厦门大学《线性代数》课程期中试题 B

考试日期：2012.11　信息学院自律督导部整理

自律督导部

一．　计算题（共 38 分）

1．（6 分）设$A=\begin{pmatrix}5 & -2 & 1\\ 3 & 4 & -1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-3 & 2 & 0\\ -2 & 0 & 1\end{pmatrix}$, 计算（1）$AB^T$，（2）$B^TA$.

2. （6 分）计算行列式$\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 0 & 1 & 2\\ 3 & -1 & -1 & 0\\ 1 & 2 & 0 & -5\end{vmatrix}$.

3. （6 分）计算行列式$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 2 & 2 & 0 & \cdots & 0 \\ 3 & 0 & 3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & 0 & 0 & \cdots & n \end{vmatrix}$.

4. （10 分）设 A 为 3 阶矩阵，且 $|A|=\frac{1}{2}, A^*$ 是 A 的伴随矩阵，计算 $\left|(3A)^{-1}-2A^*\right|$.

5. （10 分）设 $\alpha,\beta,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3$ 都是 4 维列向量，矩阵 $A=(\alpha,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3)$ 且 $|A|=4$, 矩阵 $B=(\beta,2\gamma_1,3\gamma_2,\gamma_3)$ 且 $|B|=21$，求 $|A+B|$.

二. （15 分）求一元 n 次多项式

$$f(x)=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n+x \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1}+x & a_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2+x & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ a_1+x & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \end{vmatrix}$$

的所有的根.

三.(15 分)若 AB=BA,则称 A 与 B 可交换，设$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$，求所有与 A 可交换的矩阵。

四.（15 分）设矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}$，矩阵$X$满足$A^*X=A^{-1}+2X$，其中$A^*$为 A 的伴随矩阵，求$X$.

五.（10 分）设 A 为 n 阶可逆矩阵，B 为 m 阶可逆矩阵，判断矩阵$\begin{pmatrix}0 & A\\ B & 0\end{pmatrix}$是否可逆，如果可逆，求其逆.

六.（7 分） 设 A 为 n 阶非零实矩阵，A 的每一个元素 a_{ij} 等于它的代数余子式，即 $a_{ij} = A_{ij}\left(i, j = 1, 2, \cdots, n\right)$，证明 A 可逆.