Πολυτεχνείο Κρήτης
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα 1 [ΗΜΜΥ277]
1η Εργαστηριακή Άσκηση

<u>Ομάδα 16</u>
Αυγουστή Σαββίνα, 2018030200
Ιωαννίδης Χρήστος 2018030006

Ερώτημα Θεωρίας:

Η συνάρτηση αυτοομοιότητα ορίζεται από τον παρακάτω τύπο Rφφ(τ)

$$R\varphi\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t + \tau) \times \varphi(\tau)dt,\ \tau\epsilon\Re$$

Επιπλέον η συνάρτηση είναι άρτια και η τιμή της στο μηδέν ισούται με την ενέργεια του σήματος. Επομένως για τον υπολογισμο της θα γίνει η συνέλιξη φ(t) x φ(-t).

Θ1

Για κάθε T>0 υπολογίστηκε το σήμα με την μέθοδο ολοκλήρωσης και σχεδιάστηκε η συνάρτηση αυτοομοιότητας.

$$R\varphi\varphi = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{\sqrt{T}} \times \frac{1}{\sqrt{T}}\, dT = \frac{1}{T} * T = 1$$

Θ2

Στην συνέχεια επαναλαμβάνουμε το ολοκλήρωμα με μετατόπιση φ(t-2). Παρατηρούμε οτι στην συνάρτηση αυτοομοιότητας οπουδήποτε μετατόπιση και να γίνει το σήμα δεν αλλάζει και το αποτέλεσμα παραμένει σταθερό. Επομένως Rφφ ισούται με 1.

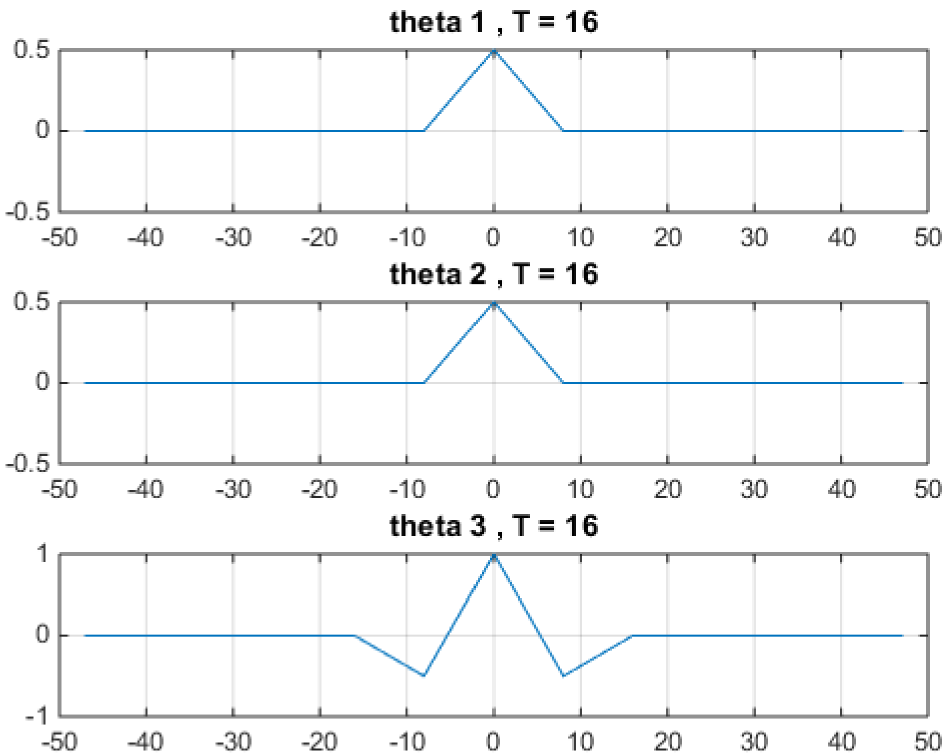
Θ3

Επαναλαμβάνουμε το ολοκλήρωμα για το σήμα που μας δίνετε στην αναφορά.

$$R\varphi\varphi = \int_{0}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{\sqrt{T}} \times \frac{1}{\sqrt{T}} dT + \int_{-\frac{T}{2}}^{T} -\frac{1}{\sqrt{T}} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{T}}\right) dT =$$

$$= \frac{1}{T} \times \frac{T}{2} + \frac{1}{T} \times \frac{T}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Παρακάτω παρουσιάζονται οι γραφικές για T=16 των παραπάνω συναρτήσεων αυτοομοιότητας:



Σε γενικές γραμμές, ο κώδικας υπολογισμού των παραπάνω γραφημάτων έχει την μορφή:

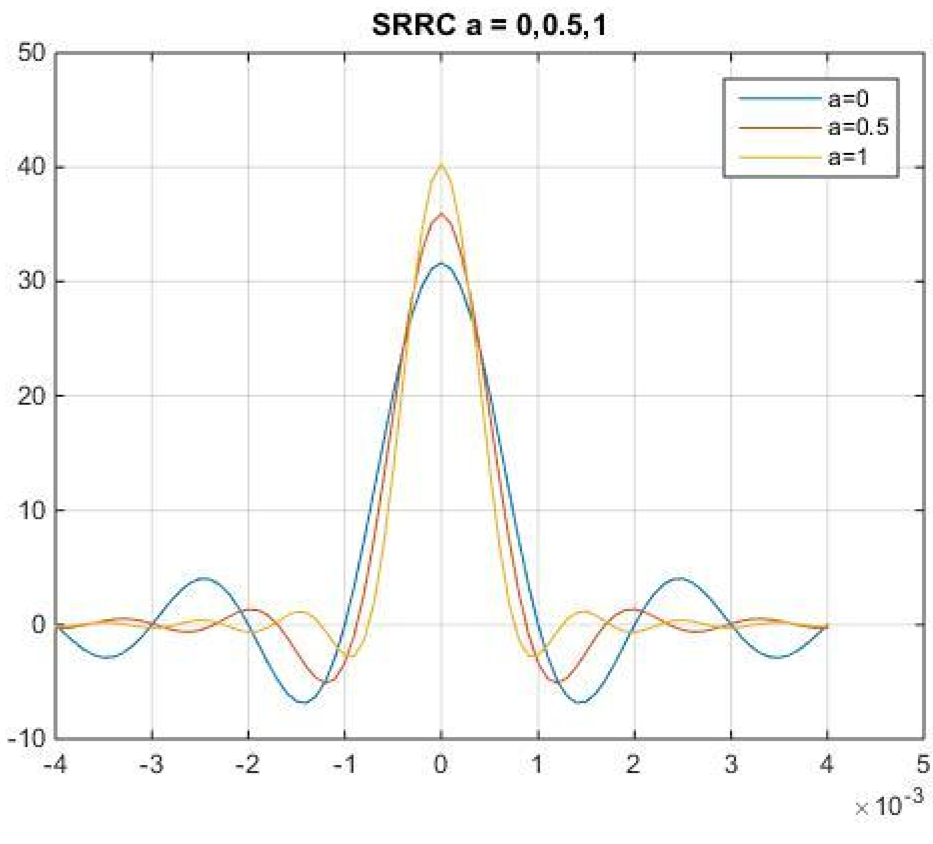
```
phi=zeros(1,3*T); %init function
phi(1:T/2)=1/sqrt(T); %define function
[theta_1,time]=xcorr(phi); %this returns the autocorrelation graph
```

Ερώτημα Α1:

Σε αυτό το ερώτημα χρησιμοποιήθηκε η έτοιμη συνάρτηση srrc_pulse.m, η οποία κατασκευάζει αποκομμένους παλμούς SRRC. Δίνονται τα ζητούμενα T = 10^{-3} sec, Ts = T/over, over = 10, A = 4 και συντελεστή roll-off α = 0,0.5,1.

Κώδικας Matlab:

```
T=0.001;
over=10;
Ts=T/over;
A=4;

[phi_0, t] = srrc_pulse(T, over, A, 0);
plot(t, phi_0)

[phi_0_5, t] = srrc_pulse(T, over, A, 0.5);
hold on;
plot(t, phi_0_5)
grid on;

[phi_1, t] = srrc_pulse(T, over, A, 1);
hold on;
plot(t, phi_1)
grid on;
title('SRRC a = 0,0.5,1' )

legend('a=0','a=0.5','a=1')
```



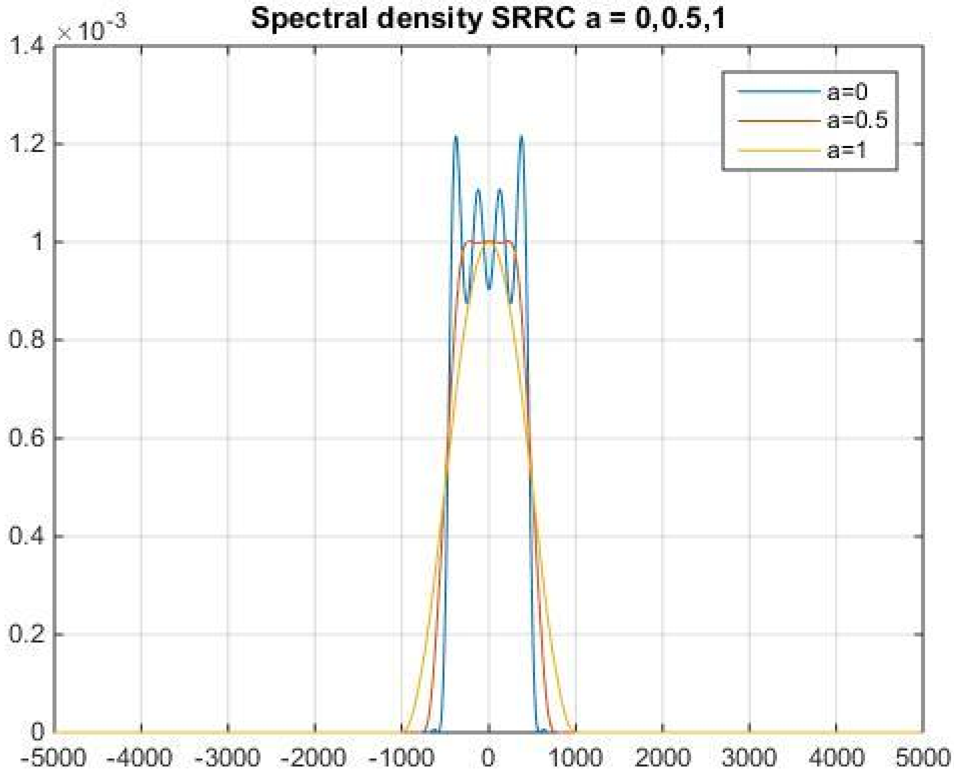
Όσο αυξάνεται το α οι παλμοί φθίνουν με γρηγορότερο ρυθμό (Απλώνονται πιο πολύ στο επίπεδο του χρόνου).

Ερώτημα Α2:

Με την χρήση των συναρτήσεων της Matlab fft και fftshift υπολογίστηκε ο μετασχηματισμός Fourier Φ(F) σε ισαπέχοντα σημεία με Nf = 1024.

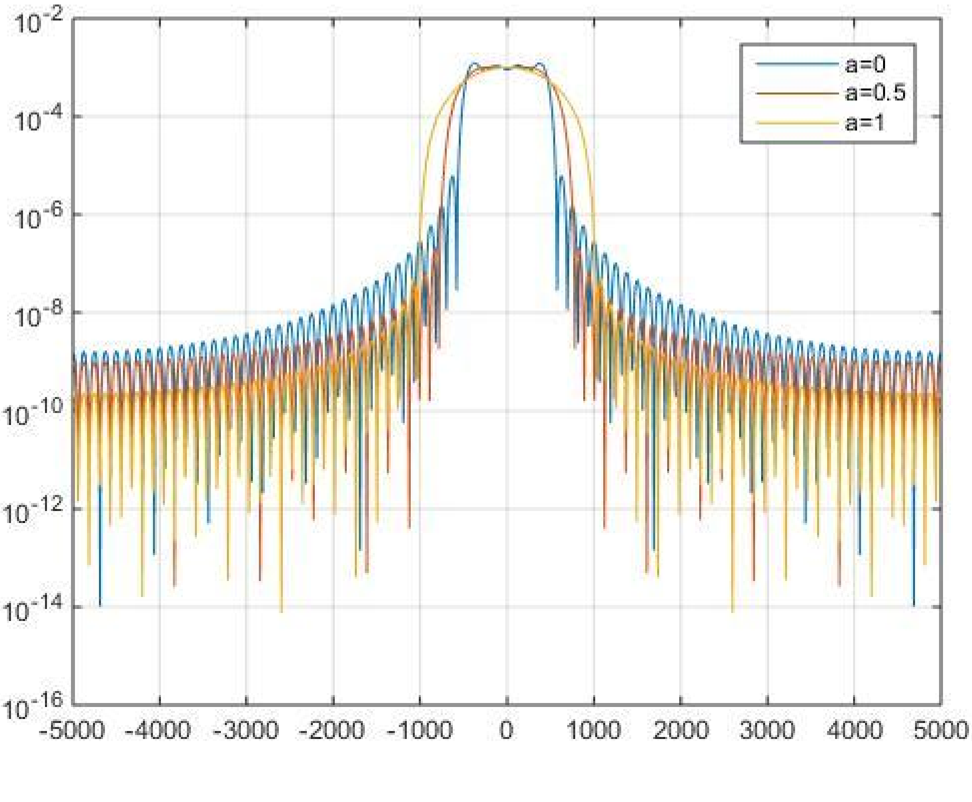
Κώδικας Matlab:

```
Nf=1024;
Fs = 1/Ts;                    % sampling frequency
freq = (-Fs/2:Fs/Nf:Fs/2-1/Nf); % zero-centered frequency range

%fft SRRC 0
fftshift_SRRC_0 = fftshift(fft(phi_0,Nf)*Ts);
power_fftshift_SRRC_0 = abs(fftshift_SRRC_0).^2;     % zero-centered power
plot(freq,power_fftshift_SRRC_0)
grid on;

%fft SRRC 0.5
fftshift_SRRC_0_5 = fftshift(fft(phi_0_5,Nf)*Ts);
power_fftshift_SRRC_0_5 = abs(fftshift_SRRC_0_5).^2;     % zero-centered power
hold on;
plot(freq,power_fftshift_SRRC_0_5)

%fft SRRC 1
fftshift_SRRC_1 = fftshift(fft(phi_1,Nf)*Ts);
power_fftshift_SRRC_1 = abs(fftshift_SRRC_1).^2;     % zero-centered power
hold on;
plot(freq,power_fftshift_SRRC_1)
title('Spectral density SRRC a = 0,0.5,1' )

legend('a=0','a=0.5','a=1')
```



Παρατηρείται οτι ο παλμός με α = 0 ο οποίος στο plot του χρόνου ήταν αρκετά πιο απλωμένος απο τους άλλους ,πιάνει μικρότερο φάσμα στο πεδίο των συχνοτήτων. Αυτό είναι γενική ιδιότητα των σημάτων, δηλαδη οσο απλώνονται στο πεδίο του χρονου , τόσο μαζευονται στο πεδίο των συχνοτήτων.

Στην συνέχεια με την χρήση του semilogy παρατηρούμε τις τιμές τις $|\Phi(F)|^2$ σε διαστήματα πολύ μικρά.



Ερώτημα Α3:

Υπολογισμός της τιμής του θεωρητικού εύρους φάσματος για καθένα από τους τρεις παλμούς $BW = \frac{1+\alpha}{2T}$

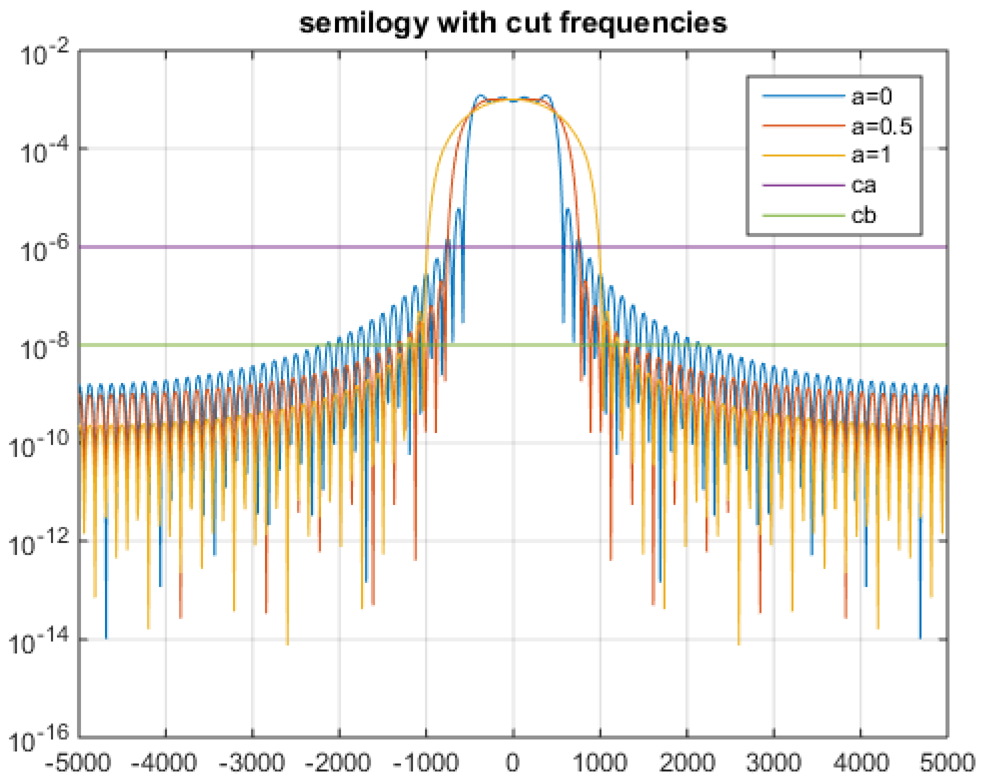
- $\Gamma\iota\alpha\ \alpha = 0\ ,\ BW = 500$
- $\Gamma\iota\alpha\ \alpha = 0.5\ ,\ BW = 750$
- $\Gamma\iota\alpha\ \alpha = 1\ ,\ BW = 1000$

a	0	0.5	1
$c = T/10^3$	770	750	980
$c = T/10^5$	2150	1320	1210

Πιο αποδοτικός και στις 2 περιπτώσεις φαίνεται να είναι για α = 0.5 γιατί έχει μικρότερο εύρος φάσματος.

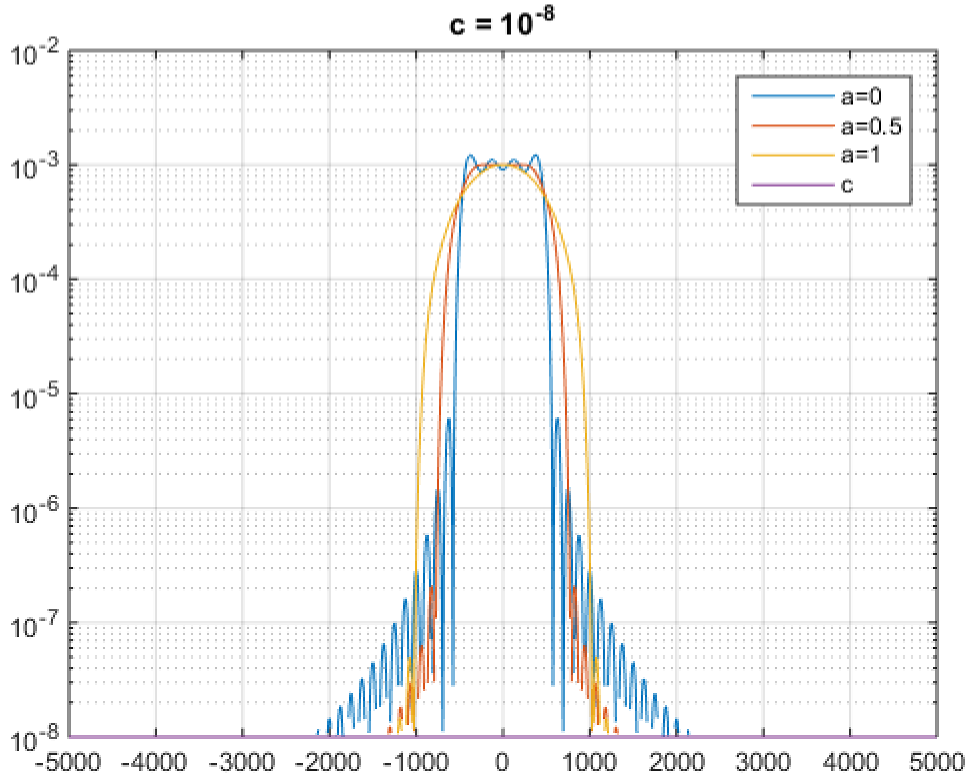
Κώδικας Matlab:

```
semilogy(freq,power_fftshift_SRRC_0)
hold on;
grid on;
semilogy(freq,power_fftshift_SRRC_0_5)
hold on;
grid on;
semilogy(freq,power_fftshift_SRRC_1)
hold on;
grid on;

cb=T/(100000) +0*freq;
ca=T/(1000) +0*freq;
semilogy(freq,ca)
semilogy(freq,cb)
legend('a=0','a=0.5','a=1','ca','cb')
```



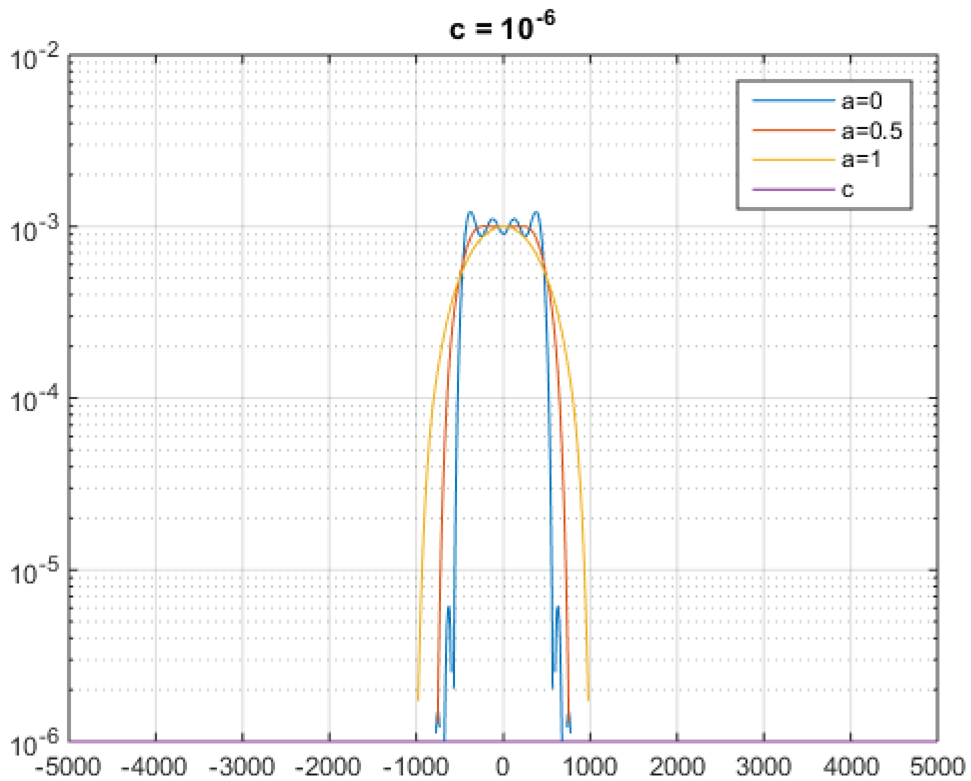
Κώδικας Matlab για cb = 1/10^{-5}:

```
power_fftshift_SRRC_0( power_fftshift_SRRC_0 <= cb ) = 0;
power_fftshift_SRRC_0_5( power_fftshift_SRRC_0_5 <= cb ) = 0;
power_fftshift_SRRC_1( power_fftshift_SRRC_1 <= cb ) = 0;
figure()
semilogy(freq, power_fftshift_SRRC_0)
hold on;
grid on;
semilogy(freq, power_fftshift_SRRC_0_5)
hold on;
grid on;
semilogy(freq, power_fftshift_SRRC_1)
hold on;
grid on;

semilogy(freq,cb)
hold on;
grid on;
legend('a=0','a=0.5','a=1','cb')
```



Κώδικας Matlab για ca = 1/10^{-3}:

```
power_fftshift_SRRC_0( power_fftshift_SRRC_0 <= ca )=0;
power_fftshift_SRRC_0_5( power_fftshift_SRRC_0_5 <= ca ) = 0;
power_fftshift_SRRC_1( power_fftshift_SRRC_1 <= ca ) = 0;
figure()
semilogy(freq, power_fftshift_SRRC_0)
hold on;
grid on;
semilogy(freq, power_fftshift_SRRC_0_5)
hold on;
grid on;
semilogy(freq, power_fftshift_SRRC_1)
hold on;
grid on;

semilogy(freq,ca)
hold on;
grid on;

legend('a=0','a=0.5','a=1','ca')
```



Ερώτημα Β:

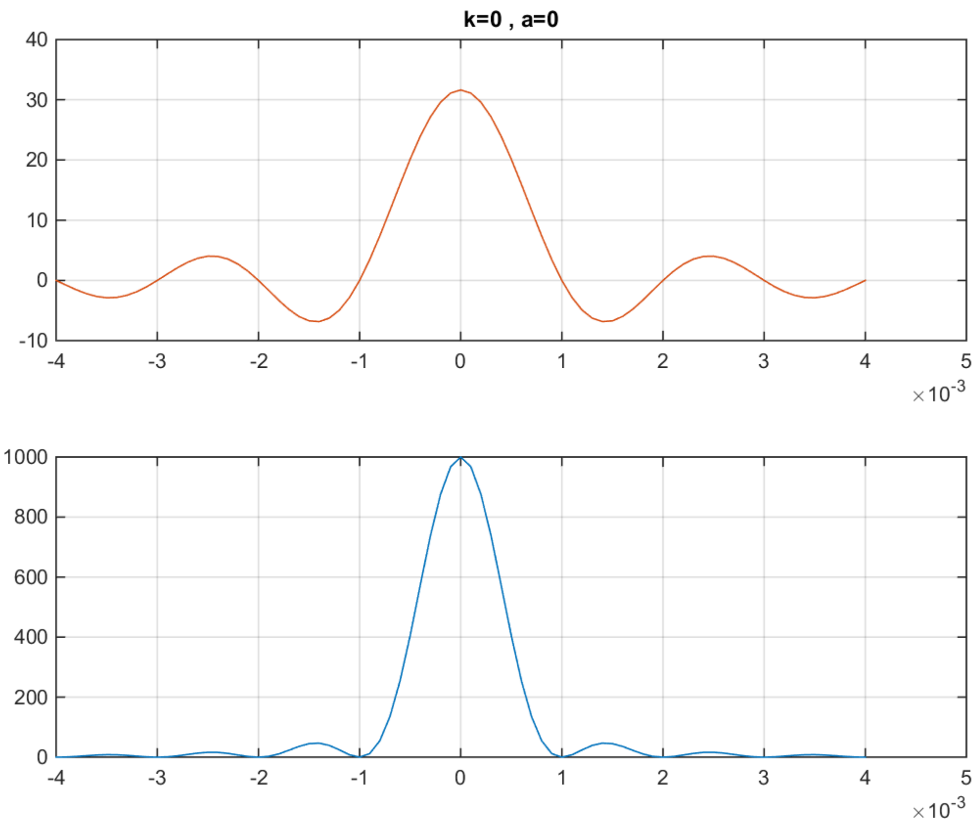
Σε αυτό το ερώτημα έχουμε ως δεδομένα τα T = 10^{-3} sec, A = 4, α = 0, 0.5, 1 και k = 0,1,..,2A. Υλοποιήθηκαν τα γραφήματα των παλμών φ(t) και φ(t - κT). Στην συνέχεια δημιουργήθηκε το γινόμενο φ(t) x φ(t - κT).

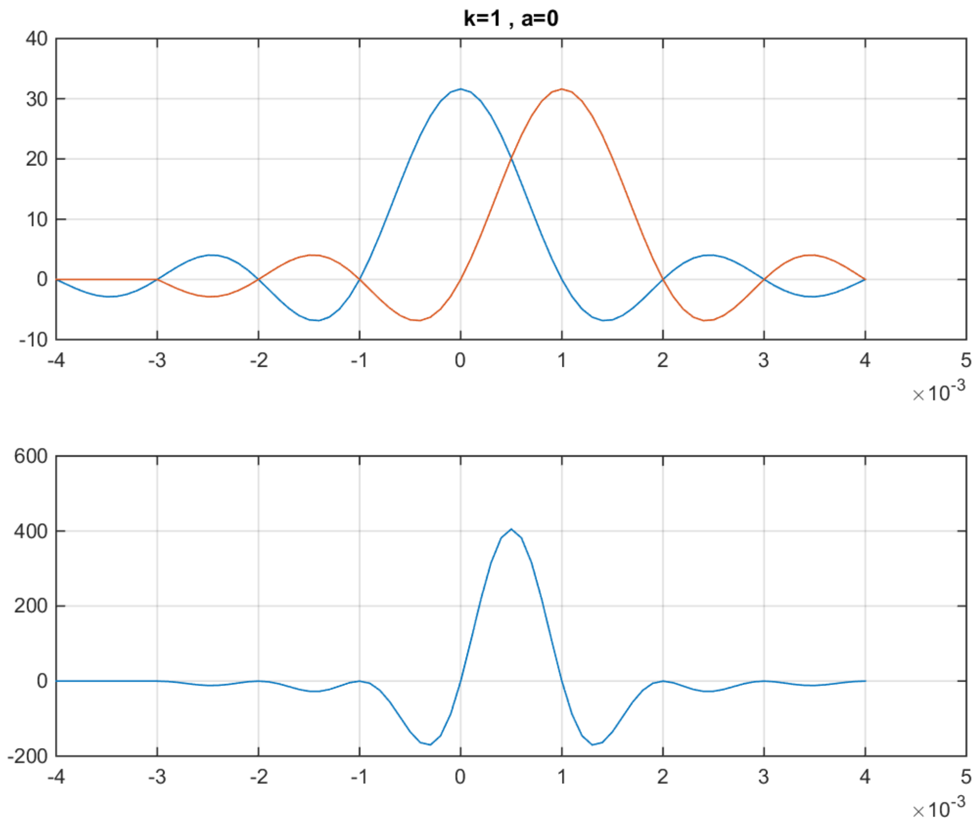
Κώδικας Matlab:

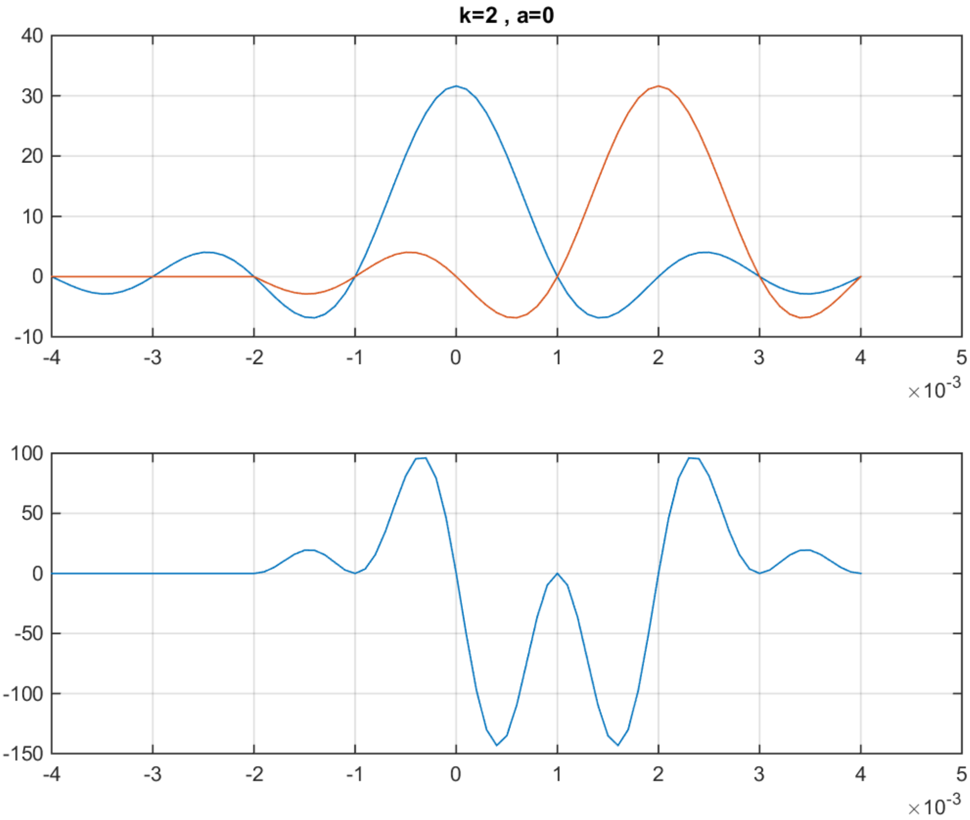
```
T=0.001;
over=10;
Ts=T/over;
A=4;

%B
%plot SRRC with a=0,0.5,1
[phi_0, t] = srrc_pulse(T, over, A, 0);
[phi_0_5, t] = srrc_pulse(T, over, A, 0.5);
[phi_1, t] = srrc_pulse(T, over, A, 1);

%array to store integrals of autocorrelation
autocorrelation_integrals = zeros(12,1);
```

Για α = 0

```
for k=0:3

   % create array of n zeros and concatenate with function
   phi_0_shifted = [zeros(1,k*T*(1/Ts)), phi_0(1:end-k*T*(1/Ts))];

   if k<=2
      figure()
      subplot(2,1,1)
      % plot the original and shifted functions

      plot(t, phi_0,t, phi_0_shifted)
      str = sprintf('k=%d , a=0',k);
      title(str);
      grid on;
      subplot(2,1,2)
      plot(t, phi_0.*phi_0_shifted)
      grid on;

   end

   %approximate integrals through the use of sum
   autocorrelation_integrals(k+1)= Ts*sum(phi_0.*phi_0_shifted);

end
```

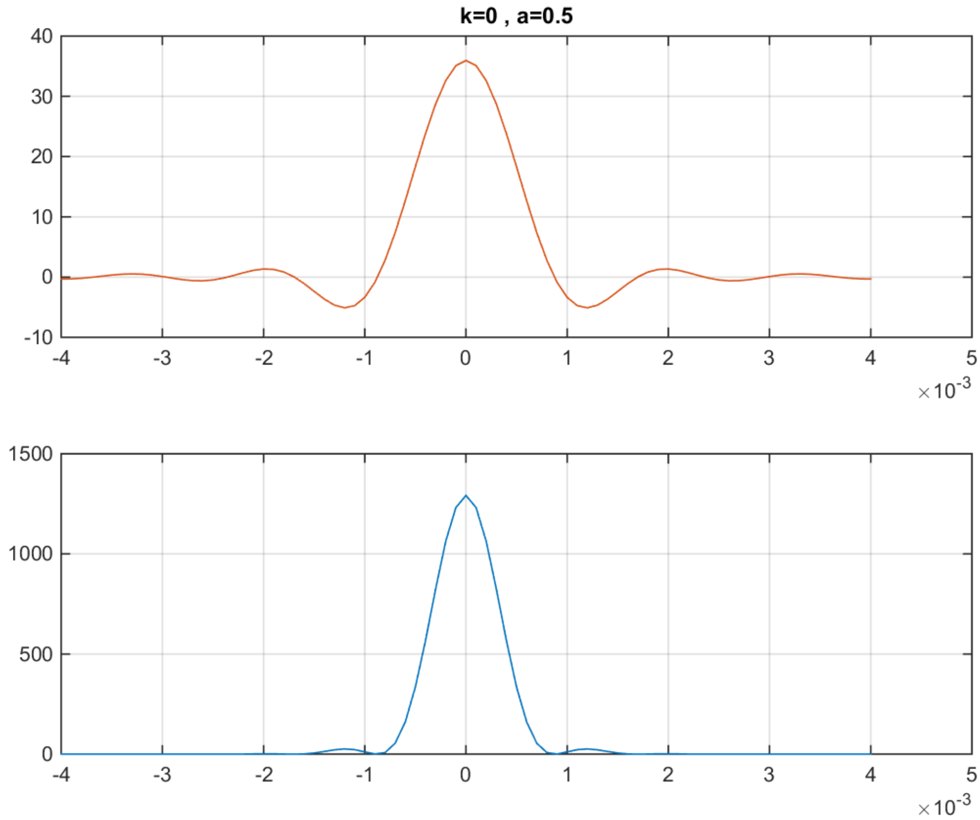

k=0 , a=0
40
30
20
10
0
-10
1000
800
600
400
200
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
×10^-3

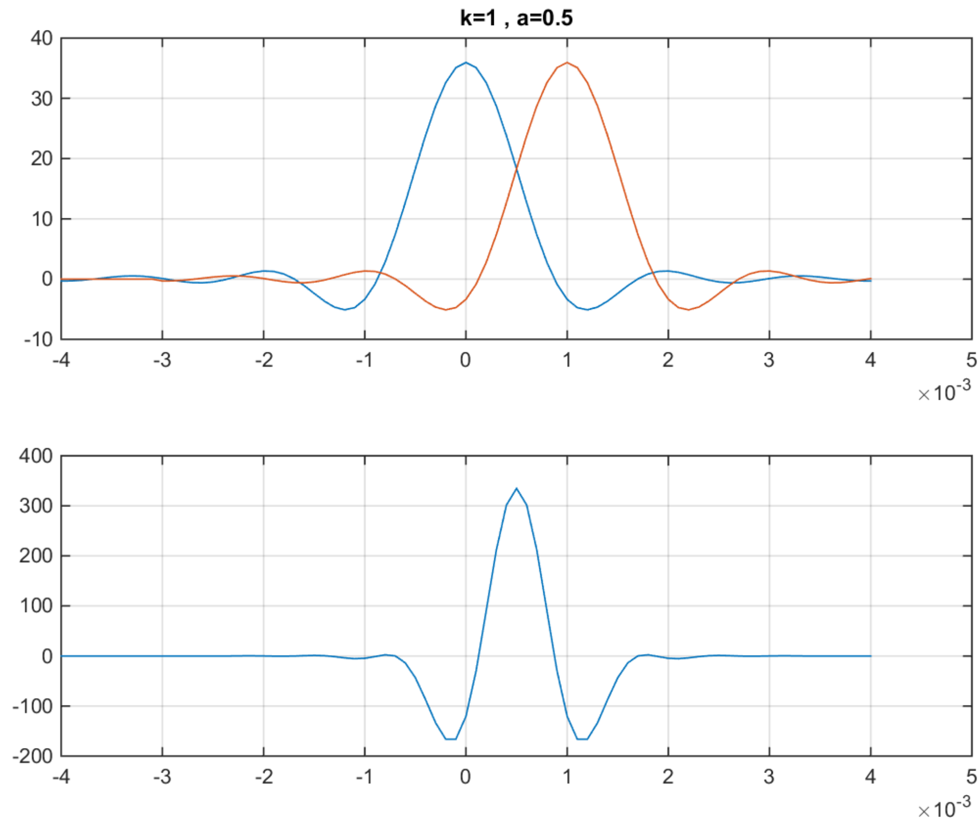

k=1 , a=0
40
30
20
10
0
-10
600
400
200
-200
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
×10^-3

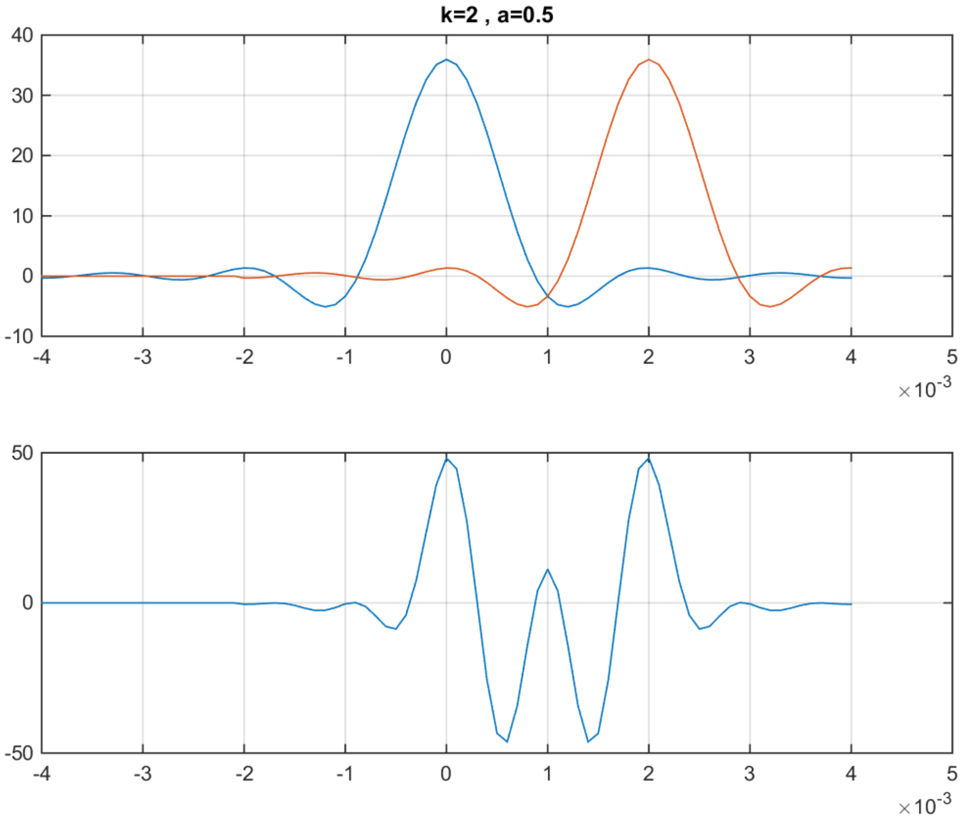


Για α = 0.5

```
for k=0:3

    % create array of n zeros and concatenate with function
    phi_0_5_shifted = [zeros(1,k*T*(1/Ts)), phi_0_5(1:end-k*T*(1/Ts))];

    if k<=2
        figure()
        subplot(2,1,1)

        % plot the original and shifted functions
        plot(t, phi_0_5,t, phi_0_5_shifted)
        str = sprintf('k=%d , a=0.5',k);
        title(str);
        grid on;
        subplot(2,1,2)
        plot(t, phi_0_5.*phi_0_5_shifted)
        grid on;

    end

    %approximate integrals through the use of sum
    autocorrelation_integrals(k+5)= Ts*sum(phi_0_5.*phi_0_5_shifted);
end
```

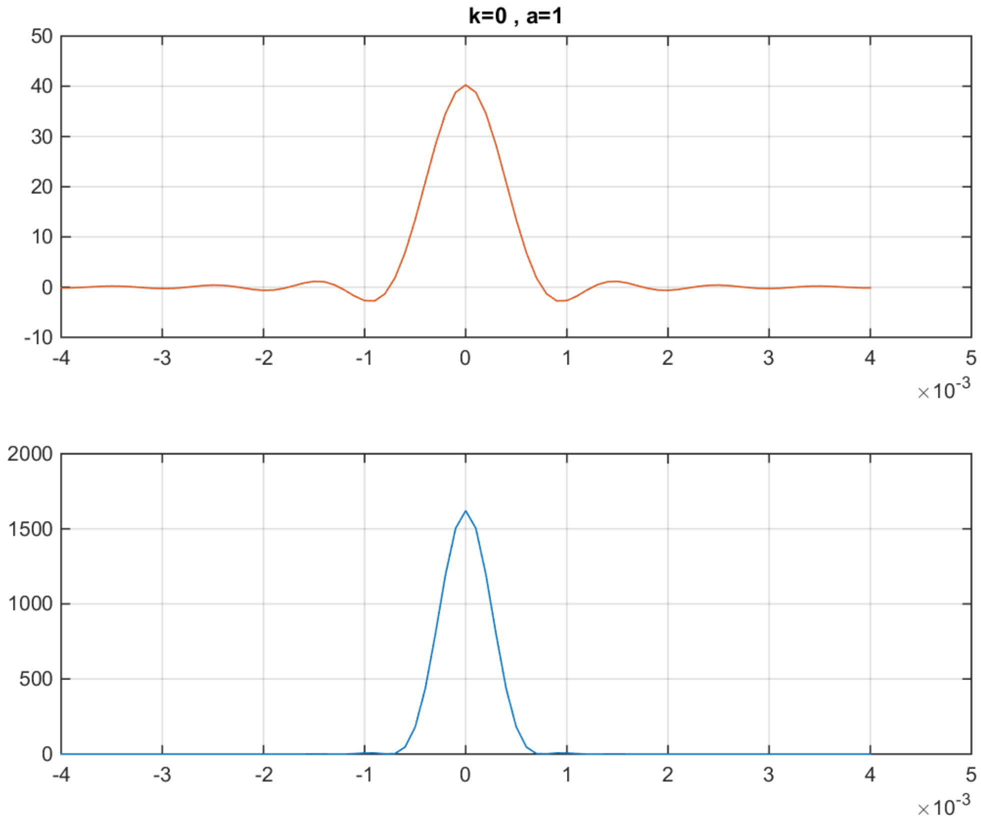

k=0 , a=0.5
40
30
20
10
0
-10
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
$\times 10^{-3}$
1500
1000
500
0
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
$\times 10^{-3}$

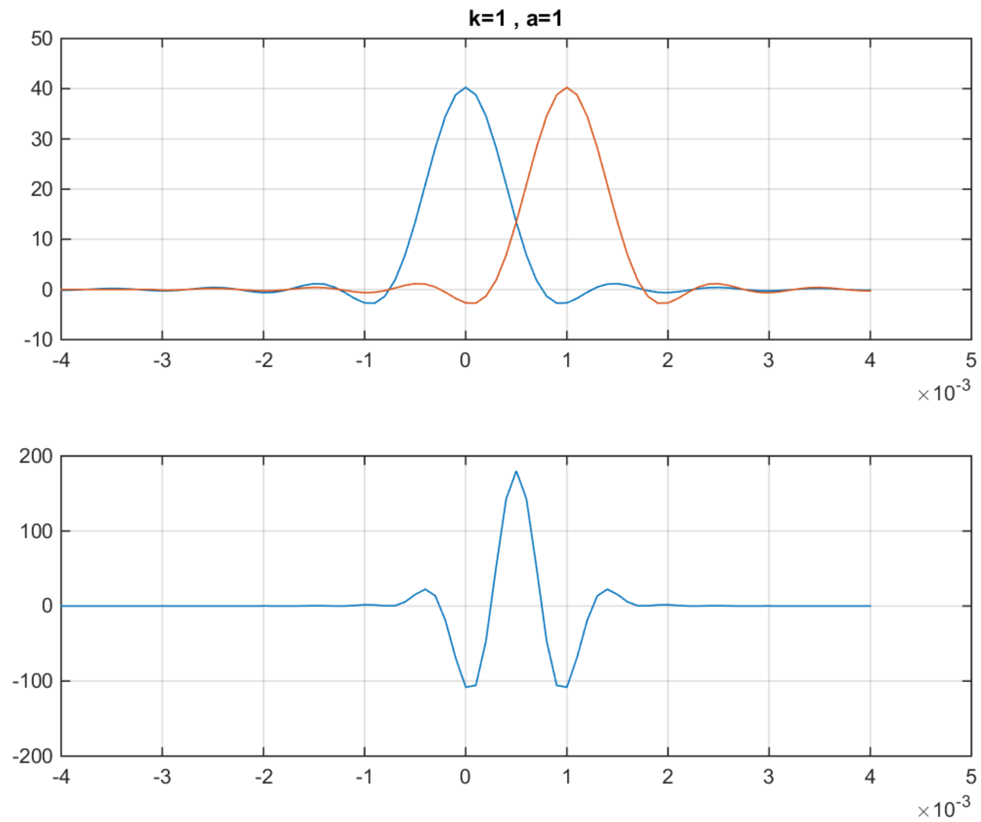

k=1 , a=0.5
40
30
20
10
0
-10
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
$\times 10^{-3}$
400
300
200
100
0
-100
-200
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
$\times 10^{-3}$

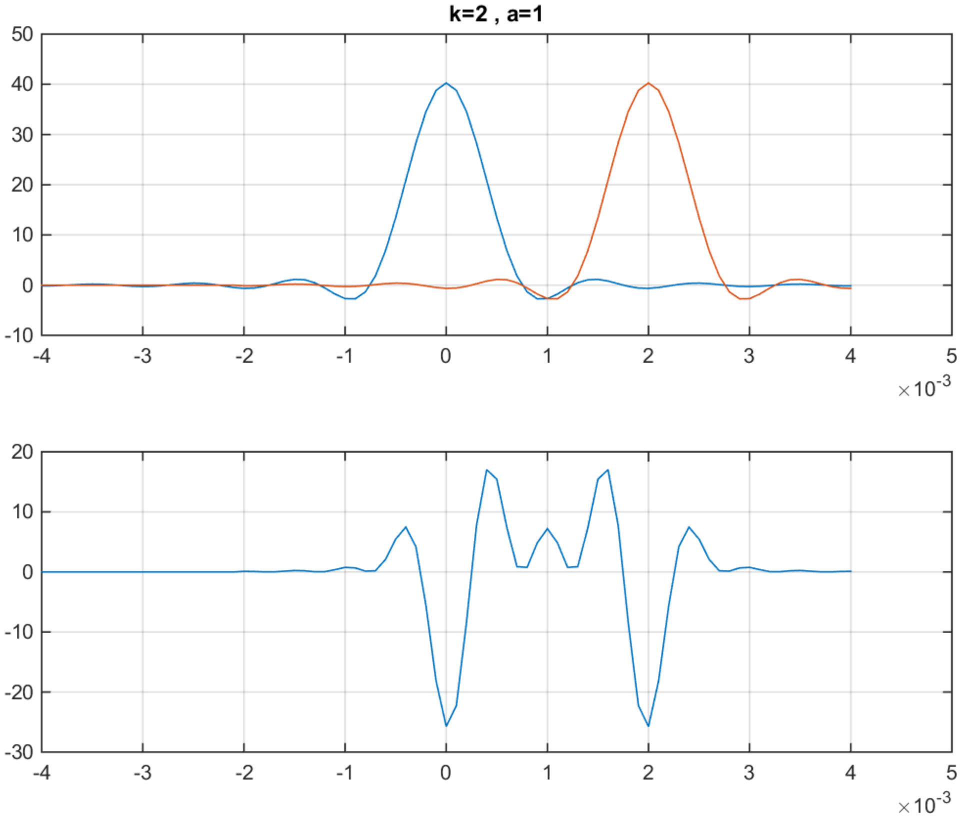


Για α = 1

```
for k=0:3

   % create array of n zeros and concatenate with function
   phi_1_shifted = [zeros(1,k*T*(1/Ts)), phi_1(1:end-k*T*(1/Ts))];

   if k<=2
      figure()
      subplot(2,1,1)

      % plot the original and shifted functions
      plot(t, phi_1,t, phi_1_shifted)
      str = sprintf('k=%d , a=1',k);
      title(str);

      grid on;
      subplot(2,1,2)
      plot(t, phi_1.*phi_1_shifted)
      grid on;

   end

   %approximate integrals through the use of sum
   autocorrelation_integrals(k+9)= Ts*sum(phi_1.*phi_1_shifted);

end
autocorrelation_integrals
```


k=0 , a=1
×10^-3


k=1 , a=1
×10^-3



Υπολογισμος ολοκληρωματων των συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης.

a/k	0	1	2	3
0	0.9747	0.0290	-0.0349	0.0461
0.5	0.9999	0.0000	0.0003	-0.0003
1	1.0000	-0.0000	-0.0001	-0.0002

Παρατηρουμε οτι μονο στις περιπτώσεις που κ=0 η αυτοσυσχέτιση πλησιάζει το 1. Δεν είναι ίσο με 1 σε όλες τις περιπτώσεις λόγω του ότι A<infinity. Με την αύξηση του Α οι προσεγγίσεις θα γίνονται πιο ακριβείς. Στις περιπτώσεις που το ολοκλήρωμα ισούται με **0.0000** είναι άξιο να σημειωθεί οτι δεν ειναι παντα ισο με ακριβώς 0 , υπάρχουν περιπτώσεις είναι απλά πολύ μικρός για να περιγραφεί απο 5 ψηφία.

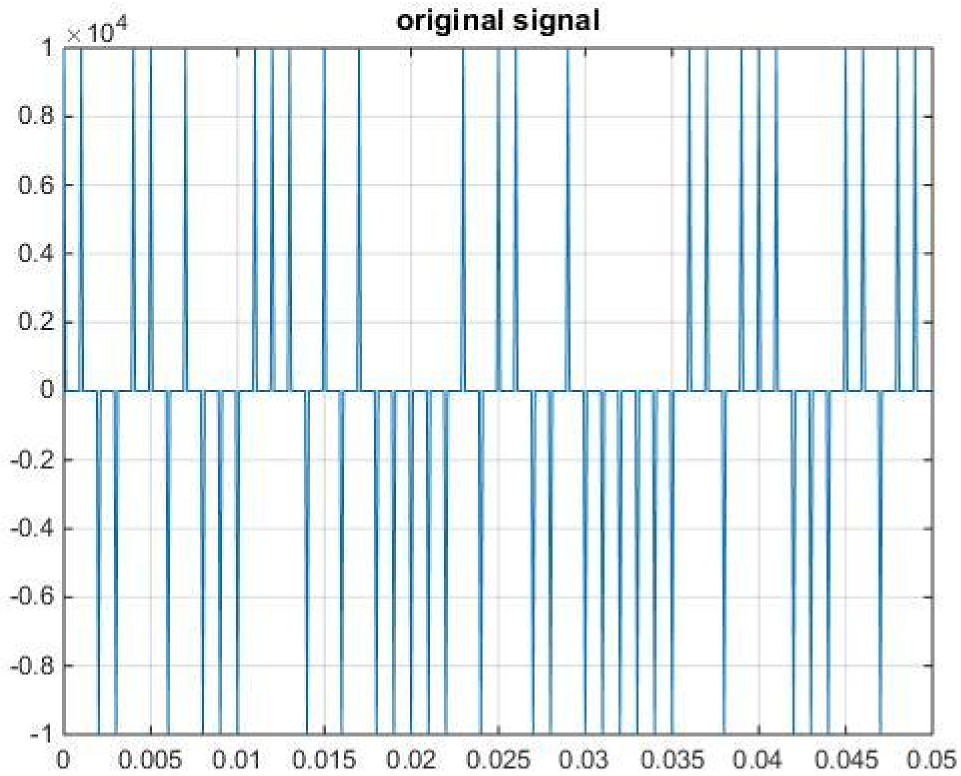
Ερώτημα Γ:

Σε αυτό το ερώτημα προσομοιώθηκε ένα PAM σύστημα βασικής ζώνης, το οποίο μεταφέρει N bits χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 2-PAM. Έχουμε ως ζητούμενα $T = 10^{-3}$ sec, over = 10, α = 0.5, A = 4 και N = 50. Αρχικά υλοποιήθηκε η συνάρτηση *X = bits_to_2PAM(b)* όπου μετατρέπει τα σύμβολα X με βάση τα δεδομένα που έχει το b.

$$0 \rightarrow \ +1$$
$$1 \rightarrow \ -1$$

Κώδικας Matlab:

```
function [ output ] = bits_to_2PAM( input )
output=input;

output( output == 1 ) = -1;
output( output == 0 ) = 1;

end
```



Ερώτημα Γ2.β:

Στην συνέχεια προσομοιώνεται το σήμα $X\delta(t) = \sum_{k=0}^{N-1} Xk \times \delta(t - kT)$. Έπειτα μέσω της εντολής *X_delta = 1/T_s * upsample(X, over)* σχεδιάστηκε το σήμα $X_\delta(t)$.

Κώδικας Matlab:

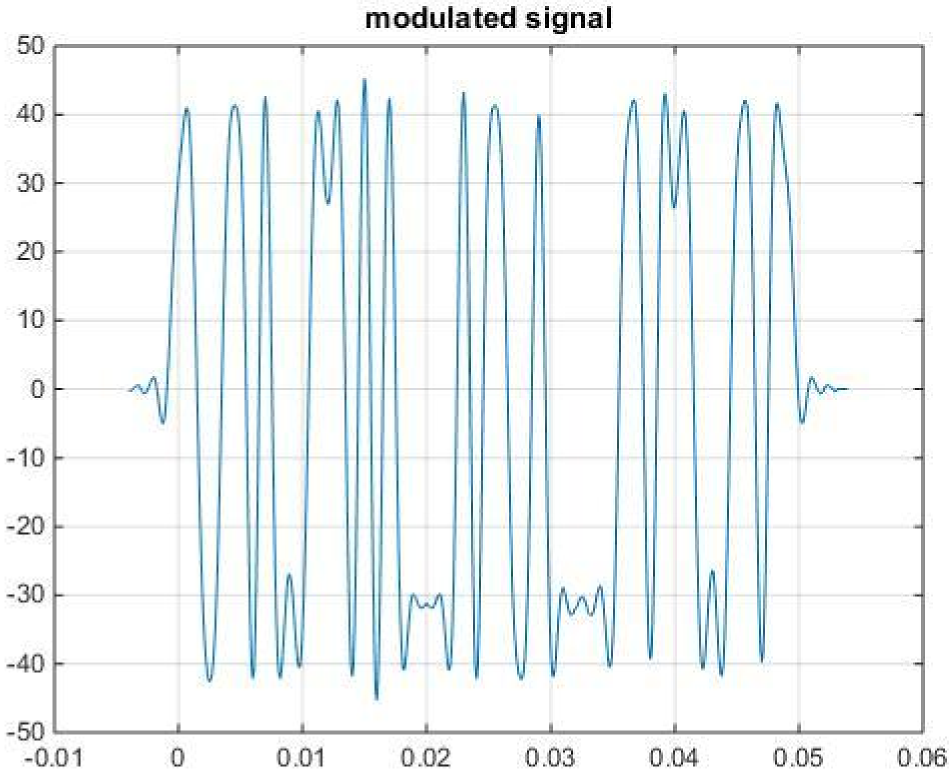
```
X_delta = 1/Ts * upsample(X, over);
figure(1)
X_delta_time = 0:Ts:N*Ts*over-Ts;
plot(X_delta_time,X_delta);
grid on;
title('original signal')
```

Ερώτημα Γ2.γ:

Κατόπιν δειγματοληπτείται ο αποκομμένος SRRC παλμός και συνελιττέται με το $X_\delta(t)$. Το αποτέλεσμα της συνέλιξης είναι το $X(t) = X\delta(t)\ conv\ \varphi(t)$.

Κώδικας Matlab:

```
% we choose a = 0.5 for minimal bandwidth
[phi_0_5, t] = srrc_pulse(T, over, A, 0.5);

%create signal to be sent by sender
signal = conv(X_delta,phi_0_5)*Ts;
signal_t = [X_delta_time(1)+t(1):Ts:X_delta_time(end)+t(end)];
figure(2)
plot(signal_t,signal);
grid on;
title('modulated signal')
```

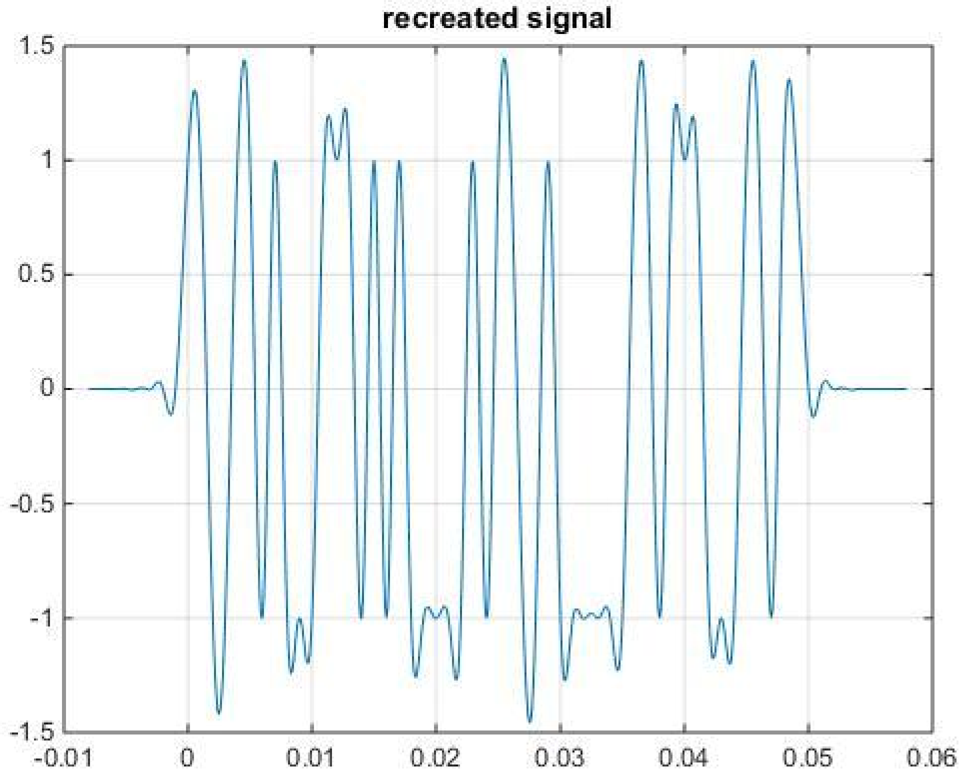


Ερώτημα Γ2.δ:

Σε αυτό το ερώτημα προσομοιώθηκε η συνέλιξη για $Z(t) \; = \; X(t) \; conv \; \varphi(- \; t)$

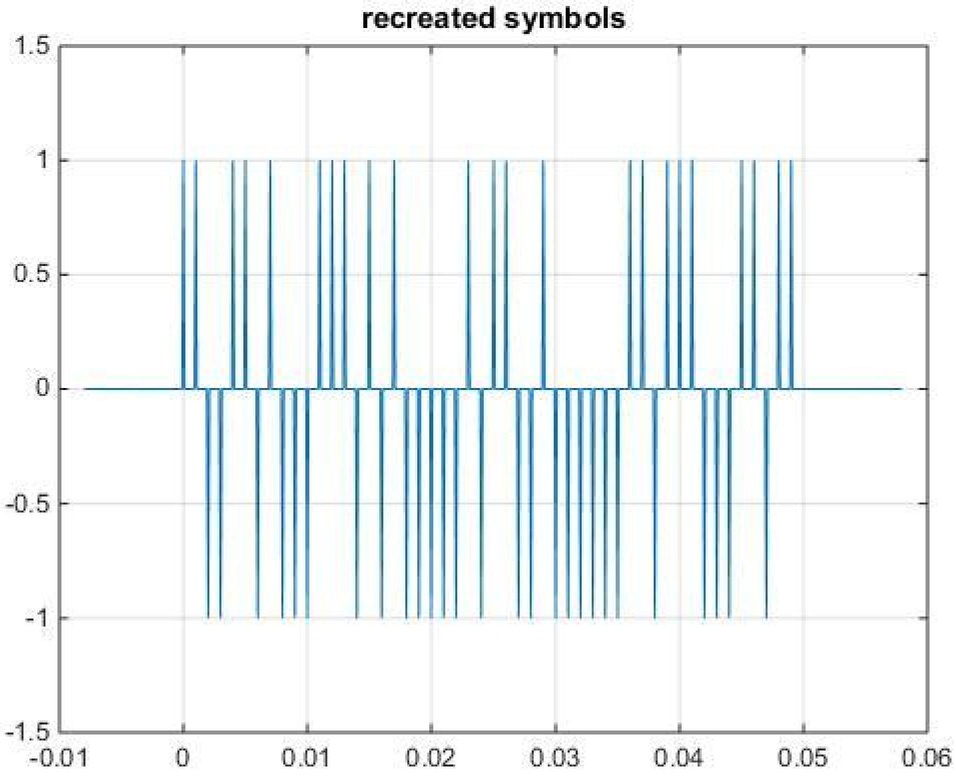
Κώδικας Matlab:

```
%recreate original signal
recreated_signal = conv(signal,phi_0_5)*Ts;
recreated_signal_t = [signal_t(1)+t(1):Ts:signal_t(end)+t(end)];
figure(3)
plot(recreated_signal_t,recreated_signal);
grid on;
title('recreated signal')
```



Κώδικας Matlab:

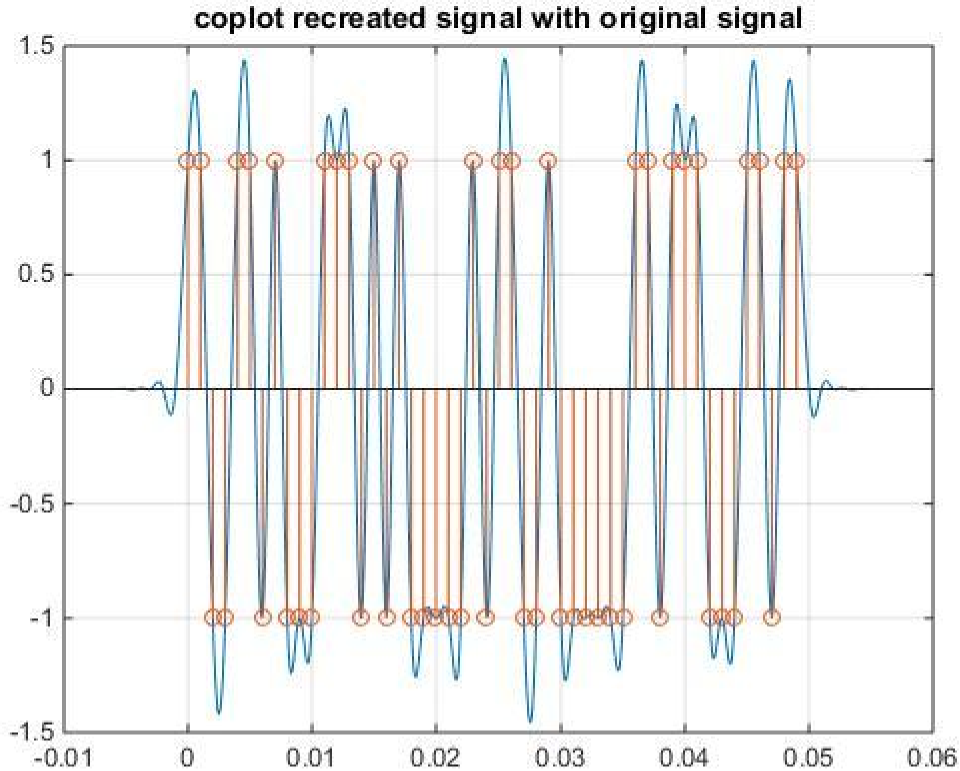
```
%recreate symbols by sampling
figure(4)
recreated_symbols_sample = zeros(length(recreated_signal_t),1);
recreated_symbols_sample(1 :over:length(recreated_symbols_sample)) = 1;
recreated_symbols=recreated_symbols_sample.*recreated_signal
plot(recreated_signal_t,recreated_symbols)
grid on;
title('recreated symbols')
```



Τέλος συγκρίνονται οι τιμές Z(kT) και Xk με την εντολή *stem([0 : N - 1] * T, X)*

Κώδικας Matlab:

```
%coplot recreated signal with original signal
figure(5)
plot(recreated_signal_t,recreated_signal);
title('coplot recreated signal with original signal')
hold on
%figure(6)
stem([0:N-1]*T,X);
grid on
```



coplot recreated signal with original signal
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-0.01
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06