Ex1.

$\Delta^x = \{d, e, f, g\}$

$A^g = \{d, e, f\}$

$B^g = \{f\}$

$r^g = \{(d,e), (e,g)\}$

$S^g = \{(g,d), (e,f), (g,g)\}$

1. $(A \sqcap B)^g = \{f\}$

2. $\exists s. \neg A = \{g\}$ $\exists s.A = \{g, e\}$

3. $\forall s. A = \{d, e, f\}$

$\neg(\exists s. \neg A) = (\neg(\exists s. \neg A))^g = \Delta^g - (\exists s. \neg A)^g$

$= \{d, e, f, g\} - \{g\}$

4. $\forall t. A \sqcap \forall t. \neg A = \Delta^g$ $\forall r. C \sqcap \forall r. D = \forall r. (C \sqcap D)$

$= (\forall t. (A \sqcap \neg A))^g = (\forall t. \bot)^g$

$(\forall s. A \sqcap \forall s. \neg A)^g = (\forall s. (A \sqcap \neg A))^g = (\forall s. \bot)^g = \{d, f\}$

5. $\underbrace{\neg \exists r. \underbrace{(\neg A \sqcap \neg B)}_{\{g\}}}_{\{e\}} = \{d, g, f\}$

Ex3. 1. $\mathcal{ALC}$.

3. sculpteur $\sqcap \exists$ aEnfant.$\top \sqsubseteq$ Parent ?

sculpteur $\sqcap \exists$ aEnfant.$\top \sqsubseteq$ Personne $\sqcap \exists$ a-Enfant.$\top$

* Comme Sculpteur $\sqsubseteq$ Personne $\sqcap \exists$ a-cree.Sculpture (TBox).

On a sculpteur $\sqcap \exists$ aEnfant.$\top \sqsubseteq$ Personne $\sqcap \exists$ a-Enfant.$\top$

De plus Personne $\sqcap \exists$ aEnfant.$\top \sqsubseteq$ Parent (TBox).

On en déduit (par raisonnement).

sculpteur $\sqcap \exists$ aEnfant.$\top \sqsubseteq$ Parent.

$C \sqcap A \sqsubseteq D \sqcap A$

$\Leftrightarrow C \sqsubseteq D$

b. sculpture $\sqcap$ objet XXe $\sqsubseteq$ Artefact.

4.c. On veut prouver Michel-Ange est un sculpteur.

(TBox) $\sqcap$ (ABox) $\sqcap$ {M-A : $\neg$ Sculpteur} UNSAT.

M-A : $\neg$(Personne $\sqcap$ $\exists$a_cree . Scupture)

⋮

M_A : $\neg$ Personne $\sqcup$ $\forall$ a_cree. Sculpteur

⋮

M-A : Personne
M_A : Personne.

Fermé

David : Sculpture
<M-A, David> : a_cree
M-A : $\neg$ Scupteur.

David : $\neg$ scuplture.

Fermée.

Donc A Box est UNSAT.

Donc $T \cup A \cup$ {M_A : $\neg$ Scu} $\models \bot$.

D'où $T \cup A \models$ M_A : Scu

e. Vinci : $\neg$ Scu ?

a. Editeur $\sqsubseteq$ Auteur est faux → Editeur n'est pas forcément un auteur

Editeur $\sqcap$ Auteur $\sqsubseteq \bot$ est vrai → Editeur n'est jamais un auteur (En A UNSAT)

Editeur $\sqsubseteq$ $\neg$Auteur.

C $\sqsubseteq \bot$ est faux C satisfait

C $\sqsubseteq \bot$ est vrai C UNSAT

$(\text{Personne} \sqcap \neg \exists a\_ecrit.\text{Livre} \sqcap \exists a.edite.\text{Livre}) \sqcap (\text{Personne} \sqcap \exists a\_ecrit.\text{Livre})$

$\text{Personne} \sqcap \forall a\_ecrit.\text{Livre} \sqcap \exists a\_edite.\text{Livre} \sqcap \exists a\_ecrit.\text{Livre}.$