历届试题选（一）

一、求下列极限：

（1） $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+2n}})$；（2016—2017 学年）

（2） $\lim\limits_{x\to 0}(1+2\tan^2 x)^{\frac{1}{x\sin x}}$；（2017—2018 学年）

（3） $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{\sqrt[3]{2n^3+1}}+\frac{1}{\sqrt[3]{2n^3+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt[3]{2n^3+n}})$；（2017—2018 学年）

（4） $\lim\limits_{x\to+\infty} x(\sqrt{x^2+2}-x)$；（2018—2019 学年）

（5） $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\arctan x}{x+\sin x}$；（2018—2019 学年）

（6） $\lim\limits_{x\to -1}(\frac{1}{1+x}-\frac{3}{1+x^3})$；（2019—2020 学年）

（7） $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{2^n+3^n}$；（2019—2020 学年）

（8） $\lim\limits_{x\to -1^+}\frac{(\pi-\arccos x)^2}{1+x}$；（2020—2021 学年）

（9） $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{2n-1}{2n})^{4n}$；（2021—2022 学年）

（10） $\lim\limits_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}$；（2021—2022 学年）

（11） $\lim\limits_{x\to 0} x[\frac{1}{x}]$.　（2021—2022 学年）

二、证明：数列 $x_1=2$， $x_{n+1}=\sqrt{3x_n}$， $n=1,2,3,\cdots$ 极限存在，并求出极限.　（2016-2017 学年）

三、设 $-1<x_1<0$， $x_{n+1}=x_n^2+2x_n$， $n=1,2,\cdots$. 证明： $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 存在，并求出 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.（2017—2018 学年）

四、设数列 $\{x_n\}$ 满足： $x_1=\sqrt{2}$， $x_{n+1}=\sqrt{2+x_n}$，证明 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 存在, 并求其极限值. (2018—2019 学年)

五、证明数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{k^2}$ 存在，且极限值大于 1 但不超过 2.（2020—2021 学年）

六、设数列 $\{x_n\}$ 满足： $x_1=\frac{1}{2}$， $x_{n+1}=-x_n^2+2x_n$. 证明 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ 存在, 并求其极限值. (2021—2022 学年)