厦门大学《线性代数（A）》期末试卷

________ 学院 ________ 系 ________ 年级 ________ 专业

主考教师： ________ 试卷类型：（A卷）

一、（16）填空题

1. 所有与$\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}$可交换的矩阵是____________________；

2. $A=\begin{bmatrix}E & O\\ A_1 & A_2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}B_1 & B_2\\ E & B_3\end{bmatrix}$，则$AB=$_______________，$BA=$_______________；

3. 线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2-x_3=1\\ 2x_1+3x_2+ax_3=3\\ x_1+ax_2+3x_3=2\end{cases}$ 无解的充要条件是____________________；

4. $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$，则$B=(kE+A)^2$正定的充要条件是____________________。

二、（14） $A(E-C^{-1}B)^TC^T=E$, 其中$B=\begin{bmatrix}1 & -1 & & \\ & 1 & -1 & \\ & & 1 & -1\\ & & & 1\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}2 & 1 & 3 & 4\\ & 2 & 1 & 3\\ & & 2 & 1\\ & & & 2\end{bmatrix}$，求矩阵$A$

三、（15） 求方程组$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=-1\\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=-5\\ x_2+2x_3+2x_4+ax_5=b\\ 5x_1+4x_2+3x_3+ax_4-x_5=-7\end{cases}$在参数各种取值时的通解。

四、（15） $A=\begin{bmatrix}0.1 & -0.1 & 0.1\\ 0.2 & 0.4 & -0.2\\ -0.3 & -0.3 & 0.5\end{bmatrix}$，求$A^9$ (保留乘方符号，不必具体计算)

五、（15） 设$a_1=(1,-1,0,4)^T$，$a_2=(2,1,5,6)^T$，$a_3=(1,-1,-2,0)^T$，$a_4=(3,0,7,14)^T$，求向量组的秩，找出一个最大线性无关组，并用其线性表示出其他的向量。

六、（15） 二次型$f=x^T\begin{bmatrix}2 & & \\ & 3 & 2a\\ & & 3\end{bmatrix}x$ 经正交替换化为$by_1^2+cy_2^2+5y_3^2$, 且$a\le b\le c$, 求a, b, c 及正交替换

七、（10） (1) $A^2=E, A\ne E$, 证明$A+E$不可逆；(2) 实矩阵$A_{n\times p}$ $B_{n\times q}$有性质$A^TA=E_p$, $B^TB=E_q$, 证明B^TAA^TB的特征值满足$0\le\lambda\le 1$。