厦门大学《概率统计》期末试卷

考试日期:2016 (A) 信息学院自律督导部整理

自律督导部

一、 选择题（在各小题的四个备选答案中选出一个正确答案，填在题后的括号中，本大题共 5 个小题，每小题 3 分，总计 15 分）

1. 设随机变量列 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 独立同分布，则它不服从辛钦大数定理，如果 （ ）

（A） X_1 服从参数为 1 的泊松分布. （B） X_2 在区间（0,1）上均匀分布.

（C） X_3 服从参数（3, 0.1）二项分布. （D） X_n 都服从同一连续型分布.

2. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为独立同分布随机变量序列，且 $X_i \ (i=1,2,\cdots)$ 服从参数为 λ 的指数分布，则 $\lim\limits_{n\to\infty} P\{\_\_\_\_\_\_ \le x\} = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} d_t$。 （ ）

（A） $\dfrac{\lambda\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n}{\sqrt{n}}$ （B） $\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n}{\sqrt{n}}$ （C） $\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - \lambda}{\lambda\sqrt{n}}$ （D） $\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - \lambda}{n\lambda}$

3. 设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布，则（ ）。 （ ）

（A） $X+Y$ 服从正态分布 （B） X^2+Y^2 服从 χ^2 分布

（C） X^2 和 Y^2 服从 χ^2 分布 （D） $\dfrac{X^2}{Y^2}$ 服从 F 分布

4. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是取自总体 X 的一个简单随机样本，则 $E(X^2)$ 的矩估计量是（ ）

（A） $S_1^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ （B） $S_2^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$

（C） $S_1^2 + \bar{X}^2$ （D） $S_2^2 + \bar{X}^2$

5. 在假设实验中，原假设 H_0，备选假设 H_1，则称( )为犯第二类错误。（ ）

（A） H_0为真，接受H_0 （B） H_0不真，接受H_0

（C） H_0为真，拒绝H_0 （D） H_0不真，拒绝H_0

二、 填空（本大题共 5 小题，每小题 3 分，总计 15 分）

6. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望都是 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 0.5，则根据切比雪夫不等式，$P(|X-Y| \geq 6) \leq$______。

7. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自总体 $N(0, 2^2)$ 的简单随机样本，$X = a(X_1 - 2X_2)^2 + b(3X_3 - 4X_4)^2$，则当 a =_________，b =_________时，统计量 X 服从 χ^2 分布，其自由度为________。

8. 已知总体服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$，其中 μ 为已知常数。$X_1, X_2, ..., X_n$ 是取自总体 X 的一个简单随机样本，如果用统计量 $\sigma = \frac{c}{n}\sum_{i=1}^{n}|X_i - \mu|$ 作为 σ 的无偏估计，则 $c =$ ______ 。

9. 设总体 $X \sim N(0, 2^2)$，而 $X_1, X_2, \cdots, X_{15}$ 是来自总体 X 的简单随机样本，则随机变量 $Y = \frac{X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_{10}^2}{2(X_{11}^2 + X_{12}^2 + \cdots + X_{15}^2)}$ 服从_______分布，参数为_______。

10. 对方差 σ^2 已知的正态总体，为使总体均值 u 的置信度为 $1-a$ 的置信区间长度不大于给定的 L，则要抽取的样本容量 n 至少应取_______。

三、 计算题（本大题共5小题，每小题12分，共计60分）

11. （1）一个复杂系统由 100 个相互独立的元件组成，在系统运行期间每个元件损坏的概率为 0.1，又知为使系统正常运行，至少必须有 85 个元件工作，求系统的可靠度（即正常运行的概率)；

（2）上述系统假如有n个相互独立的元件组成，而且又要求至少有 80%的元件工作才能使整个系统正常运行，问n至少多大时才能保证系统的可靠度为 0.95？ （$\Phi(1.645)=0.95$，$\Phi(1.67)=0.9525$）

12. 设总体 X 具有分布律

X	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)(1-\theta)$

其中$\theta(0<\theta<1)$为未知参数。已知取得了样本值$x_1=1, x_2=2, x_3=1$。试求θ的矩估计值和最大似然估计值。

13. 设某系学生的高等数学成绩服从正态分布，从全系学生记分册中任意抄录 36 位学生的考试成绩，计算出其平均成绩$\overline{x}=66.5$分，标准差S=15 分，问在显著性水平$a=0.05$下，是否可以认为全体考生的平均成绩为 70 分？（$t_{0.025}(35)=2.0301$）

14. （1）已知某种能力测试的得分服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，随机取 10 个人参与这一测试。求他们得分的联合概率密度，并求这 10 个人得分的平均分小于 μ 的概率。

（2）在（1）中设 $\mu=62,\sigma^2=25$，若得分超过 70 就能得奖，求至少有一人得奖的概率。（$\Phi\left(1.6\right)=0.9452$）

15. 两种小麦品种从播种到抽穗所需的天数如下：

x	101	100	99	99	98	100	98	99	99	99
y	100	98	100	99	98	99	98	98	99	100

设两样本依次来自正态总体 $N\left(\mu_1,\sigma_1^2\right),N\left(\mu_2,\sigma_2^2\right),\mu_i,\sigma_i\quad\left(i=1,2\right)$ 均未知，两样本相互独立.（$F_{0.025}\left(9,9\right)=4.03,F_{0.975}\left(9,9\right)=\dfrac{1}{4.03}$）

（1）试检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2,H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$ （取 $\alpha=0.05$）。

（2）若能接受 H_0，接着检验假设 $H_0^{'}:\mu_1=\mu_2,H_1^{'}:\mu_1\neq\mu_2$ （取 $\alpha=0.05$）。

四、证明题（本大题共 1 小题，共 10 分）

16. 若随机变量 X 服从自由度为 n_1, n_2 的 F 分布，求证：

（1）$Y=\dfrac{1}{X}$ 服从自由度为 n_2, n_1 的 F 分布；

（2）并由此证明 $F_{1-\alpha}(n_1, n_2)=\dfrac{1}{F_\alpha(n_2, n_1)}$.