厦门大学《线性代数》课程试卷

______________学院(系)_________年级___________专业

主考教师：线性代数教学组　试卷类型：（A卷）2007.1.

一、选择题（每小题5分，共20分）

1. 设A为n阶方阵且$|A|=0$，则（　　）

（A） 矩阵A必有两行（列）的元素对应成比例。
（B） 矩阵A中任意一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合。
（C） 矩阵A中必有一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合。
（D） 矩阵A中至少有一行（列）的元素全为零。

2. 设A是$m\times n$矩阵，C是n阶可逆矩阵，矩阵A的秩为r，矩阵$B=AC$的秩为r_1，则（　　）

（A） $r=r_1$。　（B） $r>r_1$。　（C） $r<r_1$。　（D） r与r_1的关系依C而定。

3. 设x_1,x_2是非齐次线性方程组$Ax=b$的两个不同解，则也是方程组$Ax=b$的解是（　　）。

（A） x_1+x_2。　（B） x_1-x_2。　（C） $\dfrac{x_1+2x_2}{2}$。　（D） $2x_2-x_1$。

4. 若三阶矩阵A的特征值为2, 3, 4, 则该矩阵的伴随矩阵A^*的特征值为（　　）

（A） 12, 8, 4　（B） 12, 8, 6　（C） 8, 6, 3　（D） 6, 3, 2。

二、填空题：（每小题5分，共20分）

1. 设$A=\begin{bmatrix}1&2&1&2\\0&1&t&t\\1&t&0&1\end{bmatrix}$，且线性方程组$Ax=0$的基础解系含有两个线性无关的解向量，则参数$t$等于________。

2. 设$\alpha_1=(1，2，1)^T$，$\alpha_2=(2，3，4)^T$，$\alpha_3=(3，4，3)^T$是R^3的一组基，R^3的向量$\alpha=(1, 1, 1)^T$关于这组基的坐标为 ______________。

3. 将$\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$写成初等矩阵的乘积是 ________________________。

4. 若二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+ax_2x_3$ 是正定的，则a的取值范围是 ___________。

三、计算证明题：（共 60 分）

1．（8 分）假设矩阵 A 和 B 满足关系式 $AB = A + 2B$，求矩阵 B。其中

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

2.（10 分）已知向量 $\alpha = (1, k, 1)^T$ 是矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵的特征向量，试求常数 k 的值。

3.（12）求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_3 + x_5 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_5 = 0, \\ x_1 - x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$ 的解空间的一组标准正交基。

4.（10 分）设 A 为二阶方阵，有二个不同的特征值 λ_1, λ_2，对应特征向量依次为 α_1, α_2，

令 $\beta = \alpha_1 + \alpha_2$， 证明： $\beta, A\beta$ 线性无关。

5.（15 分）求正交变换 $x = Py$，把二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$

化为标准形。

6.（5 分）齐次线性方程组 $Ax = 0$，其中 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 且 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 0, i = 1, 2, \cdots, n,$

证明：矩阵 A 第一行元素的代数余子式相等。