



# 厦门大学《线性代数》课程期中试题·答案

考试日期：2010.11 信息学院自律督导部整理



一. (填空题 (每小题 3 分, 共 15 分))

1. 令  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ , 则

$|AB| = \underline{\quad -13 \quad}, |BA| = \underline{\quad 0 \quad}.$

2. 设  $D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ ,  $M_{i3}$  是  $D$  中元素  $a_{i3} (i=1,2,3)$  的余子式

$M_{13} + 2M_{23} + 3M_{33} = \underline{\quad -40 \quad}.$

3. 已知  $n$  阶矩阵  $A$ , 若  $A$  满足  $A^2 - 3A + 5E = 0$  ( $E$  为  $n$  阶单位矩阵), 那么  $(A - 5E)^{-1} = \underline{\quad -1/15 (A - 2E) \quad}.$

4. 令  $A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 5 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ , 若  $PA$  为行最简型矩阵, 则可逆矩阵

$P = \underline{\quad \begin{bmatrix} 1/7 & 4/7 \\ 1/14 & -3/14 \end{bmatrix} \quad}.$

5. 若四元线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 = a, \\ x_2 + x_3 = b, \\ x_3 + x_4 = c, \\ x_4 + x_1 = d \end{cases}$  有解 ( $R(A) = R(A, b)$ ), 则常数  $a, b, c,$

$d$  满

足条件是  $\underline{\quad a - b + c - d = 0 \quad}.$

二. 选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设  $A$  为 5 阶矩阵, 且  $|A|=3$ , 则  $|-2A| = \underline{\hspace{2cm}} \textcolor{red}{(4)} \underline{\hspace{2cm}}$ .

- (1)  $2 \times 3^5$     (2)  $-2 \times 3^5$     (3)  $3 \times 2^5$     (4)  $-3 \times 2^5$

2. 设  $A$  是  $n$  ( $n > 2$ ) 阶可逆矩阵,  $A^*$  是  $A$  的伴随矩阵, 则  $\underline{\hspace{2cm}} \textcolor{red}{(2)} \underline{\hspace{2cm}}$ .

(1)  $(A^*)^* = |A|^{n-1} A$     (2)  $(A^*)^* = |A|^{n-2} A$

(3)  $(A^*)^* = |A|^{n+1} A$     (4)  $(A^*)^* = |A|^{n+2} A$

3. 设  $A$ 、 $B$  均为  $n$  阶矩阵, 且  $(AB)^2 = E$ , 则下列命题错误的是

$\underline{\hspace{2cm}} \textcolor{red}{(2)} \underline{\hspace{2cm}}$ .

(1)  $(BA)^2 = E$     (2)  $A^{-1} = B$

(3)  $B^{-1} = ABA$     (4)  $R(A) = R(B)$

4. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & a \\ -2 & a & 1 \\ a & 1 & -2 \end{pmatrix}$ , 记  $A$  的秩为 2, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}} \textcolor{red}{(3)} \underline{\hspace{2cm}}$

- (1) -2    (2) -1    (3) 1    (4) 3

5. 设  $A$  为  $m \times n$  矩阵,  $B$  为  $n \times m$  矩阵, 则齐次线性方程组  $(AB)x = 0$   $\underline{\hspace{2cm}} \textcolor{red}{(1)} \underline{\hspace{2cm}}$ .

(1) 当  $m > n$  时必有无穷多解

(2) 当  $m < n$  时必有无穷多解

(3) 当  $m < n$  时仅有唯一解

(4) 当  $m > n$  时仅有唯一解

三. 解答题

1. (14 分) 试计算下列行列式的值:

$$(1) D = \begin{vmatrix} 123 & 456 & 789 \\ -754 & -1088 & 578 \\ 1123 & 2456 & 6789 \end{vmatrix};$$

$$(2) D_{n+1} = \begin{vmatrix} a_0 & b_1 & b_2 & L & b_n \\ c_1 & a_1 & 0 & L & 0 \\ c_2 & 0 & a_2 & L & 0 \\ M & M & M & O & M \\ c_n & 0 & 0 & L & a_n \end{vmatrix}, \text{其中 } a_1 a_2 L a_n \neq 0.$$

2. (10 分) 设  $A = \alpha\beta^T$ , 其中  $\alpha = (1, 2, L, n)^T$ ,  $\beta = (1, 1, L, 1)^T$ , 试求矩阵  $A^3$ .

3. (14 分) 设  $A$  为  $m$  阶可逆矩阵,  $B$  为  $n$  阶可逆矩阵, 证明:

$m+n$  阶矩阵  $D = \begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}$  是可逆矩阵, 并求  $D$  的逆矩阵和伴随矩阵.

4. (10 分) 求满足条件  $A^T A = E_2$  (2 阶单位矩阵) 的所有 2 阶方阵  $A$ .

5. (12 分) 当  $a$  为何值时, 四元线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 = a \end{cases}$$

无解?  $a$  不等于 -4 有解?  $a = -4$  在有解时求其通解 (一般解).

6. (10 分) 设  $A$  为  $m \times n$  矩阵,  $\beta$  为  $m$  元列矩阵,

$x = (x_1, x_2, L, x_n)^T$ ,  $y = (y_1, y_2, L, y_m)^T$  均为未知量矩阵. 证明:  $n$  元线性方程组  $Ax = \beta$  有

解的充分必要条件是  $m$  元线性方程组  $\begin{cases} A^T y = 0, \\ \beta^T y = n \end{cases}$  无解。