

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №2
з курсу “Дискретна математика”

Виконав:
ст. гр. КН-110
Петров Кирил

Викладач:
Мельникова Н.І.

Львів – 2018

Тема:

Моделювання основних операцій для числових множин

Мета роботи: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості:

Основні поняття теорії множин. Операції над множинами

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами.

Кажуть, що множина A є **підмножиною** множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де \subseteq – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S . Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S .

Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають **власною (строгою, істинною) підмножиною** S (позначають $A \subset S$, де \subset – знак строгого включення).

Дві множини A та S називаються **рівними**, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть $A=S$.

Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом** або **універсальною множиною** і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках).

Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають **сімейством**.

Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають **булеаном** або **множиною-степенем** множини A і позначають $P(A)$.

Потужністю скінченної множини A називають число її елементів, позначають $|A|$.

Множина, яка не має жодного елемента, називається **порожньою** і позначається \emptyset .

Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також $A \subset A$.

Варіант № 4

Завдання 1:

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$,
 $B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C = \{2,4,6,8,10\}$ та універсума $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $B \setminus (C \setminus A)$; б) $\neg B \Delta \neg C$.

Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

$$\text{а) } B \setminus (C \setminus A), \quad C \setminus A = \{8, 10\}, \quad B \setminus \{8, 10\} = \{4, 5, 6, 7, 9\}$$

$$\text{то } B \setminus (C \setminus A) = \{0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0\}$$

$$\text{б) } \neg B \Delta \neg C, \quad \neg B = \{1, 2, 3\}, \quad \neg C = \{1, 3, 5, 7, 9\}, \quad \neg B \Delta \neg C = \{2, 5, 7, 9\}$$

$$\text{то } \neg B \Delta \neg C = \{0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0\}$$

Завдання 2:

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $(A \setminus B) \cup C \cap A$. Знайти його потужність.

$$A \setminus B = \{1, 2, 3\} \quad (A \setminus B) \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\} \quad \neg((A \setminus B) \cup C) = \{5, 7, 9\}$$

$$(\neg((A \setminus B) \cup C)) \cap A = \{5, 7\}.$$

Булеан $\{\emptyset, \{5\}, \{7\}, \{5, 7\}\}$ отже потужність булеану дорівнює $2^2=4$

Завдання 3:

Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

$$\text{а) } \{1, 2\} \subset \{\{1, 2\}, 2, 3\}; \quad \text{б) } Q \cup R = R;$$

$$\text{в) } N \cap R \subset Z; \quad \text{г) } Z \setminus N \subset Q \setminus N;$$

$$\text{д) якщо } A \cap \neg B \subset C, \text{ то } A \subset B \cup C.$$

а) Твердження є правильним.

б) Так як Q є підмножиною R , тому $Q \cup R = R$, отже $R=R$, то твердження правильне.

в) $N \cap R = N$, $N \subset Z$ отже твердження є правильним;

г) $Z \setminus N$ – множина від'ємних цілих чисел, $Q \setminus N$ – множина періодичних чисел, отже твердження хибне так від'ємні цілі числа не можуть входити до множини періодичних чисел.

д) Елементи які в A та $\neg B$ спільні містяться у множині C , а елементи A , що не спільні з $\neg B$ входять у множину B . Отже, якщо об'єднати B та C , то усі елементи A будуть входити в множину $B \cup C$, а отже $A \subset B \cup C$.

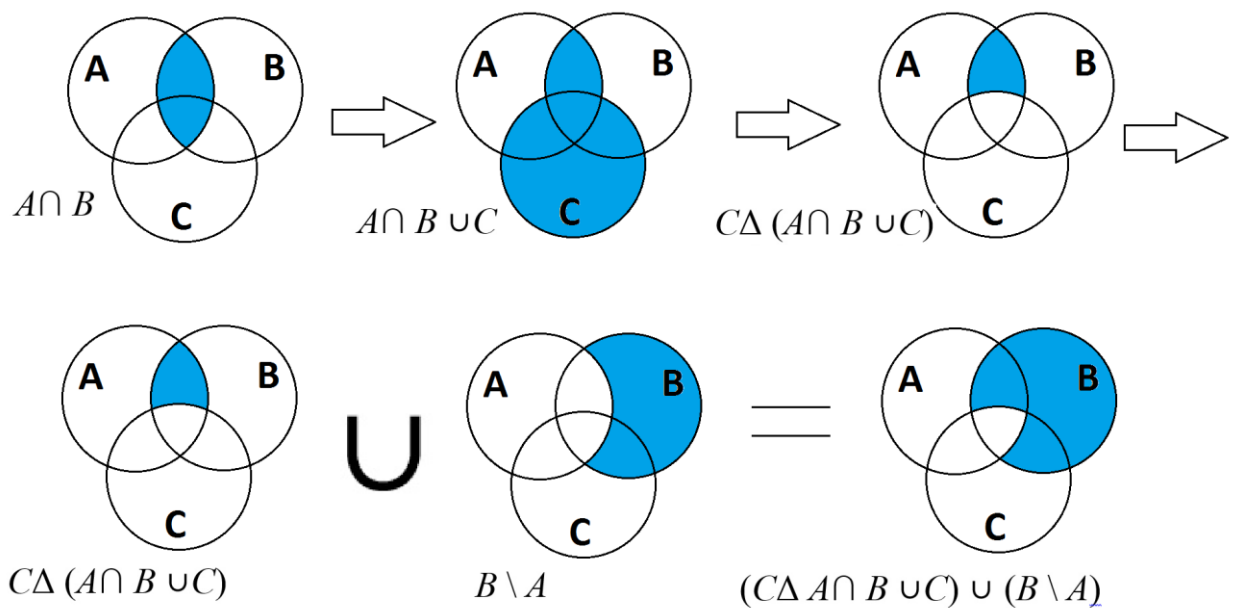
Завдання 4:

Логічним методом довести тотожність: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

$$\begin{aligned}
 &\text{Нехай } x \in A \setminus (B \cup C) \xrightarrow{\text{позбав. операції різниці}} A \cap \overline{(B \cup C)} \xrightarrow{\text{де Моргана}} A \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \xrightarrow{\text{асоціативність}} \\
 &A \cap \overline{B} \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{позб. диз'юнкції}} (A \setminus B) \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{позб. диз'юнкції}} (A \setminus B) \setminus C \\
 &\text{Отже } x \in (A \setminus B) \setminus C \\
 &\text{Нехай } x \in (A \setminus B) \setminus C \xrightarrow{\text{позбав. операції різниці}} (A \setminus B) \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{позбав. операції різниці}} (A \cap \overline{B}) \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{асоціативність}} \\
 &A \cap \overline{B} \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{де Моргана}} A \cap \overline{(B \cup C)} \xrightarrow{\text{позб. диз'юнкції}} A \setminus (B \cup C) \\
 &\text{Отже } x \in A \setminus (B \cup C) \\
 &\text{Отже } A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C
 \end{aligned}$$

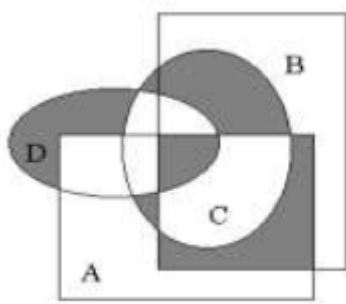
Завдання 5:

Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $(C \Delta A \cap B \cup C) \cup (B \setminus A)$.



Завдання 6:

Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



$$((A \cap B) \Delta C) \Delta D \setminus ((D \cap A) \setminus C).$$

Завдання 7:

Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини

можуть входити не більше одного разу): $((A \Delta B \cup C) \cup \neg A) \cap C$.

$$\begin{aligned} A \Delta (B \cup C) &= ((A \Delta B \cup C) \cup \bar{A}) \cap C = ((A \cap \overline{B \cup C}) \cup ((B \cup C) \cap \bar{A}) \cup \bar{A}) \cap C = \\ &= ((A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup ((B \cup C) \cap \bar{A}) \cup \bar{A}) \cap C = ((A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cup B) \cup (\bar{A} \cap C)) \cap C = \\ &= (\bar{A} \cup A) \cap ((\bar{A} \cup B) \cap (\bar{A} \cup C)) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap C) \cap C = ((\bar{A} \cap B) \cap (\bar{A} \cap C)) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap C) \cap C = \\ &= ((\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap C)) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (\bar{A} \cap C) \cap C \end{aligned}$$

Завдання 8:

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3
4 int main()
5 {
6     int b=0;
6     int b=0;
7     for(int n=1; n<=1000;n++)
8     {
9         if(n%11==0 || n%17==0)
10     {
11
12 b++;
13 }
14
15 }
16 printf("%d\n",1000-b);
17 return 0;
18 }
```

```
jharvard@appliance (~/Programs): ./1117
857
```

Отже 857 таких чисел.

Додаток 2

Ввести з клавіатури дві множини цілих чисел. Реалізувати операції перерізу та симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужність.

```
Put the amount of array's a elements: 3
Put the amount of array's b elements: 4
a[0]=1
a[1]=2
a[2]=3
b[0]=2
b[1]=3
b[2]=4
b[3]=5
Pereriz = {2 3 }
|pereriz| = 2
Symetrychna riznytsya = {1 4 5 }
|Symetrychna riznytsya| = 3
```

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <cs50.h>
3 #include <math.h>
4
5 int main()
6 {
7     //zapros i vvod 2 mnozhin
8     printf("Put the amount of array's a elements: ");
9     int n = GetInt();
10    int a[n];
11    printf("Put the amount of array's b elements: ");
12    int x = GetInt();
13    int b[x];
14    for(int i=0;i<n;i++)
15    {
16        printf("a[%d]=",i);
17        scanf("%d", &a[i]);
18    }
19
20
21    for(int i=0;i<x;i++)
22    {
23        printf("b[%d]=",i);
24        scanf("%d", &b[i]);
25    }
26    //znahodjenya pererizu
27    printf("Pereriz = {");
28    int m=0;
29    for(int j=0;j<n;j++)
30    {
31        for(int i=0; i<x; i++)
32        {
33            if(a[j]==b[i]){
34                printf("%d ", a[j]);
35                m++;
36
37            }
38        }
39    }
40    printf("}\n");
41    printf("|pereriz| = %d\n",m );

```

```

41     printf("|pereriz| = %d\n",m );
42
43     //symetrichna riznytsa
44     int h=0;
45     printf("Symetrychna riznytsya = {");
46     int c=0;
47     for(int j=0;j<n;j++)
48     {
49         for(int i=0; i<x; i++)
50         {
51             if(a[j]!=b[i])
52             {
53                 h++;
54             }
55         }
56         if(h%x==0)
57         {
58             printf("%d ", a[j]);
59             c++;
60         }
61
62         h=0;
63     }
64     int v=0;
65     for(int j=0;j<x;j++)
66     {
67         for(int i=0; i<n; i++)
68         {
69             if(b[j]!=a[i])
70             {
71                 h++;
72             }
73
74         }
75         if(h%n==0)
76         {
77             printf("%d ", b[j]);
78             v++;
79         }
80
81         h=0;
82     }
83     printf("}\n");
84     printf("|Symetrychna riznytsya| = %d\n",v+c);
85
86
87
88     return 0;
89     return 0;
90 }

```

Висновок: ми ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчилися будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїли принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.