厦门大学《微积分 I-2》课程期中试卷

________学院________系________年级________专业

试卷类型:（理工类 A 卷）　　　　　考试时间:2022.4.23

得　分	
评阅人	

一、填空题：（每小题 4 分，共 24 分）

1. 已知向量 $\vec{a}=(1,-1,3)$，$\vec{b}=(2,-3,1)$，$\vec{c}=(1,-2,0)$，则 $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot(\vec{b}+\vec{c})=$____________________。

2. 将 xoz 坐标面上抛物线的一段 $z=x^2\quad(1\le x\le 2)$ 绕 z 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为____________________________________，该旋转曲面在 xoy 坐标面上的投影为 $\{(x,y,z)\in \mathrm{R}^3\mid$ __________________________________ $\}$。

3. 已知 $y_1=xe^x+e^{2x}$，$y_2=xe^x+e^x$，$y_3=xe^x+e^{2x}-e^x$ 是某个二阶常系数非齐次线性微分方程的三个特解，则该方程的通解为________________________________。

4. 设 $x=-t\cos 2t$ 是无阻尼强迫振动方程 $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+k^2x=4\sin pt$ 的一个特解，其中 $k>0,\ p$ 为常数，则该振动系统的角频率 $k=$__________，干扰力的角频率 $p=$__________。

5. 设二元函数 $z=\dfrac{x\cos y+y\cos x}{1+\cos x+\cos y}$，则 $\mathrm{d}\,z\big|_{(0,0)}=$____________________。

6. 函数 $u=x^2+y^2+z$ 在点 $(1,1,1)$ 处沿着椭球面 $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{z^2}{4}=1$ 在该点的外法方向的方向导数为____________________。

得　分	
评阅人	

二、（本题 8 分） 求过点 $(1,1,1)$ 且通过直线 $x=y=2z$ 的平面方程。

得　分	
评阅人	

三、**（每小题 9 分，共 18 分）**求解下列微分方程：

1．求微分方程 $xy' = -\sqrt{x^2+y^2}+y \quad (x>0)$ 的通解；

2．求满足初始条件 $y(0)=0$， $y'(0)=4$ 的微分方程 $y''-\dfrac{1}{1+x}y'=8(x+1)^2$ 的特解。

得　分	
评阅人	

四、（本题 8 分）设曲线 L 的一般方程为 $\begin{cases} z=\sqrt{4-x^2-y^2} \\ (x-1)^2+y^2=1 \end{cases}$ ，试将此一般方程化为参数方程，并求出该曲线在点 $(1,1,\sqrt{2})$ 处的切线方程。

五、（本题 9 分）验证$u(x,y,z,t)=\frac{1}{(\sqrt{4\pi t})^3}e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{4t}}$ $(t>0)$为热传导方程$\frac{\partial u}{\partial t}-\Delta u=0$的解，其中$\Delta u=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$。

得　分	
评阅人	

六、（本题 12 分）判别二元函数$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x(x^2-y^2)}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$

在点$(0,0)$处：(1)是否连续？ (2)一阶偏导数是否存在？ (3)是否可微？ 请给出判定理由。

得　分	
评阅人	

七、（本题 11 分）设方程 $x^2+y^2-2yz-z^2+2=0$ 确定了二元函数 $z=z(x,y)$，试求 $z=z(x,y)$ 的极值点和极值。

得　分	
评阅人	

八、（本题 10 分）已知 $f(x,y)$ 具有连续的二阶偏导数且 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$。若 $f(x,2x)=x$ 和 $f_1'(x,2x)=x^3$，求 $f_{11}''(x,2x)$。

得　分	
评阅人	