



厦门大学《线性代数》课程期中试题

考试日期：2014&15.11 信息学院自律督导部整理



一、单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 对于 n 阶可逆矩阵 A, B ，则下列等式中（ ）不成立.

(A) $|(AB)^{-1}| = |A^{-1}| \cdot |B^{-1}|$

(B) $|(AB)^{-1}| = (1/|A^{-1}|) \cdot (1/|B^{-1}|)$

(C) $|(AB)^{-1}| = |A|^{-1} \cdot |B|^{-1}$

(D) $|(AB)^{-1}| = 1/|AB|$

2. 设 A, B 为同阶方阵，则必有（ ）

A. $|A+B| = |A| + |B|$

B. $AB=BA$

C. $(AB)^T = A^T B^T$

D. $|AB| = |BA|$

3. 设 A, B 均为 n 阶矩阵，满足 $AB=O$ ，则必有（ ）

A. $|A| + |B| = 0$

B. $r(A) = r(B) = 0$

C. $A=O$ 或 $B=O$

D. $|A| = 0$ 或 $|B| = 0$

4. 设 $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, $B = \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} + a_{11} & a_{32} + a_{12} & a_{33} + a_{13} \end{pmatrix}$, $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 那么（ ）.

(A) $AP_1P_2 = B$

(B) $AP_2P_1 = B$

(C) $P_1P_2A = B$

(D) $P_2P_1A = B$

5. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$ 是四维列向量，且 $|\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1| = m$, $|\alpha_1, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3| = n$ ，则

$|\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \beta_1 + \beta_2| = ()$.

(A) $m+n$

(B) $-(m+n)$

(C) $n-m$

(D) $m-n$

6. 下列矩阵是行最简形矩阵的是（ ）.

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

7. 设 n 阶方阵 A, B, C 满足 $ABC=E$ ，则必有（ ）.

A. $ACB=E$

B. $CBA=E$

C. $BCA=E$

D. $BAC=E$

8. 若同阶方阵 A 与 B 等价, 则必有 ()。

- A. $|A|=|B|$ B. A 可逆 B 不可逆
C. $R(A)=R(B)$ D. $|A|=0, |B| \neq 0$

9. 设 A 为 n 阶可逆矩阵, 则下面结论错误的是 ()。

- A. $|A| \neq 0$ B. $|A^*|=|A|^{n+1}$
C. A 与 E 行等价 D. $r(A)=n$

10. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, 若 A 的秩为 $R(A)=r$, 则下面结论正确的是 ()。

- A. A 的 r 阶子式都不为零。 B. A 的 $r-1$ 阶子式都不为零。
C. A 的所有 $r+1$ 阶以上子式都为零。 D. A 的 $r-1$ 阶以下子式都不为零。

二、填空题 (每空格 4 分, 共 20 分)

1. n 阶行列式
$$\begin{vmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b \\ b & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{vmatrix} = \underline{\hspace{10cm}}.$$

2. 设 $\alpha = (1, 2, 3)^T$, $\beta = \left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)^T$, $A = \alpha\beta^T$, 则 $A^n = \underline{\hspace{10cm}}.$

3. 设分块矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & -E_{n-1} \\ -1 & 0^T \end{pmatrix}$, 则 $\det A = (\quad)$.

- (A) 1 (B) -1 (C) $(-1)^{n-1}$ (D) $(-1)^n$

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = AB^{-1}$, 则矩阵 C^{-1} 中, 第 3 行第 2 列的元素是 ()。

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{3}{2}$

5. 设四阶方阵 $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} = \underline{\hspace{10cm}}.$

三、计算题（共 45 分）

1. 计算行列式

$$\begin{vmatrix} a+b & b & b & b \\ -b & a-b & -b & -b \\ b & b & a+b & b \\ -b & -b & -b & a-b \end{vmatrix}$$

2. 计算行列式

$$\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & 0 \\ 0 & 0 & x & -1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & a_3+x \end{vmatrix}$$

3. 解矩阵方程 $X = AX + B$ ，其中 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ， $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$.

4. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 3 & 8 \\ -2 & -5 & 1 & -8 \end{pmatrix}$ ，试用初等行变换将行[□]阶梯型 F ，并求 P_1 、 P_2 、 \cdots 、 P_l ，使 $A = P_1 P_2 \cdots P_l F$ ，其中 P_1 、 P_2 、 \cdots 、 P_l 为初等矩阵， l 初等变换次数。

5. (6分) 设 $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$, D 的 (i, j) 元的代数余子式记作 A_{ij} , 求

$$A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34}.$$

四、证明题 (每小题 5 分, 共 15 分)

1. 若 A, B 都是 n 阶非零矩阵, 且 $AB = 0$. 证明 A 和 B 都是不可逆的.

2、设方阵 A 满足 $A^2 - A - 2E = 0$ ，证明 A 和 $A + 2E$ 都可逆，并求 A^{-1} 和 $(A + 2E)^{-1}$ 。

3、设 n 阶方阵 A 可逆，证明 $(A^*)^* = A$ 并求 A^{-1} 和 $(A + 2E)^{-1}$ 。