

Elements de programmation 2 UE LU1IN002. Poly de cours.

Auteur: M. Carpentier, à partir du poly

de S. Doncieux *Date:* 24 mars 2020

Le poly des cours se remplira petit à petit pour le scours précédents. Nous nous efforcerons de vous donner un chapitre chaque semaine correspondant au cours de la semaine. Il vous faudra le lire au cours de la semaine et vous pourrez poser des questions selon les modalités qui vous sont données par vos enseignants de TD ou de cours.

COURS 1 - DE PYTHON À C : LA SYNTAXE DU LANGAGE C

Cours assuré en cours magistral. Poly à venir... Si besoin lire https://zestedesavoir.com/tutoriels/755/le-langage-c-1/1042_les-bases-du-langage-c/, la partie I.

Cours assuré en cours magistral. Poly à venir...

3 COURS 3 - TABLEAUX, POINTEURS ET ALLOCATION

Cours assuré en cours magistral. Poly à venir... Si besoin, lire https://

zestedesavoir.com/tutoriels/755/le-langage-c-1/1043_aggregats-memoire-et-fichiers/4277_les-pointeurs/, https://zestedesavoir.com/tutoriels/755/le-langage-c-1/1043_aggregats-memoire-et-fichiers/4281_les-tableaux/ethttps://zestedesavoir.com/tutoriels/755/le-langage-c-1/1043_aggregats-memoire-et-fichiers/4285_lallocation-dynamique/

4 cours 4 - Algorithmes

Cours assuré en cours magistral. Poly à venir...

5 COURS 5 - ARITHMÉTIQUE DES POIN-TEURS ET CHAÎNES DE CARACTÈRES

A Cours assuré en cours magistral. Poly à venir..... Si besoin lire https://zestedesavoir.com/tutoriels/755/le-langage-c-1/1043_aggregats-memoire-et-fichiers/4283_les-chaines-de-caracteres/

6 cours 6 - structures

Cours assuré en cours magistral. Poly à venir... Si besoin, lire https://
zestedesavoir.com/tutoriels/755/le-langage-c-1/1043_aggregats-memoire-et-fichiers/
4279_structures/

COURS 7 À 9 - LISTES CHAÎNÉES

Ce chapitre présente le principe des listes dites chaînées et leur implantation en langage C. Ce type de structure est très courant en informatique et son implantation en C est l'occasion d'utiliser de façon plus approfondie les structures et les pointeurs qui ont été vus auparavant. Il est indispensable d'avoir bien compris ces deux notions avant d'aborder celle-ci.

INTRODUCTION 7.1

Des limitations des tableaux 7.1.1

Les tableaux permettent de stocker un nombre fixé à l'avance de variables d'un type donné. Par exemple, un tableau déclaré de la façon suivante : int tab[10] permet de stocker 10 variables de type int, stockées les unes après les autres.

Les tableaux sont plutôt simples à définir et à utiliser, cependant, ils disposent de quelques inconvénients. Tout d'abord, la taille, qui est imposée à la déclaration (ou à l'allocation) peut être un problème. Si on souhaite agrandir un tableau, il faut allouer un tableau de taille supérieure, recopier le contenu de l'ancien tableau dans le nouveau, puis libérer la mémoire allouée à l'ancien tableau ¹. Les limitations des tableaux sont encore plus flagrantes si l'on souhaite ajouter un élément au milieu du tableau : il va falloir décaler tous les éléments qui seront après le nouvel élément (cf. figure 1).

7.1.2 Idée intuitive

Les contraintes que l'on a identifiées sont liées au fait que toutes les cases d'un tableau sont stockées les unes à la suite des autres. Cela impose de disposer de suffisamment d'espace contigu et implique de déplacer potentiellement de grandes quantités de données si l'on souhaite insérer de nouvelles valeurs dans le tableau. Pourquoi ne pas définir une nouvelle structure dans laquelle les éléments ne se suivent pas les uns après les autres? Dans le cas d'un tableau, l'adresse de l'élément qui suit une case particulière est obtenue en ajoutant 1 au pointeur sur cette case. Si l'on ne souhaite plus stocker les cases de ce nouveau type de tableau les unes à la suite des

^{1.} La fonction realloc effectue toutes ces opérations

Inse	rtior	า d'ur	ı éle	ément (dar	is un ta	able	au		
	1		1		1		1		- 1	
	7		7		7				3	l
	9		9		9		7		7	l
3.2	15		15		15		9		9	l
0.							15		15	ı

En supposant que le tableau ait été alloué dynamiquement, il

- faire appel à realloc pour taille + 1,
- déterminer l'emplacement de l'élément à insérer,
- décaler d'une position tous les éléments situés après l'insertion.
- insérer le nouvel élément.

La ou les copies de portions du tableau est/sont coûteuses.

FIGURE 1 – Insertion de 3 dans un tableau d'entiers triés par ordre croissant.

autres, il faut se donner un moyen de les retrouver. Pourquoi ne pas indiquer, dans chaque case, l'emplacement de la case suivante? De cette façon, en partant de la case initiale, on pourra retrouver toutes les cases de ce "tableau". C'est le principe des listes chaînées. Chaque élément contient une donnée et l'adresse de l'élément suivant.

Qu'est-ce que cela implique? Les différents éléments d'une liste chaînée n'ont pas besoin d'être les uns à la suite des autres. On peut les allouer séparément et stocker l'adresse mémoire d'un élément dans l'élément qui le précède pour pouvoir le retrouver. Lorsque l'on souhaite ajouter un élément à une telle liste, il suffit donc d'allouer un élément et un seul, et de mettre à jour la "chaîne". Pour mettre à jour la chaîne, il suffit de modifier les éléments qui indiquent l'emplacement de l'élément à ajouter, donc a priori uniquement l'élément qui le précède². Ce qu'il faut noter ici, c'est que cette opération a un coût qui ne dépend pas de la taille de la liste. On a donc résolu ce qui nous posait problème.

Quelle conséquence a l'utilisation de listes chaînées? Si l'on a réussi à résoudre des problèmes liés aux tableaux, il faut se demander si on a introduit d'autres problèmes. Si ce n'était pas le cas, on pourrait en effet remplacer systématiquement les tableaux par des listes chaînées sans se poser plus de questions. Avec les listes chaînées, on introduit en fait deux problèmes potentiels. Le premier est que l'on ne peut plus accéder directement à un élément de la liste. Dans le cas d'un tableau, on sait que pour trouver le 4eme élément d'un tableau tab, il suffit d'écrire tab [3] ou, écrit avec des pointeurs, * (tab+3) (le premier élément d'un tableau est tab[0]). L'ac-

^{2.} Nous verrons plus tard des listes doublement chaînées qui contiennent à la fois l'adresse de l'élément suivant, et celle de l'élément précédent. Dans ce cas, il faudra aussi modifier l'élément suivant.

cès à un élément est donc immédiat et indépendant de la taille du tableau (il suffit de faire l'addition d'un entier à un pointeur). Dans le cas des listes chaînées, on ne connait pas à l'avance l'emplacement d'un élément : il est uniquement spécifié dans l'élément qui le précède. Il est donc nécessaire de parcourir la liste depuis son premier élément jusqu'à trouver l'élément cherché. Cette opération n'est plus indépendante du nombre d'éléments stockés dans la liste! De plus, chaque élément doit contenir l'adresse mémoire de l'élément suivant, ce qui n'était pas utile avec un tableau. Une liste chaînée va donc occuper plus de mémoire qu'un tableau.

Quand choisir d'utiliser une liste chaînée plutôt qu'un tableau? Nous avons vu que cette structure dispose d'avantages, mais aussi d'inconvénients. Elle sera donc à utiliser dans les cas où il faut insérer ou supprimer fréquemment des éléments. Le choix d'une telle structure ne saurait donc être systématique et nécessite donc de bien réfléchir à l'usage qui en sera fait. Tout ce que l'on peut faire avec une liste chaînée pourrait être fait avec un tableau. Seules des raisons d'efficacité peuvent pousser à utiliser de préférence l'un ou l'autre.

DÉFINITION D'UNE LISTE CHAÎNÉE EN C 7.2

Une liste chaînée est définie par une succession d'éléments contenant une donnée et l'adresse mémoire du prochain élément de la liste. Le type à définir pour caractériser une liste chaînée est donc uniquement le type d'un de ses éléments. Ce type respecte le schéma suivant :

```
1
  struct _un_element{
2
3
     /* champs de donnees */
4
5
     struct un element *suivant;
  };
```

Les données stockées peuvent être de n'importe quel type et peuvent contenir autant de champs que nécessaire. Le seul impératif est l'existence d'un champ de type pointeur sur la structure ainsi définie (son nom, de même que le nom choisi pour la structure, importe peu, nous utiliserons le nom suivant dans la suite de ce cours). Pour faciliter l'utilisation de cette structure, nous définirons simultanément un type synonyme de la façon suivante:

```
1
   struct _un_element{
2
3
     /* champ(s) de donnees */
4
5
     struct _un_element *suivant;
```

```
6 | } ;
7
  typedef struct _un_element Un_element;
```

Il est à remarquer que le type Un_element ne peut pas être utilisé dans la définition du champ suivant car il n'est pas encore connu par le compilateur lors de la la lecture de la structure. Par contre, il suffit de déplacer la ligne commençant par typedef et de la mettre avant la définition de la structure pour pouvoir utiliser le nom Un_element :

```
1
  typedef struct _un_element Un_element;
2
   struct _un_element{
3
4
     /* champ(s) de donnees */
5
6
     Un_element *suivant;
7
  } ;
```

Une liste chaînée est ensuite simplement définie comme un pointeur sur un de ces éléments. En pratique, la liste chaînée pointera sur le premier élément qu'elle contient. Une liste chaînée ne nécessite donc pas la définition d'un autre type, il suffit de déclarer un pointeur :

```
Un element
            *ma liste=NULL;
```

La variable ma_liste déclarée ci-dessus contient la valeur NULL, autrement dit elle ne pointe sur aucun élément. C'est de cette façon que les listes vides seront représentées.

Remarque : rien ne distingue une liste chaînée d'un pointeur sur un élément, c'est l'usage qui sera fait de ce pointeur qui en fera une liste chaînée (de même qu'un char est un entier et que l'usage qui en est fait permet de le considérer soit comme un entier, soit comme un caractère).

Exemple 1, liste chaînée contenant des entiers :

```
typedef struct _cellule_t cellule_t;
2
  struct _cellule_t{
3
    int donnee;
4
    cellule_t *suivant;
5
  };
```

Exemple 2, liste chaînée contenant des chaînes de caractères (de 29 lettres au maximum):

```
typedef struct _un_element_str Un_element_str
  struct _un_element_str{
3
    char mot [30];
4
    Un_element_str *suivant;
```

```
5 | };
```

Exemple 3, liste chaînée contenant un entier, un nombre réel et un mot :

```
typedef struct _un_element_divers Un_element_divers;
2
  struct _un_element_divers{
3
    int n;
4
    float x;
5
    char m[30];
6
    Un element divers *suivant;
7
  } ;
```

FONCTIONS DE MANIPULATION DES LISTES 7.3 CHAÎNÉES

La manipulation des listes chaînées est un peu plus complexe que celle des tableaux. Pour cette raison, les opérations les plus courantes sont habituellement regroupées dans des fonctions.

Dans cette section seront présentées les fonctions implantant les opérations les plus courantes. Nous allons vous présenter d'autres types de parcours parcours dont voici la liste :

- Construire une liste
- Parcourir une liste:
 - Parcours simples :
 - Afficher une liste
 - Fonction retournant un entier : retourner la somme des éléments d'une liste
 - Fonction retournant une liste : retourner une nouvelle liste contenant les carrés des éléments
 - Fonction retournant une liste : retourner la liste ordonnée en sens inverse
 - Parcours pouvant être «interrompus»
 - Rechercher un élément dans une liste
 - Parcours nécessitant de conserver l'élément précédent :
 - Libérer un liste
 - Supprimer un élément d'une liste
 - Concaténer deux listes
 - Autres parcours

- Parcourir deux listes -> Fusion de deux listes ordonnées

Nous allons vous donner le code pour ces différents parcours, en version itérative et ensuite en version récursive (chapitre suivant).

Dans la suite de cette section, la structure utilisée pour un élément sera la suivante (la même que celle du TD 8):

```
typedef struct _cellule_t cellule_t;
2
  struct _cellule_t{
3
      int donnee;
4
      cellule_t *suivant;
5
  };
```

Il ne s'agit bien sûr que d'un cas particulier de liste chaînée. Les fonctions données dans la suite de cette section devront donc être adaptées aux besoins en changeant le traitement réalisé sur le ou les champs de données.

Ces fonctions sont assez courtes et ne présentent pas de difficultés particulières du point de vue de la syntaxe à partir du moment où les notions de structure et de pointeurs sont bien maîtrisées. Cependant, il est parfois difficile de bien comprendre ce qu'elles font. Il est recommandé de bien les étudier et de vérifier leur comportement sur des exemples simples et sur les différents cas particuliers (selon les cas, liste vide, liste ne contenant qu'un seul élément, etc).

Création d'un élément et ajout d'un élément au début de la liste (en tête de liste)

Cette fonction prend en argument la valeur de l'entier à ajouter au début de la liste, ainsi que la liste (qui peut être NULL). Elle alloue la mémoire associée à un élément, initialise les différents champs et renvoie un pointeur sur le nouvel élément alloué par la fonction.

```
1
   cellule_t *cons(int val, cellule_t *pListe) {
2
      cellule_t *el;
3
4
      el = malloc(sizeof(cellule_t));
5
      if (el == NULL) {
6
         return NULL;
7
      }
8
      el->donnee=val;
9
      el->suivant = pListe;
10
      return el;
11
```

Voici des exemples d'appel de cette fonction :

```
1
  int main(){
2
     cellule_t *ns;
3
4
     ns=cons(3,ns);
5
6
     ns=cons(2,ns);
7
     ns=cons(1,ns);
8
     return 0;
```

Vous pouvez télécharger une évolution détaillée de la mémoire avec le fichier Cons.pdf.

7.3.2 Parcours simple d'une liste

Parcours simple d'une liste : affichage

Pour afficher tous les éléments d'une liste il faut parcourir cette liste. Comme nous ne connaissons pas a a priori le nombre d'éléments de la liste, il n'est pas possible d'utiliser comme pour les tableaux une boucle for avec un compteur. Nous utiliserons donc une boucle while qui s'arrêtera lorsque nous n'aurons plus d'élément à afficher. Voici le code de la fonction d'affichage.

```
1
  void Afficher_liste_int(cellule_t *liste) {
2
     cellule_t *cell=liste;
3
     while (cell != NULL) {
4
        fprintf(stderr, "%d ",cell->donnee);
5
        cell = cell->suivant;
6
7
     fprintf(stderr, "\n");
```

Nous mettons donc le pointeur vers le premier élément de la liste dans une variable locale nommée cell (ligne 2). L'instruction :

```
cell = cell->suivant;
```

permet de passer ("sauter") à l'élément suivant. La boucle s'arrête quand cell est NULL, c'est-à-dire qu'on n'a plus d'élément de liste à afficher.

Remarque: dans cette fonction, nous utilisons la fonction fprintf avec comme premier argument stderr et non printf comme habituellement. Comme printf, cette fonction affiche des messages dans le terminal (représenté ici par stderr). Mais la fonction printf bufferise les messages à afficher, c'est-à-dire les stocke dans un buffer et ne les écrit que quand le buffer est plein. Par conséquent, en cas de segmentation fault (erreur de segmentation à l'exécution), printf peut ne pas avoir encore affiché tous les

messages du programme (le buffer n'est pas plein) et on peut alors croire que le programme s'est arrêté plus tôt qu'il ne s'est arrêté en réalité. La fonction fprintf avec comme premier argument stderr ne bufferise pas les messages et tous ses appels donnent lieu à un affichage immédiat. En résumé, il faut utiliser fprintf + stderr pour les messages pour debugguer le programme et printf pour les autres messages.

Vous pouvez suivre l'évolution de l'état de la mémoire dans le fichier Afficher.pdf.

Parcours simple d'une liste : somme des éléments d'une liste

Voici le code d'une fonction qui calcule et retourne la somme des éléments d'une liste d'entiers.

```
1
  int somme_list(cellule_t *ns){
2
    cellule_t *cell = ns;
3
    int r=0;
4
    while (cell != NULL) {
5
       r = r + cell -> donnee ;
6
       cell = cell->suivant;
7
8
    return r;
9
  }
```

La parcours est similaire à celui la fonction d'affichage Afficher_liste_int : on commence au début de la liste (le premier élément) et on s'arrête lorsqu'on n'a plus d'élément (cell contient NULL).

Vous pouvez télécharger une évolution détaillée de la mémoire avec le fichier somme_list.pdf.

Parcours simple d'une liste : retourner les éléments au carré

Voici le code d'une fonction qui calcule et retourne une liste dont les éléments sont les éléments au carré de la liste initiale.

```
1
  cellule_t* liste_carres(cellule_t *ns) {
2
    cellule_t* newListe=NULL, *cell=ns;
3
    while (cell!=NULL) {
4
      newListe=cons(cell->donnee*cell->donnee, newListe);
5
      cell=cell->suivant;
6
7
    return newListe;
8
```

Le parcours est toujours le même mais cette fois il faut en plus construire une nouvelle liste. Pour cela nous utilisons la fonction cons que nous avons

écrite pour créer une liste, avec comme valeur à ajouter les éléments de la liste ns au carré. Cependant, le résultat n'est pas exactement celui que nous attendons : la nouvelle liste est à l'envers (cf. le déroulement détaillé dans le fichier liste_carres_it.pdf). Pour que la liste soit à l'endroit, il est par exemple possible de la retourner avec la fonction rev présentée page ?? (même si algorithmiquement il serait plus efficace d'insérer directement dans le bon ordre).

Parcours pouvant être interrompu : recherche un élément dans une 7.3.3 liste

Nous avons maintenant une valeur et nous voulons savoir si un élément de la liste contient cette valeur, et si oui, avoir l'adresse de cet élément. Si l'élément est absent, notre fonction retournera NULL. Pour cela, l'agorithme est:

Pour chaque élément de la liste

Si c'est l'élément cherché, on a fini, retourner l'élément

Sinon, on continue

Si à la fin on n'a pas trouvé, c'est qu'il n'y est pas, on retourne alors **NULL**

Et voici l'implémentation en C de cette fonction :

```
1
   cellule_t* rechercher(cellule_t* liste, int val) {
2
      while(liste != NULL) {
3
          if (liste->donnee == val) {
4
             return liste;
5
6
         else { /* else non obligatoire*/
7
             liste=liste->suivant;
8
9
10
      return NULL;
11
```

Vous pouvez suivre l'évolution détaillée de la mémoire dans le fichier Rechercher.pdf.

À la différence des fonctions précédentes, pour tester cette fonction, il faut envisager plusieurs cas. Il faut vérifier si elle fonctionne lorsque :

- l'élément à trouver est en 1er?
- l'élément à trouver est en dernier?
- l'élément à trouver est au milieu?
- l'élément à trouver est absent?

Un bon main serait donc:

```
1
   int main() {
2
     cellule_t * ns, *el;
3
     ns=cons(3,ns);
4
     ns=cons(2,ns);
5
     ns=cons(1,ns);
6
     el=rechercher(ns, 1);
7
     if(el==NULL || el-> donnee != 1)
8
       fprintf(stderr, "Erreur a la recherche du premier
          element\n");
9
     el=rechercher(ns, 2);
10
     if(el==NULL || el-> donnee != 2)
11
       fprintf(stderr, "Erreur a la recherche d'un element
           au milieu\n");
12
     el=rechercher(ns, 3);
13
     if (el==NULL | | el-> donnee != 3)
14
       fprintf(stderr, "Erreur a la recherche d'un element
           a la fin\n");
15
     el=rechercher(ns, 4);
16
     if (el==NULL )
17
       fprintf(stderr, "Erreur a la recherche d'un element
           absent\n");
18
     return 0;
19
```

Parcours nécessitant de conserver l'élément précédent

Libérer une liste

L'objectif de cette fonction est de libérer la mémoire allouée pour la liste (cf. figure 2)

Pour libérer une liste, l'algorithme assez intuitif est :

Pour chaque élément de la liste

Libérer l'élément (avec free)

Passer au suivant.

Il y a cependant un problème qui est que quand l'élément est libéré, on n'a plus accès à son champ suivant et on a donc perdu la suite de la liste... Il faut donc conserver l'adresse contenue dans le champ suivant dans une autre variable. L'implémentation est alors :

```
cellule_t *Liberer_liste(cellule_t *liste) {
2
     cellule_t *tmp;
3
     while(liste != NULL) {
4
        tmp = liste->suivant;
```

```
©2019-2020 (by Sorbonne Universit
        liste É/Licence d'informatique/LU1IN002)
```

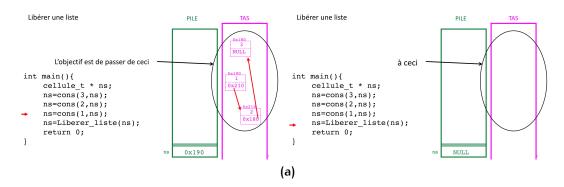


FIGURE 2 – Libération d'une liste allouée dans le tas. (a) Avant la libération. (b) Après la libération

```
5
          free (liste);
6
  liste = tmp;
7
      }
8
      return NULL;
9
```

Cette fonction retournera toujours NULL. Cela est pratique pour ne pas oublier de mettre à NULL le pointeur de tête de liste de la fonction appelante.

```
1
  int main() {
2
    cellule_t *ns;
3
    ns=cons(1, cons(2, cons(3, NULL)));
4
    ns=Liberer_liste(ns);
5
    return 0;
6
```

Vous pouvez suivre l'évolution de l'état de la pile et du tas dans le fichier Liberer.pdf.

Inverser l'ordre d'une liste

Voici le code d'une fonction qui inverse l'ordre des éléments d'une liste.

```
1
   cellule_t* rev(cellule_t *ns) {
2
     cellule_t* newListe=NULL, *suiv, *cell=ns;
3
     while (cell!=NULL) {
4
       newListe=cons(cell->donnee, newListe);
5
       suiv=cell->suivant;
6
       free (cell);
7
       cell=suiv;
8
9
     return newListe;
10
```

Nous créons donc une nouvelle liste newList dans laquelle nous mettons d'abord le 1er élément, puis le second, puis le troisième, etc. Ainsi, ce qu'on a ajouté en premier dans cette nouvelle liste (le premier élément de de ns) se retrouve, à la fin de la fonction, en dernier de la liste newList. Nous avons choisi de libérer (désallouer, free) la liste ns en même temps que nous créons la liste newList pour éviter les fuites mémoire (la conservation dans le tas d'espaces mémoire alloués qui ne sont plus utilisés). Nous aurions pu aussi utiliser la fonction de libération de la liste mais cela est moins efficace algorithmiquement car cela nécessite de parcourir une deuxième fois la liste.

Supprimer un élément d'une liste

Nous souhaitons maintenant supprimer de la liste un élément dont nous avons la valeur. Par exemple, si nous supprimons l'élément 2 de la liste habituelle qui est en 2e position, il faut alors que le premier élément se mette à pointer vers le dernier élément (cf. figure 3)

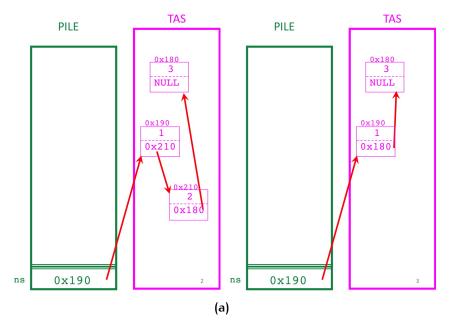


FIGURE 3 – Suppression du deuxième élément, de valeur 2

Les différentes étapes sont donc :

Trouver l'élément

Mettre à jour le chaînage

Libérer l'élément

Les cas est cependant différent lorsqu'on supprime le premier élément (cf. figure 4. Il faut alors aussi modifier le pointeur qui est dans la fonction appelante (dans nos examples, le main). Il faudra donc retourner la tête de liste

(le pointeur vers le premier élément), dont l'adresse pourra éventuellement changer.

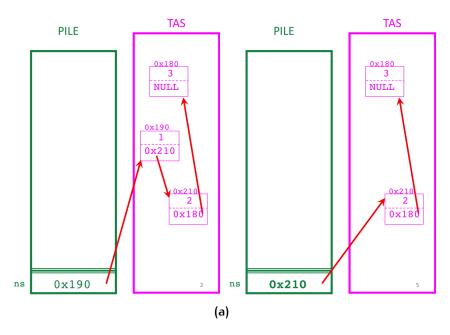


FIGURE 4 – Suppression du premier élément, de valeur 1

L'algorithme pour une version itérative de cette fonction (la version récursive est plus simple, nous la verrons dans un chapitre futur) est :

Trouver l'élément

Si on a bien trouvé l'élément

S'il n'est pas le 1er

On met à jour le chaînage

Sinon

On change la tête de liste

On libère l'élément

On retourne un pointeur vers le 1er élément

L'implémentation en C est :

```
1
   cellule_t *Supprimer_elt(cellule_t *liste, int val){
2
      cellule_t *tete, precedent = NULL;
3
       /* On garde un pointeur sur la tete */
4
      tete = liste;
5
      /* Trouver l'element*/
6
      while (liste != NULL && liste->donnee != val) {
7
         /* On garde un pointeur sur le precedent */
8
         precedent = liste;
9
         liste = liste->suivant;
10
11
      if (liste) { /* Si j'ai trouve l'element */
12
         if (precedent) {/* S'il n'est pas le 1er */
13
            /* On met a jour le chainage*/
14
            precedent->suivant = liste->suivant;
15
16
         else { /* S'il est le 1er */
17
            /* On change la tete de liste */
18
            tete = liste->suivant;
19
         }
20
         /* On libere l'element */
21
         free(liste);
22
23
      /* On retourne un pointeur vers le 1er element */
24
      return tete;
25
   }
```

Vous pouvez suivre l'évolution de la mémoire dans le fichier Supprimer.pdf NB: le pointeur NULL correspondant à l'adresse 0, les conditions (liste) et (liste != NULL) sont équivalentes.

Parcours s'arrêtant au dernier élément 7.3.5

Concaténer deux listes

Concaténer deux listes revient à accrocher la seconde liste à la fin de la première. Il faut donc parcourir la première liste jusqu'à atteindre son dernier élément, puis lui accrocher la deuxième liste. La condition de continuation du while est donc différente cette fois : il faut s'arrêter lorsqu'on est au dernier élément, c'est-à-dire celui dont le champ suivant est NULL, et il faut donc continuer tant que ce n'est pas le cas.

Voici le code en C:

```
cellule_t *Concatener_it(cellule_t *liste1, cellule_t *
      liste2) {
2
   /* Renvoie la liste obtenue en accrochant liste2 a la
      fin de listel */
3
      cellule_t *tmp;
4
      if (liste1 == NULL) {
5
         return liste2;
6
      }
7
      if (liste2 == NULL) {
8
         return listel;
9
10
      tmp = liste1;
11
      while (tmp->suivant != NULL) {
12
         tmp = tmp->suivant;
13
14
      tmp->suivant = liste2;
15
      return listel;
16
   }
```

7.3.6 Autre parcours : parcourir deux listes (création d'une liste par fusion de deux listes ordonnées)

Et voici pour finir le code en C d'une fonction un peu complexe qui, à partir de deux listes ordonnées croissantes d'entiers, crée une nouvelle liste contenant tous les entiers des deux listes, en ordre croissant.

```
cellule_t *Fusion_it(cellule_t *11, cellule_t *12) {
2
      cellule_t *liste_fusion=NULL, *next1=11, *next2=12;
3
      int v;
4
      while (next1 != NULL && next2 != NULL) {
5
         if (next1->donnee < next2->donnee) {
6
            v = next1->donnee;
7
            next1 = next1->suivant;
8
9
         else if (next1->donnee == next2->donnee) {
10
            v = next1->donnee;
11
            next1 = next1->suivant;
12
            next2 = next2->suivant;
13
         }
14
         else { // (next1->donnee > next2->donnee)
15
            v = next2 -> donnee;
16
            next2 = next2->suivant;
17
18
         liste_fusion = cons(v, liste_fusion);
19
20
      while (next1 != NULL) {
21
         /* on a atteint la fin de l2, pas de l1 */
22
         liste_fusion = cons(next1->donnee, liste_fusion);
23
         next1 = next1->suivant;
24
25
      while (next2 != NULL) {
26
         /* on a atteint la fin de l1, pas de l2 */
27
         liste_fusion = cons(next2->donnee, liste_fusion);
28
         next2 = next2->suivant;
29
30
      liste_fusion = rev(liste_fusion);
31
      return liste_fusion;
32
```

LISTES CHAÎNÉES ET FONCTION RÉCURSIVES

La définition de la structure définie au chapitre précédent pour les listes chaînées a un caractère particulier : c'est une définition récursive. Par exemple dans

```
typedef struct _cellule_t cellule_t;
 struct _cellule_t{
3
    int donnee;
4
    cellule_t *suivant;
5
  };
```

une valeur de type cellule_t contient un pointeur vers une valeur de type cellule_t. Pour compléter l'ensemble des listes, on utilise le ppointeur nul (consatnte symbolique NULL) pour désigner la liste vide.

Cela confère aux listes elles-mêmes une structure récursive : une liste (non vide) est constituée d'un premier élément suivi d'une liste d'éléments. En résumé on peut complètement caractériser l'ensemble des structues de listes chaînées de la manière suivante :

- cs est une liste si et seulement si
- cs est la liste vide NULL, ou
- sinon, cs contient un premier élément dont la valeur est donnée par cs->donnee et la suite est donnée par cs->suivant

Cette vision récursive des listes permet naturellement de concevoir leur traitement de manière récursive. Par exemple, pour afficher tous les éléments d'une liste, on met en application ce principe très simple :

- 1. Afficher le premier élément.
- 2. Afficher la suite de la liste.

Pour être complète, la définition de cet algorithme récursif «afficher la liste» doit considérer le cas de la liste vide :

```
Pour «afficher la liste» cs:
— si cs est NULL, ne rien afficher;
— sinon:
   — afficher cs->donnee;
   — «afficher la liste» xs->suivant.
```

Le langage C autorise de telles définitions récursives

```
1
    void Afficher_liste_int(cellule_t *cs) {
2
      if (cs == NULL) {
3
        printf("\n");
4
       } else {
5
        printf("%d ",cs->donnee);
6
        Afficher_liste_int(cs->suivant);
7
       }
8
```

On a un peu amélioré ici la définition un peu simpliste de l'algorithme d'affichage : sur la liste de vide, on passe à la ligne (printf ("\n"));on sépare les éléments affichés par une espace (printf ("%d ", cs->donnee)).

Ce principe s'applique aussi facilement pour les fonctions dont le résultat est obtenu en parcourant les structures de listes. Par exemple :

Pour renvoyer «la somme des éléments de la liste» cs :

- si cs est NULL alors renvoyer 0;
- sinon, renvoyer l'addition de cs->donnee et «la somme des éléments de la liste» cs->suivant.

```
1
  int somme_liste_int(cellule_t *cs) {
2
    if (cs == NULL) {
3
      return 0;
4
    } else {
5
      return (cs->donnee + somme_liste_int(cs->suivant));
6
    }
7
  }
```

Dans return (cs->donnee + somme_liste_int(cs->suivant)), l'application somme_liste_int (cs->suivant) est appelée appel récursif de la fonction somme liste int.

Exécution d'une fonction récursive 8.0.1

Pour comprendre ce qui se passe lorsqu'une fonction récursive est appelée considérons un exemple de définition récursive d'une fonction sur les entiers : la fonction qui renvoie la somme des entiers de 0 à n. Pour avoir une expression simple de cette fonction, remarquons que la somme $0 + \cdots + n$ est égale à la somme $n + \cdots + 0$ et que la somme $n + (n-1) + \cdots + 0$ est égale à $n + ((n-1) + \cdots + 0)$. Donc

Pour renvoyer «la somme des entiers de 0 à n»:

- $-\sin n = 0$ alors renvoyer 0;
- sinon, renvoyer l'addition de n et «la somme des entiers de 0 à n-1».

D'où la définition récursive

```
1
  int somme_int(int n) {
2
    if (n==0) {
3
      return 0;
4
    } else {
5
6
      return (n + somme_int(n-1));
7
8
```

Pour expliquer le principe d'évaluation d'une telle fonction, on peut utiliser une vision abstraite des appels récursifs. Prenons l'exemple simple de l'application somme_int(3):

```
(1)
   somme_int(3) = 3 + somme_int(2)
(2)
                  = 3 + (2 + somme_int(1))
(3)
                  = 3 + (2 + (1 + somme_int(0)))
(4)
                  = 3 + (2 + (1 + 0))
(5)
                  = 3 + (2 + 1)
                  = 3 + 3
(6)
(7)
```

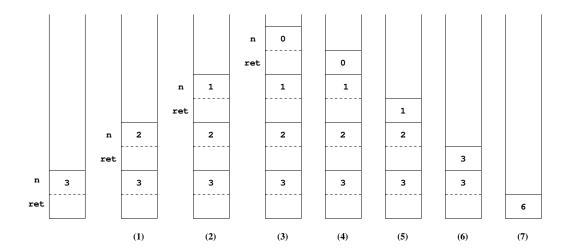
Ces 7 étapes d'évaluations se composent :

de (1) à (4) phase de «développement» des appels récursifs avec mise en attente des additions;

de (5) à (7) calcul effectif des additions avec les résultats des appels récur-

Le «tournant» a lieu à l'étape (4) lorsque l'appel récursif avec 0 permet de mettre fin à la phase de développement puisqu'alors la valeur de retour de la fonction est immédiatement donnée (return 0). Cette valeur permet d'avoir celle de l'appel précédent (somme_int (1) =1+0=1); puis celle de l'appel précédent (somme_int (2) =2+1=3) et enfin, celle de l'appel initial $(somme_int(3) = 3 + 3 = 6).$

Lorsque que le code de la fonction somme_liste est exécuté, le «développement» des appels récursifs se traduit par une «mise en attente» sur la pile des valeurs de retour de ces appels. Pour expliquer le mécanimse d'appel de fonction, nous avons montré comment les arguments des fonctions sont mis sur la pile pendant l'évaluation du corps de la fonction. Compliquons un peu ce modèle en ajoutant un autre élément sur la pile lors de l'appel d'une fonction : une place pour recevoir le résultat. Appelons ret cette place. Avec cette nouvelle convention d'appel, la figure suivante illustre l'évolution de la pile lors des 7 étapes du calcul de somme_int (3)



8.0.2 Spécifications équationnelles

Il est d'usage en mathématique de définir les fonctions récursives (ou les suites récursives) de la manière suivante (ici, l'élévation de x à la puissance entière n) :

$$x^{n} = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ x \times x^{n-1} & \text{sinon} \end{cases}$$

ou encore, de manière équivalente :

$$\begin{array}{rcl}
x^0 & = & 1 \\
x^{n+1} & = & x \times x^n
\end{array}$$

Cette manière repose sur le fait que l'ensemble des entiers naturels peut être *construit* à partir de la constante 0 est de l'opération $n \mapsto n+1$ (la fonction *successeur*).

Cette caractéristique existe aussi pour l'ensemble des listes que nous avons défini (rappel) :

- cs est une liste si et seulement si
- cs est la liste vide NULL, ou
- sinon, cs contient un premier élément dont la valeur est donnée par cs->donnée et la suite est donnée par cs->suivant.

La liste vide NULL correspond au 0 des entiers et la fonction cons (création de liste, 7.3.1) peut correspondre à la fonction successeur des entiers. À la manière de ce qui se fait pour les entiers en mathématique, on peut *spécifier* avec des équations des fonctions récursives sur les listes. Par exemple, on peut définir ainsi la (fonction de calcul de la) taille d'une liste :

$$\mbox{taille}(cs) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \mbox{si} \; cs = \mbox{NULL} \\ 1 + \mbox{taille}(cs -> \mbox{suivant}) & \mbox{sinon} \end{array} \right.$$

```
ou
          taille(NULL)
          taille(cons(x,cs)) = 1 + taille(cs)
```

La première forme de définition peut se transcrire assez directement comme une définition en C :

```
int taille(cellule_t *cs) {
1
2
    if (cs == NULL) {
3
      return 0;
4
    } else {
5
      return 1 + taille(cs->suivant);
6
```

La seconde est plutôt utile comme outil de *simulation* du calcul :

```
taille(cons(67, cons(34, cons(98, NULL))))
= 1+taille(cons(34, cons(98, NULL)))
= 1+(1+taille(cons(98, NULL)))
= 1+(1+(1+taille(NULL)))
= 1 + (1 + (1 + 0))
= 1 + (1 + 1)
= 1+2
```

Pour donner un autre exemple, voici comment on peut spécifier la fonction rechercher

```
	ext{rechercher}(cs, v) = \left\{ egin{array}{ll} 	ext{NULL} & 	ext{si } cs = \ cs & 	ext{sinon}, \ 	ext{rechercher}(c	ext{-}>	ext{suivant}, v) & 	ext{sinon} \end{array} 
ight.
                                                                                                                        si cs = NULL
                                                                                                                        sinon, si cs->donnee = \nu
```

Ce qui donne la définition C suivante :

```
cellule_t *rechercher(cellule_t cs, int v) {
1
2
     if (cs == NULL) {
3
       return NULL;
4
     } else {
5
       if (cs->donnee == v) {
6
         return cs;
7
       } else {
         return rechercher(cs->suivnat, v);
9
       }
10
     }
11
```