Exercice 16 (Initialisation à l'aide de variables artificielles)

On souhaite résoudre le problème (P) suivant :

$$\begin{array}{rcl} \text{Max } 6x_1 + 5x_2 & & \\ 2x_1 + x_2 & \leq & 90 \\ 3x_1 + x_2 & \geq & 60 \\ 3x_1 + 6x_2 & \geq & 180 \\ 2x_1 + 2x_2 & \leq & 140 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Q 16.1 En introduisant des variables artificielles, formuler un programme linéaire (P') qui permette de trouver un sommet réalisable des contraintes de (P). En déduire la base associée à ce sommet et le tableau du simplexe associé.

Forme standard : $\max 6x_1 + 5x_2$.

$$\text{s.c.} \begin{cases} 2x_1 + x_2 + e_1 = 90 \\ 3x_1 + x_2 - e_2 = 60 \\ 3x_1 + 6x_2 - e_3 = 180 \\ 2x_1 + 2x_2 + e_4 = 140 \\ x_i, e_j \geq 0 \end{cases}$$

Phase I : on ajoute 2 variables artificielles a_1, a_2.

$\text{Min } z = a_1 + a_2$.

$$\text{s.c.} \begin{cases} 2x_1 + x_2 + e_1 = 90 \\ 3x_1 + x_2 - e_2 + a_1 = 60 \\ 3x_1 + 6x_2 - e_3 + a_2 = 180 \\ 2x_1 + 2x_2 + e_4 = 140 \\ x_i, e_j \geq 0 \end{cases}$$

Résolut° de la phase I (avec la méthode des tableaux)

$B = \{e_1, a_1, a_2, e_4\}$ $HB = \{e_2, e_3\}$

	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	e_4	a_1	a_2	
e_1	2	1	1	0	0	0	0	0	90
a_1	3	1	0	-1	0	0	1	0	60
a_2	3	6	0	0	-1	0	0	1	180
e_4	2	2	0	0	0	1	0	0	140
	-6	-7	0	1	1	0	0	0	-240

↑ plus petit

$z = a_1 + a_2$

$= 60 + e_2 - x_2 - 3x_1 + 180 + e_3 - 3x_1 - 6x_2$

$= -6x_1 - 7x_2 + e_2 + e_3 + 240$

x_2 entre la base $\text{Min}\{90, 60, 180/6, 140/2\} = 180/6$ a_2 sort.

	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	e_4	a_1	a_2		
e_1	$3/2$	0	1	0	$1/6$	0	0	$-1/6$	60	$-a_2/6$
a_1	$5/2$	0	0	-1	$1/6$	0	1	$-1/6$	30	$-a_2/6$
x_2	$1/2$	1	0	0	$-1/6$	0	0	$1/6$	30	$a_2/6$
e_4	1	0	0	0	$1/3$	1	0	$-1/3$	80	$-a_2/3$
	$-5/2$	0	0	0	$-1/6$	0	0	$7/6$	-30	

↑ x_1 entre en base. Min. $\{60/\tfrac{3}{2}, 30/\tfrac{5}{2}, 30/\tfrac{1}{2}, 80/1\} \Rightarrow a_1$ sort.

	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	e_4	~~a_1~~	~~a_2~~		
e_1	0	0	1	$\frac{3}{5}$	$1/15$	0	$-\frac{3}{5}$	$-2/30$	42	$e_1 - \frac{3}{2} x_1$
x_1	1	0	0	$-2/5$	$\frac{1}{15}$	0	$\frac{2}{5}$	$-1/15$	12	$\frac{2}{5} a_1$
x_2	0	1	0	$1/5$	$-6/30$	0	$-1/5$	$6/30$	24	
e_4	0	0	0	$2/5$	$8/30$	1	$-2/5$	$-8/30$	68	
	0	0	0	0	0	0	1	1	0	

L'opt vaut 0. a_1, a_2 sont hors base.

→ on a trouvé une base réalisable du pb de départ $\{e_1, x_1, x_2, e_4\}$

* on peut faire la phase II.

	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	e_4	
e_1	0	0	1	$\frac{3}{5}$	$1/15$	0	42
a_1	1	0	0	$-2/5$	$\frac{1}{15}$	0	12
a_2	0	1	0	$1/5$	$-6/30$	0	24
e_4	0	0	0	$2/5$	$8/30$	1	68
	0	0	0	$7/5$	$4/5$	0	-192

$W = 6x_1 + 5x_2$

$= 72 + 12/5\, e_2 - 2/5\, e_3 +$

$120 - e_2 + 6/5\, e_3$

$= 192 + 7/5\, e_2 + 4/5\, e_3$

Ex 19.

On considère le programme linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \text{Max } z = x_1 + 4x_2 \\ x_1 - x_2 \le 2 \\ 2x_1 + x_2 \le 5 \\ x_2 \le 3 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

Q 19.1 En utilisant la deuxième contrainte, montrer que 20 est une borne supérieure de la solution optimale.

Q 19.2 En utilisant une combinaison linéaire de la première et la troisième contrainte, montrer que 17 est une borne supérieure de la solution optimale.

Q 19.3 En utilisant une combinaison linéaire de la deuxième et la troisième contrainte, montrer que 13 est une borne supérieure de la solution optimale. Proposer une solution admissible de même valeur. Conclusion ?

①. Soit (x_1, x_2) une solut° réalisable de P.

(2) $\times 4$. $\quad 8x_1 + 4x_2 \le 20$.

$z = x_1 + 4x_2 \underset{\text{car } x_1, x_2 \ge 0.}{\le} 8x_1 + 4x_2 \le 20 \iff z \le 20$.

②. Soit (x_1, x_2) . . . . $\quad (1) + 5(3) \quad x_1 + 4x_2 \le 17$.

$opt(P) \le 17$.

③. Soit (x_1, x_2) - - - $\quad \frac{1}{2}(2) + \frac{7}{2}(3) \quad x_1 + 4x_2 \le 13 \quad opt(P) \le 13$

Or $(1,3)$ est de valeur 13. C'est une solut° opt $\leftarrow$ réalisable.

$x_1 - x_2 \le 2 \quad y_1 \ge 0.$

$2x_1 + x_2 \le 5. \quad y_2 \ge 0$

$x_3 \le 3. \quad y_3 \ge 0.$

si $1 \underset{x_1 \ge 0.}{\le} y_1 + 2y_2$ et $4 \underset{x_2 \ge 0.}{\le} -y_1 + y_2 + y_3$.

alors. $x_1 \ge 0$ donc $x_1 \le (y_1 + 2y_2)x_1$.

$x_2 \ge 0$ donc $4x_2 \le (-y_1 + y_2 + y_3)x_2$.

on veut mq $\quad z = x_1 + 4x_2 \le (y_1 + 2y_2)x_1 + (-y_1 + y_2 + y_3)x_2 \le 2y_1 + 5y_2 + 3y_3$

ep. $y_1 = 1 \quad y_2 = 0. \quad y_3 = 5. \quad x_1 + 4x_2 \le 17.$

si $y_1, y_2, y_3 \ge 0.$
$$\begin{cases} 1 \le y_1 + 2y_2 \\ 4 \le -y_1 + y_2 + y_3 \end{cases}$$
alors $z = x_1 + 4x_2 \le \underbrace{2y_1 + 5y_2 + 3y_3}_{\text{majorant obtenu.}}$

Pour obtenir le "meilleur" majorant possible : choisir y_1, y_2, y_3 minimisant $z = 2y_1 + 5y_2 + 3y_3$

$\rightarrow$ Min $w = 2y_1 + 5y_2 + 3y_3$

D. $\quad$ s.c. $\begin{cases} y_1 + 2y_2 \ge 1. \\ -y_1 + y_2 + y_3 \ge 4. \\ y_1, y_2, y_3 \ge 0. \end{cases}$ $\quad$ dual de (P).

Ex 20.

Pour obtenir le dual d'un PL général (dans le cas d'une maximisation), on cherche une combinaison "légale" des contraintes du problème afin d'obtenir une nouvelle contrainte valide majorant terme à terme la fonction objectif du programme.

Q 20.1 Définir les multiplicateurs y_i légaux dans les cas suivants :

$$\begin{array}{lrcll} i) & a_{i1}x_1 + \ldots + a_{in}x_n & \leq & b_i & \times y_i \\ ii) & a_{i1}x_1 + \ldots + a_{in}x_n & = & b_i & \times y_i \\ iii) & a_{i1}x_1 + \ldots + a_{in}x_n & \geq & b_i & \times y_i \end{array}$$

Q 20.2 Dans les cas suivants, définir les contraintes assurant que la combinaison des contraintes du problèmes conduit à une majoration terme à terme (c.à.d. $c_jx_j \leq (\sum_{i=1}^m y_ia_{ij})x_j$ ou $c_jx_j = (\sum_{i=1}^m y_ia_{ij})x_j$) de la fonction objectif : *i)* $x_j \geq 0$, *ii)* $x_j \in \mathbb{R}$, *iii)* $x_j \leq 0$.

$$\begin{array}{rll} \text{Max } 4x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 & & \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq -5 & & y_1 \leq \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_4 \leq 1 & & y_2 \geq \\ 4x_1 - x_3 - x_4 = 4 & & y_3 \\ 2x_3 + 3x_4 \geq 5 & & y_4 \leq \\ x_1 \geq 0, x_2 \in \mathbb{R}, x_3 \leq 0, x_4 \geq 0 & & \end{array}$$

$4x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 \leq x_1(y_1 - y_2 + 4y_3) + x_2(-y_1 + 2y_2) + x_3(2y_1 - y_3 + 2y_4) + x_4(-2y_2 - y_3 + 3y_4) \leq -5y_1 + y_2 + 4y_3 + 5y_4$

car A. B. C. E.

A.

- $x_1 \geq 0$. Donc $\boxed{4 \leq y_1 - y_2 + 4y_3}$ alors $4x_1 \leq (y_1 - y_2 + 4y_3)x_1$

B

- x_2 pas contrainte de signe. $\boxed{-2 = -y_1 + 2y_2}$ alors $-2x_2 \leq (-y_1 + 2y_2)x_2$.
- $x_3 \leq 0$. Donc si $1 \geq 2y_1 - y_3 + 2y_4$ C. alors $x_3 \leq (2y_1 - y_3 + 2y_4)x_3$.
- $x_4 \geq 0$ Donc $-3 \leq -2y_1 - y_3 + 3y_4$ E alors $-3x_4 \leq (-2y_1 - y_3 + 3y_4)x_4$.

si $y_1 \leq 0$ $y_2 \geq 0$ $y_3 \in \mathbb{R}$ $y_4 \leq 0$. A. B. C. E

alors $\forall$ solut° réalisable de P $z \leq -5y_1 + y_2 + 4y_3 + 5y_4$

Pour trouver le meilleur majorant.

$$D. \left\{ \begin{array}{l} \text{Min. } w = -5y_1 + y_2 + 4y_3 + 5y_4 \\ \text{S.C.} \left\{ \begin{array}{l} y_1 - y_2 + 4y_3 \geq 4 \\ -y_1 + 2y_2 = -2 \\ 2y_1 - y_3 + 2y_4 \leq 1 \\ -2y_2 - y_3 + 3y_4 \geq -3 \\ y_1 \leq 0 \quad y_2 \geq 0 \quad y_3 \in \mathbb{R} \quad y_4 \leq 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$(P) : \left\{ \begin{array}{l} \max z \\ \ldots \end{array} \right.$ $\qquad D : \left\{ \begin{array}{l} \min w = \ldots \\ \ldots \end{array} \right.$

x : réalisable de (P) $\qquad z(x) \leq w(y)$.

y : ... D

→ Si $z(x) = w(y)$ alors x et y sont optimales de (P) et (D)

Ex21.

Un restaurateur désire fleurir son restaurant ; il veut disposer d'au moins 140 roses, 160 lys et 48 renoncules. Il s'adresse pour cela au fleuriste "Aurore boréale" qui propose trois types de bouquets, intitulés Fanny, Automne et Espérance :

	roses	lys	renoncules	*prix*
Fanny	5	10	0	10
Automne	0	16	10	13
Espérance	10	0	8	14

Le restaurateur va donc essayer de minimiser le coût total de son achat.

Q 21.1 Poser le problème sous forme d'un programme linéaire (on supposera les bouquets fractionnables).

Q 21.2 Un fleuriste "Le Jardin d'Eden" se propose de s'installer à proximité et de proposer des fleurs à l'unité. Quel programme linéaire doit-on résoudre pour déterminer les prix auxquels le fleuriste doit vendre ses fleurs pour concurrencer "Aurore boréale" (auprès du restaurateur) tout en faisant un bénéfice maximal ? Que reconnaît-on ?

Q 21.3 Vérifier que (1, 0, 0) est une solution réalisable du dual. En déduire une borne inférieure sur la valeur optimale du primal.

①. Variables : x_i nb de bouquets de type i achetés.

(P). Min. $10x_1 + 13x_2 + 14x_3$. Coût total de l'achat.

$$\text{s.c.} \begin{cases} 5x_1 + 10x_3 \geq 140 \\ 10x_1 + 16x_2 \geq 160 \\ 10x_2 + 8x_3 \geq 48 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

② Variables : y_1, y_2, y_3 le prix de chacun de fleur.

D. Max $140y_1 + 160y_2 + 48y_3$. (benefice s'il a capté tout le marché)

$$\text{s.c.} \begin{cases} 5y_1 + 10y_2 \leq 10 \\ 16y_2 + 10y_3 \leq 13 \\ 10y_1 + 8y_3 \leq 14 \\ y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \end{cases}$$

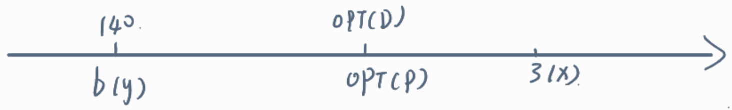
D est le programme dual de P.

3. la valeur de n'import quelle solut° réalisable de D est un minorant de OPT(P)

(1, 0, 0) est une solut° réalisable de D.

le bénéfice associé est 140. Donc opt(P) ≥ 140.

Rp.



(P). min x réalisable de P.

D. max y réalisable de D.

OPT(P) = OPT(D)

Ex22.

Soit $\mathcal{P}$ le programme linéaire suivant :

$$\max z = 3x_1 - x_2 - x_3$$

$$\text{s.c.} \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 40 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 30 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Q 22.1 En vous servant des contraintes de $\mathcal{P}$, exprimer x_1, x_2 en fonction de x_3 puis z en fonction de x_3 et en déduire la solution optimale de $\mathcal{P}$.

Q 22.2 On considère une version modifiée de $\mathcal{P}$ notée $\mathcal{P}(\lambda)$ dans laquelle la fonction objectif est désormais $\max z = 3x_1 - \lambda x_2 - x_3$ où λ est un réel positif ou nul. Pour quelles valeurs de λ la solution optimale de $\mathcal{P}$ est optimale pour $\mathcal{P}(\lambda)$.

Q 22.3 On revient au problème intial $\mathcal{P}$. Ecrire le dual $\mathcal{D}$ de $\mathcal{P}$ et le résoudre graphiquement.

①. $(1) - 4(2)$ $\quad -10x_2 - 3x_3 = -80. \Rightarrow x_2 = 8 - 3/10\, x_3$

$4x_1 + 16 + 6/10\, x_3 + x_3 = 40 \Rightarrow 4x_1 + 4/10\, x_3 = 24 \Rightarrow x_1 = 6 - 1/10\, x_3$

$z = 18 - 3/10\, x_3 - 8 + 3/10\, x_3 - x_3 = 10 - x_3$

Solut° opt : $(6, 8, 0)$ $z = 10$.

②.

	x_1	x_2	x_3	
x_1	1	0	1/10	6
x_2	0	1	3/10	8
	0	0	−1	−10.

$P(\lambda) \Rightarrow \begin{cases} \text{Max } z(\lambda) = 3x_1 - \lambda x_2 - x_3 \\ \text{s.c.} \begin{cases} \end{cases} \end{cases}$

$z(\lambda) = 18 - 3/10\, x_3 - 8\lambda + 3/10\, x_3 - x_3$

$= 18 - 8\lambda + x_3 \left(\frac{3\lambda - 3}{10} - 1 \right)$

$$\begin{cases} \text{Max } z(\lambda) = 18 - 8\lambda + x_3 \left(\frac{3\lambda - 3}{10} - 1 \right) \\ \text{s.c.} \begin{cases} x_1 + 1/10\, x_3 = 6 \\ x_2 + 3/10\, x_3 = 8 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \end{cases} \end{cases}$$

$(6. 8. 0)$ de valeur $18 - 8\lambda$.

* Si $\frac{3\lambda - 3}{10} - 1 \leq 0$. $\quad z \leq 18 - 8\lambda$ $(x_3 \geq 0)$ donc $(6. 8. 0)$ est optimale

↪ $\lambda \leq 13/3$.

* Si > 0. Toute solut° avec $x_3 > 0$ est de valeur strictment meilleure que $18 - 8\lambda \rightarrow (6. 8. 0)$ n'est pas opt (ep. $x_3 = 10$ $x_1 = 5$ $x_2 = 5$)

$(6. 8. 0)$ opt $\Leftrightarrow \lambda \in [0, 13/3]$

	x_1	x_2	x_3	
x_1	1	0	1/10	6
x_2	0	1	3/10	8
	0	0	$\frac{3\lambda-3}{10} - 1$	$8\lambda - 10$.

↓ ≤ 0 algo terminé

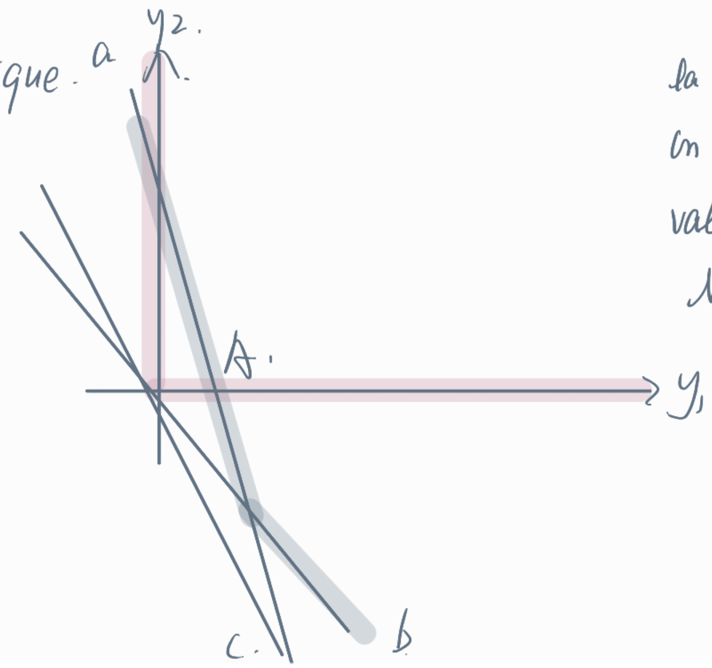
> 0 pas de dégénerescence, la f° obj va croître en continuant

(D).

$$\begin{cases} \text{Min } W = 40y_1 + 30y_2 \\ \text{s.c.} \begin{cases} 4y_1 + y_2 \geq 3 & i \\ 2y_1 + 3y_2 \geq -1 & ii \\ y_1 + y_2 \geq -1 & iii \\ y_1, y_2 \in \mathbb{R} \end{cases} \end{cases}$$

$\rightarrow$ pas contrainte de signe car égalité en P.

Resolut° graphique.



la solut° opt est à $a \cap b$.
On trouve $y_1^* = 1$ $y_2^* = -1$. de valeur 10. m̂ valeur que dans q°.
Normal $opt(D) = opt(P)$

Q 22.4 On relâche les deux contraintes de $\mathcal{P}$ en contraintes de type inférieur, c'est-à-dire qu'on remplace les contraintes par $4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 40$ et $x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 30$. En vous servant de la dualité, déterminer quelle amélioration de la fonction objectif obtient-on suite à cette relaxation (on ne demande pas de déterminer la solution optimale du primal ainsi relaxé).

P'.

$$\max z = 3x_1 - x_2 - x_3$$

$$\text{s.c.} \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leqslant 40 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 \leqslant 30 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

D'.

$$\text{Min } W = 40y_1 + 30y_2$$

$$\text{s.c.} \begin{cases} 4y_1 + y_2 \geq 3 \\ 2y_1 + 3y_2 \geq -1 \\ y_1 + y_2 \geq -1 \end{cases}$$

$$y_1 \geq 0 \quad y_2 \geq 0.$$

La solut° opt de D' est au point A avec $y_2 = 0$. et $4y_1 + y_3 = 3$. ($y_1 = 3/4$, $y_2 = 0$) de valeur 30
$OPT(D') = 30 = OPT(P')$

Rq. On peut facilement calculer une solut° opt de P' avec le Th. des écarts complémentaires

Ex17.

$$\max z = x_1 - x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3 \\ -x_1 + 3x_2 \leq -4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

On souhaite résoudre le problème $\mathcal{P}$ par la méthode du simplexe en initialisant l'algorithme par la méthode des pénalités. Soit $\mathcal{P}_M$ le problème avec objectif pénalisé associé à $\mathcal{P}$. Déterminer la ou les solutions de $\mathcal{P}_M$ et en déduire la ou les solutions de $\mathcal{P}$.

forme standard: $\text{Max } z = x_1 - x_2$.

$$\begin{cases} \text{s.c. } x_1 + x_2 + e_1 = 3. \\ -x_1 + 3x_2 + e_2 = -4. \\ x_i.\ e_i \geq 0. \end{cases}$$

on peut multiplie par -1 pour avoir un 2nd membre ≥ 0.

On ajoute une variable artificielle a.

$\text{Max } z = x_1 - x_2 - Ma$. $\xrightarrow{}$ valeur très grand

s.c. $x_1 + x_2 + e_1 = 3$.
$-x_1 + 3x_2 + e_2 + a_2 = -4$.
$x_i.\ e_i \geq 0$.

ex16. phase 1

Résoudre cela: si on sort de la base. : ok: $a = 0$. on supprime a et on continue
si on a une sol opt avec $a > 0$: pas de solut° au pb.

Ex23.

On considère le programme linéaire $\mathcal{P}$ suivant :

$$\min z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1000 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 1500 \end{cases}$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Q 23.1 Mettre le problème sous forme canonique et montrer que la solution $(x_1, x_2, x_3) = (0, 300, 400)$ correspond à un sommet réalisable du polyèdre des contraintes de $\mathcal{P}$.

Q 23.2 Ecrire le dual $\mathcal{D}$ du problème $\mathcal{P}$ et faire une résolution graphique de $\mathcal{D}$ (on précisera les valeurs de la solution optimale de $\mathcal{D}$ et de la fonction objectif à l'optimum). En déduire une solution optimale de $\mathcal{P}$.

Q 23.3 On modifie le second membre $(1000, 1500)$ en $(1500, 1000)$. Déterminer l'impact de cette modification sur la valeur de la fonction objectif du primal à l'optimum.

①. Forme standard. 2 v. d'écart e_1 et e_2.

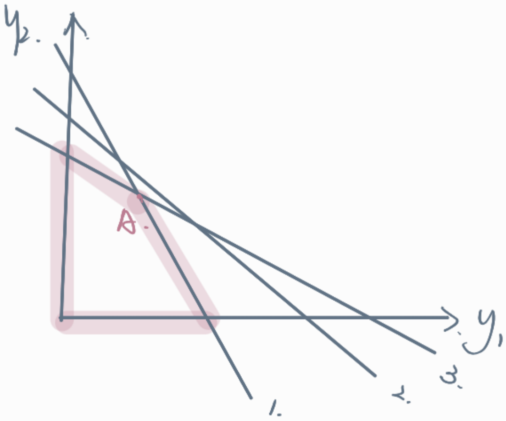
$$P' \begin{cases} \text{Min } z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ \text{s.c.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - e_1 = 1000 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - e_2 = 1500 \\ x_i, e_j \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

$x_1 = 0$. $x_2 = 300$ $x_3 = 400$. $e_1 = 0$ $e_2 = 0$. Solut° relative à la base $B = \{x_2, x_3\}$ de valeur 2200

Soit D le dual de P.

$$\text{Max } w = 1000 y_1 + 1500 y_2$$
$$\text{s.c.} \begin{cases} y_1 + 2y_2 \leq 3 \\ 2y_1 + y_2 \leq 2 \\ y_1 + 3y_2 \leq 4 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

→ on regarde contraintes de (P)



la solut° opt est au point A.

$$\begin{cases} 2y_1^* + y_2^* = 2 \\ y_1^* + 3y_2^* = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} y_2^* = 6/5 \\ y_1^* = 2/5 \end{cases}$$

OPT(D) = 2200. Donc OPT(P) = 2200. et aussi (0, 300, 400) opt de P.

③. $P_2 \begin{cases} \text{Min } z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ \text{s.c.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 1500 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 1000 \\ x_i \geq 0 \end{cases} \end{cases}$ $\quad D_2 \begin{cases} \text{Max } w = 1500 y_1 + 1000 y_2 \\ \text{s.c.} \begin{cases} y_1 + 2y_2 \leq 3 \\ 2y_1 + y_2 \leq 2 \\ y_1 + 3y_2 \leq 4 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$

Regarder dans le dual D_2 de P_2

A est egale sol° opt de D_2 de valeur 600 + 1200 = 1800

Ainsi OPT(P_2) = OPT(D_2) = 1800

Perte de 400 par rapport à P_1