厦门大学《线性代数 II》课程期中考试卷

学院______年级______姓名________学号________

主考教师：　　　　试卷类型：（A 卷）　　2022.4.9

1.（8 分）计算行列式

$$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 7 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

2.（8 分）若 AB=BA，则称矩阵 A 与 B 可交换。设$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求所有与A可交换的矩阵。

3.（8 分）设$\mathrm{A}=[\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3]$与$\mathrm{B}=[\beta_1,\alpha_2,\alpha_3]$均为 3 阶矩阵，且|A|=1, |B|=4, 试求 3 阶行列式|3A+B|.

4.（8 分）令$\mathrm{A}=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2 & 3\\ 2 & -2 & 4 & 6\\ 3 & -3 & 6 & 9\\ 2 & -2 & 4 & 6\end{bmatrix}$, 求矩阵$A^{20}$.

5.（8 分）求矩阵$A=\begin{bmatrix}1 & -2 & -1 & -3\\ -1 & 0 & 1 & 1\\ 2 & -1 & -2 & -3\end{bmatrix}$的等价标准形。

6.（10 分）用**<u>克拉默法则</u>**求解线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=1\\ ax_1+bx_2+cx_3=0\\ a^2x_1+b^2x_2+c^2x_3=0\end{cases}$，其中 a, b, c 两两不等。

7.（10 分）用**消元法**解下列线性方程组$\begin{cases} x_1-3x_3+2x_4-2x_5=1 \\ x_2-2x_3+x_4=-2 \\ -2x_1+3x_2+x_4-4x_5=-2 \end{cases}$.

8.（10 分）求矩阵$A=\begin{bmatrix}3&2&0&5&0\\3&2&3&6&1\\2&0&1&5&3\\1&2&4&1&2\end{bmatrix}$的秩及 A 的一个最高阶非零子式。

9.（10 分）设$A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & -1 & b\\ 2 & 3 & a & 4\\ 3 & 5 & 1 & 7\end{bmatrix}$，且 R(A)=3．求常数 a, b 的值。

10.（12 分）设$A=\begin{bmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{bmatrix}$，且 AXA+BXB=AXB+BXA+A(A-B). 求矩阵 X. **(逆矩阵必须使用初等变换计算)**

11.（8 分）设 A 是一个 n 阶矩阵，R(A)=1. 试证：

（1）A 可表成$A=\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}[b_1\ b_2 \cdots\ b_n]$.

(2) $A^2=kA$, 其中 k 是某个常数。