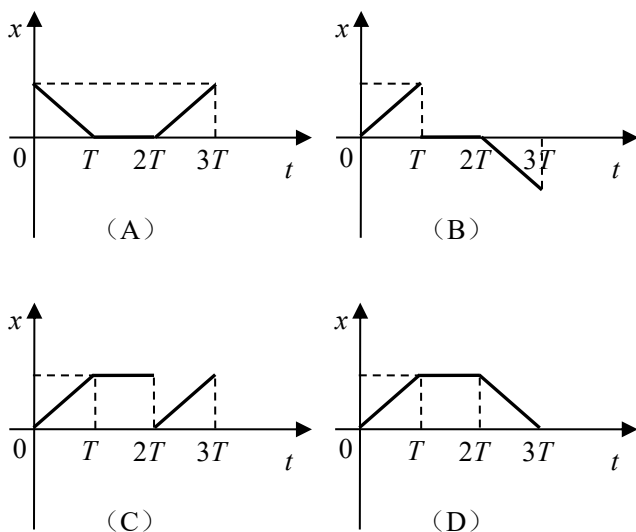
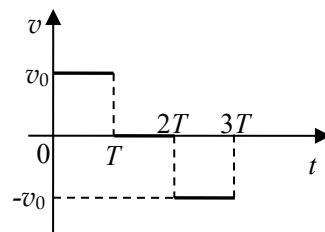


一、选择题：本题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。请把正确答案填写在答题纸的正确位置。每小题给出的四个选项中只有一个选项正确。错选、多选或未选的得 0 分。

1. 一质点从原点开始沿 x 轴作直线运动的速度图线如图所示，下列位移图线中，哪一幅正确地表示了该质点的运动规律？（ ）

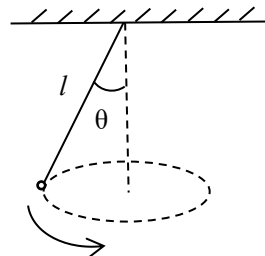


2. 静止小船的两端站着两个人。若他们相向而行，不计水的阻力，那么小船将朝什么方向运动？（ ）

- (A) 与质量小的人运动方向一致； (B) 与速率大的人运动方向一致；
(C) 与动量值小的人运动方向一致； (D) 与动能大的人运动方向一致。

3. 一个圆锥摆的摆线长为 l ，摆线与竖直方向的夹角恒为 θ ，如图所示。则摆锤转动的周期为（ ）

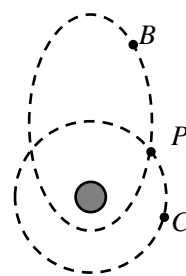
- (A) $\sqrt{\frac{l}{g}}$ (B) $\sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}}$
(C) $2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ (D) $2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}}$



4. 升降机内地板上放有物体 A ，其上再放另一物体 B ，二者的质量分别为 M_A 、 M_B 。当升降机以加速度 a 向下加速运动时 ($a < g$)，物体 A 对升降机地板的压力在数值上等于（ ）

- (A) $M_A g$ (B) $(M_A + M_B)g$ (C) $(M_A + M_B)(g + a)$ (D) $(M_A + M_B)(g - a)$

5. 如图所示, B 为绕地球椭圆轨道运动的卫星, C 为绕地球作圆周运动的卫星, P 为 B 、 C 两卫星轨道的交点。已知 B 、 C 绕地心运动的周期相同, 忽略卫星之间的相互作用, 则下列说法正确的是 ()



- (A) 卫星 B 在 P 点的运行加速度大小小于卫星 C 在 P 点的运行加速度大小;
- (B) 卫星 B 在 P 点的运行加速度大小等于卫星 C 在 P 点的运行加速度大小;
- (C) 卫星 B 在 P 点的运行加速度大小大于卫星 C 在 P 点的运行加速度大小;
- (D) 卫星的加速度大小与卫星质量有关, 因未知卫星 B 、 C 的质量, 故不能确定 B 、 C 在 P 的加速度大小。

6. 花样滑冰运动员绕通过自身的竖直轴转动, 开始时两臂伸开, 转动惯量为 J_0 , 角速度为 ω_0 。然后她将两臂收回, 使转动惯量减少为 $\frac{1}{3}J_0$ 。这时她转动的角速度变为 ()

- (A) $\frac{1}{3}\omega_0$
- (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}\omega_0$
- (C) $\sqrt{3}\omega_0$
- (D) $3\omega_0$

7. 下列说法正确的是 ()

- (A) 刚体做匀速转动时, 各个点的速度相等;
- (B) 刚体做匀速转动时, 各个点的加速度为零;
- (C) 刚体做平动时, 刚体上各个点只能做直线运动;
- (D) 刚体做定轴转动时, 刚体上各个点相对于转轴的角速度都相同。

8. 两个半径相同、质量相等的细圆环 A 和 B , A 环的质量均匀分布, B 圆环的质量分布不均匀, 它们对通过环心并与环平面垂直的轴的转动惯量分别为 J_A 和 J_B , 则有 ()

- (A) $J_A > J_B$
- (B) $J_A < J_B$
- (C) $J_A = J_B$
- (D) 不能确定 J_A 、 J_B 那个大

9. 在狭义相对论中, 下列说法中哪些是正确的? ()

- (1) 一切运动物体相对于观察者的速度都不能大于真空中的光速;
- (2) 质量、长度、时间的测量结果都是随物体与观察者的相对运动状态而改变;
- (3) 在一惯性系中发生于同一时刻, 不同地点的两个事件在其它一切惯性系中也是同时发生的;
- (4) 惯性系中的观察者观察一个与他作匀速相对运动的时钟时, 会看到这时钟与他相对静止的相同的时钟走得慢些。

- (A) (1) (3) (4)
- (B) (1) (2) (4)
- (C) (1) (2) (3)
- (D) (2) (3) (4)

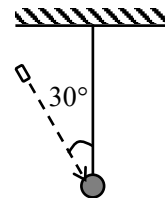
10. 粒子的动能等于它本身的静止能量, 这时该粒子的速度为 ()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}c$
- (B) $\frac{3}{4}c$
- (C) $\frac{1}{2}c$
- (D) $\frac{4}{5}c$

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。请把正确答案填写在答题纸的正确位置。错填、不填均无分。

1. 一质点沿 x 轴作直线运动，它的运动学方程为 $x = 3 + 5t + 6t^2 - t^3$ (SI)，则加速度为零时，该质点的速度 $v =$ _____ (SI)。

2. 当一列火车以 10 米/秒的速率向东行驶时，若相对于地面竖直下落的雨滴在列车的窗子上形成的雨迹偏离竖直方向 30° ，则雨滴相对于地面的速率是 _____ 米/秒。



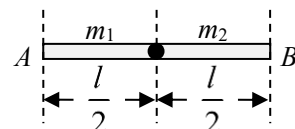
3. 质量为 20 克的子弹，以 400 米/秒的速率沿图示方向射入一原来静止的质量为 980 克的摆球中，摆线长度不可伸缩，则子弹射入瞬间，子弹与摆球一起运动的速度大小 $v =$ _____ 米/秒。

4. 质量为 m 的质点在 Oxy 平面内运动，运动方程为 $\vec{r} = a \cos \omega t \vec{i} + b \sin \omega t \vec{j}$ ，从 $t=0$ 到 $t = \frac{\pi}{\omega}$ 这段时间内质点所受到的冲量为 _____。

5. 设作用物体上的力 $F_x = 6x$ (式中 F_x 的单位为牛， x 的单位为米)。若物体沿直线运动，则物体从 $x=0$ 运动到 $x=2$ 米过程中该力作的功 $W =$ _____ 焦耳。

6. 如图所示，质量为 m_1 和 m_2 的均匀细棒长度均为 $l/2$ ，在两棒对接处嵌入一质量为 m ，不计体积的小球，

对过 A 垂直于细棒转轴而言，若 $J_A = \frac{1}{12} m_1 l^2 + \frac{7}{12} m_2 l^2 + \frac{1}{4} m l^2$ ，则对于过 B 垂直于细棒转轴的转动惯量 $J_B =$ _____。



7. 一飞轮以角速度 ω_0 绕光滑固定轴旋转，飞轮对轴的转动惯量为 J_1 ；另一静止飞轮突然和上述转动的飞轮啮合，绕同一转轴转动，该飞轮对轴的转动惯量为前者的二倍。啮合后整个系统的角速度 $\omega =$ _____。

8. 一力矩 M 作用于飞轮上，飞轮的角加速度为 α_1 ，如撤去这一力矩，飞轮的角加速度为 $-\alpha_2$ ，则该飞轮的转动惯量为 _____。

9. 狭义相对论中，质点的运动学质量 m 与其速度 v 的关系式为 _____。

10. 一电子以 $0.99c$ 的速率运动 (电子静止质量为 9.11×10^{-31} 千克)，电子的经典力学的动能与相对论动能的比值是 _____。

三、计算题：本题 12 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

一质点沿半径为 1 米的圆周运动，运动方程为 $\theta = 2 + 3t^3$ ，式中 θ 以弧度计， t 以秒计，求：(1) $t = 2$ 秒时，质点的切向和法向加速度；(2) 当加速度的方向与半径 (质点和圆心连线) 成 45° 角时，其角位移是多少？

解：

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 9t^2, \beta = \frac{d\omega}{dt} = 18t \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(1) $t = 2 \text{ s}$ 时,

$$a_\tau = R\beta = 1 \times 18 \times 2 = 36 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$a_n = R\omega^2 = 1 \times (9 \times 2^2)^2 = 1296 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 当加速度方向与半径成 45° 角时, 有

$$\tan 45^\circ = \frac{a_\tau}{a_n} = 1 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

即

$$R\omega^2 = R\beta$$

亦即

$$(9t^2)^2 = 18t$$

则解得

$$t^3 = \frac{2}{9} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

于是角位移为

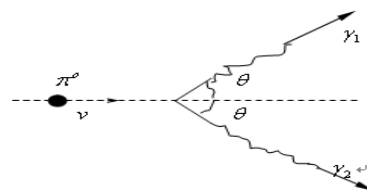
$$\theta = 2 + 3t^3 = 2 + 3 \times \frac{2}{9} = 2.67 \quad \text{rad} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

四、计算题: 本题 12 分。请在答题纸上按题序作答, 并标明题号。

一中性 π 介子相对于观察者以速度 $v = kc$ 运动, 后衰变为两个光子, 两光子的运动轨迹与 π 介子原来方向成相等的角度 θ 。证明: (1) 两光子有相等的能量; (2) $\cos\theta = k$ 。

解:

以观察者为 K 系, 在图中取坐标 Oxy 。设中性 π 介子的能量为 E_π , 动量为 p_π , 两个光子的能量分别为 E_1 和 E_2 , 动量分别为 p_1 和 p_2 。



由 x 方向动量守恒:

$$\begin{aligned} p_\pi &= p_{1x} + p_{2x} \\ &= p_1 \cos\theta + p_2 \cos\theta \end{aligned} \quad (1) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

由 y 方向动量守恒:

$$0 = p_{1y} + p_{2y} = p_1 \sin\theta - p_2 \sin\theta \quad (2) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

由能量守恒定律

$$E_\pi = E_1 + E_2 \quad (3) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

相对论动量和能量关系为

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4 \quad (4) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

由 (4) 式, 因光子的静止质量为零, 得

$$p_1 = \frac{E_1}{c}, p_2 = \frac{E_2}{c} \quad (5) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

将 (5) 式代入 (2) 式, 得

$$E_1 = E_2 \quad \text{或} \quad p_1 = p_2 \quad (6) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

即光子的能量相等, 动量大小也相等。

由 (3) 式, 可得

$$E_\pi = 2E_1 \quad (7) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

将 (5) (6) (7) 式代入 (1) 式, 并考虑到

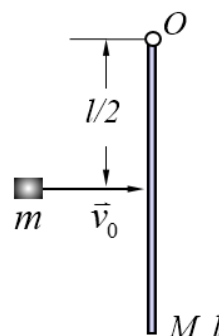
$$p_\pi = m_\pi v = \frac{m_{0\pi} v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, E_\pi = m_\pi c^2 = \frac{m_{0\pi} c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

可得

$$\cos\theta = k \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

五、计算题: 本题 12 分。请在答题纸上按题序作答, 并标明题号。

如图所示, 质量为 M , 长为 l 的均匀细棒静止于水平光滑桌面上, 细棒可绕通过其端点 O 的竖直固定光滑轴转动。今有一质量为 m 的滑块在水平面内以 v_0 的速度垂直于棒长的方向与棒的中心相碰。求:



(1) 碰撞过程机械能守恒, 则碰撞后细棒所获得的初始角速度大小;

(2) 碰撞过程机械能不守恒, 且碰撞后滑块的速率减半且向相反运动, 则系统损失动能的大小。

解: (1) 设碰撞后, 滑块的速度为 u (水平向右), 细棒的角速度为 ω , 由角动量守恒得:

$$m \frac{l}{2} v_0 = m \frac{l}{2} u + \frac{1}{3} M l^2 \omega \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

又由于机械能守恒, 可得:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} M l^2 \omega^2 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

联立两式求解可得:

$$\omega = \frac{12 m v_0}{(4 M + 3 m) l} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 由角动量守恒有:

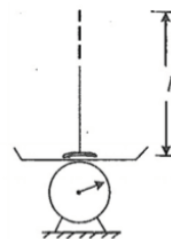
$$m \frac{l}{2} v_0 = -m \frac{l}{2} \frac{v_0}{2} + \frac{1}{3} M l^2 \omega \Rightarrow \omega = \frac{9 m v_0}{4 M l} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

碰撞后系统动能损失为：

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}m\frac{v_0^2}{4} - \frac{1}{2}\frac{1}{3}Ml^2\omega^2 = \frac{3}{8}mv_0^2(1 - \frac{9m}{4M}) \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

六、计算题：本题 12 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

如图所示，质量为 M 、长为 l 的均匀软绳，铅直地悬挂在磅秤上方，下端恰好触及秤盘。放松绳子，使其自由下落在秤盘上。当绳子中长度为 x 的一段已经落在秤盘上时，磅秤的读数是多少？



解：

秤盘受到绳子的力有两种：重力和冲力

$$F = mg + F' \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

其中重力：

$$mg = \frac{x}{l}Mg \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

当绳子中长度为 x 的一段已经落在秤盘上时，绳子下落速度大小为：

$$v_x = \sqrt{2gx} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

接下来，在很短的 Δt 时间内，绳子落到秤盘上的质量为：

$$\Delta m = \frac{v_x \Delta t}{l}M \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

根据动量定理有：

$$F' \Delta t = \Delta m v_x \Rightarrow F' = \frac{2x}{l}Mg \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

所以秤盘的读数是

$$\frac{F}{g} = \frac{3xM}{l} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

七、计算题：本题 12 分。请在答题纸上按题序作答，并标明题号。

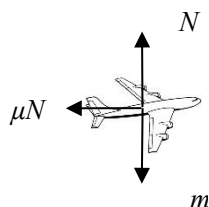
飞机以 $v_0=25$ 米/秒的水平速度触地滑行着陆。滑行期间受到的空气阻力为 $c_x v^2$ ，升力为 $c_y v^2$ ，其中 v 为飞机的滑行速度，两常数之比为 $k = \frac{c_y}{c_x} = 5$ ，称为升阻比。设飞机与跑道之间的摩擦系数为 $\mu=0.10$ 。

试求飞机从触地到停止所滑行的距离。（假设飞机从触地滑行到停止过程中作直线运动，触地时升力等于重力，重力加速度 $g=9.8m/s^2$ 。）

解：

建立坐标系：取飞机触地点位坐标原点，取飞机滑行方向为 x 轴正方向。飞机在滑行期间受力分析如图所示。

其中 N 为地面对飞机的支持力。



分别在水平方向和垂直方向运动牛顿第二定律，列出方程如下：

$$\begin{cases} -\mu N - c_x v^2 = m \frac{dv}{dt} \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ N + c_y v^2 - mg = 0 \end{cases}$$

由上两式消去 N ，得：

$$m \frac{dv}{dt} = -\mu mg - (c_x - \mu c_y) v^2 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

利用

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$$

得

$$\frac{m v dv}{\mu mg + (c_x - \mu c_y) v^2} = -dx \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

积分，得

$$\frac{m}{2(c_x - \mu c_y)} \ln [\mu mg + (c_x - \mu c_y) v^2] = -x + C$$

初始条件为： $t=0$ 时， $x=0$ ， $v=v_0$

故积分常量为

$$C = \frac{m}{2(c_x - \mu c_y)} \ln [\mu mg + (c_x - \mu c_y) v_0^2]$$

代入，得

$$x = -\frac{m}{2(c_x - \mu c_y)} \ln \left[\frac{\mu mg + (c_x - \mu c_y) v^2}{\mu mg + (c_x - \mu c_y) v_0^2} \right] \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

在飞机触地的瞬间， $v=v_0$ ， 支持力 $N=0$ ， 由运动方程得：

$$mg = c_y v_0^2 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

又已知

$$k = \frac{c_y}{c_x} = 5$$

把以上两式代入 $x(v)$ 表达式，得

$$x = -\frac{c_y v_0^2}{2g(c_x - \mu c_y)} \ln \left[\frac{\mu c_y v_0^2 + (c_x - \mu c_y) v^2}{c_x v_0^2} \right] = -\frac{v_0^2}{2g \left(\frac{1}{k} - \mu \right)} \ln \left[\mu k + (1 - \mu k) \frac{2}{v_0^2} \right] \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

设飞机从触地到停止所滑行的距离为 S ， 则当 $v=0$ 时， $x=S$ ， 故有

$$S = -\frac{v_0^2}{2g \left(\frac{1}{k} - \mu \right)} \ln \mu k = -\frac{v_0^2}{0.2g} \ln \frac{1}{2} = 221m \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

A 类 A 卷 (参考答案)

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	D	D	B	D	D	C	B	A

二、填空题

11. 17

12. $10\sqrt{3}$ (或 17.3)

13. 4

14. $-2m\omega b\vec{j}$

15. 12

16. $\frac{7}{12}m_1l^2 + \frac{1}{12}m_2l^2 + \frac{1}{4}ml^2$

17. $\frac{1}{3}\omega_0$

18. $\frac{M}{\alpha_1 + \alpha_2}$

19. $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

20. 8.04×10^{-2}