****

**厦门大学《微积分I-1》课程期中试卷**

**＿＿＿＿学院＿＿＿＿系＿＿＿＿年级＿＿＿＿专业**

**试卷类型：（理工类A卷） 考试时间：2018.11.24**

**一、计算下列极限：（每小题5分，共25分）**

**1.** ；

**解：**原式=





**2.** ；

**解：**原式=



**3.** ；

**解：**方法一：当时，，又，因此由夹逼准则，。

方法二：因为，，所以，进而得

，

**又**，因此。

**4.** ；

**解：**原式=

**5.** 求数列的极限**。**

**解：**注意到

，

又因为，因此由夹逼准则，得

。

**二、**（本题6分）求函数的一阶导数。

**解：** 





**三、**（本题10分）设数列满足：，，证明

存在，并求其极限值。

**解：**先证，用归纳法。

当n=1时，;

假设当n=k时，。则当n=k+1时，由，得，得证。

下证为单调数列。令，，则在上为单调增加函数。又

，因此为单调递增数列。

由有界单调准则，存在。

最后求此极限值。令，则。又由，令，得，

解得。

**四、**（本题10分）设方程确定了隐函数

，求此隐函数在点处的一阶导数和二阶导数。

**解：**方程的两边对求导，得



整理得 ，解得

在两边对求导，得

。

代入得，。

**五、**（本题10分）计算由摆线的参数方程所确定的函数的一阶导数和二阶导数。

**解：**





**六、**（本题10分）设函数在上处处可导，求。

**解：**只考虑就行。因为在上连续,所以，即有

，得。

因为在上可导,所以，即有

，得,联立解得。

**七、**（本题9分）求函数的间断点，并判断其间断点类型（说明理由）。

**解：**间断点为，，。注意到



所以为第一类间断点中的可去间断点。

因为



所以为第一类间断点中的跳跃间断点。

注意到，所以，因此为第二类间断点中的无穷间断点。

**八、**（本题10分）设函数在的某个邻域上单调、二阶可导，其反函数为。已知，，，求在处的一阶导数和二阶导数。

**解：**注意到,两边对求导，得



上式两边再对求导，可得



上式由，求得，，

把，代入，得

，

。

**九、**（本题共10分，第一小题4分，第二小题6分）

设函数在上连续，在内可导，且有，，。证明:

(1)至少存在一点，使得；

(2)至少存在一点，使得。

**证明：**(1)因为函数在上连续，所以在可取到最大值和最小值。

又因为，所以由介值定理，至少存在一点，使得。

(2)作辅助函数，，根据题意，在在上连续，在内可导，且，，。注意到，所以由介值定理，存在，使得。（或者注意到，

类似(1)的证明对函数在上用介值定理，存在，使得）

从而由罗尔定理，至少存在一点，使得，即有。