厦大数字图像处理复习上

内容概要

1.绪论

数字图像 的定义

图像处理 系统

2.数字图像处理基础

人的视觉特点

图像的形成模型

图像缩放——该处有实验

3.灰度转换和空间滤波

点处理——>建立变换映射：掌握幂值变换和log变换

直方图处理，直方图均衡，直方图匹配——我猜这里肯定会出大题

要认识到不同的图像可能会有相同的直方图

滤波处理（各种滤波器：线性的滤波器（要知道如何证明线性和非线性、非线性滤波器（各自举例

常见滤波器

·均值滤波——平滑处理

·拉普拉斯算子——锐化

·索比尔算子——边缘检测

平滑算子——滤波器之和等于1

> 锐化算子——滤波器之和等于0

4.频域滤波（重点）

傅里叶变换！！！！

卷积定理：频域和空域的关系

掌握：频域滤波的基本步骤——！！

平滑频域滤波器：低通 高斯、理想、巴特沃斯

锐化频域滤波器：高通 高斯、理想、巴特沃斯

1.绪论部分

-数字图像的定义：图像可以定义为一个二维 函数 ，f(x,y)， -其中x,y为空间坐标，f的幅值称为该点图像的强度或灰度-数字图像:当x,y和f的幅值都是有限的离散量

-图像处理系统：

传输通信（涉及到图像压缩 ）

|

采集图像——处理和分析——输出（终端各种显示器）

(色彩格式、量化采样） |

存储

2.数字图像处理 基础

-人的视觉特点

锥状细胞：识别细节，对颜色敏感，适亮视觉

柱状细胞：识别图像大体，不涉及色觉，适暗视觉

人对亮度比较敏感，但是对色彩不是那么敏感（YCbCr）

-图像的形成模型：采样和量化

– $f(x, y)$ may be characterized by two components

$$\boxed{f(x,y) = i(x,y)r(x,y)}$$ 图像=光照*反射

– illumination: $i(x, y)$

$$\boxed{0 < i(x,y) < \infty}$$

– reflectance (transmissivity): $r(x, y)$

$$\boxed{0 < r(x,y) < 1}$$

采样：将坐标值数字化（M*N图像像素块——空间分辨率）

量化：振幅值数字化（灰度级2^k）

——所以一张图需要的存储空间是k*M*N

-图像缩放——该处有实验

缩放和收缩需要两个步骤

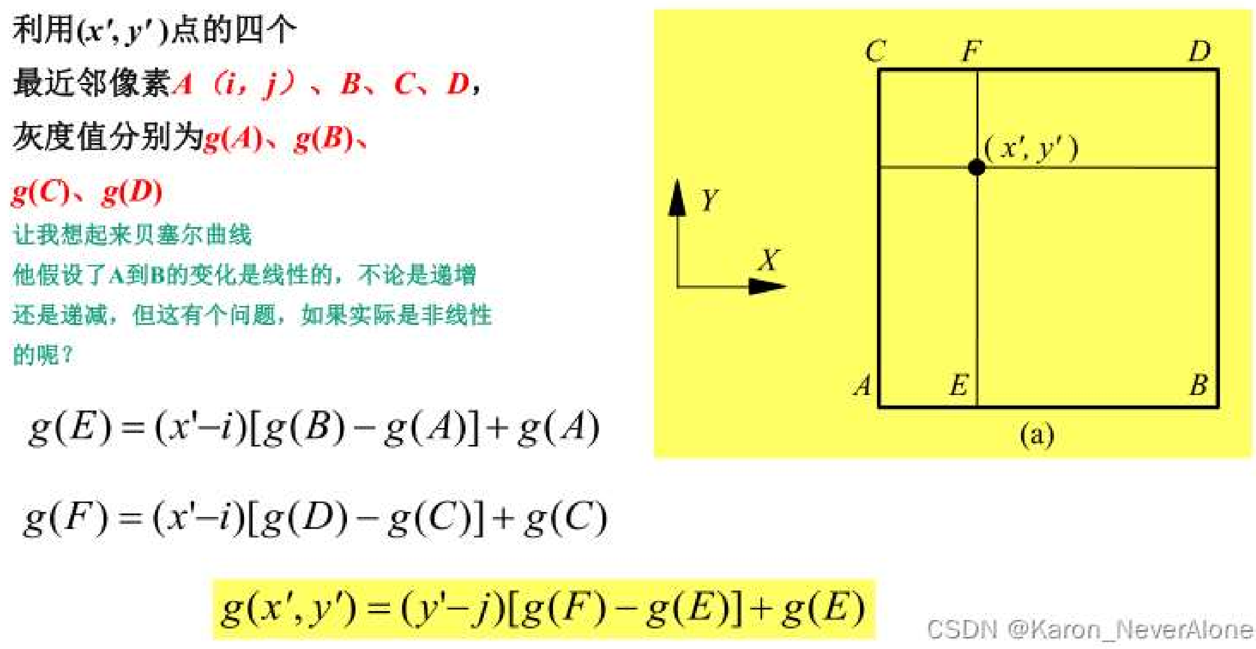
-步骤1：创建新的像素位置

•例如，在大小为500×500的原始图像上放置一个假想的750×750网格

-步骤2：灰度值分配

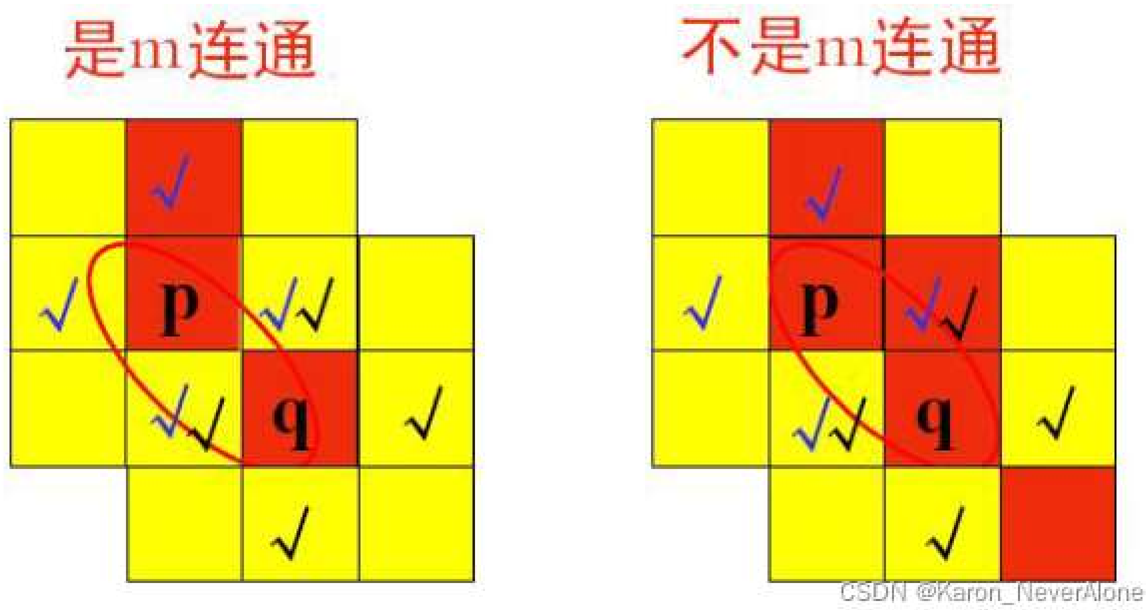
•最近邻插值

•双线性插值

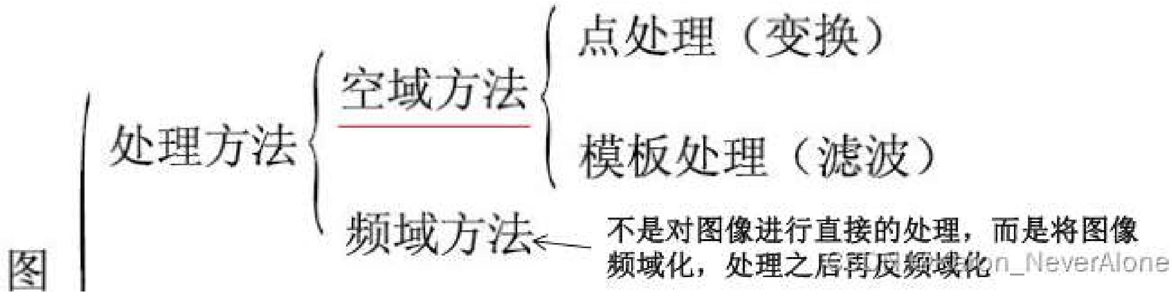


-邻域&连通性&通路&闭合通路（这个不一定会考，了解一下）

- ·4近邻——四联通
- ·对角近邻ND（p）
- ·8近邻——八联通
- ·混合联通：N4(p)∩N4(q)中没有像素值属于集合V的像素则称p和q是m连通



3.灰度转换和空间滤波



空域滤波可以总结为 $g(x,y) = T[f(x,y)]$

---点处理（点的灰度）——此处有实验哦

基本公式，S代表处理后的点，T代表变换公式，r代表处理前的点

$$s = T(r)$$

图像底片：S=L-1-r；

对数变换：s = c log(1 + r)； //c一般取1,应用在傅里叶变换压缩的时候

幂律变换： s = c r^γ; //c是常数，γ是幂，应用在电视信号矫正

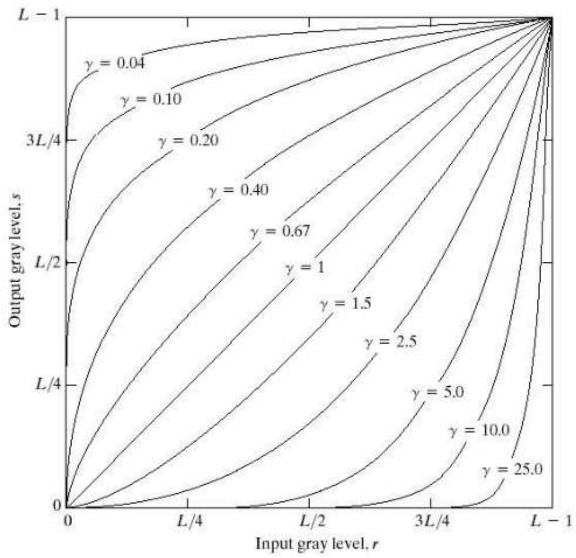
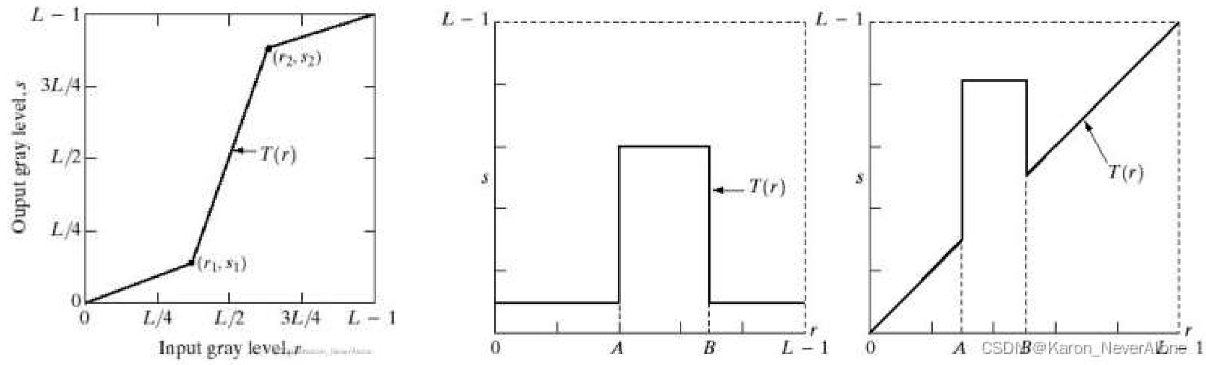


FIGURE 3.6 Plots of the equation $s = cr^{\gamma}$ for various values of γ ($c = 1$ in all cases).

伽马大于1会变暗
伽马小于1会变亮

分线段函数：这个部分能看懂分线段函数是要干嘛的就可以了，比如



A:将中间部分灰度拉伸（对比度拉伸）

B:强调了[A,B]范围并且减弱了其他部分

C:强调了[A,B]但是没有减弱其他部分

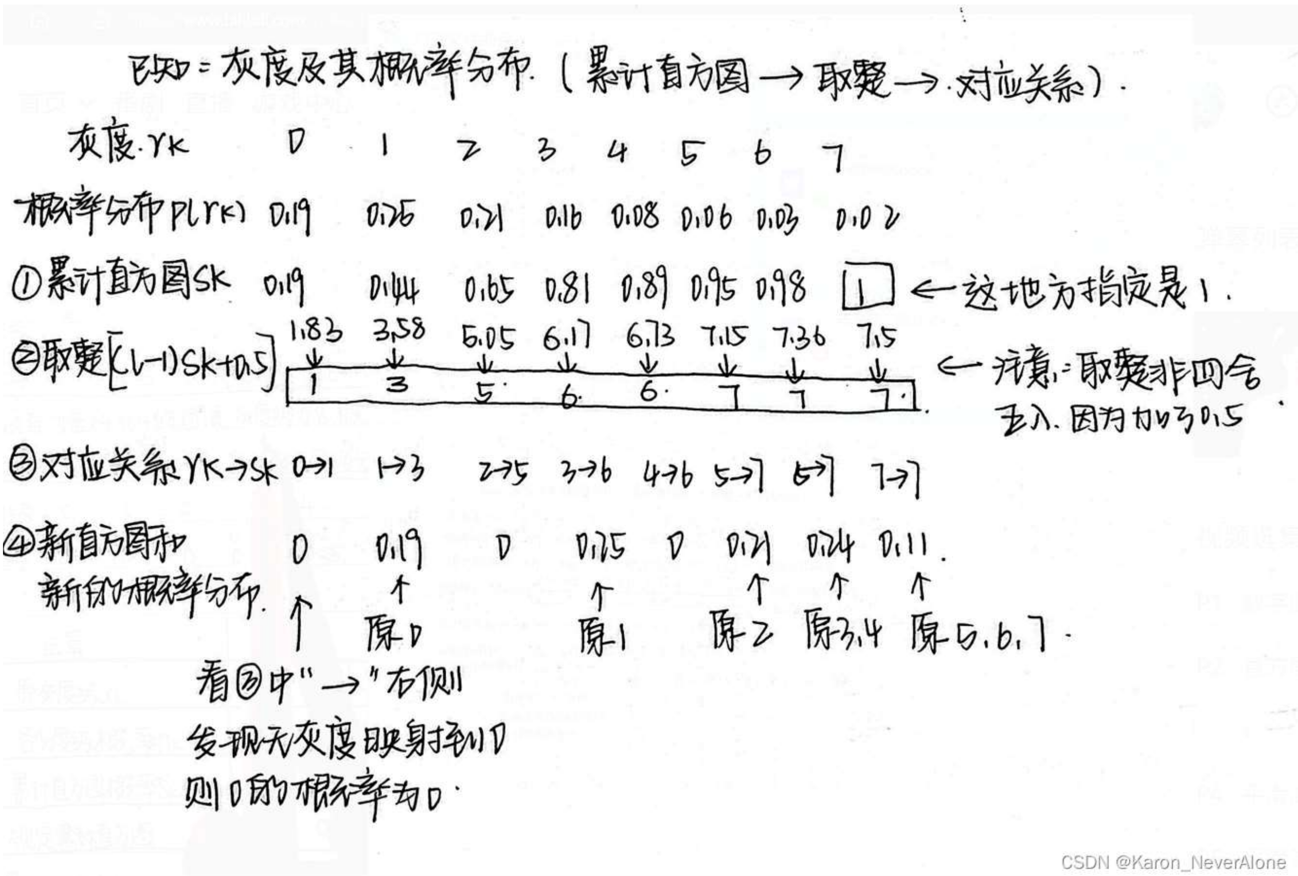
---直方图处理

-什么是直方图？什么是直方图均衡化？我就不说了这个如果不懂的话基本要回炉重造了

-直方图均衡化——此处有实验

作用：显示大量灰度细节和高动态范围的图像，对比度很好的图片，它的直方图一般都是均衡的

如何做？——此处有可能出大题哦！！！



-直方图匹配

怎么做? 题目会告诉你灰度级，概率分布和目标概率分布

灰度级 r_k =	0	1	2	3	4	5	6	7.
概率分布 n_k =	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
目标概率分布 =	0	0	0	0.15	0.2	0.3	0.2	0.15
① 累计直方图 =	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1
② 目标 —— =	0	0	0	0.15	0.35	0.65	0.85	1.
☆ ③ 匹配相差最小的得出对应关系	0→3	1→4	2→5	3→6.	4→6	5→7	6→7	7→7.
④ 变换后的直方图	0	0	0	0.19	0.25	0.21	0.24	0.11

$|0.95-0.85|=0.1$ ✗

$|0.95-1|=0.05$ ✓

--- 滤波处理

各种滤波器：线性的滤波器（要知道如何证明线性和非线性）、非线性滤波器（各自举例）

证明是线性的（这里只有傅里叶变换的例题了私密马赛）

四. 傅利叶变换(要求会公式).

$$F(u,v)=\frac{1}{M\cdot N}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)e^{-j2\pi(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N})}.$$

证明是线性变换.

理解线性的概念

$$f_1(x,y)\xrightarrow{fft}F_1(u,v)$$

$$f_2(x,y)\xrightarrow{fft}F_2(u,v).$$

若满足 $[f_1(x,y)+f_2(x,y)]\xrightarrow{fft}F_1(u,v)+F_2(u,v)$.

则fft是线性的

$$F[a_1 f_1(x,y)+a_2 f_2(x,y)]=\frac{1}{MN}\cdot\sum\sum[a_1 f_1(x,y)+a_2 f_2(x,y)]\,e^{-j2\pi(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N})}$$

$$=\frac{1}{MN}\cdot\sum\sum a_1 F_1(x,y)e^{\sim}+a_2 F_2(x,y)e^{\sim}$$

$$=F_1(u,v)+F_2(u,v).$$

线性滤波有：均值滤波器

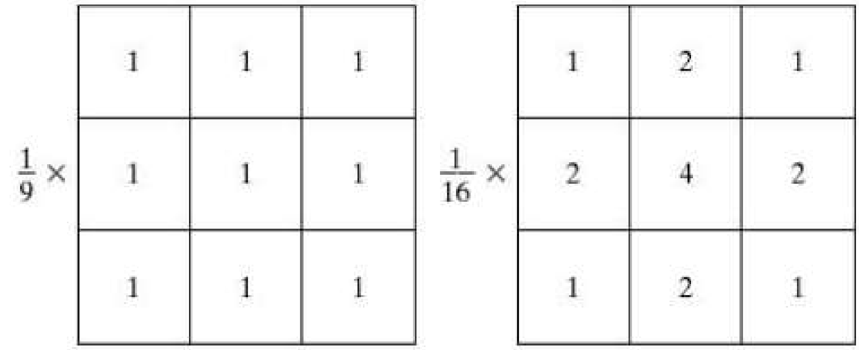
满足下列式子的都是线性滤波器（W代表滑动窗口）

$$\begin{aligned}R = {} & \omega(-1,1)f(x-1,y-1)+\omega(-1,0)f(x-1,y)+\cdots \\ & +\omega(0,0)f(x,y)+\cdots+\omega(1,0)f(x+1,y) \\ & +\omega(1,1)f(x+1,y+1)\end{aligned}$$

非线性滤波有：（次序统计滤波器）中值滤波，最大最小值滤波（就是块A的中值是a，块B的中值是b，块A+B的中值如果是a+b那就是中值的，但显然不可能，所以中值滤波非线性）

常见滤波器

·**均值滤波**——平滑线性滤波器：模糊、使图像联通、去噪，又叫低通滤波器

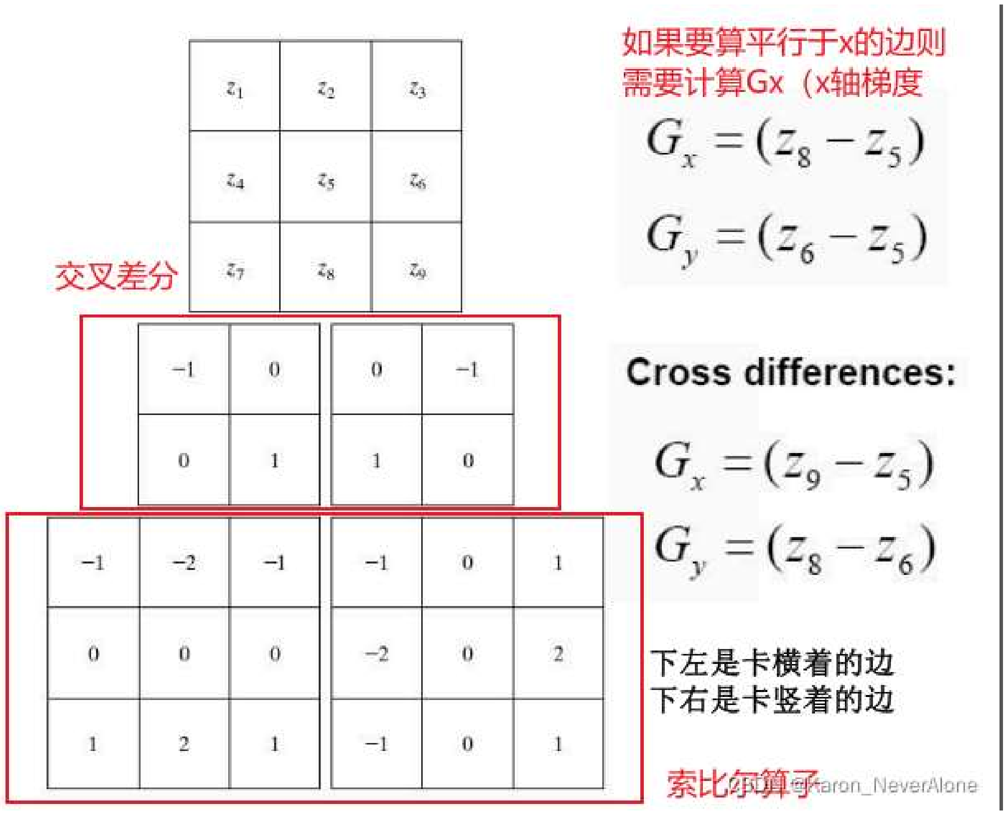


a b

FIGURE 3.34 Two 3 × 3 smoothing (averaging) filter masks. The constant multiplier in front of each mask is equal to the sum of the values of its coefficients, as is required to compute an average.

·**次序统计滤波器：**最有名的是中值，它可以很好的去除椒盐噪声

·索比尔算子——边缘检测：一阶差分



·**拉普拉斯算子**——锐化：二阶差分

0	1	0	1	1	1
1	−4	1	1	−8	1
0	1	0	1	1	1
0	−1	0	−1	−1	−1
−1	4	−1	−1	8	−1
0	−1	0	−1	−1	−1

此处求出来的是图像细节，求完之后还要和原图整合

如果中心是负原图要减去这部分

如果中心是正原图要加上这部分

拉普拉斯算子的公式表示

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

二阶差分定义

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

$$\nabla^2 f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$$

不论是哪个锐化滤波器，都是基于一阶差分or二阶差分的：一阶导数通常对灰度阶跃(边缘)有更强的响应——二阶导数对细节有更强的响应比如线和点

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$ 一阶差分

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1)$$ 二阶差分

二阶导数-它们对线的响应比对步进的**响应更强**，对点的响应比对线的**响应更强**-比一阶导数更**适合图像增强**-更**简单**的实现和扩展

还有一种锐化算法 ：Unsharp Masking，就是用原图减去原图的模糊版，得到的就是原图的细节

$$g_{mask}(x,y) = f(x,y) - \bar{f}(x,y)$$

$$g(x,y) = f(x,y) + k * g_{mask}(x,y)$$

卷积操作如何处理边缘像素?

在卷积操作开始之前，先增加边缘像素：复制最边缘像素、是以最边缘像素为轴对称复制、以一个常量像素值填充

4.频域滤波

---傅里叶变换DFT：快速傅里叶变换FFT

引用一段大神的话来解释频域和空域的对应关系：傅里叶变换就是通过数学的方法反向分解复杂的信号，使之成为一个个简单的正弦信号，那么问题来了，这么多简单的信号，每个正弦信号都在时域图上画出来也没有什么意义，人类只需要记住每个正弦信号的**相位和角频率**就ok了，那么随时随地我们都可以制造这些简单的信号，把它们在时域上相加，就会再现相同的复杂信号，这时，**频域**的意义就凸现了，频域就是记录每个简单正弦信号**相位**和**角频率**的方式，分别用**幅度谱**和**相位谱**来表示

下面这一页的公式要会

Property	Expression(s)
Fourier transform	$F(u,v)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$
Inverse Fourier transform	$f(x,y)=\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(u,v)e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$
Polar representation	$F(u,v)=\lvert F(u,v)\rvert e^{-j\phi(u,v)}$ 极坐标表示
Spectrum	$\lvert F(u,v)\rvert=\left[R^2(u,v)+I^2(u,v)\right]^{1/2}$, $R=\mathrm{Real}(F)$ and $I=\mathrm{Imag}(F)$ 幅度谱
Phase angle	$\phi(u,v)=\tan^{-1}\left[\frac{I(u,v)}{R(u,v)}\right]$ 相位角
Power spectrum	$P(u,v)=\lvert F(u,v)\rvert^2$ 功率谱
Average value	$\bar{f}(x,y)=F(0,0)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)$
Translation	$f(x,y)e^{j2\pi(u_0x/M+v_0y/N)}\Leftrightarrow F(u-u_0,v-v_0)$ $f(x-x_0,y-y_0)\Leftrightarrow F(u,v)e^{-j2\pi(ux_0/M+vy_0/N)}$ When $x_0=u_0=M/2$ and $y_0=v_0=N/2$, then $f(x,y)(-1)^{x+y}\Leftrightarrow F(u-M/2,v-N/2)$ $f(x-M/2,y-N/2)\Leftrightarrow F(u,v)(-1)^{u+v}$

注意一下最后面的频域空域变换等价式子，因为这个出过题（如下）

计算

$$g(x,y)=f(x,y-1)-2f(x,y)+f(x,y+1)$$

$G(u,v)=F(u,v)H(u,v)$ 试求 $H(u,v)$

$$\because f(x-x_0,y-y_0) \Leftrightarrow F(u,v)e^{-j2\pi\left(\frac{ux_0}{M}+\frac{vy_0}{N}\right)}$$

$$f(x,y-1) \Leftrightarrow F(u,v)e^{-j2\pi\frac{v}{N}}$$

$x_0=0,\ y_0=1.$

$$f(x,y+1) \Leftrightarrow F(u,v)e^{j2\pi\frac{v}{N}}$$

$x_0=0\quad y_0=-1$

$$G(u,v)=F(u,v)e^{-j2\pi\frac{v}{N}}-2F(u,v)+F(u,v)e^{j2\pi\frac{v}{N}}$$

$$H(u,v)=e^{-j2\pi\frac{v}{N}}+e^{j2\pi\frac{v}{N}}-2$$

相位和幅度哪个影响大?

相位

频谱混叠是什么?

采样频率**小于**信号最大频率的两倍时候出现频率混叠问题。我们知道频率是**物质在单位时间内完成周期性变化的次数，可以理解为完成一次的标志是一个开始和一个结束，**假设在1s中完成了5次变化，如果采样频率小于10次，都没有办法表示每一个周期变化的开始和结束，那么两个周期之间就会叠在一起

---卷积定理

函数卷积的傅立叶变换是函数傅立叶变换的乘积：就是说，在空域函数（某个滤波器）先卷积再傅里叶变换，相当于这个函数先傅里叶变换到频域，然后再与原图像相乘。

$$f(x,y)*h(x,y) \Leftrightarrow F(u,v)H(u,v)$$

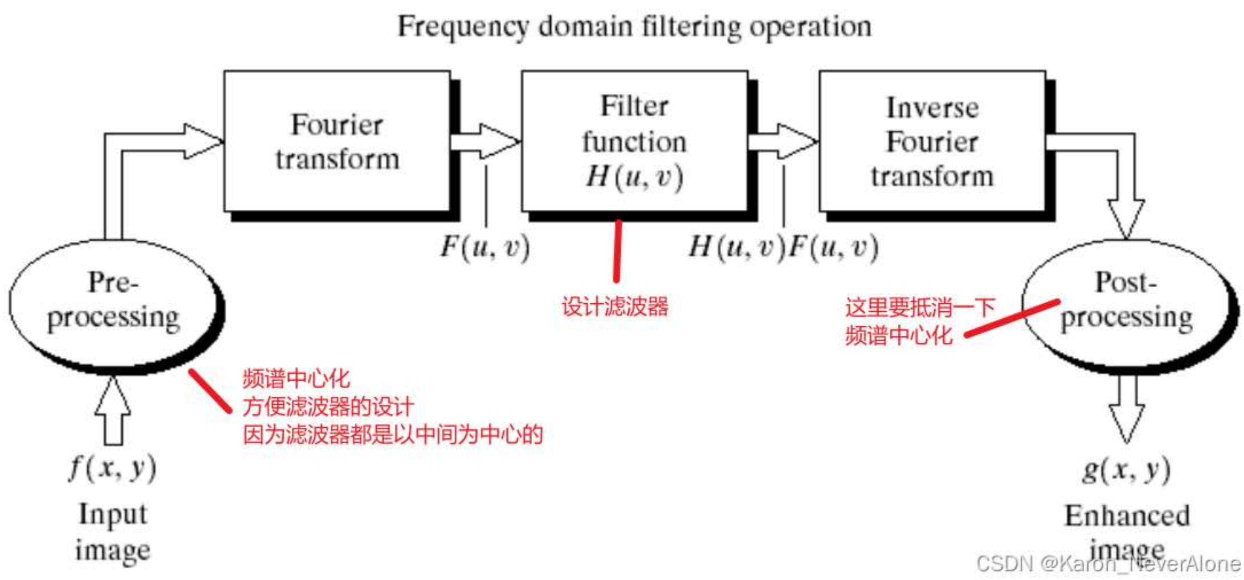
空域和频域的滤波器

然后知道这些就可以在频域设计各种滤波器了!

在频域上的滤波器设计：陷波滤波器、低通滤波器、高通滤波器

※巴特沃斯滤波器（这个老师有重点强调）

※傅里叶变换的整个流程（频域滤波的基本步骤）**——此处有实验!**



具体的做法（一共六个步骤！）

①给定一个大小为**M×N**的输入图像f(x,y)，形成一个大小为**P×Q**的填充图像fp (x,y)。通常，我们选择**P=2M和Q=2N** 其他部分补零

②将fp(x,y)乘以(-1)x+y使其频谱中心化

③傅里叶变换计算F(u,v)

④设计滤波器并滤波：生成实**对称**滤波器函数H(u,v)，大小为**P×Q**，中心为**(P/2, Q/2)**。得到**G(u,v) = H(u,v)F(u,v)**

⑤G做逆傅里叶变换得到gp：gp(x,y) = {**real**[ifft(G(u,v))]}**(-1)x+y**，这里强调一下（1).取结果的实部和（ 2).乘以(-1)x+y

⑥从gp(x,y)的左上象限提取M×N区域，得到最终处理结果g(x,y)

-频域的高斯滤波器

高斯滤波器的傅里叶变换还是高斯函数

$$H(u) = Ae^{-u^2/2\sigma^2}$$ 频域高斯函数

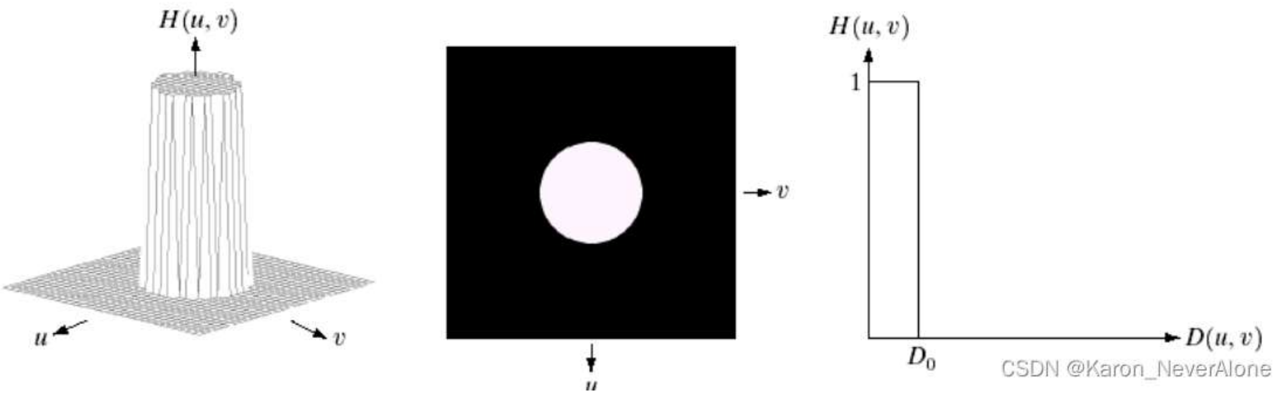
$$h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma A e^{-2\pi^2\sigma^2 x^2}$$ 空域高斯函数

如果在频域高斯函数是非常瘦长的，那么它的空域状态就是比较宽大的

两个高斯函数可以构建一个高通滤波器，或者 1-一个高斯函数

-频域的三个低通滤波器

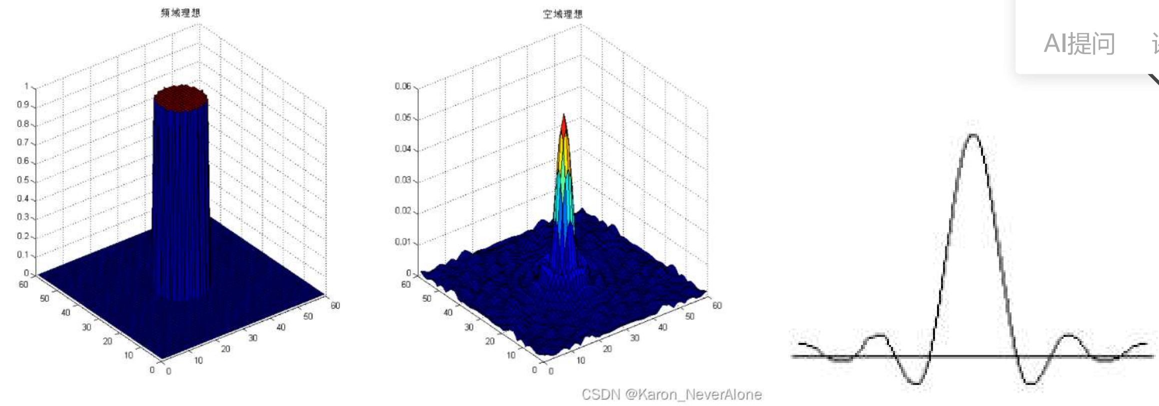
---理想滤波器 ILPF：振铃



$$H(u,v)=\begin{cases}1, & \text{if } D(u,v)\le D_0\\ 0, & \text{if } D(u,v)>D_0\end{cases}$$

解释理想滤波器振铃效应出现的原因？期中考试有考哦！

将频域的理想滤波器傅里叶变换到空域会发现函数长这个样子，旁瓣会产生振铃



---巴特沃斯滤波器BLPF——这里有实验

需要人定的参数是n和D0，但是n越大越会有振铃

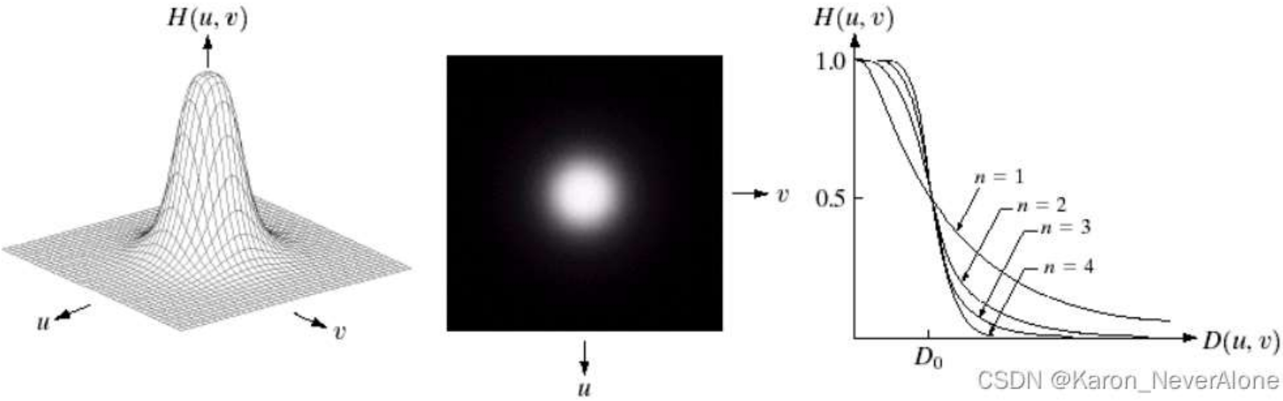
$$H(u,v)=\frac{1}{1+[D(u,v)/\boxed{D_0}]^{2\boxed{n}}}$$

阶数

截止频率

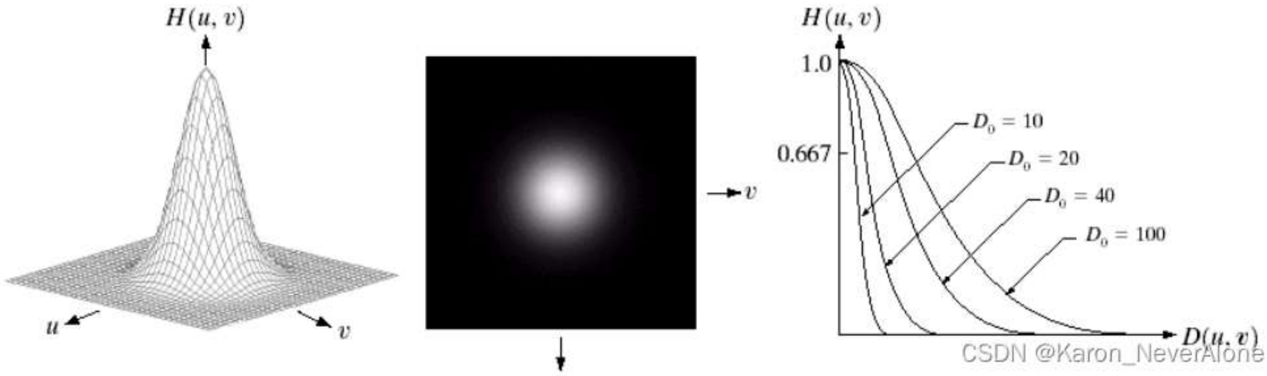
where

$$D(u,v)=[(u-M/2)^2+(v-N/2)^2]^{1/2}$$



---高斯函数滤波器

$$H(u,v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$



-参数解释D0（截止频率）D是(u，v)到中心点的欧式距离

$$D(u,v) = [(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]^{1/2}$$

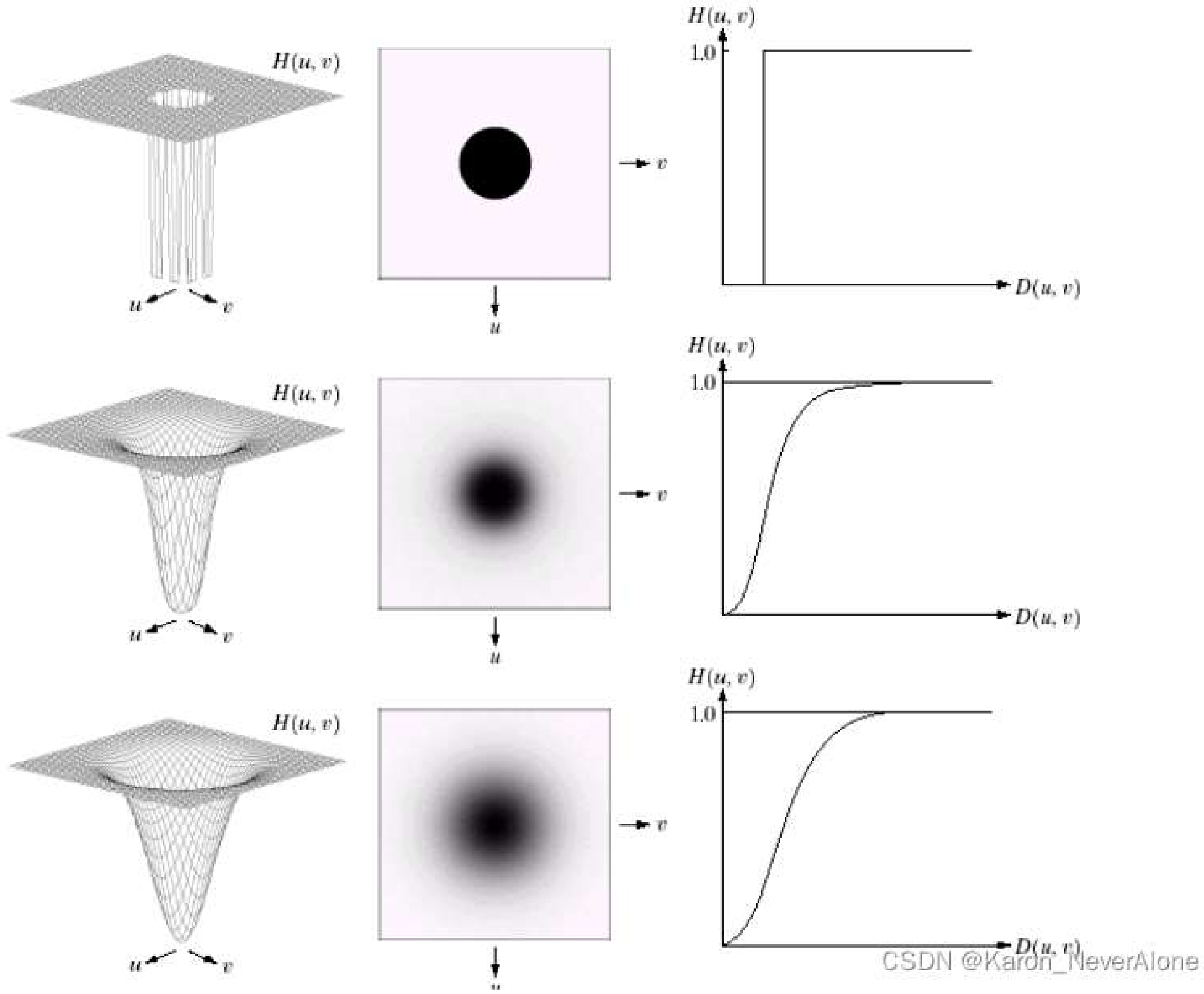
这里引申出一个问题，如何寻找合适的截止频率D0？一般根据保留功率谱的百分比来确定的

$$P_T = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} P(u,v) \text{ =|F(u,v)|^2}$$

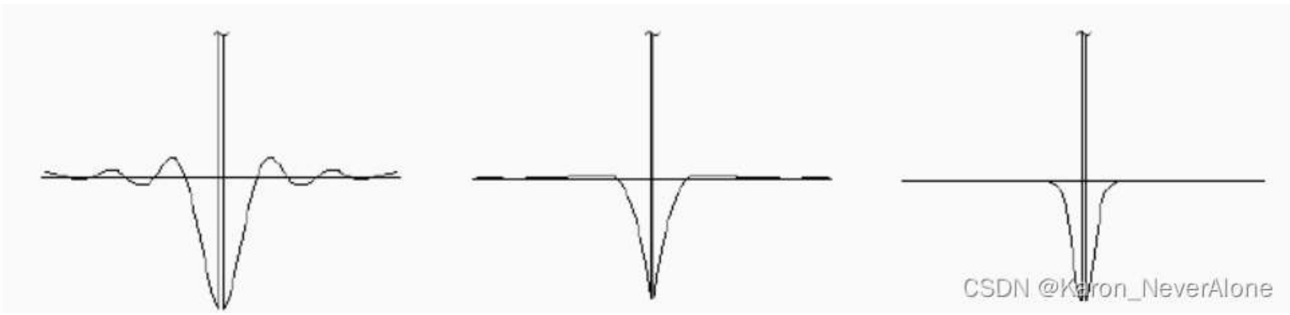
-相对应的频域的三个高通滤波器

用1减去低通滤波器

高斯



还有他们分别在空域的样子



巴特沃斯

$$H(u,v) = \frac{1}{1+[D_0/D(u,v)]^{2n}}$$

高斯

$$H(u,v) = 1 - e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$