厦门大学《线性代数》课程期中试题 A

考试日期：2012.11　信息学院自律督导部整理

一．　计算题（共 54 分）

1．（6 分）设 $A=\begin{pmatrix}5 & -2 & 1\\ 3 & 4 & -1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-3 & 2 & 0\\ -2 & 0 & 1\end{pmatrix}$, 计算（1）$AB^T$，（2）$B^TA$.

2. （6 分）计算行列式 $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 0 & 1 & 2\\ 3 & -1 & -1 & 0\\ 1 & 2 & 0 & -5\end{vmatrix}$.

3. （6 分）计算行列式$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 2 & 2 & 0 & \cdots & 0 \\ 3 & 0 & 3 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ n & 0 & 0 & \cdots & n \end{vmatrix}$.

4. （6 分）设$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 4 & t \\ 0 & t & 3 & 0 \end{pmatrix}$， $R(A)=2$，求t.

5. （10 分）设A均为 3 阶矩阵，且$|A|=\dfrac{1}{2}$，A^*是 A 的伴随矩阵，计算$\left|(3A)^{-1}-2A^*\right|$.

6. （10 分）设$\alpha,\beta,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3$都是 4 维列向量，矩阵$A=(\alpha,\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3)$, 且$|A|=4$矩阵$B=(\beta,2\gamma_1,3\gamma_2,\gamma_3)$且$|B|=21$，求$|A+B|$.

7. （10 分）已知 A 和 B 均为三阶矩阵，将 A 的第三行的-2 倍加至第 2 行得到矩阵A_1，将 B 中第 2 列加至第 1 列得到矩阵B_1，又知$A_1B_1=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&2&2\\0&0&3\end{pmatrix}$，求$AB$.

二. （10 分）设 $f(x)=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n & x \\ 1 & 2^2 & 3^2 & \cdots & n^2 & x^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2^{n-1} & 3^{n-1} & \cdots & n^{n-1} & x^{n-1} \\ 1 & 2^n & 3^n & \cdots & n^n & x^n \end{vmatrix}$，求导函数 $f'(x)$ 的零点个数及其所在的区间.

三.（15 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$，矩阵 X 满足 $A^*X=A^{-1}+2X$，其中 A^* 为 A 的伴随矩阵，求 X .

四. （15 分）设$A=\begin{pmatrix}2&1&1&2\\0&1&3&1\\1&a&c&1\end{pmatrix},b=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\eta=\begin{pmatrix}1\\-1\\1\\-1\end{pmatrix}$，如果$\eta$是$Ax=b$的一个解，求$Ax=b$的解.

五.(6 分) 设 A,B 是两个 n 阶矩阵，$E-AB$可逆，证明$E-BA$可逆.

证明（反证法）如$|E-BA|$=0，则齐次方程组$(E-BA)x=0$有非零解，设η是其非零