Ex1. $F_1 = \forall x, \exists y.\ R(x.y)$

$F_2 = \exists x, \forall y.\ R(x.y)$

$F_3 = \forall x. \forall y\ (R(x.y) \to \exists z\ (R(x.z) \wedge R(z.y)))$

	F_1	F_2	F_3
(0, 1, 2, ...) $\mathbb{N}$. <	sat ($\neq$ valide)	F ($\neq$ valide)	F ($\neq$ valide)
$\mathbb{Q}$. <	valide.	F ($-\infty$)	valide.
ensemble $\mathbb{N}$. $\subset$	non valide	non valide (ϕ)	non valide.

Ex2. $\forall x\ \forall y\ (R(x.y) \to x \neq y)$. ($\neg R(x.y) \vee x \neq y$.) où x.y 2 v. et R. et $\neq$ 2 prédicat binaire.

Quel que soit la domaine $|M|$ considéré, le prédicat $\neq$: vrai si 2 argument sont différent

① admet un modèle à un seul élément ($card(|M|) = 1$) ?

Or supp $|M| = \{a\}$. $\neq^M = \phi$

$R(a.a) = \begin{cases} 0 & si \quad R^M = \{\ \} \\ 1 & si \quad R^M = \{(a.a)\} \end{cases}$

② Combien admet-elle de modèles à 2 éléments ?

$|M| = \{a.b\}$. $\neq^M = \{(a.b), (b.a)\}$.

$R = \{a.a\}$, $\{a.b\}$, $\{b.a\}$, $\{b.b\}$

4 Modèle.

$R^M = \phi$, $\{(a.b)(b.a)\}$, $\{(a.b)\}$, $\{(b.a)\}$.

③ Si la domaine est $\mathbb{N}$ et R : la relat° divisibilité, est-ce que la formule est satisfaite pr cette structure ?

X. Chaque nb est divisible par lui m̂

④ m̂ pr. $\forall x\ \exists y\ (R(x.y) \wedge (x \neq y))$

① $Card(M) = 1$? Non

②. ?

Ex3. a. La fièvre est définie comme un temp > 38 — fièvre → sup38 — $\neg f \vee s$

b. Les patients qui ont la grippe doivent prendre du tamiflu — $g \to t$ — $\neg g \vee t$

c. les patients qui ont fièvre + toussent ont la grippe — $\neg(f \wedge t) \to g$

d. Le patient tousse et a une temp > 38 — $t \wedge s$

C_1. ¬ fièvre ∨ sup38

C_2. $\neg g \vee t$.

C_3. $\neg f \vee \neg t \vee g$

C_4 t

C_5. s.

M①

$$\dfrac{\dfrac{C_4\ t \qquad C_3\ \neg f \vee \neg t \vee g}{\neg f \vee g} \qquad \dfrac{C_1\ s \qquad C_5\ \neg f \vee s}{\neg f}}{\dfrac{g \qquad C_2.\ (\neg g \vee t)}{t.}}$$

$C_1. C_2. C_3\ C_4. C_5 \vdash Ta$

Ex5. $C_1 = E(c)$.

$C_2 = I(d)$

$C_3 = S(d)$

$C_4 = \neg I(y) \vee R(c.y)$

$C_5 = \neg E(x) \vee \neg S(y) \vee \neg R(x.y)$.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{C_2\ I(d) \qquad C_4\ \neg I(y) \vee R(c.y).\ \{y \backslash d\}}{R(c.d)} \qquad C_5\ \neg E(x) \vee \neg S(y) \vee \neg R(x.y)\ \{x/c.\ y/d\}}{\neg E(c) \vee \neg S(d)} \qquad C_1}{\dfrac{\neg S(d) \qquad C_3}{\square}}$$

On a prouvé $C_1. C_2. C_3. C_4. C_5 \vdash \square$

Donc $\{C_1 \cdots C_5\}$ non sat.

$F \vdash \square$ donne F UNSAT

$F \vdash P$ donne $F \models P$.

$C_4 \quad \neg I(x) \vee R(c, x) \qquad C_5 \quad \neg E(x) \vee \neg S(y) \vee \neg R(x, y) \qquad \{x/c,\ y/x\}$

$\neg I(x) \vee \neg E(c) \vee \neg S(x). \qquad E(c)$

$\neg I(z) \vee \neg S(z). \qquad I(d) \qquad \{z/d\}$

$\neg S(d) \qquad S(d)$

$\square$