厦门大学《微积分 I-2》课程期中试卷

试卷类型：（理工类 A 卷）　考试日期　2021.4.17

一、求下列各题（每小题 7 分，共 21 分）：

得　分	
评阅人	

1. 设向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$ 平行，并满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=28$，求 $\vec{a}$；

2. 已知三角形顶点为 $A(1,1,1)$、$B(2,3,4)$、$C(4,3,2)$，求此三角形 ΔABC 的面积；

3. 求通过直线 $L:\begin{cases} x+y=0 \\ x-y+z=0 \end{cases}$ 且平行于直线 $x=y=z$ 的平面。

得　分	
评阅人	

二、求下列各题（每小题 8 分，共 24 分）：

1. $\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,0\le y\le x,\ x^2+y^2\le 2x\}$；

2. $\int_1^2 \mathrm{d}x\int_{\sqrt{x}}^{x}\sin\frac{\pi x}{2y}\mathrm{d}y+\int_2^4 \mathrm{d}x\int_{\sqrt{x}}^{2}\sin\frac{\pi x}{2y}\mathrm{d}y$；

3. 求函数 $u=\frac{\sqrt{6x^2+8y^2}}{z}$ 在点 $P(1,1,1)$ 处沿 $\vec{n}=(2,3,1)$ 的方向导数。

三、（8 分）求由曲线$\begin{cases} 3x^2+2y^2=12 \\ z=0 \end{cases}$绕 y 轴旋转一周得到的曲面在点 $(0,\sqrt{3},\sqrt{2})$ 处的切平面方程和法线方程。

得　分	
评阅人	

四、（10 分）设 $u=y, v=\dfrac{y}{x}$，试将方程 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=0$ 变换成以 u,v 为自变量的方程，其中二元函数 z 具有连续的一阶偏导数。

得　分	
评阅人	

五、（10 分）设方程组 $\begin{cases} e^{\frac{u}{x}}\cos\dfrac{v}{y}=\dfrac{x}{\sqrt{2}} \\ e^{\frac{u}{x}}\sin\dfrac{v}{y}=\dfrac{y}{\sqrt{2}} \end{cases}$ 确定了函数 $u=u(x,y)$，

得　分	
评阅人	

$v=v(x,y)$。求在点 $x=1$，$y=1$，$u=0$，$v=\dfrac{\pi}{4}$ 处的 $\mathrm{d}u$ 和 $\mathrm{d}v$。

六、（12 分）求二元函数 $z=f(x,y)=x^2y(4-x-y)$ 在由直线 $x+y=6$，x 轴和 y 轴所围成的有界闭区域 D 上的极值和最值。

得　分	
评阅人	

七、（**10** 分）试问函数 $f(x,y)=\begin{cases} xy\sin\dfrac{1}{xy}, & x\cdot y\neq 0 \\ 0, & x\cdot y=0 \end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处是否可微？ 请说明理由。

得　分	
评阅人	

八、（5 分）设 $f(x)$、 $g(x)$为$[a,b]$上的连续函数。利用二重积分证明以下的 Cauchy-Schwartz 不等式：

$$(\int_a^b f(x)g(x)\mathrm{d}x)^2 \le \int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x\int_a^b g^2(x)\mathrm{d}x。$$

得　分	
评阅人	