一、选择题：本题共 **10** 小题，每小题 **2** 分，共 **20** 分。请把正确答案填写在答题纸的正确位置。每小题给出的四个选项中只有一个选项正确。错选、多选或未选的得 **0** 分。

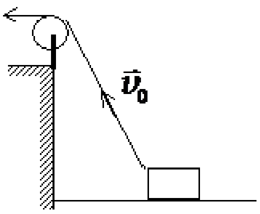
1. 一质点在某瞬时位于位置矢量 $\vec{r}(x,y,z)$ 的端点处，r 表示位移大小。对于速度的大小有如下四种表示方案，其中正确的是(　　　)。

(A) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　**(B)** $\dfrac{\mathrm{d}|\vec{r}|}{\mathrm{d}t}$　　**(C)** $\left|\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right|$　　**(D)** $\sqrt{(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t})^2+(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t})^2+(\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t})^2}$

参考答案：**D**

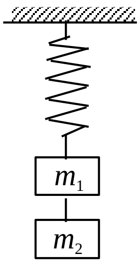
2. 如图所示，有一人用绳绕过一定高度处的定滑轮拉水平面上的木块向左边运动。设该人以匀速率 v_0 收绳，绳不伸长，则木块的运动是(　　)。

(A) 匀加速运动　　**(B)** 匀减速运动　　**(C)** 变加速运动　　**(D)** 变减速运动



参考答案：**C**

3. 如图所示，悬挂的轻弹簧下端挂着质量为 m_1、m_2 的两个物体，开始时处于静止状态。现在突然把 m_1 与 m_2 间的轻绳剪断，在绳断瞬间，m_1 加速度的大小为(　　)



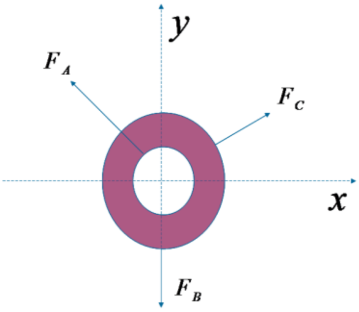
(A) $\dfrac{m_1}{m_2}g$　　**(B)** $\dfrac{m_2}{m_1}g$　　**(C)** $\dfrac{m_1+m_2}{m_1}g$　　**(D)** g

参考答案：**B**

专业：　学院：　学号：　姓名：

4. 在一次二维拔河比赛中，***A***、***B***、***C*** 三人同时用力拉一个轮胎，但轮胎恰好不动，***A*** 用的力 $\vec{F}_A$ 大小为 **220N**，方向如图，与 ***x*** 轴夹角为 45°，***B*** 用的力 $\vec{F}_B$ 方向在 ***y*** 轴负方向，***C*** 用的力 $\vec{F}_C$ 大小为 **170N**，方向未知，则 $\vec{F}_B$ 的大小为(　　　)

(A) 205 N　　　**(B) 224 N**　　　**(C) 479 N**　　　**(D) 138 N**



参考答案：**B**

5. 质量为 m 的质点做平面运动，其运动方程为 $\vec{r} = a\cos t\,\vec{i} + b\sin t\,\vec{j}$，则质点的动量为(　　)

(A) $\vec{p} = ma\cos t\,\vec{i} + mb\sin t\,\vec{j}$

(B) $\vec{p} = ma\sin t\,\vec{i} + mb\cos t\,\vec{j}$

(C) $\vec{p} = ma\sin t\,\vec{i} - mb\cos t\,\vec{j}$

(D) $\vec{p} = -ma\sin t\,\vec{i} + mb\cos t\,\vec{j}$

参考答案：**D**

6. 一块方板，可以绕通过其一个水平边的光滑固定轴自由转动，最初方板自然下垂。现有一飞蝉（知了），垂直板面撞击方板，并趴在板上。对于飞蝉和方板所构成的系统，如果忽略空气阻力，在撞击过程中守恒的物理量为(　　)

(A) 动能　**(B)** 系统的角动量在转轴方向的分量　**(C)** 机械能　**(D)** 动量

参考答案：**B**

7. 关于刚体的转动惯量，以下说法中哪个是错误的？(　　　)

（**A**）转动惯量是刚体转动惯性大小的量度；

（**B**）转动惯量是刚体的固有属性，具有不变的量值；

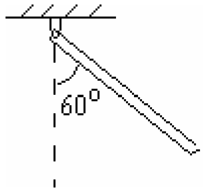
（**C**）对于给定转轴，刚体顺转和反转时转动惯量的数值相同；

（**D**）转动惯量是相对的量，随转轴的选取不同而不同。

参考答案：**B**

8. 如图所示，一均匀细杆可绕通过其一端的水平轴在竖直平面内自由转动，杆长$\frac{5}{3}$**m**。今使杆与竖直方向成**60^{O}**角由静止释放（**g** 取 **10m/s^2**），则杆的最大角速度为（　　）。

（A）$\sqrt{0.3}rad/s$　　（B）$\pi rad/s$ **πrad/s**　　（C）$3rad/s$　　（D）$\sqrt{2/3}rad/s$



参考答案：**C**

9. 在某惯性系 **S** 中，两事件发生在同一地点而时间间隔为 **4s**，另一惯性系 **S′**以速度 ***v*=0.6*c*** 相对 **S** 运动，则在 **S′**系中两事件的时间间隔和空间间隔各为（　　）

（**A**）**5s，9×10^{8}m**　　（**B**）**4s，9×10^{8}m**　　（**C**）**5s，9×10^{9}m**　　**(D)4s，9×10^{9}m**

参考答案：**A**

10. 已知一静止质量为m_0的粒子，其固有寿命为实验室测量的$\frac{1}{n}$，则粒子的实验室能量相当于静止能量的**(**　　**)**

（**A**）**1** 倍　　（**B**）$\frac{1}{n}$倍　　（**C**）**n** 倍　　（**D**）**n-1** 倍

参考答案：**C**

二、填空题：本大题共 **10** 小题，每小题 **2** 分，共 **20** 分。请把正确答案填写在答题纸的正确位置。错填、不填均无分。

1.一平板车以速度$\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i}$在光滑路面上匀速直线行驶，平板车上一乘客以相对车的初速$\vec{v}_1 = v_{1x}\vec{i} + v_{1y}\vec{j}$抛出一石子。取抛出点为原点，$x$轴沿$\vec{v}_0$方向，$y$轴沿竖直向上方向，则石子的轨迹方程是_____________________________。

参考答案：$y = \frac{v_{1y}x}{v_{1x}+v_{0x}} - \frac{gx^2}{2\left(v_{1x}+v_{0x}\right)^2}$

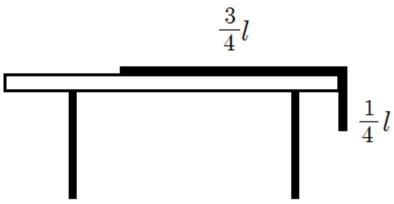
2.质点在 ***xy*** 平面内运动，其运动方程为$\vec{r}=R\cos\omega t\vec{i}+R\sin\omega t\vec{j}$（$R$，$\omega$ 为正的常数），则 ***t*** 时刻其切向加速度为________________。

参考答案：**0**

3.质量为 ***m*** 的物体沿 ***x*** 轴运动，所受合力为$F=-kx$，已知当$x=A$时，$v=0$，则 ***v*** 与 ***x*** 的函数关系为__________。

参考答案：$v^2=\dfrac{k}{m}(A^2-x^2)$

4.一长为l，质量为m的匀质链条，放在光滑的桌面上，若其长度的 **1/4** 悬挂于桌边下，将其慢慢拉回桌面，则需做功______________。

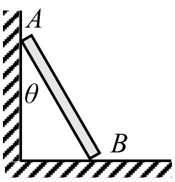


参考答案：$\dfrac{1}{32}mgl$

5.设静止的炮车以仰角θ发射一个炮弹，炮弹和炮车的质量分别为m和M，炮弹相对于炮车的速度为v，不计车与地面的摩擦，炮车相对于地面的速度为_____________。

参考答案：$\dfrac{m}{M+m}v\cos\theta$

6.如图所示，一质量为 ***m*** 的均质细杆 ***AB***，***A*** 端靠在光滑的竖直墙壁上，***B*** 端置于粗糙水平地面上静止，杆身与竖直方向成 ***θ*** 角，则 ***A*** 端对墙壁的压力为__________。



参考答案：$\dfrac{1}{2}mg\tan\theta$

7.花样滑冰运动员绕过自身的竖直轴运动，开始时两臂伸开，转动惯量为 ***J***，角速度为 ***ω***。然后她将双臂收回，使转动惯量减少为 ***J*/3**，这时她的角速度为______。

参考答案：**3*ω***

8.质量为 **32*kg***，半径为 **0.25*m*** 的均质飞轮，其外观为圆盘形状。当飞轮角速度为 **12*rad*/*s*** 的匀速率转动时，它的转动动能为_______。

参考答案：**72*J***

9.两火箭 **A**、**B** 相向运动，它们相对于地面观察者的速率都是$3c/4$（c 为真空中的光速）。试求：在火箭 **A** 上观测，火箭 **B** 的速率是________。

参考答案：**0.96*c***（$=\frac{24}{25}c$）

10.实验室测得，一静止的立方体的质量密度为 ρ。现在，该立方体以速率 $v=0.6c$ 相对于实验室参考系匀速运动，则实验室中观察者测得其密度为________。

参考答案：$\frac{25}{16}\rho$

三、计算题：本题 **12** 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

质点的运动方程为：$x = R\cos\omega t$，$y = R\sin\omega t$，$z = \frac{h}{2\pi}\omega t$，式中 R、h、ω 均为正的常量。

试求：

（**1**）质点的速度大小；

（**2**）质点的加速度大小；

（**3**）质点的轨道方程，并说明对应空间曲线特征；。

参考答案：

（**1**）

$v_x = \frac{dx}{dt} = -R\omega\sin\omega t$ ·················**1** 分

$v_y = \frac{dy}{dt} = R\omega\cos\omega t$ ·················**1** 分

$v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{h\omega}{2\pi}$ ··························**1** 分

故，质点的速度大小为：

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \omega\sqrt{R^2 + \frac{h^2}{4\pi^2}}$ ······**1** 分

（**2**）

$a_x = -R\omega^2\cos\omega t$ ·······················**1** 分

$a_y = -R\omega^2\sin\omega t$ ·······················**1** 分

$a_z = 0$ ································**1** 分

故，质点的加速度大小为：

$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}=R\omega^2$ ……………………**1 分**

（3）轨道方程为：

$x^2+y^2=R, z=\dfrac{h}{2\pi}\omega t$ ……………………**2 分**

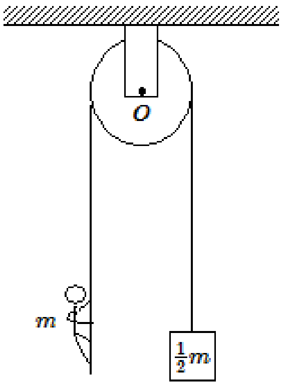
这是一条空间螺旋线，空间螺旋线在 ***Oxy*** 平面上的投影是圆心在原点、半径为 ***R*** 的圆，其螺距为 ***h***。………………………………**2 分**

四、计算题：本题 **12** 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

一均质定滑轮，半径为 ***R***,其质量为 ***m*/2**，能绕其光滑中心轴转动。一轻绳跨过该定滑轮，轻绳与滑轮间无相对滑动，其左端有一质量为 ***m*** 的人爬在轻绳上，而右端则系了一质量为 ***m*/2** 的重物，如图所示。试求：

（1）定滑轮的转动惯量；

（2）当人从静止开始相对于轻绳匀速向上攀爬时，重物上升的加速度。



参考答案：

(1)根据均质圆盘绕中心轴转动时的转动惯量公式可得，定滑轮的转动惯量为：

$$J=\frac{1}{2}(\frac{m}{2})R^2=\frac{1}{4}mR^2$$ ………………………………**2 分**

(2)轻绳右端的重物在重力 $\frac{1}{2}mg$ 与绳子拉力 T_R 的共同作用下，以对地的加速度 a 上升。

其动力学方程为　$T_R-\frac{1}{2}mg=\frac{1}{2}ma$ …………………… **2 分**

轻绳左端的人由于相对于绳为匀速向上攀爬，因此在重力 mg 与绳子拉力 T_L 的共同作用下，相对于地仍具有大小为 a 的加速度，但方向向下

其动力学方程为 $mg-T_L=ma$ ………………………………**2 分**

滑轮在绳子 T_L、T_R 的拉力矩作用下，由转动定律可得

$$(T_L - T_R)R = J\alpha = \frac{1}{4}mR^2\alpha$$ ······························**2 分**

加速度 a 与滑轮的角加速度 α 有关系 $a = R\alpha$ ················**2 分**

联立上述方程，解得重物上升的加速度 $a = \frac{2}{7}g$ ················**2 分**

五、计算题：本题 12 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

如图所示，质量为 **50 kg** 的人跳蹦极。弹性蹦极带原长为 **10 m**，劲度系数为 **100 N/m**。（若此人以零初速度离开跳台，忽略空气阻力，且不计蹦极带质量，重力加速度 g=**10 m/s²**。）

(1)此人自跳台跳出后，落下距离多少时动能最大？此最大动能是多少？

(2)已知跳台高于下面的水面 **25m**。此人跳下后会不会触到水面？

参考答案：

（1）此人下落时，当蹦极带对他的拉力等于他受到的重力时，动能最大。以 l_0 表示蹦极带的原长，以 l 表示伸长的长度，则动能最大时：

$$mg = kl \Rightarrow l = \frac{mg}{k}$$ ··································**2 分**

此人动能最大时下落的距离为：

$$h = l_0 + l = l_0 + \frac{mg}{k} = 10 + \frac{50\times 10}{100} = 15(m)$$ ················**2 分**

由机械能守恒，以 E_k 表示最大动能，则应有：

$$E_k = mgh - \frac{1}{2}kl^2 = 50\times 10\times 15 - \frac{1}{2}\times 100\times 5^2 = 6250(J)$$ ················**2 分**

（2）人降到最下面时，动能为零。由机械能守恒定律，以 l' 来表示蹦极带的最大伸长，则有：

$$mg(l_0 + l') = \frac{1}{2}kl'^2 \Rightarrow l'^2 - 10l' - 100 = 0$$ ················**2 分**

解方程可得：

$$l' = 5(1+\sqrt{5})(m)$$ ···························**2 分**

此时人在跳台下的距离为：

$$l_0 + l' = 10 + 5(1+\sqrt{5}) \approx 26.18(m) > 25(m)$$ ……………………**2 分**

所以人会触及水面。

六、计算题：本题 **12** 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

一宇宙飞船（**S′**系）从地球（**S** 系）出发，以速率 ***v*=0.8*c*** 匀速飞向某类地行星。设该行星到地球的距离为 ***l***，且飞船飞离地球的时间为 ***t*=*t′*=0**。

（**1**）从地球和飞船上的时钟来看，飞船到达类地行星的时间分别时多少？

（**2**）飞船到达行星后立即向地球发送无线电信号（飞船保持匀速直线运动），从地球和飞船上的时钟来看，地球接收到无线电信号的时间分别时多少？

参考答案：

定义三个事件

事件 **1**：飞船飞离地球 $t_1=t_1'=0$

事件 **2**：飞船达到类地行星

事件 **3**：无线电信号到达地球

（**1**）从 **S** 系观测，飞船到达类地行星的事件为：

$$t_2 = t_1 + \frac{l}{v} = \frac{5l}{4c}$$ ………………………………**3 分**

事件 **1** 和 **2** 都发生在 **S′**系的同一地点，因此 $t_2' - t_1' = t_2'$ 是这两个事件的固有时。根据时间延缓效应，可得：

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \Rightarrow t_2' = \frac{3l}{4c}$$ ……………………**3 分**

（**2**）在 **S** 系中观测者看来，无线电信号到达地球的时间 t_3 满足：

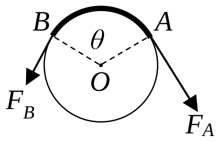
$$t_3 = t_2 + \frac{l}{c} = \frac{9l}{4c}$$ ………………………………**3 分**

事件 **1** 和 **3** 都发生在 **S** 系的同一地点，因此 $t_3 - t_1 = t_3$ 是这两个事件的固有时。根据时间延缓效应，可得：

$$t_3' - t_1' = \frac{t_3 - t_1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \Rightarrow t_3' = \frac{15l}{4c}$$ ………………………………**3 分**

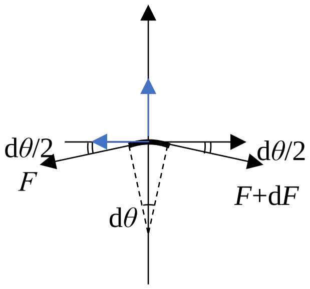
七、计算题：本题 **12** 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

如图所示，有一轻质绳子绕在圆柱上，绳子绕圆柱的张角为 ***θ***，绳子与圆柱之间的摩擦系数为 ***μ***。若 ***A*** 端绳子的拉力大小 F_A 大于 ***B*** 端的拉力大小 F_B，圆柱保持不动，绳子处于滑动边缘。若绳子两端拉力大小 $F_A=2F_B$，试求张角 ***θ*** 应为多大？



参考答案：

在绕圆柱的绳子 ***AB*** 上，取一微元 **d*s***，其对应的圆心角为 **d*θ***，**d*s*** 两端的张力大小分别为 ***F*** 和 ***F*+d*F***，如图所示。



圆柱对 **d*s*** 的支持力和摩擦力的大小分别为 ***N*,*f***。绳子处于滑动摩擦边缘，故加速度 ***a*=0**。取如图所示的 ***Ox***，***Oy*** 轴，根据牛顿第二定律有：

$$(F+dF)\cos\frac{d\theta}{2}-F\cos\frac{d\theta}{2}=f=\mu N$$ ……………………………①…………2 分

$$(F+dF)\sin\frac{d\theta}{2}+F\sin\frac{d\theta}{2}=N$$ ……………………………②…………2 分

因为 **d*θ*→0**，所以有

$$\sin\frac{d\theta}{2}=\frac{d\theta}{2}$$

$$\cos\frac{d\theta}{2}=1$$

①②式可化为

$$dF=\mu N$$ ……………………………③…………1 分

$$Fd\theta+\frac{1}{2}dFd\theta=N$$ ……………………………④…………1 分

略去④式中的高阶无穷小量 **d*F*d*θ***，由③④式得

$$Fd\theta=\frac{dF}{\mu}\Rightarrow\mu d\theta=\frac{dF}{F}$$ ……………………………⑤…………2 分

对⑤式两边积分

$$\int_0^{\theta}\mu d\theta=\int_{F_B}^{F_A}\frac{dF}{F}$$

即

$$F_A=e^{\mu\theta}F_B\Rightarrow\theta=\frac{1}{\mu}\ln\frac{F_A}{F_B}$$ ………………………………………………**2** 分

当 **F_A=2F_B** 时，有：

$\theta=\frac{1}{\mu}\ln 2$ ……………………………………………………**2** 分