logique épistémique

$\swarrow$ p est vrai qu'on le sait

Savoir si p $\equiv Kp \vee K\neg p \leftarrow$ savoir que non p.

Savoir lequel parmi a, b, c $\equiv Ka \vee Kb \vee Kc$.

Ne pas savoir si p $\equiv \neg(Kp \vee K\neg p) \equiv \boxed{\neg Kp \wedge \neg K\neg p}$.

croire possiple que p et croire possible que $\neg p$ $\quad \parallel$

$$Bp \wedge B\neg p \equiv \neg K\neg p \wedge \neg K\neg\neg p \equiv \boxed{\neg Kp \wedge \neg K\neg p}$$

(loi de Morgan pour K) : $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$

$\neg Kp \equiv B\neg p \rightarrow \neg K\neg p \equiv Bp$ et $\neg B\neg p \equiv Kp$

Savoir que je ne sais pas p $\quad$ ne pas savoir (que) p

$$K\neg Kp \Longleftrightarrow \neg Kp.$$

$\Box\neg\Box p \Leftarrow \neg\Box p$.

$\Box\Diamond\varphi \Leftrightarrow \Diamond\varphi$

$\Leftarrow$ Axime 5 : $\Diamond\varphi \Rightarrow \Box\Diamond\varphi$

$\neg\Box\neg\neg\varphi \quad \Box\neg\Box\neg\neg\varphi$.

$$\boxed{\neg K\psi \Rightarrow K\neg K\psi.}$$

4 : $K\varphi \Rightarrow KK\varphi$.

$\longrightarrow$ direct par axiome 5.

$\Rightarrow$. Si $\varphi = \neg Kp$. cela s'écrit $K\varphi \Rightarrow \varphi$.

$\hookrightarrow$ direct par axime T.

Ex2. · e : le resultat de l'élection (le candidat untel a gagné).

· r : Charlotte a écouté la radio

· a : Charlotte a appelé Asma.

A.
B.
C.

* $K_C(K_A e \vee \boxed{K_B e})$ $\quad K_B^{el.}$

* $B_A K_C K_B e \equiv \neg K_A \neg K_C K_B e$

* $K_B K_A \neg K_B e$

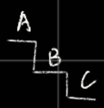
* $K_B((r \wedge a) \rightarrow K_C e)$.

e_1 : le candidat 1 a gagné

e_2 . - - $\quad$ 2 . - - -.

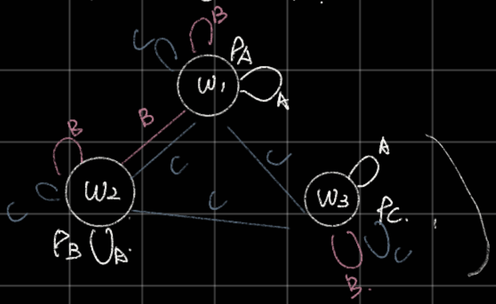
$$K^{el} \equiv Ke_1 \vee Ke_2.$$

Ex4.



p_A p_B p_C.

*

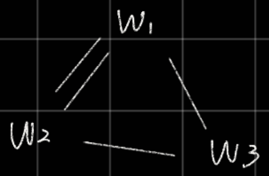


R_A — $\{w_1\} \mid \{w_2\} \mid \{w_3\}$

R_B — $\{w_1, w_2\} \mid \{w_3\}$

R_C — $\{w_1, w_2, w_3\}$.

les relations reflexives seront implicite sur un schéma (axio T)



* Mq A peut tjs savoir si elle a le papillon sur la tê

$\overset{si}{K_A}\ p_A$ $\quad K_A p_A \vee K_A \neg p_A$.

$$\mathcal{M} \models \underbrace{K_A p_A}_{\text{vrai dans } w_1} \vee \underbrace{K_A \neg p_A}_{\text{vrai dans } w_2,\, w_3.}$$

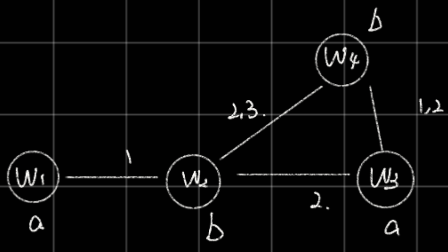
*

- $\mathcal{M} \models \neg K_C p_C \wedge \neg K_C \neg p_C$
- $(K_C p_C \vee K_C \neg p_C)_B$ insatisfiable dans $\mathcal{M}$

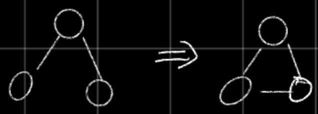
$K_C(p_A \vee p_B \vee p_C)$ ok.

$\mathcal{M}, w_1 \models K_C \varphi \iff \mathcal{M}, w_1 \models \varphi$
et $\mathcal{M}, w_2 \models \varphi$
et $\mathcal{M}, w_3 \models \varphi$

Ex3.



/ Toute compost annexe est forcemt annexe



Oui

* $\mathcal{M}, w_1 \models \neg K_1 K_2 a$.

ssi $\underbrace{\mathcal{M} w_1 \models K_1 K_2 a}_{\text{Faux}}$ $\quad$ as Faux $\wedge$ ssi $\mathcal{M} w_1 \models K_2 a. \rightarrow \mathcal{M} w_1 \models a$ Faux

et $\mathcal{M} w_2 \models K_2 a. \rightarrow \mathcal{M} w_2 \models a$ X $\quad$ Faux

et $\mathcal{M} w_3 \models a$ V

et $\mathcal{M}\ w_4 \models a$ X

$\Rightarrow$ Vrai.

$*$ $\exists w$ tq $M, w \models K_2 K_1 a$.

W_1 时. 1 ne sait pas a. dans w_1, $M w_1 \models K_2 K_1 a \iff M w_1 \models K_1 a$

W_3 时. 1 - - - a.

$\iff M W_1 \models a$ et $\underbrace{M W_2 \models a}_{\text{Faux.}}$

Dans W_2, W_3 ou W_4. $\underset{(i \neq 1)}{M W_i \models K_2 K_1 a} \iff \underbrace{M W_2 \models K_1 a}$ et $M W_3 \models K_1 a$ et $M W_3 \models K_1 a$

$\downarrow$

ssi $M W_2 \models a$ Faux

et $M w_1 \models a$.

Donc Faux pr tout w.

$*$ $M \models K_2 K_3 b$. Faux. par exemple, w_1 car $M w_1 \not\models b \Rightarrow M w_1 \not\models K_3 b$.

si vrai $K_3 b$ est vrai $\iff$ b vrai. $\Rightarrow M w_1 \not\models K_2 K_3 b$

$*$ $M w_1 \models \neg K_1^{si} K_2^{si} a$.

$M w_1 \models \neg (K_1 K_2^{si} a \vee K_1 \neg K_2^{si} a)$

$M w_1 \models \neg [K_1(K_2 a \vee K_2 \neg a) \vee K_1(\neg K_2 a \wedge \neg K_2 \neg a))]$

ssi $M w_1 \models K_1 (K_2 a \vee K_2 \neg a) \vee K_1 (\neg K_2 a \wedge \neg K_2 \neg a)$ est faux

ssi $\underbrace{M w_1 \models K_1 (K_2 a \vee K_2 \neg a)}_{\checkmark}$ ou $\underbrace{M w_1 \models K_1 (\neg K_2 a \wedge \neg K_2 \neg a)}$ $\Rightarrow$ faux.

ssi $M w_1 \models \boxed{K_2 a} \vee K_2 \neg a$

et $\underline{M w_2 \models K_2 a \vee K_2 \neg a}$. $\times$ $\Big\} \times$

$M w_2 \models K_2 a$ ou $M w_2 \models K_2 \neg a$. $\times$

$\downarrow$ $\qquad \downarrow$

$M w_2 \models a$. $\times$ $\qquad M w_2 \models \neg a$ $\times$

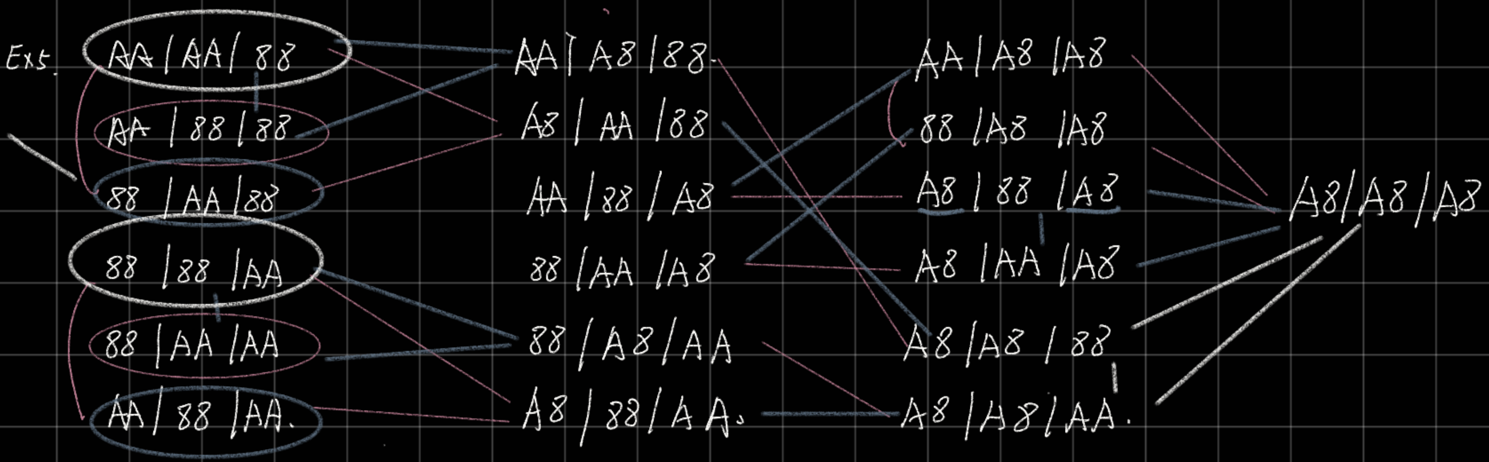
et ... $\qquad$ et

$M w_1 \models \neg K_2 a \wedge \neg K_2 \neg a$. faux.

et. $M w_2$ ...

$\Rightarrow$ Vrai.

Ex5.



2. joueur 1.

joueur 2.

joueur 3

3. 找 Bole: ◯