54}$.
3) Транзитивне $a_{45}=a_{55}=1$, то $a_{45}=1$.
4) Не антисиметричне так як $a_{12}=a_{21}$.

5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є: а) функціональним; б) бієктивним:

$\alpha=\{(x,y)|(x,y)$ є R^2 & $(x+y)^2=4\}$

$$\left\{\begin{array}{l} x+y=2 \\ x+y=-2 \end{array}\right. \left[\begin{array}{ll} y=2-x, & x+y>=0 \\ y=-2-x, & x+y<0 \end{array}\right.$$



Функціональне на проміжку (-∞;+∞), а бієктивне (∅).

Завдання №2. Написати програму, яка знаходить матрицю бінарного відношення $\rho \subset A \times B$,
заданого на двох числових множинах. Реалізувати введення цих множин, та виведення на екран матриці відношення. Перевірити програмно якого типу є задане відношення. Навести різні варіанти тестових прикладів.

$\rho = \left\{ (a, b)\ a \in A \& b \in B \ \& \left(2a+1\right) < b \right\};$

```
#include <stdio.h>
#include <cs50.h>
#include <math.h>
int sum(n)
{
int g=n;
int sum=0;
int b=n;
for(int i=0;i<g-1;i++)
{

b--;
sum+=b;
}
return sum;
}

int main()
{
//zapros i vvod 2 mnozhin
    printf("Put the amount of array's a elements: ");
    int n = GetInt();
    int a[n];
    printf("Put the amount of array's b elements: ");
    int x = GetInt();
    int b[x];
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        printf("a[%d]=",i);
        scanf("%d", &a[i]);
    }


    for(int i=0;i<x;i++)
    {
        printf("b[%d]=",i);
        scanf("%d", &b[i]);
    }
```

```
//matryx
int A[n][x];
for(int i=0; i<n; i++)
{
  for(int j=0; j<x; j++)
  {
    if((2*a[i]+1)<b[j])
    {
    A[i][j]=1;
    }
    else
    {
    A[i][j]=0;
    }
  }

}
//vivodymo matrix(massiv A)
for(int i=0; i<n; i++)
{
  for(int j=0; j<x; j++)
  {
  printf("%d ", A[i][j]);
  }
  printf("\n");
}
//type of matrix
//reflex
int m=0;
for(int i=0;i<n;i++){
if(A[i][i]==1){
m++;
}
}
if(m==n){
printf("Reflex\n");
}

//antireflex

int c=0;
for(int i=0;i<n;i++){
if(A[i][i]==0){
c++;
}
}
if(c==n){
printf("ANTIreflex\n");
}

```

```
//Symetry

int z=0;
for(int i=0;i<n;i++)
{
  for(int j=1;j<x;j++)
  {
    if(A[i][j]==A[j][i])
    {
    z++;
    }
    j++;
  }
}
if(z==sum(n))
{
printf("Symetry\n");
else
printf("ANTIsymetry"\n);
}

//transitivity
int amount_of_tranz = 0;
for(int i=0; i<n-1;i++)
{
  for(int j=0;j<x;j++)
  {
    if(A[i][j]==1)
    {
      for(int k=0;k<x;k++)
      {

          if(A[j][k]==1 && A[i][k]==1)
          {
          amount_of_tranz++;
          }



        }
      }
    }
   }

if (amount_of_tranz >=1)
printf("Transitivity\n");
```

```c
//ANTItransitivity

int amount_of_antitranz = 0;
for(int i=0; i<n-1;i++)
{
  for(int j=0;j<x;j++)
  {
    if(A[i][j]==1)
    {
      for(int k=0;k<x;k++)
      {

          if(A[j][k]==1 && A[i][k]==1)
          {
          amount_of_antitranz++;
          }



        }
      }
    }
   }

if (amount_of_antitranz >=1)
printf("ANTItransitivity\n");

return 0;
}

```

```
Put the amount of array's a elements: 5
Put the amount of array's b elements: 5
a[0]=1
a[1]=2
a[2]=3
a[3]=4
a[4]=5
b[0]=2
b[1]=3
b[2]=4
b[3]=5
b[4]=6
0 0 1 1 1
0 0 0 0 1
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
ANTIreflex
ANTIsymetry
```

```
Put the amount of array's a elements: 3
Put the amount of array's b elements: 3
a[0]=2
a[1]=3
a[2]=6
b[0]=4
b[1]=7
b[2]=8
0 1 1
0 0 1
0 0 0
ANTIreflex
ANTIsymetry
Transitivity
```

```
Put the amount of array's a elements: 6
Put the amount of array's b elements: 6
a[0]=2
a[1]=5
a[2]=73
a[3]=8
a[4]=5
a[5]=0
b[0]=2
b[1]=7
b[2]=0
b[3]=
6
b[4]=5
b[5]=4
0 1 0 1 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
1 1 0 1 1 1
ANTIsymetry
```

Висновк: ми набули практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначені їх типів.