历届试题选（一）

一、求微分方程 $x\ln x\mathrm{d}y+(y-\ln x)\mathrm{d}x=0$ 的通解。(2016—2017)

答案：$\frac{1}{2}\ln x+\frac{C}{\ln x}$

二、求微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y}{2x+y^4}$ 的通解。(2015—2016)

答案：$x=\frac{y^4}{2}+Cy^2$

三、求方程 $\frac{dy}{dx}=2^{x+y}$ 的通解。(2014—2015)

答案：$2^{-y}+2^x+C=0$，其中 C,C_1 为任意常数。

四、求方程 $y'-\frac{1}{x}y=x$ 的通解。(2014—2015)

答案：$y=x^2+Cx$。

五、求微分方程 $xy'-2y=x^4\mathrm{e}^x$ 的通解；(2013—2014)

答案：$y=Cx^2+(x^3-x^2)\mathrm{e}^x$，其中 C 为任意常数.

六、求微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{x^2+2y^2}{xy}$ 满足 $y\big|_{x=1}=1$ 的特解.(2013—2014)

答案：$x^2+y^2=2x^4$.

七、设函数 $f(x)$ 可微，且满足以下关系式 $\int_0^x[3f(t)-1]\mathrm{d}t=f(x)-5$，求 $f(x)$。(2017—2018)

答案：$f(x)=\frac{14}{3}\mathrm{e}^{3x}+\frac{1}{3}$

八、 求微分方程 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=-\sin^2(x+y)$ 的通解。(2018—2019)

答案：$\tan(x+y)=x+C$.

九、已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，且满足 $f(x)=\mathrm{e}^{x}+\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$，试求 $f(x)$.（2018—2019）

答案：$f(x)=(x+1)\mathrm{e}^{x}$.

十、求微分方程 $x\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=y\ln\dfrac{y}{x}$ 的通解.（2019—2020）

答案：$y=x\mathrm{e}^{Cx+1}$

十一、求微分方程 $xy'=-\sqrt{x^2+y^2}+y\ (x>0)$ 的通解.（2021—2022）

答案：$y=\dfrac{1}{2C}-\dfrac{1}{2}Cx^2$.