

TD9: Les graphes

Exercice 1 – Structure de graphes

On considère une carte routière où l'on connaît les coordonnées GPS x et y de chaque ville. La carte est très grande et contient un grand nombre n de villes. On veut pouvoir retrouver rapidement différentes informations sur cette carte, comme déterminer si deux villes sont reliées directement par une route et la distance entre elles. On dit ici que deux villes sont reliées directement s'il existe une route (à double sens) reliant directement les deux villes sans passer par une autre ville.

Q 1.1 Proposer une structure de données abstraite permettant de stocker les villes et l'existence d'une route reliant directement entre deux villes.

Q 1.2 Quelle implémentation de cette structure abstraite est adaptée à ce cas de carte routière.

Q 1.3 Proposer une structure C.

Q 1.4 Donner une représentation graphique de la mémoire pour une carte routière :

- composées de quatre villes,
- comprenant seulement deux routes directes,
- en sachant qu'il existe une ville qui n'est reliée à aucune autre ville (sommet isolé).

Q 1.5 Donner une fonction de création de la structure en l'initialisant avec n villes. Il n'est pas demandé de stocker les informations des villes (nom, coordonnées), ni de créer les routes.

Q 1.6 Donner une fonction de mise à jour des informations d'un sommet dont le numéro est donné en argument de la fonction.

Q 1.7 Écrire un `main` permettant de créer un graphe et d'entrer quelques villes.

Q 1.8 Proposer une fonction d'ajout d'une route entre deux villes. Utilisez-là dans votre `main`.

Q 1.9 Donner une fonction d'affichage en mode texte de la structure.

Q 1.10 Comment désallouer la structure utilisée ?

Exercice 2 – Degrés des sommets

On considère un graphe orienté contenant n sommets et m arcs. Le but de cet exercice est de déterminer le *degré sortant* (resp. *degré entrant*) d'un sommet, autrement dit le nombre d'arcs sortant (res. entrant) d'un sommet. On désire comparer deux implémentations classiques de ce graphe : matrice d'adjacence et listes d'adjacence.

Q 2.1 On considère l'implémentation de ce graphe par une matrice d'adjacence dont les cases sont des valeurs 0/1 indiquant la présence ou non d'un arc. Donner une fonction `void degre_matrice(int** M, int n, int u, int* deg_e, int* deg_s);` qui prend en entrée M la matrice d'adjacence du graphe, le nombre n de sommets et le sommet u dont on veut déterminer les degrés entrant et sortant.

Q 2.2 On considère l'implémentation de ce graphe par listes d'adjacence (donné dans le cours). Don-

ner une fonction `void degre_sortant_LA(Graphe* G, int u, int *deg_s);` qui prend en entrée un pointeur sur le graphe et le sommet u dont on veut déterminer le degré sortant.

Q 2.3 On considère à nouveau l'implémentation de ce graphe par listes d'adjacence. Donner maintenant une fonction `void degre_entrant_LA(Graphe *G, int u, int *deg_e);` qui prend en entrée un pointeur sur le graphe et le sommet u dont on veut déterminer le degré entrant.

Q 2.4 Comparer la complexité des fonctions de calcul de degré dans le cas des deux implémentations.

Exercice 3 – Coloration

On considère un problème intervenant dans la gestion des stations de radios. Un organisme de gestion des ondes radios désire affecter des fréquences aux différentes antennes qui couvrent une vaste zone géographique. En effet, lorsque deux antennes couvrent une même zone et émettent sur la même fréquence, cela crée des interférences qui empêchent une bonne réception. On considère un ensemble d'antennes radios qui émettent chacune une unique station de radio. On connaît également l'ensemble des paires d'antennes qui interfèrent.

Q 3.1 Proposez une modélisation de ce problème en utilisant un graphe.

Q 3.2 L'objectif est d'attribuer des fréquences. Indiquer comment utiliser des "couleurs" permet de traiter le problème. Donner une solution triviale de ce problème.

Q 3.3 On désire positionner un nombre réduit de fréquences. Proposer un algorithme "glouton" pour attribuer des fréquences (on appelle algorithme glouton un algorithme qui prend des décisions les unes après les autres, sans remettre en cause les décisions prises auparavant).

Q 3.4 Quelle implémentation choisir pour que l'algorithme glouton soit efficace ?