FTS cheat sheet

2023年10月9日 15:07

Empirical regularities
Price-- Non stationary
Returns -- Stationary, NO ACF
Thick-tailed distribution : Normality rejected.
Volatility

1. **Unconditional volatility**
2. **Conditional volatility**
3. **Imply volatility**

Historical volatility
日波动性定义公式：日数据的方差
年波动性：日波动性*天数的平方根

Implied Volatility
Empirical regularities:价格下降，不确定性上升

ARMA的缺点
ARMA主要用于确定条件期望，并且条件方差是不变的
$r_t = u_t + e_t$

Conditional heteroskedasticity models
条件异方差估计
$r_t = E(r_t|\Omega_{t-1}) + \sigma_t \epsilon_t$

ϵ 是标准化差异
波动性模型的结构：主要考虑
Conditional variance
ARCH, GARCH

例子：log returns follow approximately an MA(2) model
不确定性是否是不变的！不是。
Sample ACF显示不确定性是一个Stationanry series.
如何对不确定性的演变建模?

- 对已知信息的不变函数
- 对已知信息的随机函数

对不确定性设置相同格式的单变量不确定性函数
ARCH(1) 模型:

e不相关但是是依赖的(autocovariance = 0)
e被表达为多元函数(lagged value)

$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2$
对比
MA:$r_t = u + \epsilon + \theta\epsilon_{t-1}$
AR :$r_t = ar_{t-1} + e_t$
ARCH模型是对不稳定性e建模，将e视为一个stationary process。
$\mathrm{Ee} = \mathrm{E}(\sigma_t \epsilon_t) \quad = 0$
$Var(e) = \dfrac{\alpha_0}{1-\alpha_1}$
注意$0<\alpha_1 < 1$
峰度Kurtosis >3,说明比正态分布几种，同时也说明它是厚尾的。
使用AR表示ARCH：
$e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \eta_t$, *其中*η_t*是白噪声.*
期望（条件/无条件）：0
方差：$Var(\eta_t) = 2\alpha_0^2 + 2\alpha_1^2 m_4 + \dfrac{(4\alpha_0^2\alpha_1)}{1-\alpha_1}$
条件方差：σ_t^2
ARCH(p)模型：
$\boldsymbol{r_t = \mu_t + e_t}$
$\boldsymbol{e_t = \sigma_t \epsilon_t}$
上面的σ_t*表示方法。*
<u>ARCH模型也就是将条件方差展开为一个MA模型。</u>
建立ARCH模型：

1. 确定残差波动性
2. 求均值，确定波动系数是白噪声
3. 定阶q
4. 使用最大似然估计

ARCH的不足之处
正波动和负波动的影响是相同的，这可能会存在问题。
因为ARCH模型将波动平方带入AR模型。
更重要的是，他只是纯粹地根据以往的数据进行机械的估算，
因为他最关键的线性回归的系数是由极大似然估计确定的。
而且ARCH模型受整体影响较大，无法预测波动高度分离的序列。

使用GARCH模型进行预测：
原因：高阶的ARCH模型需要估计过多的参数

Definition :

$u_t = \sqrt{h_t \epsilon_t}$
$\sigma_t = \omega + \Sigma\alpha_i e_{t-i}^2 + \Sigma\beta_j \sigma_{t-j}^2$

其中第一个求前m项和，第二个求前S项和，对应的模型就是GARCH（m,s) model 。
GARCH(p,0)和ARCH(p)是完全相同的，但是GARCH（1,1）模型转换为ARCH就是无限阶的，说明
可以看到，GARCH模型相比ARCH模型多了一个过去误差项的线性组合。**<u>也就是，GARCH模型中，残差项是一个ARMA序列。</u>**
重新参数化：
设$\eta_t = e_t{}^2 - \sigma_t^2$, *那么GARCH模型也可以表示为*
$e_t = \alpha_0 + \Sigma_1^{\max(m,s)}(\alpha_i + \beta_i)e_{t-i}^2 - \Sigma\beta_j\eta_{t-j}$

均值：**E = 0**
条件均值：0
方差： $\mathrm{E}(e_t^2) = \frac{\alpha_0}{1-(\alpha_1+\beta_1)}$
条件方差：$\boldsymbol{Var = \sigma_t^2}$

Kurtosis: >3
GARCH model一般是对e分析预测的一个不错的模型（线性条件下）。结合AR/MA/ARMA和GARCH模型可以做出比较全面的预测。

GARCH模型和ARCH模型有一个相同的不足：同等地对待正负波动。

Lesson4: VaR and SE
Risk Measure

Coherence:金融风险一致性度量

Subadditivity:次可加性
表明分散金融产品的风险低于集中的
Monotonicity:单调性
优质金融产品的各种随机收益大于劣质金融产品的，那么其风险也低于劣质金融产品。
Positive homogeneity:正齐次性
组成保持不变的情况下，资产的风险和资产的规模成正比。
Translation invariance:平移不变性
类似于糖水原理，加入无风险头寸后，总资产的风险随着头寸的增加而减少。

常见的风险度量工具：VaR最大可能损失
优点：给出多维风险下的一个一维测度，非常的直观。
缺点：不满足一致性风险的可加性。
在给定的置信度1-p下，可能产生的最大损失。也就是说，最终损失（可以是负的）小于Var的概率为1-p.
p越小，对应的VaR越大。
Formula:
$VaR_{1-p} = \mu + z_{1-p}\sigma$
e.g
单一金融产品：
The dollar change in the value of a portfolio position follows a normal distribution with mean $1000 and standard deviation of $500. Compute the 1% VaR for this position:
= −1000 + 2.3263 ∗ 500 = 163$
多元金融产品：计算加权期望和总资产方差（二元情况下，注意:
D(X+Y) = D(X) + D(Y) +2Cov(X,Y))

另外，我们也可以将收益损失视为t变量执行t区间估计：
$VaR_{1-p} = \mu + t_{1-p}, \nu\ \sigma$

一致性度量工具：ES（expected shortfall)
又叫条件VaR，在损失超过VaR的条件下，投资组合遭受的平均损失。

计算公式：正态条件下
$$ES_{1-p} = \mu + \frac{\phi(z_{1-p})\sigma}{p}$$
其中函数是概密，Z是对应分位数。
计算公式：t分布条件下
$$ES_{1-P} = \mu + \frac{\sigma\frac{f_\nu(t_{1-p,\nu})}{p}(\nu + t_{1-p,\nu})}{\nu - 1}$$