Πολυτεχνείο Κρήτης
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα 1
[ΗΜΜΥ277]
2η Εργαστηριακή Άσκηση

<u>Ομάδα 16</u>

Αυγουστή Σαββίνα, 2018030200

Ιωαννίδης Χρήστος 2018030006

Ερώτημα Α1:

Σε αυτό το ερώτημα χρησιμοποιήθηκε η έτοιμη συνάρτηση srrc_pulse.m, η οποία κατασκευάζει αποκομμένους παλμούς SRRC. Δίνονται τα ζητούμενα $T = 10^{-2}$ sec, Ts = T/over, over = 10, A = 4 και συντελεστή roll-off α = 0.5.

Κώδικας Matlab:

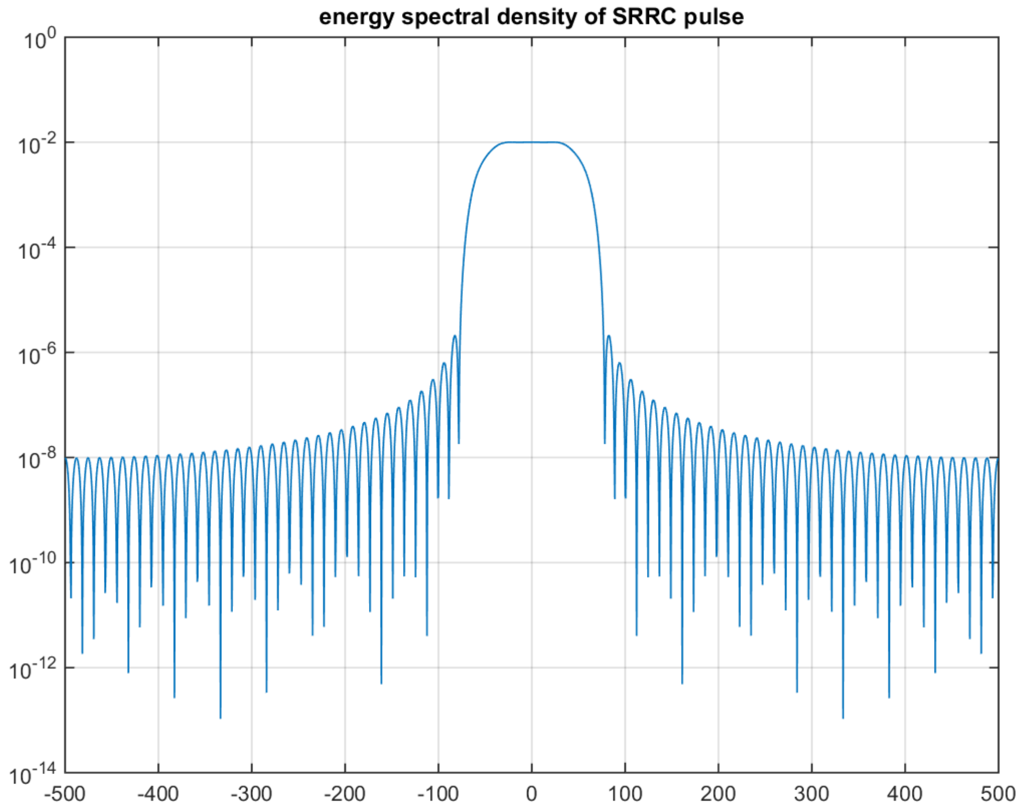
```
%initial parameters
T=0.01;
over=10;
Ts=T/over;
A=4;
a=0.5;

%A.1
%create SRRC pulse
[phi, t] = srrc_pulse(T, over, A, a);
```

Έπειτα με την χρήση των συναρτήσεων της Matlab *fft* και *fftshift* υπολογίστηκε ο μετασχηματισμός Fourier Φ(F) σε ισαπέχοντα σημεία με Nf = 2048.

Κώδικας Matlab:

```
%FFT SRRC
figure(1)
Nf=2048; %number of samples
Fs = 1/Ts;                 % sampling frequency
freq = (-Fs/2:Fs/Nf:Fs/2-1/Nf); % zero-centered frequency range

%fft SRRC
fftshift_SRRC = fftshift(fft(phi,Nf)*Ts);
power_fftshift_SRRC = abs(fftshift_SRRC).^2;      % zero-centered power
semilogy(freq,power_fftshift_SRRC)
title('energy spectral density of SRRC pulse')
grid on;
```

Στην συνέχεια με την χρήση του *semilogy* παρατηρούμε τις τιμές τις $|Φ(F)|^2$ σε διαστήματα πολύ μικρά.



Ερώτημα Α2:

Σε αυτό το ερώτημα προσομοιώθηκε ένα PAM σύστημα βασικής ζώνης, το οποίο μεταφέρει N bits χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 2-PAM. Αρχικά υλοποιήθηκε η συνάρτηση *X = bits_to_2PAM(b)* όπου μετατρέπει τα σύμβολα X με βάση τα δεδομένα που έχει το b.

$$0 \rightarrow \ +1$$
$$1 \rightarrow \ -1$$

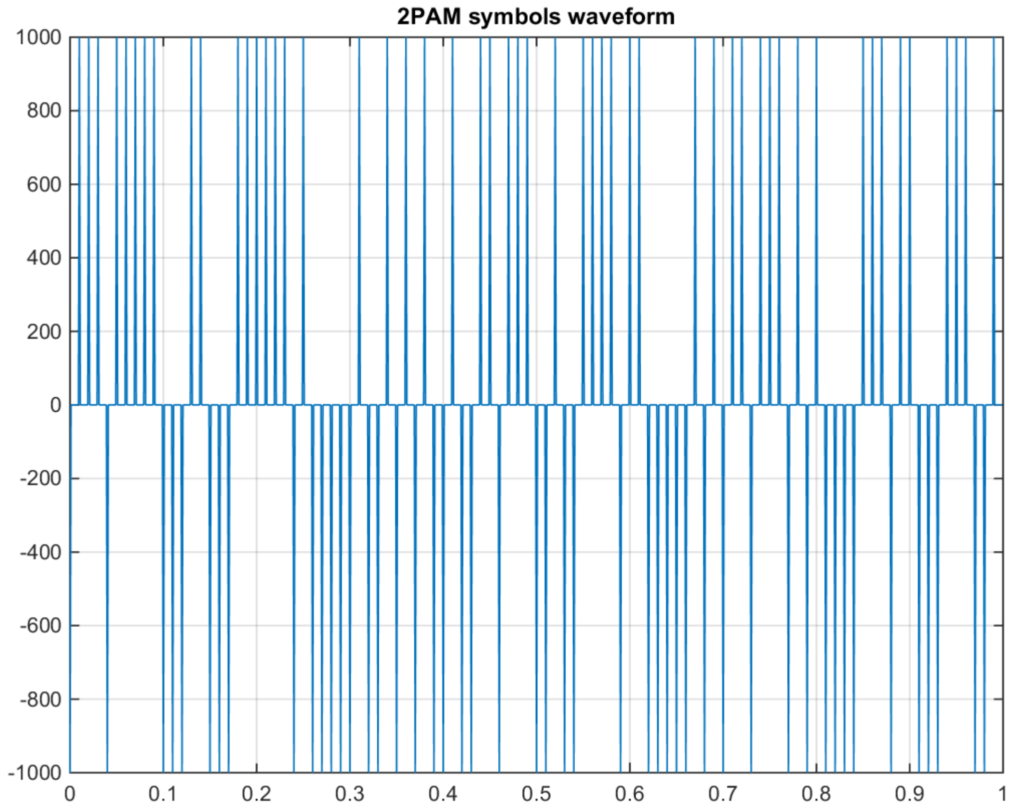
Κώδικας Matlab:

```
function [ output ] = bits_to_2PAM( input )

output=input;
output( output == 1 )=-1;
output( output == 0 )=1;

end
```

Στην συνέχεια προσομοιώνεται το σήμα $X(t) \ = \ \sum_{n=0}^{N-1} Xn \ \times \ \varphi(t \ - \ nT)$. Έπειτα μέσω της εντολής *X_delta = 1/T_s * upsample(X, over)* σχεδιάστηκε το σήμα X(t).

Κώδικας Matlab:

```
N=100; %number of symbols
b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
X = bits_to_2PAM(b); %random symbols

X_delta = 1/Ts * upsample(X, over); %upsample
figure(2)
%X_delta_time = 0:N*over-1;
X_delta_time = 0:Ts:N*Ts*over-Ts;
plot(X_delta_time,X_delta);
grid on;
title('2PAM symbols waveform')
```

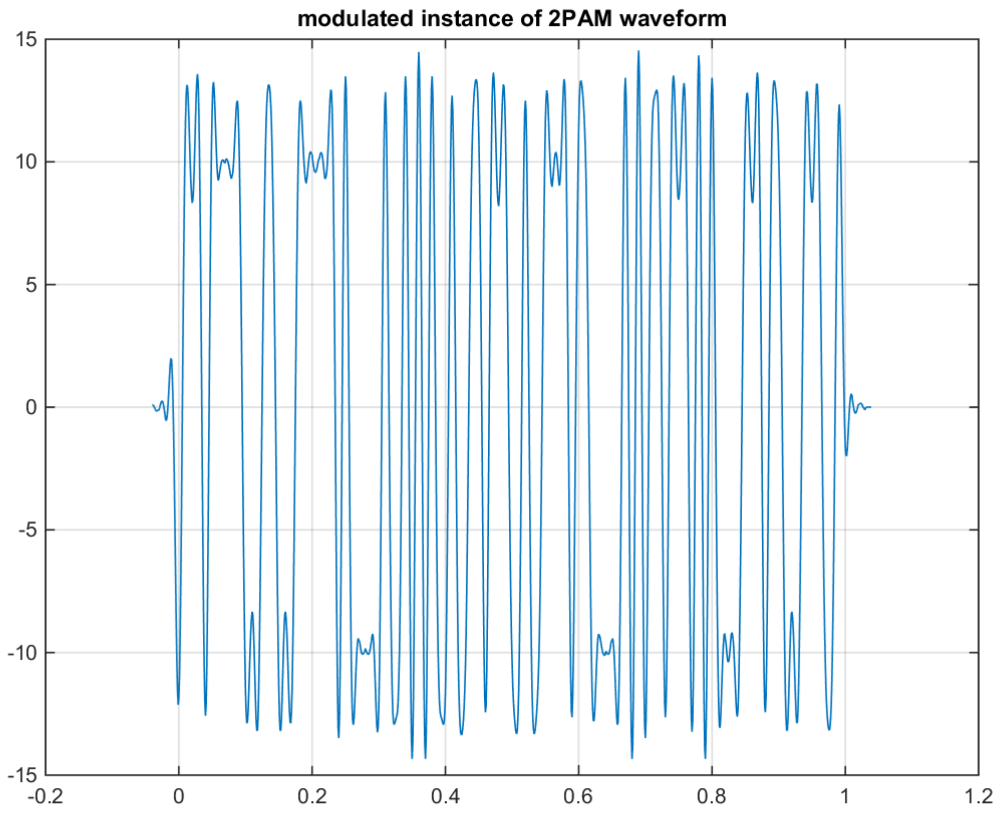


Υποθέτοντας ότι το πλήθος συμβόλων είναι άπειρο, αποδείχθηκε ότι η φασματική πυκνότητα ισχύος της X(t) είναι

$$Sx(F) = \frac{\sigma_X{}^2}{T}|\Phi(F)|^2$$

Κώδικας Matlab:

```
%create modulated signal
signal = conv(X_delta,phi)*Ts;
signal_t = [X_delta_time(1)+t(1):Ts:X_delta_time(end)+t(end)];
figure(3)
plot(signal_t,signal);
grid on;
title('modulated instance of 2PAM waveform')
```



Ερώτημα Α3:

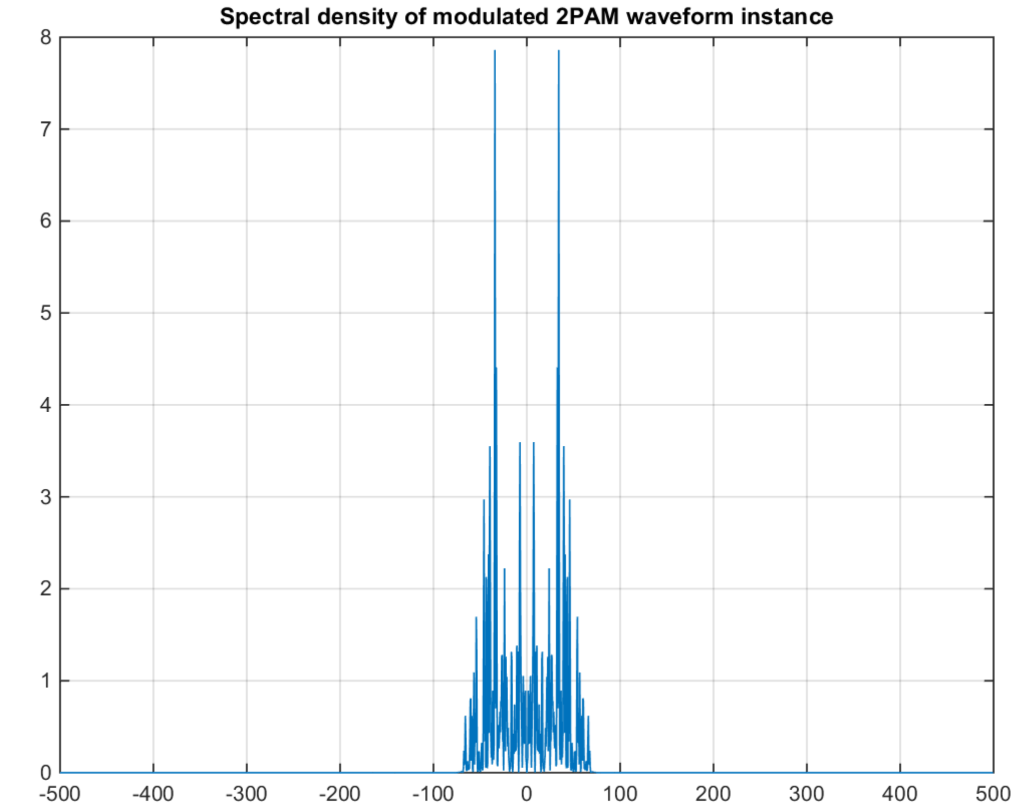
Σε αυτό το μέρος της εργαστηριακής άσκησης υπολογίστηκε το περιοδιάγραμμα μια υλοποιήσεις X(t) με την χρήση των συναρτήσεων της Matlab *fft* και *fftshift*.

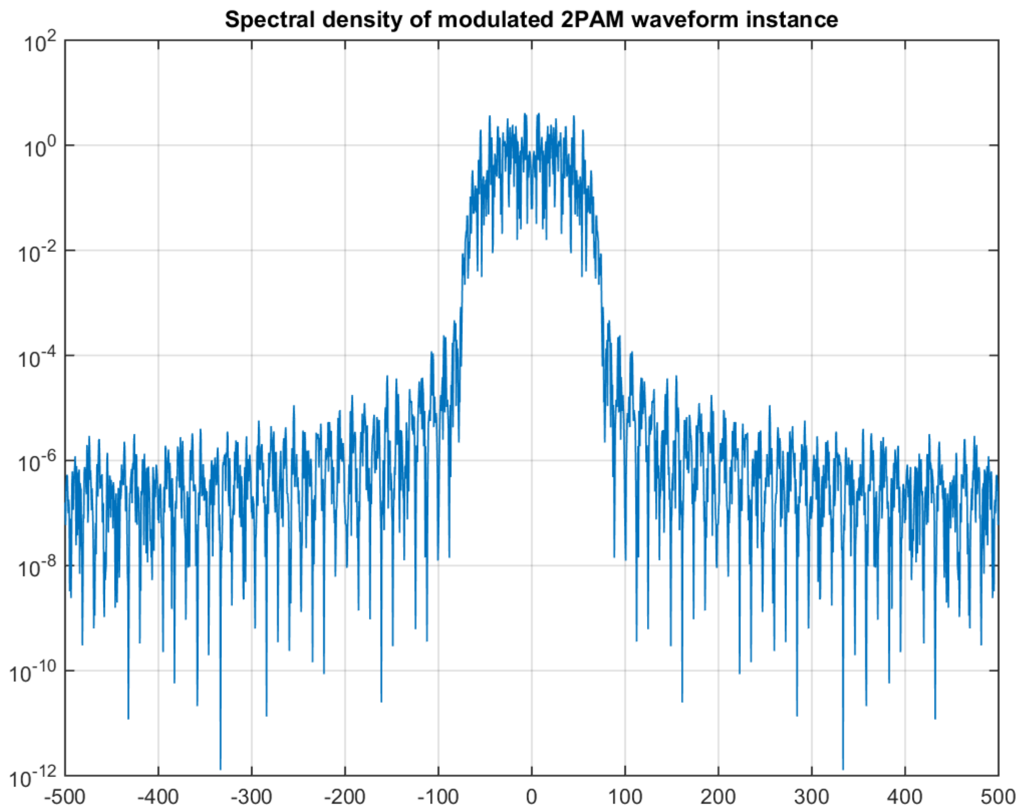
$$Px(F) = \frac{|F[X(t)]|^2}{Ttotal},$$

όπου T_{total} είναι ο συνολικός χρόνος διάρκειας X(t) σε sec.

Κώδικας Matlab:

```
%fft of modulated waveform
figure(4)
fftshift_signal = fftshift(fft(signal,Nf)*Ts);
power_fftshift_signal = abs(fftshift_signal).^2;     % zero-centered power
semilogy(freq,power_fftshift_signal)
title('Spectral density of modulated 2PAM waveform instance')
grid on;

figure(41)
plot(freq,power_fftshift_signal)
title('Spectral density of modulated 2PAM waveform instance')
grid on;
```


Spectral density of modulated 2PAM waveform instance
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-500
-400
-300
-200
-100
0
100
200
300
400
500

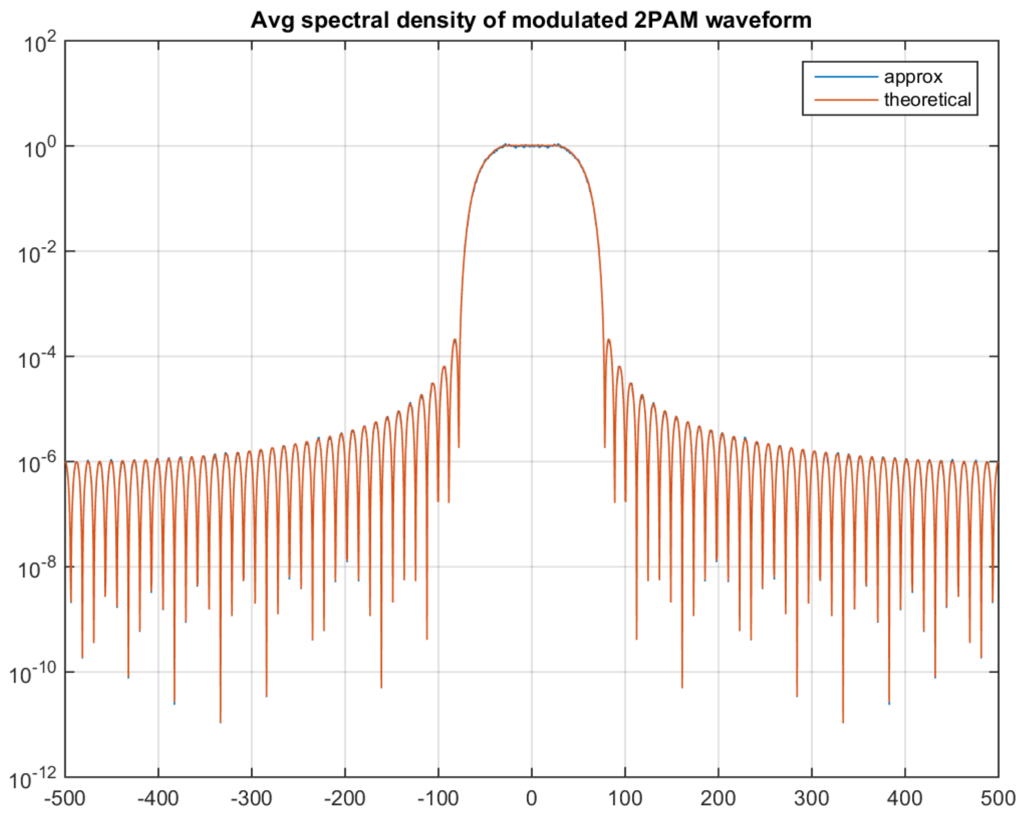

Spectral density of modulated 2PAM waveform instance
10^2
10^0
10^-2
10^-4
10^-6
10^-8
10^-10
10^-12
-500
-400
-300
-200
-100
0
100
200
300
400
500

Αυτό επαναλήφθηκε για διάφορες υλοποιήσεις της ακολουθίας bits έτσι ώστε να έχουμε μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα για το πως είναι ένα περιοδιάγραμμα υλοποιήσεων X(t).

Κατόπιν εκτιμήθηκε η φασματική πυκνότητα ισχύος υπολογίζοντας αριθμητικές μέσες τιμές με K = 500 υλοποιήσεις περιοδιαγραμμάτων και σχεδιάστηκαν σε κοινό semilogy μαζί με την θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος.

Κώδικας Matlab:

```
%approximate spectral density
K=500; %number of experiments
power_fftshift_signal_sum=zeros(2048,1);

for i = 1:K
   b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
   X = bits_to_2PAM(b);
   X_delta = 1/Ts * upsample(X, over);
   X_delta_time = 0:Ts:N*Ts*over-Ts;
   %create signal to be sent by sender
   signal = conv(X_delta,phi)*Ts;
   signal_t = [X_delta_time(1)+t(1):Ts:X_delta_time(end)+t(end)];
   %fft signal

   fftshift_signal = fftshift(fft(signal,Nf)*Ts);
   power_fftshift_signal = abs(fftshift_signal).^2;     % zero-centered power
   power_fftshift_signal_sum=power_fftshift_signal_sum+power_fftshift_signal;

end

%plot spectral density approximation
figure(5)
power_fftshift_signal_sum_normal=power_fftshift_signal_sum/K;
semilogy(freq,power_fftshift_signal_sum_normal)
grid on;
hold on;

%theoretical spectral density according to provided equation
b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
X = bits_to_2PAM(b);
theoretical_spectral_density=((var(X)^2)/T)*power_fftshift_SRRC
semilogy(freq,theoretical_spectral_density)
title('Avg spectral density of modulated 2PAM waveform')
legend('approx','theoretical')
```



Παρατήρηση:

Παρατηρούμε οτι οσο αυξάνεται το K και το N η προσέγγιση πλησιάζει όλο και περισσότερο στη θεωρητική. Αυτο στην περίπτωση του K, επειδή η δημιουργία των συμβόλων ακολούθει στοχαστική κατανομή είναι λογικό όσο παιρνουμε το average πολλών πειραμάτων να συγκλίνουμε ολο και περισσότερο κάπου, στην συγκεκριμένη περίπτωση παρατηρουμε οτι με τη αυξηση του K τα απότομα spikes όλο και μειώνονται κατασταλάζουμε ολο και περισσότερο στο θεωρητικό equivalent. Στην παρούσα περίπτωση η αύξηση του N δεν εμφανίζει κάποια αισθητη διαφορα.

Ερώτημα Α4:

Σε αυτό το ερώτημα προσομοιώθηκε ένα PAM σύστημα βασικής ζώνης, το οποίο μεταφέρει N bits χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 4-PAM. Αρχικά υλοποιήθηκε η συνάρτηση *X = bits_to_4PAM(b)* όπου μετατρέπει τα σύμβολα X με βάση τα δεδομένα που έχει το b.

$$\begin{aligned}00 &\rightarrow +3\\ 01 &\rightarrow +1\\ 10 &\rightarrow -1\\ 11 &\rightarrow -3\end{aligned}$$

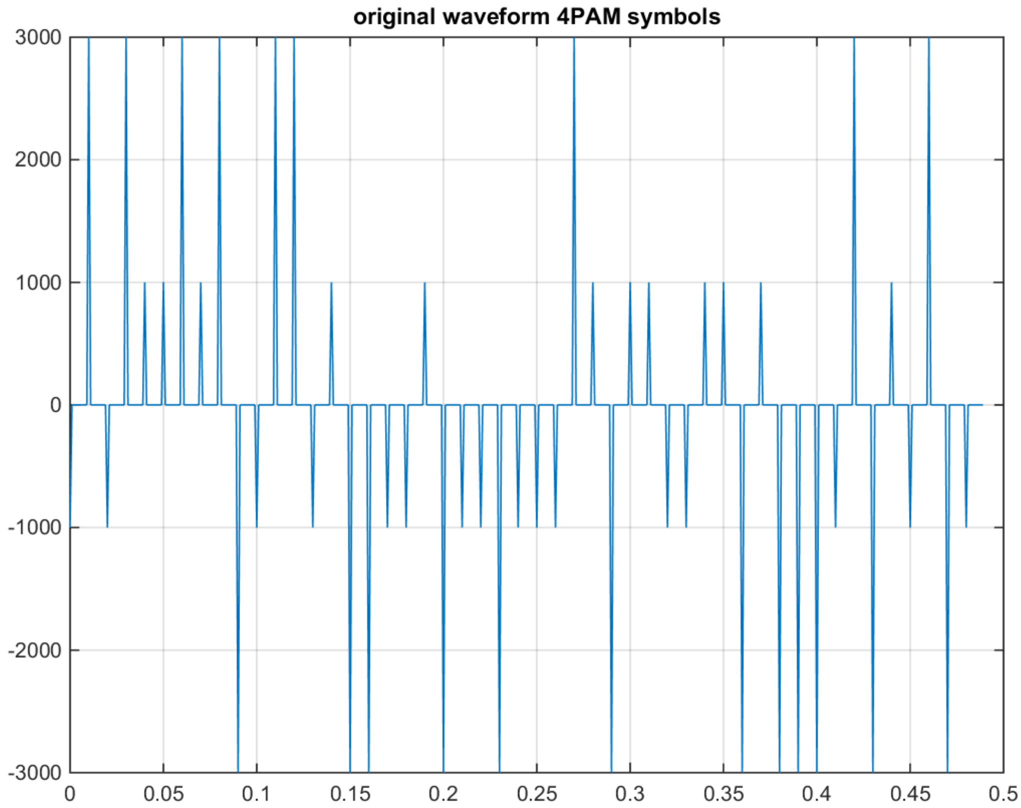
Κώδικας Matlab:

```
function [ output ] = bits_to_4PAM( input )

output=input;
output( output == 1 )=-1;
output( output == 2 )=1;
output( output == 3 )=-3;
output( output == 4 )=3;

end
```

Έπειτα κατασκευάστηκε η κυματομορφή $X(t) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} Xn \times \varphi(t - nT)$ και μέσω της εντολής *X_delta = 1/T_s * upsample(X, over)* σχεδιάστηκε το σήμα X(t).

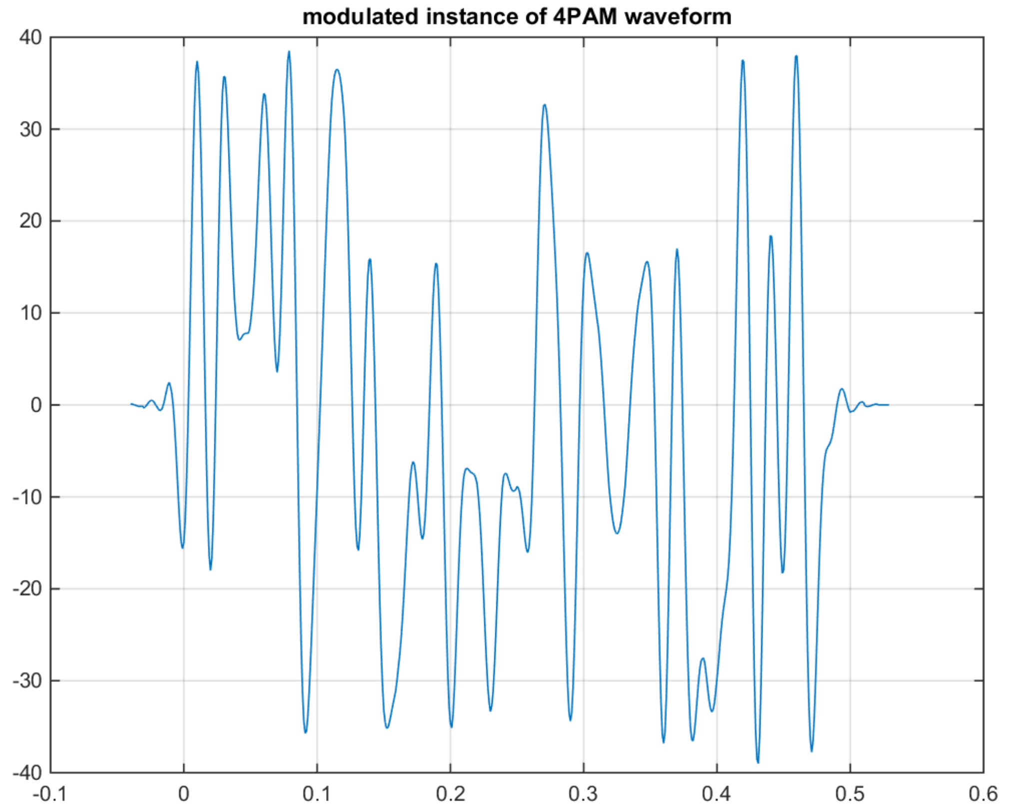
Κώδικας Matlab:

```
N=100;
b = randi(4,(N/2)-1,1); %generate uniformely numbers 1-4
X = bits_to_4PAM(b);
X_delta = 1/Ts * upsample(X, over);
figure(6)
X_delta_time = 0:Ts:((N/2)-1)*Ts*over-Ts;
plot(X_delta_time,X_delta);
grid on;
title('original waveform 4PAM symbols')
```



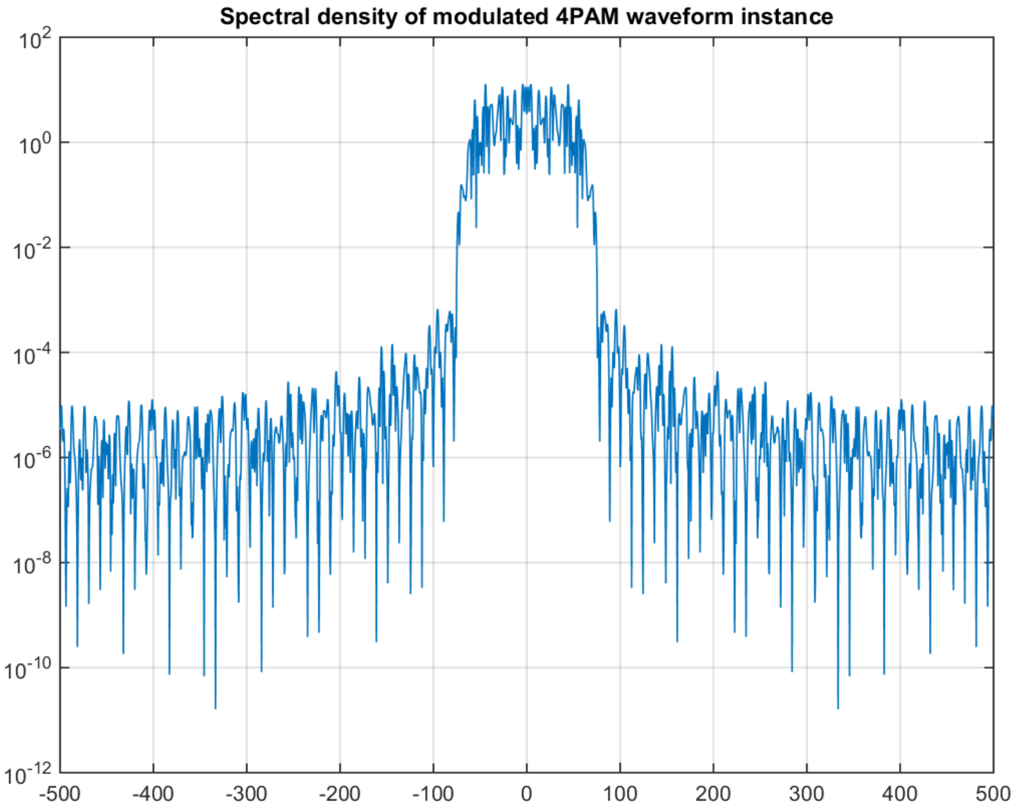
Κώδικας Matlab:

```
%create signal to be sent by sender
signal = conv(X_delta,phi)*Ts;
signal_t = [X_delta_time(1)+t(1):Ts:X_delta_time(end)+t(end)];
figure(7)
plot(signal_t,signal);
grid on;
title('modulated instance of 4PAM waveform')
```



Κώδικας Matlab:

```
%fft signal
figure(8)
fftshift_signal = fftshift(fft(signal,Nf)*Ts);
power_fftshift_signal = (abs(fftshift_signal).^2)/0.5;    % zero-centered
power
semilogy(freq,power_fftshift_signal)
title('Spectral density of modulated 4PAM waveform instance')
grid on;
```

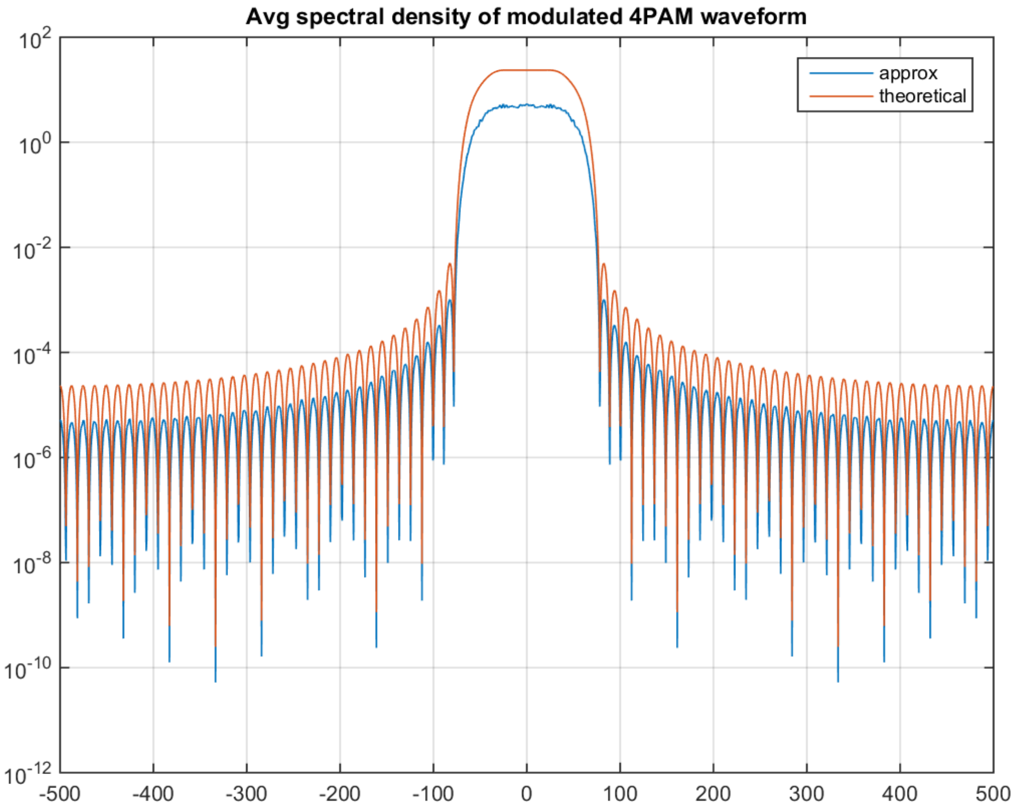


Στην συνέχεια υπολογίστηκε το περιοδιάγραμμα και εκτιμήθηκε η φασματική πυκνότητα ισχύος μέσω αριθμητικων μέσων τιμών K=500 υλοποιήσεων περιοδιαγραμμάτων της X(t) και σχεδιάστηκε η πειραματική και θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος σε κοινό *semilogy.*

Κώδικας Matlab:

```
%approximate spectral density
K=500;
power_fftshift_signal_sum=zeros(2048,1);
for i = 1:K
   b = randi(4,(N/2)-1,1); %generate uniformely numbers 1-4
   X = bits_to_4PAM(b);
   X_delta = 1/Ts * upsample(X, over);
   X_delta_time = 0:Ts:((N/2)-1)*Ts*over-Ts;
   %create signal to be sent by sender
   signal = conv(X_delta,phi)*Ts;
   signal_t = [X_delta_time(1)+t(1):Ts:X_delta_time(end)+t(end)];
   %fft signal

   fftshift_signal = fftshift(fft(signal,Nf)*Ts);
   power_fftshift_signal = (abs(fftshift_signal).^2)/0.5;      % zero-centered
power
   power_fftshift_signal_sum=power_fftshift_signal_sum+power_fftshift_signal;

end
```

```
%plot spectral density approximation
figure(9)
power_fftshift_signal_sum_normal=power_fftshift_signal_sum/K;
semilogy(freq,power_fftshift_signal_sum_normal)
grid on;
hold on;

%theoretical spectral density according to provided equation
b = randi(4,(N/2)-1,1); %generate uniformely numbers 1-4
X = bits_to_4PAM(b);
theoretical_spectral_density=((var(X)^2)/T)*power_fftshift_SRRC
semilogy(freq,theoretical_spectral_density)
title('Avg spectral density of modulated 4PAM waveform')
legend('approx','theoretical')
```



Παρατήρηση:

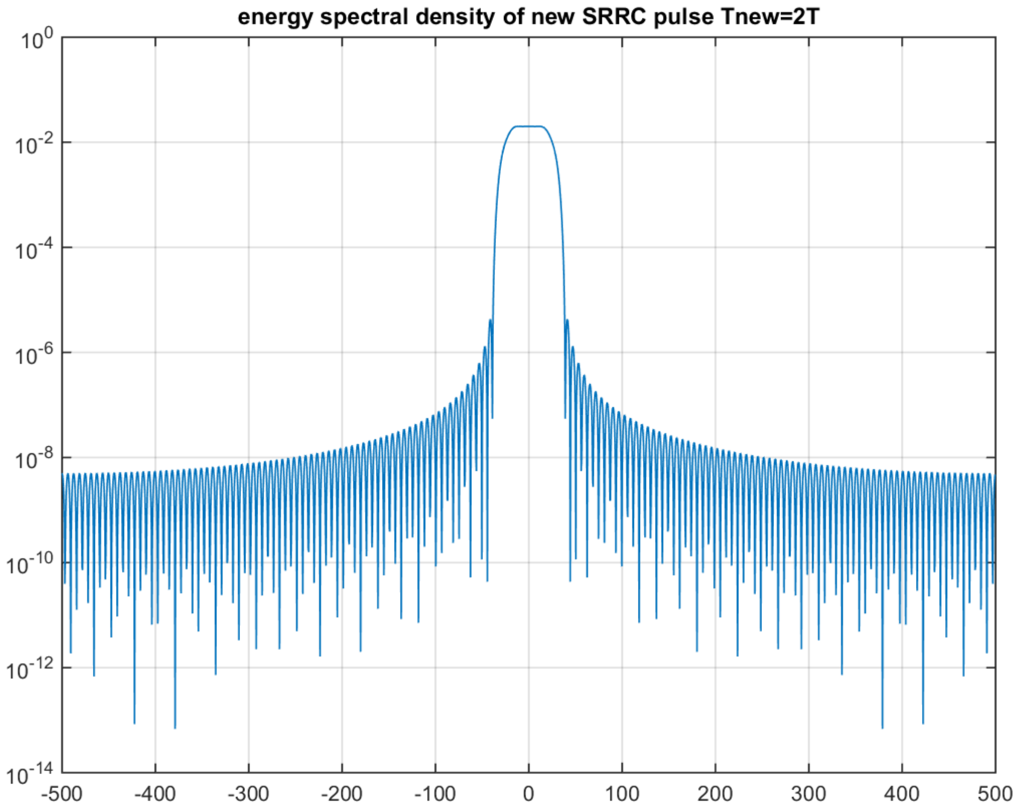
Παρατηρούμε οτι οσο αυξάνεται το K και το N η προσέγγιση πλησιάζει όλο και περισσότερο στη θεωρητική. Στην παρούσα περίπτωση παρατηρούμε μια διαφορά πλάτους της θεωρητικής με την πειραματικη γραφική, παρολα αυτα με την αύξηση του N παρατηρουμε την διαφορά πλάτους να μειώνεται μιας και ολο και περισσότερο πλησιάζουμε το θεωρητικό άπειρο πλήθος συμβόλων.

Ερώτημα Α5:

Σε αυτό το ερώτημα ξανά επαναλήφθηκε το βήμα στο Α3 με διαφορά ότι τέθηκε η περίοδος T' = 2T.

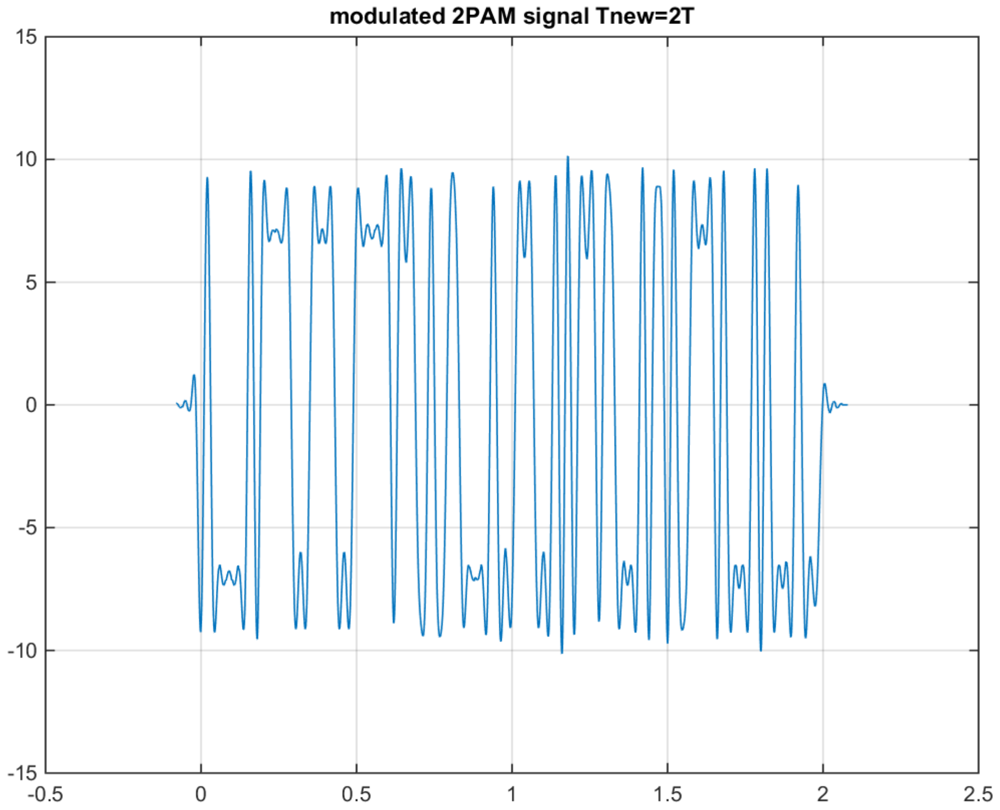
Κώδικας Matlab:

```
%% A5 repeat A3 with over,T *=2
T=0.02;
over=20;
Ts=T/over;
A=4;
a=0.5;

%create SRRC
[phi, t] = srrc_pulse(T, over, A, a);

%FFT SRRC
figure(10)
Nf=2048;
Fs = 1/Ts;                % sampling frequency
freq = (-Fs/2:Fs/Nf:Fs/2-1/Nf); % zero-centered frequency range

%fft SRRC
fftshift_SRRC = fftshift(fft(phi,Nf)*Ts);
power_fftshift_SRRC = abs(fftshift_SRRC).^2;     % zero-centered power
semilogy(freq,power_fftshift_SRRC)
title('energy spectral density of new SRRC pulse Tnew=2T')
grid on;
```



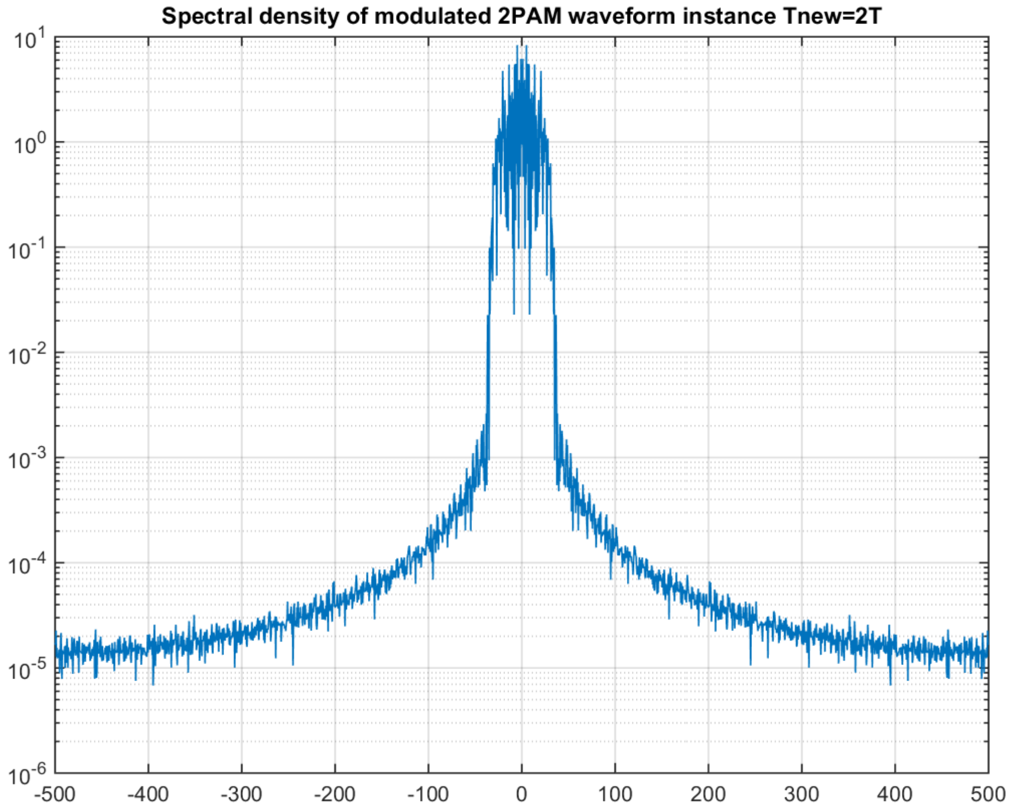
Κώδικας Matlab:

```
%bitstring with new parameters
b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
X = bits_to_2PAM(b);
X_delta = 1/Ts * upsample(X, over);
X_delta_time = 0:Ts:N*Ts*over-Ts;
%create signal to be sent by sender
signal = conv(X_delta,phi)*Ts;
signal_t = [X_delta_time(1)+t(1):Ts:X_delta_time(end)+t(end)];
figure()
plot(signal_t,signal);
grid on;
title('modulated 2PAM signal Tnew=2T')
```



Κώδικας Matlab:

```
%fft signal
figure(12)
fftshift_signal = fftshift(fft(signal,Nf)*Ts);
power_fftshift_signal = abs(fftshift_signal).^2;      % zero-centered power
semilogy(freq,power_fftshift_signal)
title('Spectral density of modulated 2PAM waveform instance Tnew=2T')
grid on;
```

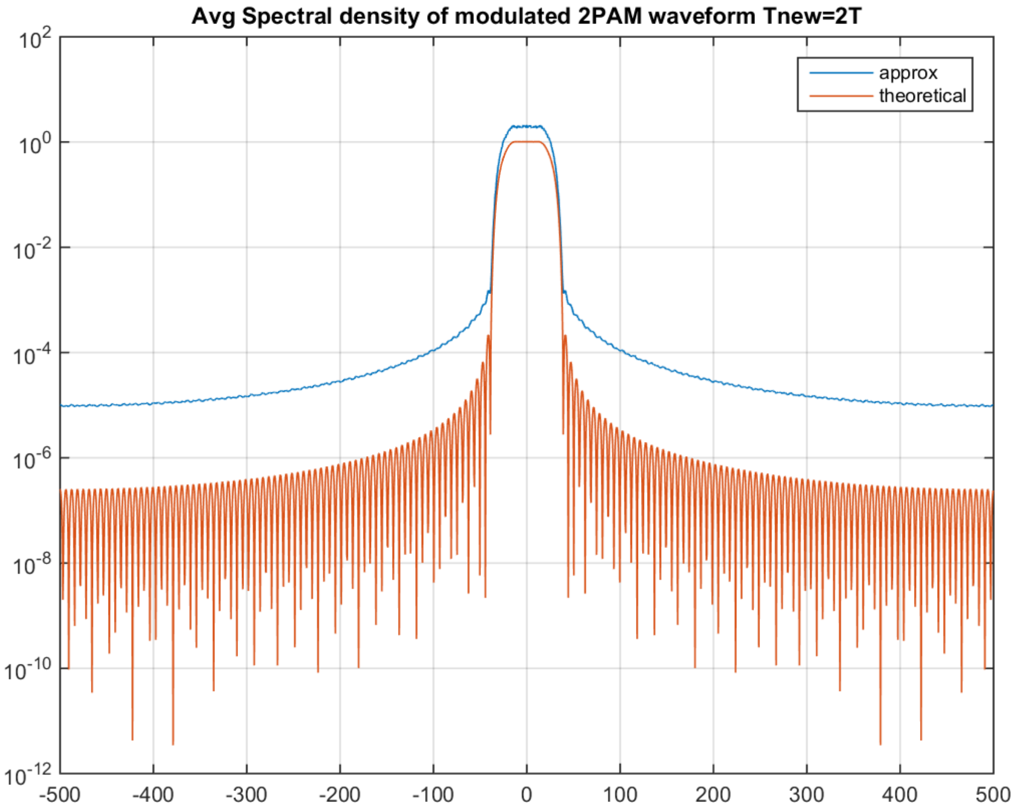


Στην συνέχεια υπολογίστηκε το περιοδιάγραμμα και εκτιμήθηκε η φασματική πυκνότητα ισχύος μέσω αριθμητικων μέσων τιμών K=500 υλοποιήσεων περιοδιαγραμμάτων της X(t) και σχεδιάστηκε η πειραματική και θεωρητική φασματική πυκνότητα ισχύος σε κοινό *semilogy.*

Κώδικας Matlab:

```
%approximate spectral density
K=500;
power_fftshift_signal_sum=zeros(2048,1);
for i = 1:K
   b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
   X = bits_to_2PAM(b);
   X_delta = 1/Ts * upsample(X, over);
   X_delta_time = 0:Ts:N*Ts*over-Ts;
   %create signal to be sent by sender
   signal = conv(X_delta,phi)*Ts;
   signal_t = [X_delta_time(1)+t(1):Ts:X_delta_time(end)+t(end)];
   %fft signal

   fftshift_signal = fftshift(fft(signal,Nf)*Ts);
   power_fftshift_signal = abs(fftshift_signal).^2;      % zero-centered power
   power_fftshift_signal_sum=power_fftshift_signal_sum+power_fftshift_signal;

end
%plot spectral density approximation
```

```
figure(13)
power_fftshift_signal_sum_normal=power_fftshift_signal_sum/K;
semilogy(freq,power_fftshift_signal_sum_normal)
grid on;
hold on;

%theoretical spectral density according to provided equation
b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
X = bits_to_2PAM(b);
theoretical_spectral_density=((var(X)^2)/T)*power_fftshift_SRRC
semilogy(freq,theoretical_spectral_density)
title('Avg Spectral density of modulated 2PAM waveform Tnew=2T')
legend('approx','theoretical')
```



Παρατήρηση:

Παρατηρούμε υποδιπλασιασμό στο πεδίο της συχνότητας κάτι αναμενόμενο εφόσον απλωθήκανε περισσότερο στο πεδίο του χρόνου.

Ερώτημα A6:

Αν θέλαμε να στείλουμε δεδομένα όσο το δυνατόν ταχύτερα έχοντας διαθέσιμο το ίδιο εύρος φάσματος, θα επιλέγαμε 4-PAM γιατι οπως παρατηρησαμε απο την κυματομορφή του πομπου, ο χρονος του σήματος της 4-PAM ήταν μισός απο αυτον της 2-PAM.

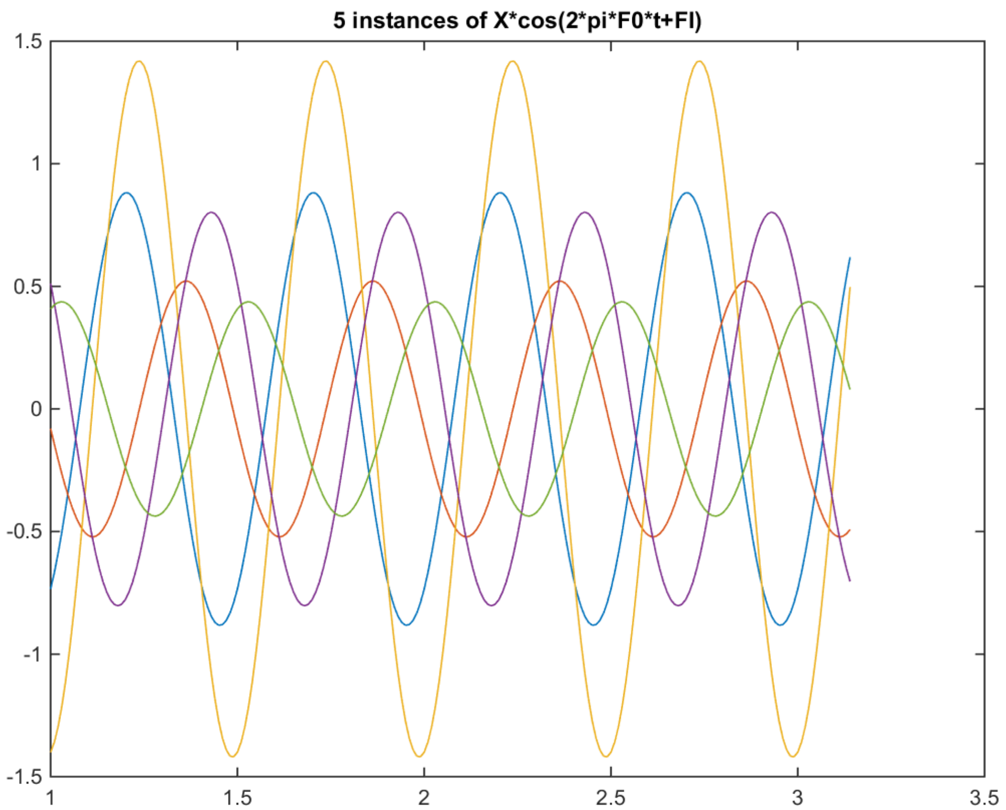
Αν το διαθέσιμο εύρος φάσματος είναι πολύ ακριβό, θα επιλέγαμε περίοδο συμβόλου $T' = 2T$ γιατι οπως παρατηρησαμε και απο το γράφημα του φάσματος συχνοτήτων της $T' = 2T$ επιανε τον μισο χώρο σε σχεση με την T.

Ερώτημα B1:

Στο δεύτερο μέρος της άσκησης μελετήθηκαν οι απλές στοχαστικές διαδικασίες. Ζητήθηκε να σχεδιαστεί σε κοινό γράφημα 5 υλοποιήσεις της $Y(t) = X \times cos(2\pi Fot + \Phi)$.

Κώδικας Matlab:

```
F0=2; %rondomly decided cos frecuency

t=1:0.01:pi; %define time
%plot 5 instances of the given function
figure(24)
for i =1:5
  X= normrnd(0,1) %gaussian distribution (0,1)
  FI= 2*pi*rand(1) %uniform distribution (0,2pi)
  Yt=X*cos(2*pi*F0*t+FI);

  plot(t,Yt)
  hold on;
end
title('5 instances of X*cos(2*pi*F0*t+FI)')
```



Ερώτημα Β2:

Έπειτα υλοποιήθηκαν σε ποσότητες $E[Y(t)]$ και $R_{YY}(t + \tau, t) = E[Y(T + \tau) \times Y(t)]$

$E[Y(t)] = E[Xcos(2\pi Fot + \Phi)] = E[X]E[cos(2\pi Fot + \Phi)]0$
$E[X] = 0 \ => E[Y(t)] = 0$

$R_{YY}(t + \tau, t) = E[Y(T + \tau) \times Y(t)] = \mathrm{E}[X^2 cos(2\pi Fo(t + \tau) + \Phi)cos(2\pi Fot + \Phi)]$

$R_{YY}(t + \tau, t) = \mathrm{E}[X^2]E[cos(2\pi Fo(t + \tau) + \Phi)cos(2\pi Fot + \Phi)]$
$\mathrm{E}[X^2] = var(X) + E[X]^2 = 1$

$R_{YY}(t + \tau, t) = E[cos(2\pi Fo(t + \tau) + \Phi)cos(2\pi Fot + \Phi)]$
$R_{YY}(t + \tau, t) = 0.5E[cos(2\pi Fo(2t + \tau) + 2\Phi)] + 0.5E[cos(2\pi Fo\tau)]$
$R_{YY}(t + \tau, t) = 0.5\int_0^{2\pi} cos(2\pi Fo(2t + \tau) + 2\Phi)\frac{d\varphi}{2\pi} + 0.5cos(2\pi Fo\tau)$
$R_{YY}(t + \tau, t) =- 0.5sin(2\pi Fo(2t + \tau) + 2\pi) + 0.5sin(2\pi Fo(2t + \tau)) + 0.5cos(2\pi Fo\tau$
$)$

Ερώτημα Β3:

Τέλος υπολογίστηκε η φασματική πυκνότητα ισχύος, $S_Y(F)$.

Κώδικας Matlab:

```
%power spectral density
T=1/100;
K=500; %number of experiments
power_fftshift_signal_sum=zeros(1,2048);
for i = 1:K
   X= normrnd(0,1) %gaussian distribution (0,1)
   FI= 2*pi*rand(1) %uniform distribution (0,2pi)
   Yt=X*cos(2*pi*F0*t+FI);
   %fft signal

   fftshift_signal = fftshift(fft(Yt,2048));
   power_fftshift_signal = abs(fftshift_signal).^2;      % zero-centered power
   power_fftshift_signal_sum=power_fftshift_signal_sum+power_fftshift_signal;
%add up all waveforms

end
```

```
figure(25)
power_fftshift_signal_sum_normal=power_fftshift_signal_sum/K; %divide by K to
normalize
Fs=1/T
t_S=-Fs/2:Fs/2048:Fs/2-Fs/2048;
plot(t_S,power_fftshift_signal_sum_normal)
title('Spectral density of Sy(F)')
grid on;
```