



厦门大学《线性代数》课程期中试题

考试日期：2010.11 信息学院自律督导部整理



一. (填空题 (每小题 3 分, 共 15 分))

1. 令 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则

$|AB| = \underline{\hspace{2cm}}, |BA| = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix}$, M_{i3} 是 D 中元素 $a_{i3} (i=1,2,3)$ 的余子式

$M_{13} + 2M_{23} + 3M_{33} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 已知 n 阶矩阵 A , 若 A 满足 $A^2 - 3A + 5E = 0$ (E 为 n 阶单位矩阵), 那么 $(A - 5E)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 令 $A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 5 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, 若 PA 为行最简型矩阵, 则可逆矩阵

$P = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 若四元线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = a, \\ x_2 + x_3 = b, \\ x_3 + x_4 = c, \\ x_4 + x_1 = d \end{cases}$ 有解, 则常数 a, b, c, d 满

足条件是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

二. 选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设 A 为 5 阶矩阵, 且 $|A|=3$, 则 $|-2A|$ = _____.

- (1) 2×3^5 (2) -2×3^5 (3) 3×2^5 (4) -3×2^5

2. 设 A 是 n ($n > 2$) 阶可逆矩阵, A^* 是 A 的伴随矩阵, 则 _____.

(1) $(A^*)^* = |A|^{n-1} A$ (2) $(A^*)^* = |A|^{n-2} A$

(3) $(A^*)^* = |A|^{n+1} A$ (4) $(A^*)^* = |A|^{n+2} A$

3. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 且 $(AB)^2 = E$, 则下列命题错误的是 _____.

(1) $(BA)^2 = E$ (2) $A^{-1} = B$

(3) $B^{-1} = ABA$ (4) $R(A) = R(B)$

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & a \\ -2 & a & 1 \\ a & 1 & -2 \end{pmatrix}$, 记 A 的秩 2, 则 a = _____

- (1) -2 (2) -1 (3) 1 (4) 3

5. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, B 为 $n \times m$ 矩阵, 则齐次线性方程组 $(AB)x = 0$ _____.

(1) 当 $m > n$ 时必有无穷多解

(2) 当 $m < n$ 时必有无穷多解

(3) 当 $m < n$ 时仅有唯一解

(4) 当 $m > n$ 时仅有唯一解

三. 解答题

1. (14 分) 试计算下列行列式的值:

(1) $D = \begin{vmatrix} 123 & 456 & 789 \\ -754 & -1088 & 578 \\ 1123 & 2456 & 6789 \end{vmatrix};$

$$(2) \quad D_{n+1} = \begin{vmatrix} a_0 & b_1 & b_2 & L & b_n \\ c_1 & a_1 & 0 & L & 0 \\ c_2 & 0 & a_2 & L & 0 \\ M & M & M & O & M \\ c_n & 0 & 0 & L & a_n \end{vmatrix}, \text{其中 } a_1 a_2 L a_n \neq 0.$$

2. (10 分) 设 $A = \alpha\beta^T$, 其中 $\alpha = (1, 2, L, n)^T$, $\beta = (1, 1, L, 1)^T$, 试求矩阵 A^3 .

3. (14 分) 设 A 为 m 阶可逆矩阵, B 为 n 阶可逆矩阵, 证明:

$m+n$ 阶矩阵 $D = \begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}$ 是可逆矩阵, 并求 D 的逆矩阵和伴随矩阵.

4. (10 分) 求满足条件 $A^T A = E_2$ (2 阶单位矩阵) 的所有 2 阶方阵 A .

5. (12 分) 当 a 为何值时, 四元线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 = a \end{cases}$$

无解? 有解? 在有解时求其通解 (一般解)。

6. (10 分) 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, β 为 m 元列矩阵, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$

均为未知量矩阵。证明: n 元线性方程组 $Ax = \beta$ 有解的充分必要条件是 m 元线性

方程组 $\begin{cases} A^T y = 0, \\ \beta^T y = n \end{cases}$ 无解。