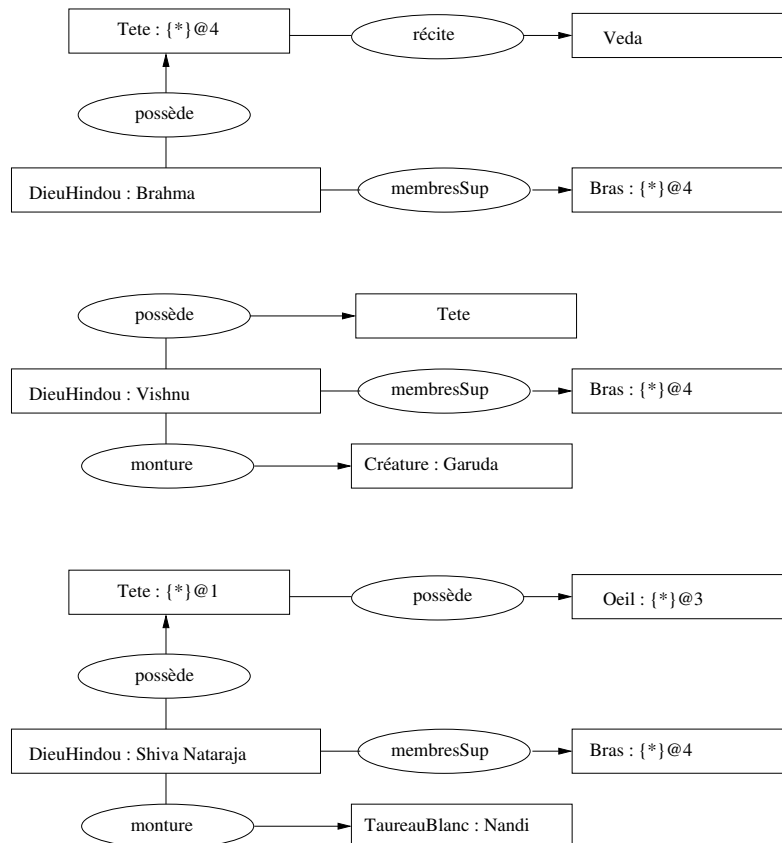


Durée 2h - documents et calculatrices non autorisés

Le barème n'est donné qu'à titre indicatif

Exercice 1 – Graphes conceptuels – 3 points

On considère les trois graphes conceptuels suivants, représentant des attributs de trois divinités hindoues, Brahma, Vishnu et Shiva.



Le treillis de concepts est le suivant :

```

Entite ---> EtreSentient ---> DieuHindou
          ---> Veda      ---> Creature ---> TaureauBlanc
          ---> PartieCorps ---> Tete
          ---> Bras
          ---> Oeil
  
```

- Donner un graphe conceptuel représentant la question : *Quel dieu hindou a pour monture une créature ?*
- Indiquer comment répondre à cette question par appariement et donner la ou les réponses en les justifiant.
- Donner, si elle existe, la généralisation minimale des graphes conceptuels de Vishnu et de Shiva.
- Donner, si elle existe, la généralisation minimale des trois graphes conceptuels (Brahma, Shiva, Vishnu). Que peut-on en déduire sur cette triade divine ?

Exercice 2 – Logiques de description – 3 points

On considère les propositions suivantes :

- a) Les êtres humains possèdent deux bras et une tête
 - b) Brahma est un dieu hindou
 - c) Brahma possède quatre têtes et quatre bras
 - d) Toutes les têtes de Brahma récitent un Veda
1. Représenter les trois propositions a), b) et c) dans le formalisme des logiques de description \mathcal{ALCQ} , en précisant si les traductions doivent s'écrire dans la TBox ou la Abox.
La représentation fera appel aux concepts *Humain*, *DieuHindou*, *Bras*, *Tête* et *Veda* ainsi qu'aux rôles *possède* et *récite* et introduira les instances pertinentes.
 2. Représenter la proposition d) dans le formalisme de la logique de description \mathcal{ALCOI} .

Exercice 3 – Démonstration avec la méthode des tableaux – 2 points

Soit la TBox suivante :

$$\begin{aligned} A &\equiv C \sqcup B \\ C &\sqsubseteq D \\ B &\sqsubseteq D \end{aligned}$$

Démontrer avec la méthode des tableaux sémantiques pour la logique de description qu'on a $A \sqsubseteq D$ en détaillant les étapes (en particulier la façon de traduire ce problème en question de satisfiabilité et l'interprétation finale du tableau).

Exercice 4 – Réseaux de Petri – 8 points

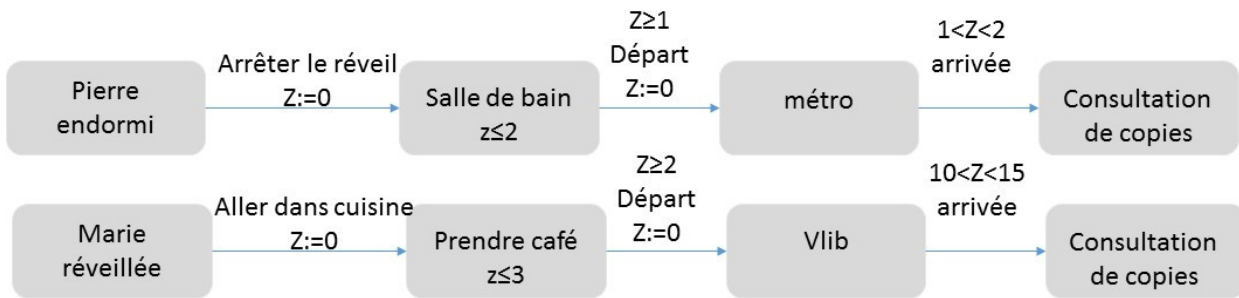
On considère un pont fragile à deux voies v_1 et v_2 , sur lequel on doit réguler la circulation. En utilisation de base, chaque sens de circulation utilise une des voies (les deux sens sont respectivement appelés $D \rightarrow G$ et $G \rightarrow D$ pour rive droite vers rive gauche et réciproquement).

De plus, le pont peut être utilisé par des tractopelles, dans un sens ou dans l'autre. Ce matériel étant lourd et le pont fragile, lorsqu'une tractopelle traverse, aucune voiture ne doit passer en même temps.

1. (2pts) Modéliser le comportement de l'ouverture des voies à l'aide d'un réseau de Petri.
Pour cela, il est demandé d'utiliser les événements suivants : a arrivée d'une voiture dans le sens $D \rightarrow G$, b arrivée d'une voiture dans le sens $G \rightarrow D$, c arrivée d'une tractopelle.
Un soin particulier doit être apporté aux noms donnés aux places et aux transitions, ainsi qu'à la lisibilité et au commentaire de la solution proposée.
2. (2pts) Généraliser ce modèle pour un pont à n voies, dont p peuvent être ouvertes simultanément. La tractopelle a besoin de p voies (c'est-à-dire toutes les voies ouvertes) pour passer.
3. (2pts) On revient au pont à 2 voies et on décide de faire des travaux sur le pont. Une voie est neutralisée et la circulation est alternée sur une seule voie entre les voitures en provenance de la rive gauche ou de la rive droite. Il n'y a plus de tractopelle en circulation. Modéliser ce système par un réseau de Petri. Une place modélisera l'utilisation de la voie. On prendra bien garde à éviter toute collision entre les voitures en provenance des 2 rives !
4. (2pts) Un modèle de ce pont est considéré comme *équitable* s'il empêche que lorsqu'une rive a la main, elle la garde indéfiniment.
Indiquer, en justifiant votre réponse, si le modèle que vous avez proposé à la question précédente est équitable.
Modifier votre modèle pour que chaque rive puisse accéder à la voie dès que plus de p voitures sont en attente.

Exercice 5 – Automates temporisés et intervalles d'Allen – 4 points

Pierre et Marie souhaitent se rendre à la consultation de copies à Jussieu le jeudi matin entre 10h et 12h. Pierre et Marie ont les comportements modélisés par les automates temporisés suivants :



1. (1pt) Expliquer brièvement les comportements de Marie et de Pierre.
2. (2pts) Donner un mot du langage d'automates temporisés pour chacun d'eux. Y-a-t-il une exécution qui permet à Marie d'arriver pour 10h si elle part de chez elle à 9h45 ? A quelle heure Pierre doit-il partir pour arriver de façon sûre pour 10h ?
3. (1pt) Soit les intervalles suivants :
 - P : Pierre consulte sa copie pendant 10mn
 - M : Marie consulte sa copie pendant 5mn

Sachant que Pierre est arrivé avant Marie et qu'ils se sont vus pendant la consultation de copies, donner toutes les relations temporelles possibles entre P et M .

Annexe

Logiques de description

Rappels : Syntaxe de \mathcal{ALC} et extensions \mathcal{QOI}

• Alphabet :

Un ensemble de concepts atomiques : A, B, C , etc.

Un ensemble d'instances : i, j, k , etc.

Un ensemble de rôles atomiques : r, m, n , etc.

• TBox :

\perp et \top sont des concepts,

Si A et B sont des concepts, $A \sqcup B$, $A \sqcap B$ et $\neg A$ sont des concepts,

Si A est un concept et r un rôle, $\exists r.A$ et $\forall r.A$ sont des concepts,

[Q] Si A est un concept et r un rôle, $\exists^{\geq n} r.A$ et $\exists^{\leq n} r.A$ sont des concepts,

[O] Si i, j, \dots sont des instances, $\{i, j, \dots\}$ est un concept (de même que $\{i\}$)

[I] Si r un rôle atomique, r^{-1} est aussi un rôle (représentant le rôle inverse)

C et D étant des concepts

$C \sqsubseteq D$ et $C \equiv D$ désignent resp. la subsomption et l'équivalence de concepts

• ABox :

C étant un concept, r un rôle et I, J deux individus,

$I : C$ signifie que I est une instance de ce concept C

$\langle I, J \rangle : r$ signifie que $\langle I, J \rangle$ est une instance de ce rôle r

Méthode des tableaux sémantiques pour la logique de description \mathcal{ALC}

Rappels : règles pour mettre en œuvre la méthode des tableaux dans \mathcal{ALC}

Il y a quatre règles à appliquer sur les tableaux \mathcal{A} issus des ABox :

- R_{\sqcap} : si $P \sqcap Q \in \mathcal{A}$ et soit $P \notin \mathcal{A}$ soit $Q \notin \mathcal{A}$, alors ajouter $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{P, Q\}$ comme fils de \mathcal{A}
- R_{\sqcup} : si $P \sqcup Q \in \mathcal{A}$ et ni $P \in \mathcal{A}$ ni $Q \in \mathcal{A}$, alors ajouter les tableaux $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{P\}$ et $\mathcal{A}'' = \mathcal{A} \cup \{Q\}$ comme fils de \mathcal{A}
- R_{\exists} : si $\exists r.C \in \mathcal{A}$ et s'il n'existe pas de constante z telle que $\langle x, z \rangle : r \in \mathcal{A}$ et $z : C \in \mathcal{A}$, alors ajouter le tableau $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{\langle x, z \rangle : r, z : C\}$ comme fils de \mathcal{A}
- R_{\forall} : si $\forall r.C \in \mathcal{A}$, $\langle x, y \rangle : r \in \mathcal{A}$ et $y : C \notin \mathcal{A}$, alors ajouter le tableau $\mathcal{A}' = \mathcal{A} \cup \{y : C\}$ comme fils de \mathcal{A}

Relations d'Allen

