厦门大学《线性代数》期末试题

考试日期：2012.1　信息学院自律督导部整理

自律督导部

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、A和B均为n阶矩阵，且$(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$，则必有（　　　）

A　$A=E$；　　B　$B=E$；　　C　$A=B$.　　D　$AB=BA$。

2、设 A 是方阵，如有矩阵关系式 AB=AC，则必有（　　　）

A　=0　　B.　$B\neq C$ 时 A=0　　C.　$A\neq 0$ 时 B=C　　D.　$|A|\neq 0$ 时 B=C

3、设 A 是 $s\times n$ 矩阵，则齐次线性方程组 $Ax=0$ 有非零解的充分必要条件是（ ）

A. A的行向量组线性无关　　B. A的列向量组线性无关

C. A的行向量组线性相关　　D. A的列向量组线性相关

4、若 $\boldsymbol{x}_1$ 是方程 $\boldsymbol{AX=B}$ 的解，$\boldsymbol{x}_2$ 是方程 $\boldsymbol{AX=O}$ 的解，则（）是方程 $\boldsymbol{AX=B}$ 的解（$c\in R$）

A. x_1+cx_2　　B.　cx_1+cx_2　　C.　cx_1-cx_2　　D.　cx_1+x_2

5、设矩阵 A 的秩为 r，则 A 中（　　　）

A. 所有 r—1 阶子式都不为 0　　B. 所有 r—1 阶子式全为 0

C. 至少有一个 r 阶子式不等于 0　　D. 所有 r 阶子式都不为 0

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、已知向量$\alpha=(1,3,2,4)^T$与$\beta=(k,-1,-3,2k)^T$正交，则$k=$__________.

2、$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}=$____________________.

3、设 3 阶矩阵 A 的行列式$|A|$=8，已知 A 有 2 个特征值—1 和 4，则另一特征值为_______.

4、如果 X_1,X_2 都是方程 $A_{n\times n}X=O$ 的解，且 $X_1\neq X_2$，则$|A_{n\times n}|=$_______.

5、设向量组$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,0,0)^T,\boldsymbol{\alpha}_2=(-1,3,0)^T,\boldsymbol{\alpha}_3=(1,2,-1)^T$线性_______.（填相关或无关）

三、（10 分）计算行列式$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$.

四、（10 分）已知 $f(x)=x^2+4x-1$，$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求 $f(A)$。

五、（10 分）求齐次线性方程组$\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3+5x_4=0 \\ -3x_1+x_2+2x_3-4x_4=0 \\ -x_1-2x_2+3x_3+x_4=0 \end{cases}$的一个基础解系及其通解.

六、（12 分）判定二次型 $f=-x_1^2-x_2^2-x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3-4x_2x_3$ 的正定性，并求该二次型的秩。

七、（10 分）求向量组：$\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\2\\-1\\-1\end{bmatrix}$，$\alpha_2=\begin{bmatrix}2\\5\\2\\-1\end{bmatrix}$，$\alpha_3=\begin{bmatrix}3\\5\\-7\\-4\end{bmatrix}$，$\alpha_4=\begin{bmatrix}-1\\6\\17\\9\end{bmatrix}$的秩及一个极大线性无关组，并将其余向量通过该极大线性无关组表示出来.

八、（12 分）已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&1&0\\1&1&0\\0&0&3\end{bmatrix}$ 与 $B=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&3&0\\0&0&x\end{bmatrix}$, 相似

（1）求 x；

（2）求可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP=B$。

九、（6 分）设 3 阶矩阵 A 的特征值为 2（二重），−4，求 $\left|\left(-\frac{1}{2}A^*\right)^{-1}\right|$ 。