

Ficher LRC à partir des TD

Charles Vin

M1-S1 2022

1 Formule

- F insatisfiable $\Leftrightarrow \neg F$ valide
- F satisfiable $\Leftrightarrow \neg F$ non valide
- $\neg F$ satisfiable $\Leftrightarrow F$ non valide
- F valide $\Leftrightarrow \neg F$ insatisfiable
- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$
- On développe \vee comme un $+$ et \wedge comme un \times

2 Méthode des tableaux

- S'entraîner! TME1, exo 2
- Règle α = règles conjonctive, β règles disjonctive = On sépare en deux branches
- On s'arrête lorsque full atome dans la boîte
- Feuille fermée \Leftrightarrow contradiction entre atome,
- Feuille ouverte = une solution, avec toutes les combinaisons possible qui respecte ce qu'il y a dans la feuille (penser à l'ensemble vide si tout est faux).
- **Si toute les feuilles de l'arbre sont fermées alors F unsat \Leftrightarrow Une feuille ouverte $\rightarrow F$ satisfiable**
- Indiquer quelle règle on utilise sur le coté.

3 Système de Hilbert

3.1 Preuve dans Hilbert

- S'entraîner! TME1, exo3-4
- On a : 3 axiomes + Modus Ponens
- Théorème de la déduction : $A_1, \dots, A_n \models B \Leftrightarrow A_1, \dots, A_{n-1} \models A_n \rightarrow B$
- Les HP de départ sont déduite à partir du théorème de la déduction : on passe tout à gauche pour n'avoir plus qu'un atome à droite et bim voilà nos HP de départ. Par exemple : $\models (P \rightarrow Q) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$ devient $(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R), P \models R$
- Avoir des hp de départ sous forme de clause.

3.2 Traduction d'énoncé en Hilbert

- Les \exists n'aime pas les \rightarrow à cause de $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

4 Logique du première ordre

- Définition d'un modèle : fonction $(|M| \rightarrow |M|)$ + prédicat $(|M| \rightarrow \text{vrais/faux})$
- Lors de la traduction d'énoncé en LPPO, c'est pas mal de garder des \forall, \exists à l'intérieur de la clause, ça permet de la simplifier pas mal finalement. Evite vraiment de se tromper genre pour la transformation en clause.

- Dans l'annale ils se sont pas fait chier sur ça, je cherchais compliqué avec les implications alors que c'était simple
- Ne pas oublier de mettre des \wedge , pas des virgules
- Pas de $\exists!$. Pour avoir l'unicité on utilise une implication avec égalité au bout : $\forall x \forall y \forall z (tableau(x) \wedge a_{peint}(y, x) \wedge a_{peint}(z, x)) \rightarrow eq(y, z)$
- On définit les variables qu'on déclare avec les précédentes une ($tableau(x)$) mais pas quand on envoie un paramètre ($tableau("LesMénines")$) t'as capté (exo1 annale 2019)

4.1 Preuve par résolution

- On ne peut simplifier qu'un truc à la fois :

$$\frac{\neg a \vee b \vee c \quad a \vee \neg b \vee c}{b \vee \neg b \vee c}.$$

- Mieux de le faire en version Hilbert, permet de réutiliser les lignes plutôt que de les réécrire.

$$R_1 : R(c, d) \quad [Res(C_2, C_4); \{Y \setminus d\}]$$

- **A refaire au moins une fois**
- Pour prouver $\models \phi$ on prouve $\neg \phi \models \emptyset$ on prouve qu'il y a une contradiction dans les clauses

4.2 Unification

- Unification : on peut changer les variables des deux cotés.
- Filtrage : On ne peut changer que les variables de F_1
- Classiquement, on cherche $F_2 = \sigma(F_1)$ avec $\sigma = \{X/X', Z/g(a, X'), \dots\}$ un ensemble de substitution.
- Utiliser des X' pour pas se tromper
- Écrire les variables en majuscule, et les constantes en minuscule!
- On ne peut pas changer les constantes, on ne remplace pas une constante par une variable.
- **A refaire au moins une fois**

4.3 Transformation de formule en clause

Définition d'une clause :

- Pas de \exists
- Pas de \wedge
- Pas de \forall implicite

1. Mettre les quantificateurs au début :

$$F_3 : \forall x, \forall y (R(x, y) \rightarrow \exists z (R(x, z) \wedge R(z, y))).$$

Deviens

$$F_3 : \forall x, \forall y, \exists z (\neg R(x, y) \vee R(x, z) \wedge R(z, y)).$$

2. Skolemisation : supprimer les \exists en inventant des constantes.

$$F_1 = \forall X, \exists Y, R(X, Y)$$

$$F_2 = \exists X, \forall Y, R(X, Y)$$

$$F_3 = \forall x, \forall y, \exists z (\neg R(x, y) \vee R(x, z) \wedge R(z, y))$$

Devient

$$F_1 = \forall X, R(X, f(X))$$

$$F_2 = \forall Y, R(x_0, Y)$$

$$F_3 = \begin{cases} \neg R(X, Y) \vee R(X, g(X, Y)) \\ \neg R(X, Y) \vee R(g(X, Y), Y) \end{cases}$$

5 Graph conceptuel

5.1 Représentation des connaissances

- "Rocher : #" = "Le" rocher
- Bien choisir les relation dans les cercles

5.2 Joiture et généralisation

- Jointure maximale : Est-ce que les deux phrases représente la même chose → Fusion ; /!\ au contradiction
- Généralisation : Généralisation de ce qu'on dit, vrais pour les deux. On vas au plus générale qui rend vrais les deux
- Subsumption : Un graph en subsume un autre si il est plus général

6 Logique de description

6.1 \mathcal{FL}^-

- **S'entraîner pas compris** TD3 → Ca va en faite
- TBox : Concept atomique $C \equiv D, C \subseteq D \Leftrightarrow \forall x, C(x) \rightarrow D(x)$
- ABox : $a : C, < a, b > : Role$
- Grammaire : pas de variable lol
- Bien utiliser les définition de \exists, \forall

$$\begin{aligned}\exists R &= \{x \in \Delta \mid \exists y, (x, y) \in R\} \\ \forall R.C &= \{x \in \Delta \mid \forall y, (x, y) \in R \rightarrow y \in C\}\end{aligned}$$

6.2 \mathcal{ALC}

- **S'entraîner RIEN RIEN compris** TD3 → Ca va en faite
- Same de \mathcal{FL}^- plus :
- $\exists R.C$ toujours role + concept atomique
- \neg, \perp, \top autorisé → Pratique
- Bien utiliser les définition de \exists, \forall

$$\begin{aligned}\exists R.C &= \{x \in \Delta \mid \exists y, (x, y) \in R \wedge y \in C\} \\ \forall R.C &= \{x \in \Delta \mid \forall y, (x, y) \in R \rightarrow y \in C\} \text{ (comme } \mathcal{FL}^- \text{)}\end{aligned}$$

- Penser aux \sqsubseteq dans la TBox

6.3 Interprétation

- On a un graph avec des flèches qui représente les appartenances aux rôles $(x, y) \in R$ avec x monde de départ et y monde d'arrivé.
- Les appartenances au concept sont les attribues des mondes.
- Lister les mondes appartenant aux rôles → Peut aider a appliquer la définition du \forall, \exists
- $\exists s. \neg A$ se lit "Tous les mondes qui ont une flèche s qui pointe vers un monde qui vérifie $\neg A$ "

6.4 Méthode des tableaux

- TD4 mais pas beaucoup de correction
- On veux prouver ϕ un truc vrais ou faux
- On part d'une TBox acyclique + tout sous forme normale négative : Développer les \neg
- Puis notre première case du tableau contient $Tbox \sqcap ABox \sqcap \phi$ avec ϕ sous FNN et **avec les définitions remplacé!** OU avec $\neg\phi$ il faut aller vers la contradiction
- Then on cherche à appliquer les bonnes règles pour arriver rapidement à notre objectif.
- On peut traduire les $A \sqsubseteq B$ par $i : A \sqcap B$

7 Logique Modale

- On développe les formule \Box, \Diamond comme un arbre en explorant les possibilités.
- On peut donner des contre exemples.
- Règle de necessitation : $M \models \phi \equiv M \models \Box\phi$
- Penser que parfois les flèches de récursion ne sont pas dessinées
- \rightarrow / \backslash . Au implication, parfois une traduction en vaut la peine $a \rightarrow b$ toujours vrais pour les mondes où a est faux \rightarrow vérifier surtout les mondes où a est vrais
- **s'entraîner vite fait fin exo 1 TD5**
- Penser au démo par l'absurde pour les trucs cons (TD5, fin exo3)
- Loi de Morgan
 - $\Diamond\phi \equiv \neg\Box\neg\phi$
 - $\Box\phi \equiv \neg\Diamond\neg\phi$

Liste des axiomes logique épistémique S5 :

- T : Réflexivité des mondes $\forall w : (w, w) \in R : \Box\phi \rightarrow \phi$
- D : Sériabilité des mondes = aucun monde seul $\forall w, \exists w' : (w, w') \in R : \Box\phi \rightarrow \Diamond\phi$
- 4 : Transitivité : classiquement en math : $\forall x, y, z \in E \quad (xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz$. bah pareil avec les mondes : si je sais phi je sais que je sais phi : $\Box\phi \rightarrow \Box\Box\phi$
- 5 : Euclidienne : $\Diamond\phi \rightarrow \Box\Diamond\phi$ Ca implique qu'il existe un lien entre chaque monde presque : $\forall w, w', w'', (w, w') \in R, (w', w'') \in R \rightarrow (w, w'') \in R$. D'après le prof c'est l'introspection négative : je sais ce que je ne sais pas.
- B : Symétrie des flèches : $\phi \rightarrow \Box\Diamond\phi$ Implique qu'il existe toujours le chemin retour : $\forall w, w', (w, w') \in R \rightarrow (w', w) \in R$

7.1 Logique épistémique

- $M, w_1 \models K_i p \equiv M, w_1 \models \Box p$ en utilisant les flèches indicées i
- Croire possible $p \equiv B_i p \equiv \Diamond\phi \equiv \neg\Box\neg\phi \equiv \neg K\neg\phi$
- Savoir si $p : K^{si} p \equiv Kp \vee K\neg p$ Bien le traduire lui, il est piège
- Savoir lequel parmi $a, b, c \equiv Ka \vee Kv \vee Kc$