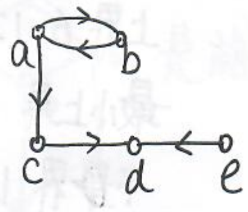
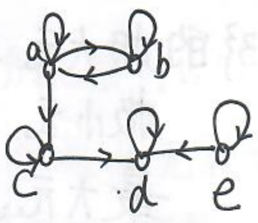
厦门大学答题卷纸

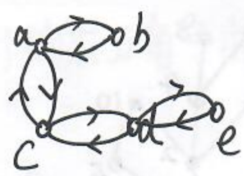
一、



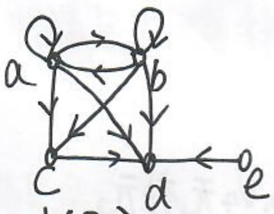
R 1分



r(R) 1分



S(R) 1分



t(R) 1分

二、R自反 $\because \forall \langle a,b\rangle \in N\times N$. 有 $\langle a,b\rangle R\langle a,b\rangle$.

各1分

R不反自反 $\because \forall a,b\in N$ $\langle a,b\rangle R\langle a,b\rangle$

R对称 $\because \forall \langle a,b\rangle R\langle c,d\rangle \Leftrightarrow b=d \Leftrightarrow \langle c,d\rangle R\langle a,b\rangle$

R不反对称 $\because \langle 1,2\rangle R\langle 3,2\rangle$ 且 $\langle 3,2\rangle R\langle 1,2\rangle$

R传递 $\because \forall \langle a,b\rangle R\langle c,d\rangle$, $\langle c,d\rangle R\langle e,f\rangle \Rightarrow b=d \wedge d=f$

$\Rightarrow b=f \Rightarrow \langle a,b\rangle R\langle e,f\rangle$

三. 设S表示六张请柬装入6个信封的方法 $|S|=6!$

A_i表示第i张请柬正好装入第i个信封的方法. 则 $|A_i|=5!$

全装错的方法 $\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4}\cap\overline{A_5}\cap\overline{A_6}$

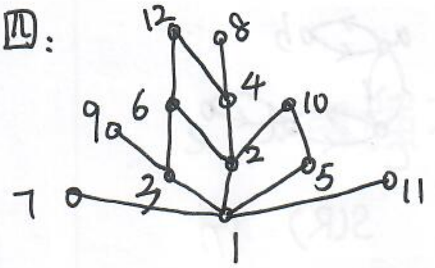
根据容斥原理. $|\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\cdots\cap\overline{A_6}|=|S|-\sum_{i=1}^{6}|A_i|+\sum_{i<j}|A_i\cap A_j|-\sum_{i_1<i_2<i_3}|A_{i_1}\cap A_{i_2}\cap A_{i_3}|+\sum\cdots+|A_1\cap A_2\cap A_3\cap\cdots\cap A_6|$ ---2分

$=6!-C_6^1\cdot 5!+C_6^2\cdot 4!-C_6^3\cdot 3!+C_6^4\cdot 2!-C_6^5 1!+C_6^6$ ---3分

$=\cancel{720}\ 6!-6!+360-120+30-6+1$

$=265$ ---1分

四：



哈斯图

$\{1,2,3\}$的极大元 2、3　　上界 6、12

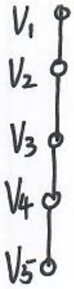
极小元 1　　最小上界 6

最大元：无　　下界 1

最小元：1　　最大下界 1

各1分

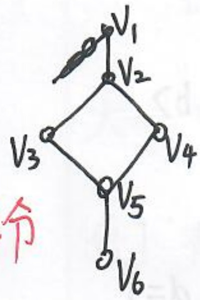
五：



2分

是格，是分配格，不是有补格，∵V_2、V_3、V_4无补元。

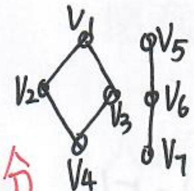
不是布尔格（∵它不是有补格）



2分

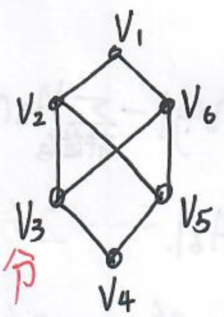
是格，是分配格，不是有补格 ∵V_3、V_4无补元

不是布尔格（∵它不是有补格）



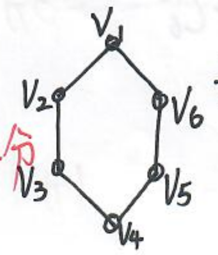
1分

不是格，∵V_1 V_5无最小上界。



1分

不是格，V_3、V_5有三个上界V_2、V_6、V，但无最小上界



2分

是格，不是分配格 ∵$\{V_1,V_2,V_3,V_4,V_5\}$构成五角子格。

是有补格

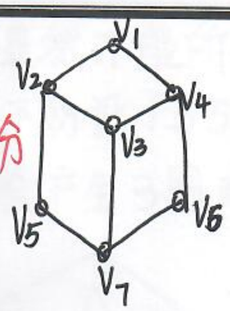
不是布尔格（∵不是分配格）

装

订

线

厦门大学答题卷纸



2分

是格，不是分配格，$\{v_1, v_4, v_5, v_6, v_7\}$构成五角子格。

不是有补格：v_3无补元

不是布尔格（还不是分配格）

六：不满足交换律：$\langle 1,2\rangle * \langle 3,4\rangle = \langle 3,6\rangle$

2分　　而 $\langle 3,4\rangle * \langle 1,2\rangle = \langle 3,10\rangle$

满足结合律

2分

$(\langle a,b\rangle * \langle c,d\rangle) * \langle e,f\rangle$

$= \langle ac, ad+b\rangle * \langle e,f\rangle$

$= \langle ace,\ acf+ad+b\rangle$

$\langle a,b\rangle * (\langle c,d\rangle * \langle e,f\rangle)$

$= \langle a,b\rangle * \langle ce, cf+d\rangle$

$= \langle ace, a(cf+d)+b\rangle$

$= \langle ace, acf+ad+b\rangle = (\langle a,b\rangle * \langle c,d\rangle) * \langle e,f\rangle$

2分

不满足幂等律　$\langle 1,1\rangle * \langle 1,1\rangle = \langle 1,2\rangle \neq \langle 1,1\rangle$

单位元$\langle 1,0\rangle$.　$\forall \langle a,b\rangle \in S$　$\langle a,b\rangle * \langle 1,0\rangle = \langle a,b\rangle$

1分　　$\langle 1,0\rangle * \langle a,b\rangle = \langle a,b\rangle$

无零元．1分

$\forall \langle a,b\rangle \in S$且$a \neq 0$：　$\langle a,b\rangle$的逆元为$\langle \frac{1}{a}, -\frac{b}{a}\rangle$

1分

厦门大学答题卷纸

七：(1) 自补图 

各3分

(2) 自对偶图 

(3) 竞赛图 

(4) 点连通度1，边连通度2，最小度3. 

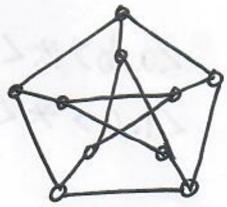
(5) 6个极大平面图 

八：二叉正则树 除了一个根点二度，叶子点1度，其余点都是3度

$\therefore \sum d(v) = 2 + k\times 1 + 3\times(n-k-1)$ ---2分

$m = n-1$ ---1分

根据握手定理有：$2+k+3(n-k-1) = 2(n-1) \Rightarrow n = 2k-1$ ---2分

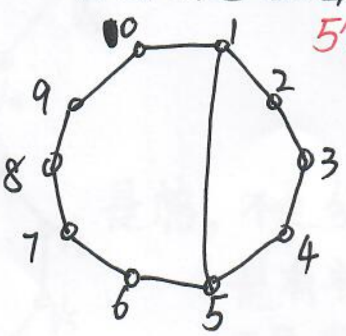
九：(1) 彼得森图 

3分

(2) ∵上图每个点度都是3，奇度，所以它不是欧拉图 ---5分

它也不是哈密顿图. 反证，若它是哈密顿图，有哈密顿圈C

5分



∵该图3正则，所以每两个点配对，形成一条边

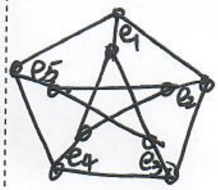
每个点在圈上已有二度.

又∵该图无3圈，4圈 ∴与i配对的应是i+4或i+5或i+6 (mod 10)

厦门大学答题卷纸

显然不能所有点都与i+5配对，否则有四圈。

不妨设1与5之间有一条边，这时考虑6，不论它与谁配对，都有会产生3圈或4圈。

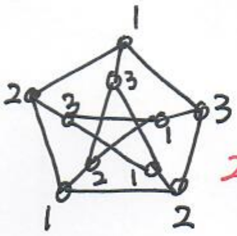


∵收缩e_1, e_2, e_3, e_4, e_5后得K_5

∴该图不是平面图。 ——— 5分

(3): $\chi(G)=3$.

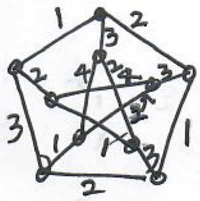
3分



2分

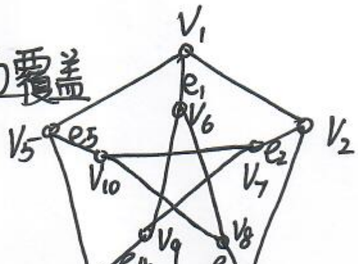
$\chi'(G)=4$

3分



2分

(4) ∵边覆盖 $\geq \frac{n}{2}=5$，且$E^*=\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$是个边覆盖 1分



∴$\alpha_1=5$. 且E^*是个最小边覆盖 1分

边独立数 $\leq \frac{n}{2}=5$. 且E^*是边独立集

∴$\beta_1=5$. (1分) 且E^*是最大边独立集(1分)

∵ V_1, V_2, V_3, V_4, V_5构成一个5圈 ∴5个点中至多两个点不相邻

同理：$V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}$也至多两个点互不相邻

故最大点独立集的点数至多$2+2=4$.

而$V^*=\{V_1, V_3, V_7, V_{10}\}$是点独立集 (1分)

∴$\beta_0=4$. 且V^*是最大点独立集 1分

∵$\alpha_0+\beta_0=n=10$ ∴$\alpha_0=6$. 1分 且$V-V^*=\{V_2, V_4, V_5, V_6, V_8, V_9\}$是最小点覆盖 1分