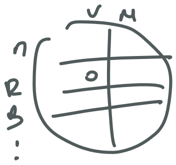
Ω

$\mathcal{P}(\Omega)$ Ce qui nous interesse c'est les sous ens de Ω et on cherche à les caracteriser. = evenement

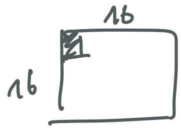
$\mathbb{P} : \mathcal{P}(\Omega) \to [0,1]$ probabilité

Variable aléatoire : $S : \{G, F\} \to \mathcal{P}(\Omega)$



$\mathbb{P}(\{S = G\}) = \mathbb{P}(G)$

$\mathbb{P}(E = n, C = r)$



$P_{1,1}, P_{1,2} \dots P_{16,16}$

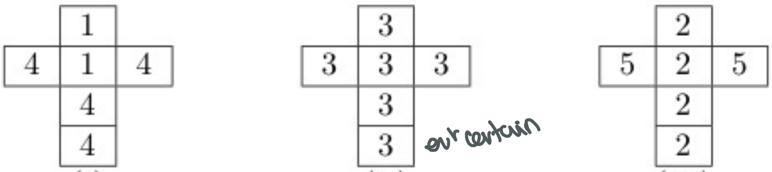
$0 \quad 0 \dots 0$

$1 \quad 1 \dots 1$

2^{256}

Exercice 1 – Dés de Gardner

Dans un numéro de la revue *Scientific American* de 1974, M. Gardner proposait un jeu consistant à choisir un dé parmi les trois dés à 6 faces non pipés ci-dessous, de manière à essayer d'obtenir le nombre le plus élevé en lançant le dé une seule fois.



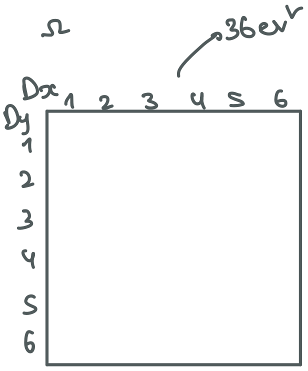
(*i*) (*ii*) (*iii*)

Q 1.1 On vous propose de jouer au jeu à 2 joueurs suivant : chaque joueur mise M euros. Puis on vous demande de choisir un des dés ci-dessus, votre adversaire en choisit ensuite un autre et enfin chacun lance son dé. Celui qui obtient le nombre le plus élevé remporte la mise.

Q 1.1.1 Calculez, pour chaque couple (x, y) de dés la probabilité qu'en jouant avec le dé x on obtienne un résultat plus élevé qu'avec y.

Q 1.1.2 Sachant que la mise est de 30 euros, devez-vous accepter de jouer et, le cas échéant, quel dé devez-vous choisir ? Formellement, quel critère vous permet de statuer ?

Ω



Si $x = i$

$\mathbb{P}(D_x = 1) = \frac{2}{6}$

$\mathbb{P}(D_x = 2) = 0$

$\mathbb{P}(D_x = 4) = \frac{1}{3}$

multiplication de fonctions

$D_x \perp\!\!\!\perp D_y$ donc $\mathbb{P}(D_x, D_y) = \mathbb{P}(D_x) \cdot \mathbb{P}(D_y)$

$1000 \times 1000 = 1000 \cdot 1000$

$\Leftrightarrow \forall a, \forall b, \ \mathbb{P}(D_x = a, D_y = b) = \mathbb{P}(D_x = a) \cdot \mathbb{P}(D_y = b)$.

donc $\mathbb{P}(D_x | D_y) = \mathbb{P}(D_x)$

$D_{(i)} \in \{1, 4\}$ $\quad D_{(ii)} \in \{3\}$ $\quad D_{(iii)} = \{2, 5\}$

$\mathbb{P}(D_{(1)} = 1) = \frac{1}{3}$ $\quad \mathbb{P}(D_{(ii)} = 3) = 1$ $\quad \mathbb{P}(D_{(iii)} = 2) = \frac{2}{3}$

$\mathbb{P}(D_{(1)} = 4) = \frac{2}{3}$ $\quad \mathbb{P}(D_{(iii)} = 5) = \frac{1}{3}$

Si $D_{(i)}$ vs $D_{(iii)}$

	$D(iii) = 2$	5
$D(i) = 1$	$2/9$	$1/9$
4	$4/9$	$2/9$

$D_{(i)} \perp D_{(iii)} \Rightarrow \mathbb{P}(D_{(i)}, D_{(iii)}) = \mathbb{P}(D_{(i)}) \cdot \mathbb{P}(D_{(iii)})$

distribution de proba

A \ B			
0	$\frac{3}{9} =$	$2/9$	$1/9$
1	$\frac{6}{9} =$	$4/9$	$2/9$
	1	$6/9$	$3/9$

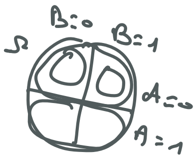
1 $\quad 1$

Somme $= 1$ et $0 \leq$ probas ≤ 1

$\mathbb{P}(A,B)$ = loi jointe.

$\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(B)$ = loi marginale.

$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A,B)}{\mathbb{P}(B)}$ loi conditionnelle.



$\mathbb{P}(B|A) = \frac{\mathbb{P}(A,B)}{\mathbb{P}(A)}$ → P de B sachant A

$\mathbb{P}(B|A)$ famille de distributions de proba

$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	1
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

$W(D_{(i)}, D_{(iii)}) \longrightarrow \{0,1\}$

$$\mathbb{E}_{\mathbb{P}(D_{(i)}, D_{(iii)})} W = \sum_{a = D(i)} \sum_{b = D(iii)} \mathbb{P}(a,b) f(a,b).$$

$$= \frac{2}{9} \cdot 0 + \frac{1}{9} \cdot 0 + \frac{4}{9} \cdot 1 + \frac{2}{9} \cdot 0 = \frac{4}{9}$$ Victoire pour D_i

$$\mathbb{E}_{\mathbb{P}(D_{(iii)}, D_{(i)})} W = \frac{2}{9} \cdot 1 + \frac{1}{9} \cdot 1 + \frac{4}{9} \cdot 0 + \frac{2}{9} 1 = \frac{5}{9}$$

D_i vs D_{ii}

		3	
1	$\frac{1}{3}$	$1/3$	0
4	$\frac{2}{3}$	$2/3$	1

$\mathbb{E}_{\mathbb{P}(D_i, D_{ii})} W = \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{6}{9}$

$\mathbb{E}_{\mathbb{P}(D_{ii}, D_i)} W = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot 0 = \frac{3}{9}$

D_{iii} vs D_{ii}

		3	
2	$2/3$	$2/3$	0
5	$1/3$	$1/3$	1

$\mathbb{E}_{\mathbb{P}(D_{iii}, D_{ii})} W = \frac{2}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{3}{9}$

$\mathbb{E}_{\mathbb{P}(D_{ii}, D_{iii})} W = \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{6}{9}$

Si joueur 1 choisit D_i, joueur 2 choisit D_{iii} pour gagner
D_{ii} → D_i
D_{iii} → D_{ii}

Conclusion : Aucun dé n'est le meilleur. (résultat paradoxal)

$\mathbb{E}_P(aW+b) = a\mathbb{E}_P W + b$

Q2 On change la fct de coût $aW+b$ avec $a > 0$

$\Rightarrow$ ça ne change rien

. $W \in \{-30, 30\}$

$60W - 30$

Exercice 2 – Indépendence

Soit deux dés à six faces non pipés, un de couleur blanc et un de couleur noir. Les deux sont jetés une fois. On définit les événement suivants :

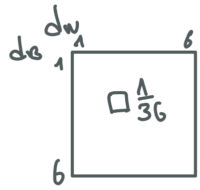
- le dé blanc donne 1, 2 ou 3.
- le dé blanc donne 2, 3 ou 6.
- la somme des deux dés est égal à 9.
- les deux dés donnent deux nombres égaux, dont la somme est inférieure à 9.

Q 2.1 Quel est la probabilité des ces événements ?

Q 2.2 Quels événements sont deux-à-deux indépendants ?

Q 2.3 Les 4 évènements sont-ils mutuellement indépendants ? Si non, trouvez les groupes de trois évènements qui sont mutuellement indépendants.

(d_B, d_N)



$\overset{=\text{evt}}{A} = d_B \in \{1,2,3\} = (1,\_) \cup (2,\_) \cup (3,\_)$

Or $(1,\_) \cap (2,\_) = \emptyset \Rightarrow$ mutuellement exclusif $\Rightarrow \mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$

En general $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(1,\_) + \mathbb{P}(2,\_) + \mathbb{P}(3,\_)$$
$$= \sum_a \mathbb{P}(1,a) + \sum_b \mathbb{P}(2,b) + \sum_c \mathbb{P}(3,c)$$
$$= 6 \cdot \frac{1}{36} + 6 \cdot \frac{1}{36} + 6 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{2}$$

$B = \text{"} d_B \in \{2,3,6\} \text{"}$ $\quad \mathbb{P}(B) = \frac{1}{2}$

$C = \text{"} d_B + d_N = 9 \text{"}$ $\quad (3,6) \cup (4,5) \cup (5,4) \cup (6,3)$
mutuellement exclusifs

$\mathbb{P}(C) = 4 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{9}$

$D = d_B = d_N$ et $d_B + d_N < 9$ $\quad (1,1) \cup (2,2) \cup (3,3) \cup (4,4)$
evt mutuellement exclusifs

$\mathbb{P}(D) = \frac{1}{9}$

$\mathbb{P}(A) = \frac{1}{2}$ $\quad \mathbb{P}(B) = \frac{1}{2}$ $\quad \mathbb{P}(C) = \frac{1}{9}$ $\quad \mathbb{P}(D) = \frac{1}{9}$.

$\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(d_B = 2 \text{ ou } 3) = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{1}{3} \neq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ donc A et B pas indépendants.

$\mathbb{P}(A \cap C) = \mathbb{P}((3,6)) = \frac{1}{36} \neq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}$ pas indep

$\mathbb{P}(A \cap D) = \mathbb{P}((1,1),(2,2),(3,3)) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \neq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}$ pas indep.

$\mathbb{P}(B \cap C) = \mathbb{P}((3,6) \cup (6,3)) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}$ $\quad$ B et C sont indep.

$\mathbb{P}(B \cap D) = \mathbb{P}((2,2) \cup (3,3)) = \frac{1}{18} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}$ $\quad$ B et D sont indep.

$\mathbb{P}(C \cap D) = 0 \neq \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}$ donc pas indep. $\quad A \perp\!\!\!\perp B \Leftrightarrow \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$

Mutuelle indépendance $P(A\cap B\cap C\cap D) = P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)\cdot P(D)$

et $\forall S \subseteq \{A,B,C,D\}$, $P(S) = \prod_{x\in S} P(x)$

$P_1 = \{0,1\}$

$P_2 = \{0,1\}$

P_1 XOR P_2

P_1, P_2, P_1 xor P_2 non $\perp\!\!\!\perp$

mais sous ens $\perp\!\!\!\perp$.

$P(A\cap B\cap C\cap D) = 0 \neq \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{9}$. A, B, C, D pas mutuell^t $\perp\!\!\!\perp$

$P(A\cap B\cap C) = P((3,6)) = \frac{1}{36} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{9}$ ✓

Mais $A \not\!\perp\!\!\!\perp B$ donc pas mutuell^t indep.

⋮

Exercice 4 – Paradoxe de Simpson

Le recensement des jugements prononcés dans l'état de Floride entre 1973 et 1978 a permis d'établir le tableau suivant, qui présente les sentences en fonction de la couleur de peau de l'accusé :

meurtrier	peine de mort	autre sentence
noir	59	2547
blanc	72	2185

59 + 2547

72 + 2185

Q 4.1 Calculez la probabilité d'obtenir la peine de mort sachant que l'on est noir, puis sachant que l'on est blanc. Qu'en concluez-vous ?

Q 4.2 En fait le tableau ci-dessus est une synthèse du tableau ci-dessous :

victime	meurtrier	peine de mort	autre sentence
blanche	noir	48	238
	blanc	72	2074
noire	noir	11	2309
	blanc	0	111

Calculez la probabilité d'obtenir la peine de mort conditionnellement à la couleur de peau de l'accusé et de la victime. La justice est-elle clémente envers les noirs dans l'état de Floride ? Justifiez votre réponse.

Pour calculer lois marginale, on supp fréquence ~ proba. si effectif grand.

$P(P \mid C_M)$

$$\begin{array}{c|cc|c} & \multicolumn{2}{c}{\overbrace{M \quad\quad A}^{P}} & \\ C_M \; N & \frac{59}{2547+59} & \frac{2547}{2547+59} & 1 \\ B & \frac{72}{2185+72} & \frac{2185}{2185+72} & 1 \end{array}$$

=

2.265%	100 − 2,65%
3,19%	100 − 3,19%

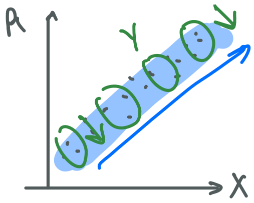
Q2 $P(P \mid C_M, C_V)$

			M	A
BN	$\frac{48}{48+238}$	$\frac{238}{48+238}$	16.8%	
BB		⋮	3,35%	
NN			0,475%	
NB			0%	

Un accusé blanc > accusé noir

mais victime B accusé B < accusé N
victime N accusé B < accusé N

$\left.\right\}$ pas indep $\Downarrow$ paradoxe.



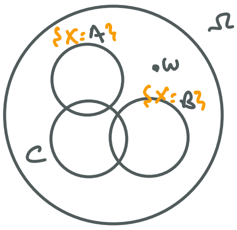
paradoxe de Simpson.

Faut pas savoir Y si Y est une cause de X.
Y peut être déduit de X.

et oui si Y indep de X ou Y cause de X.

Exo 6. conseillé.

tous les sous-ens = tribu. ?



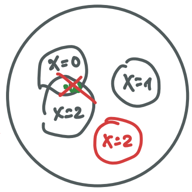
$\omega \in \Omega$ objet de Ω

$A \subset \Omega$
$\{\omega\} \subset \Omega$ } evt ⟶ ens de sous ens qui nous interessent

$X \in \{A, B\}$

famille d'evt

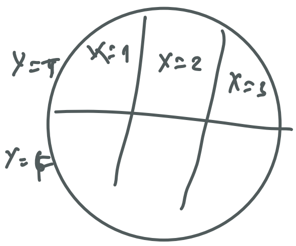
$\forall \omega \in \Omega, \exists! x, \omega \in \{X = x\}$ propriété de partition.



$\mathbb{P}(X)$: distribution de proba
en discret : vecteur

X=0	X=1	X=2	X=3
0,5	0,1	0	0,4

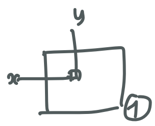
1



$x \in \{0 \, 3\}$. $\mathbb{P}(x) = \mathbb{P}(\{X = x\}) \in [0,1]$

$\mathbb{P}(X, Y)$

$x \in \{0,..3\}$ $y \in \{T, F\}$ $\mathbb{P}(x, y) = \mathbb{P}(X = x, Y = y)$
$= \mathbb{P}(\{X = x\} \cap \{Y = y\})$



$\mathbb{P}(X \mid Y)$

$\mathbb{P}(X, Z \mid Y, U)$ → 4D avec plein de matrices qui $\Sigma = 1$.

(avec $\mathbb{P}(Y) > 0$) $\mathbb{P}(X \mid Y) = \dfrac{\mathbb{P}(X, Y)}{\mathbb{P}(Y)}$ $\Leftrightarrow$ $\mathbb{P}(X, Y) = \mathbb{P}(Y)\,\mathbb{P}(X \mid Y)$.

$\forall x. \forall y.\ \mathbb{P}(X = x, Y = y) = \mathbb{P}(X = x \mid Y = y)\,\mathbb{P}(Y = y)$

$X \perp\!\!\!\perp Y \Leftrightarrow \mathbb{P}(X, Y) = \mathbb{P}(X) \times \mathbb{P}(Y)$.

$X \perp\!\!\!\perp Y \mid Z \Leftrightarrow \mathbb{P}(X, Y \mid Z) = \mathbb{P}(X \mid Z) \times \mathbb{P}(Y \mid Z)$.

Exercice 8 – Indépendence et conjonction

Soit trois variables aléatoires X, Y, Z. Montrer que si X est indépendante du couple (Y, Z), et Y est indépendante de Z, alors Z est indépendante du couple (X, Y).

$X \perp\!\!\!\perp (Y,Z) \iff \mathbb{P}(X,(Y,Z)) = \mathbb{P}(X)\cdot\mathbb{P}(Y,Z)$

et $Y \perp\!\!\!\perp Z \iff \mathbb{P}(Y,Z) = \mathbb{P}(Y)\cdot\mathbb{P}(Z)$

$\Rightarrow \mathbb{P}(X,(Y,Z)) = \mathbb{P}(X)\cdot\mathbb{P}(Y)\cdot\mathbb{P}(Z)$.

$\Rightarrow \mathbb{P}(X,(Y,Z)) = \mathbb{P}(X,Y|Z)\,\mathbb{P}(Z)$ tjr vraie.

$\Rightarrow \mathbb{P}(X)\,\mathbb{P}(Y) = \mathbb{P}(X,Y|Z)$

$\Rightarrow X,Y \perp\!\!\!\perp Z$

Exercice 9 – Indépendances conditionnelles

La loi de probabilité jointe de 3 variables aléatoires X, Y et Z, est donnée par le tableau suivant dans lequel, par exemple, la case 1/12 représente la probabilité $P(X = x_2, Y = y_1, Z = z_1)$:

		$Y = y_1$	$Y = y_2$	$Y = y_3$
$Z = z_1$	$X = x_1$	1/24	1/15	1/8
	$X = x_2$	1/12	7/120	1/8
		$Y = y_1$	$Y = y_2$	$Y = y_3$
$Z = z_2$	$X = x_1$	3/40	1/20	13/120
	$X = x_2$	1/20	3/40	17/120

On note respectivement $X \perp\!\!\!\perp Y$ et $X \perp\!\!\!\perp Y|Z$ l'indépendance probabiliste entre X et Y, et l'indépendance probabiliste entre X et Y conditionnellement à Z.

Q 9.1 D'un point de vue probabiliste, a-t-on $X \perp\!\!\!\perp Y$, $X \perp\!\!\!\perp Z$, $Z \perp\!\!\!\perp Y$? Rappel : si A et B sont indépendants, $P(A, B) = P(A) \times P(B)$.

Q 9.2 A-t-on $X \perp\!\!\!\perp Y|Z$, $X \perp\!\!\!\perp Z|Y$, $Z \perp\!\!\!\perp Y|X$?

$\mathbb{P}(X,Y) = \sum_Z \mathbb{P}(X,Y,Z)$.

$P(X,Y)$

	y_1	y_2	y_3	$\mathbb{P}(X)$
	$\frac{1}{24}+\frac{3}{40}=\frac{7}{60}$	$\frac{7}{60}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{28}{60}$
	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{32}{60}$
$\mathbb{P}(Y)$	$\frac{15}{60}$	$\frac{15}{60}$	$\frac{15}{30}$	

proportionnalité ?

1

$X \perp\!\!\!\perp Y \iff \mathbb{P}(X,Y) = \mathbb{P}(X)\cdot\mathbb{P}(Y)$.

$\frac{15}{60}\cdot\frac{28}{60} = \frac{7}{60}$

⋮

$\frac{15}{30}\cdot\frac{32}{60} = \frac{4}{15}$

$\mathbb{P}(X) = \sum_y \mathbb{P}(X,Y)$

$\mathbb{P}(Y) = \sum_x \mathbb{P}(X,Y)$.

$\frac{1}{24}+\frac{1}{15}+\frac{1}{8} = \frac{7}{30}$

$\mathbb{P}(X,Z)$

	z_1	z_2	$\mathbb{P}(X)$
x_1	7/30	7/30	$\frac{14}{30}$
x_2	4/15	4/15	$\frac{16}{30}$
$\mathbb{P}(Z)$	$\frac{15}{30}$	$\frac{15}{30}$	

$\mathbb{P}(X,Z=z_1)$ et $\mathbb{P}(X,Z=z_2)$ sont proportionnels

$\Rightarrow X \perp\!\!\!\perp Z$.

$\frac{15}{30}\cdot\frac{14}{30} = \frac{7}{30}$

$\frac{15}{30}\cdot\frac{14}{30} = \frac{7}{30}$

$\frac{15}{30}\cdot\frac{16}{30} = 4/15$

$\frac{15}{30}\cdot\frac{16}{30} = 4/15$

② $X \perp\!\!\!\perp Y \mid Z$?

✓ pas de 0 dans la table de probas.

$\mathbb{P}(X,Y|Z) = \frac{\mathbb{P}(X,Y,Z)}{\mathbb{P}(Z)}$

$\Leftrightarrow \mathbb{P}(X,Y|Z) = \mathbb{P}(X|Z)\,\mathbb{P}(Y|Z)$

$\mathbb{P}(X,Y|Z=z_1)$ — $Z=z_1$

$\frac{1}{24} / \frac{15}{30}$	$\frac{1}{15} / \frac{15}{30}$	$\frac{1}{8} / \frac{15}{30}$
$\frac{1}{12} / \frac{15}{30}$	$\frac{7}{120} / \frac{15}{30}$	$\frac{1}{8} / \frac{15}{30}$

$P(X|Z=z_2)$

$\mathbb{P}(Y|Z=z_1)$

$\frac{15}{30} = \mathbb{P}(Z=z_1)$

$\frac{15}{30} / \frac{15}{30} = 1$

$\mathbb{P}(X,Y|Z=z_2)$ — $Z=z_2$

$\frac{3}{40}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{13}{120}$
$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{17}{120}$

$P(X|Z=z_2)$

$\mathbb{P}(Y|Z=z_2)$

$\frac{15}{30} = \mathbb{P}(Z=z_2)$

Quand $z=z_1$, il n'y a pas de proportionnalité entre les lignes

$\Rightarrow X \not\perp\!\!\!\perp Y \mid Z=z_1$.

$\Rightarrow X \not\perp\!\!\!\perp Y \mid Z$.

Exercice 13 – Modélisation

Nous nous intéressons à la modélisation de phénomène réels par des lois de probabilités standard.

Q 13.1 Soit une base d'images $X = \{\mathbf{x}^{(i)}\}$. Dans une image $\mathbf{x}$, nous avons 256 pixels x_j noirs ou blancs.

Q 13.1.1 Quelle loi utiliser pour modéliser un pixel j ? Que signifient le (ou les) paramètre(s) de cette loi ?

Q 13.1.2 Nous voulons calculer $p(x_j)$ en fonction de la valeur de x_j (0 ou 1) et du (ou des) paramètre(s) de la loi précédente. Comment factoriser l'écriture du calcul pour tenir compte des deux possibilités de valeur du pixel ?

1.1 On modélise le pixel j par une v.a. binaire suivant une Bernoulli de paramètre p_j

$X_j \sim \mathcal{B}(p_j)$ $\quad P(X_j=1) = p_j$.

$I = X_1, \dots, X_{256}$. I a 256 paramètres à fixer. si tous les pixels sont indépendants

si pas indépendance, on aurait 2^{256} paramètres

$p(X_j = x_j) = p_j$ si $x_j = 1$ et $1-p_j$ sinon $= p_j^{x_j}(1-p_j)^{1-x_j}$

Y = image : $(x_1, \dots, x_{256})$.

Q 13.2 Imaginons que nous sommes dans un problème bi-classe, impliquant des chiens et des chats et que nous disposons de 2 modèles optimisés pour chaque classe. Ces modèles font l'hypothèse que tous les pixels sont indépendants dans une image.

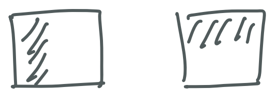
Q 13.2.1 Pour fournir ces modèles optimisés, combien de valeurs numériques faut-il donner ? A quoi correspondent-elles ?

Q 13.2.2 Une nouvelle image arrive dont le seul pixel visible exploitable, x_{18}, est allumé : comment déterminer s'il s'agit d'un chien ou d'un chat ?

Q 13.2.3 Pour une image entière $\mathbf{x} \in \{0,1\}^{256}$, comment déterminer la classe associée au sens de la vraisemblance ?

1.2 En supp. les pixels $\perp\!\!\!\perp$, avoir 2 classes d'images chien chat I, A correspond à avoir 2 jeux de 256 paramètres $(p_j^I), (p_i^A)$ $i,j \in \{1,\dots,265\}$.

I A



$x_{18} = 1.$

Si $p_{18}^I > p_{18}^A$ alors I sinon A.

$$\mathbb{P}(Y|I) = \mathbb{P}(x_1 \dots x_{256} | Y)$$

Or $\forall i \neq j.\ X_i \perp\!\!\!\perp X_j | I.$

$$= \prod_{i=1}^{256} \mathbb{P}(X_i | I)$$

$$= \prod_{i=1}^{256} p_i^{I\,x_i} (1-p_i^I)^{1-x_i}$$

c'est 2 probas sont dans 2 mondes diff.

$$\mathbb{P}(Y|A) = \prod_{i=1}^{256} p_i^{A\,x_i} (1-p_i^A)^{1-x_i}$$

Si $\mathbb{P}(Y|A) > \mathbb{P}(Y|I)$ Alors y est de type A

0,0192, .0,1728