

**Durée 2h - documents et calculatrices non autorisés**

Le barème n'est donné qu'à titre indicatif

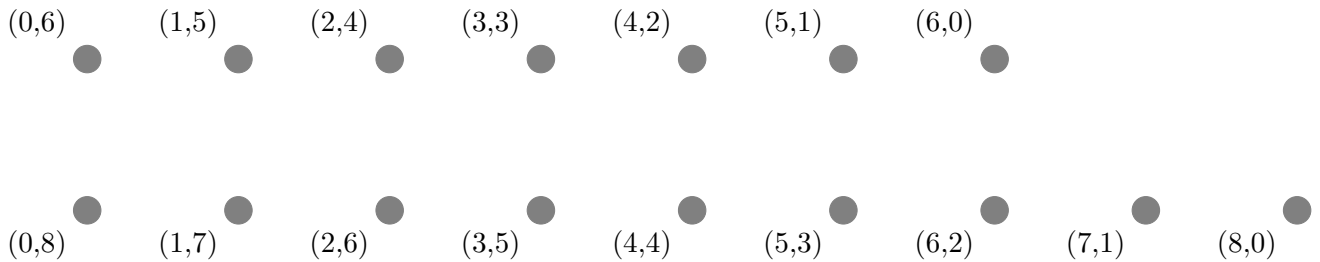
**1 Logique épistémique**

**Exercice 1** – Modélisation et annonces publiques – 9 points

Un roi fait venir deux peintres qu'il tient prisonniers (Robert et Sonia) dans une pièce et leur fait porter à chacun une paire de lunettes. Le roi pose ensuite devant les deux prisonniers un tableau, qui comporte des points de couleurs. Le roi leur dit alors :

“Sur ce tableau, il y a des points jaunes et rouges, et seulement de ces couleurs. Robert, tu ne peux voir que les points de couleur jaune. Sonia, tu ne peux voir que les points de couleur rouge. Il y a au total 8 ou 6 points. ”

1. (1pt) La figure suivante indique les différents mondes possibles, où un monde  $(x, y)$  signifie que Robert voit  $x$  points et Sonia en voit  $y$ . Reproduisez cette disposition sur votre copie, et ajoutez les relations d'accessibilité correspondant à Robert et Sonia. (Vous supposerez que les relations sont implicitement réflexives et symétriques).



2. (1.5 pt) On utilisera à présent les propositions  $xn$  pour signifier “ $x$  voit exactement  $n$  points.” Ainsi, par exemple, on pourra écrire la formule  $K_r(s2)$ , qui signifie que Robert sait que Sonia voit exactement 2 points.

Donner les formules de logique épistémique correspondant aux énoncés suivants :

- (a) Robert sait que Sonia ne voit pas 0 point.
- (b) Robert sait que Sonia sait qu'il ne voit pas 2 points.
- (c) tout le monde sait que Sonia ne voit pas 0 point.
- (d) il est connaissance commune que Sonia ne voit pas 0 point.
- (e) il est connaissance distribuée que Robert voit 4 points et que Sonia voit 4 points.

Pour la suite de l'exercice, nous noterons par  $M$  la structure de Kripke obtenue par le cadre donné à la question 1, avec la fonction d'interprétation évidente indiquant que dans le monde  $(x, y)$ , les propositions  $rx$  et  $sy$  sont vraies.

3. (2.5pts) Supposons à présent que la situation réelle soit la suivante : Robert voit 4 points et Sonia voit 4 points, correspondant au monde  $(4, 4)$ . Indiquez, pour chacune des formules de la question précédente, si elle est vraie dans ce monde  $(4, 4)$ .
4. (1.5pt) Indiquez si les formules suivantes sont vraies :
- (a)  $M, (4, 4) \models C_{\{r,s\}} \neg s1$
  - (b)  $M \models C_{\{r,s\}} \neg s0$

(c)  $M \models C_{\{r,s\}} \neg s0 \vee C_{\{r,s\}} \neg s1$

5. (1.5pt) Le roi explique ensuite :

“Chaque jour, je vais demander publiquement à l’un de vous, alternativement, si il sait si le tableau comporte 6 ou 8 points. Si vous pouvez me répondre avec certitude, je vous libère tous les deux. Sinon, je vous condamne à regarder ce tableau pour le reste de vos jours.”

Le premier jour, la question est posée à Robert qui répond publiquement : “Je ne sais pas.”.

Le deuxième jour, la question est posée à Sonia qui répond publiquement “Je ne sais pas”.

Indiquez, après chaque jour, comment la structure est modifiée (*i.e* quels mondes sont éliminés).

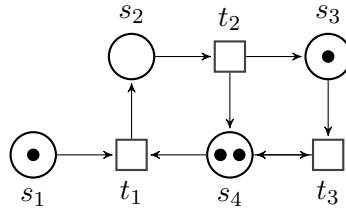
6. (1pt) Est-il possible selon vous que, après un certain nombre de questions, Robert ou Sonia puisse répondre de manière certaine et indiquer le nombre de points présents sur le tableau ? Si oui, indiquez après combien de jours, en justifiant votre réponse. Si non, expliquez pourquoi.

**Références.** L'exercice est librement inspiré de l'énigme décrite sur “The seemingly impossible escape” (Presh Talwalkar). *Mind your Decisions Blog*, puis reprise sur “The puzzle you can only solve with your best friend” (Brian Gallagher). *Facts so Romantic. The Nautilus Blog*. L'origine de l'énigme elle-même ne semble pas bien établie.

## 2 Réseaux de Petri

### Exercice 2 – Analyse – 3 points

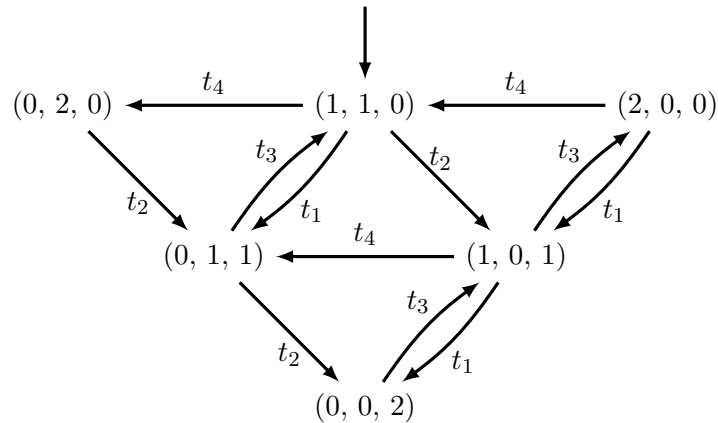
On considère le réseau de Petri suivant



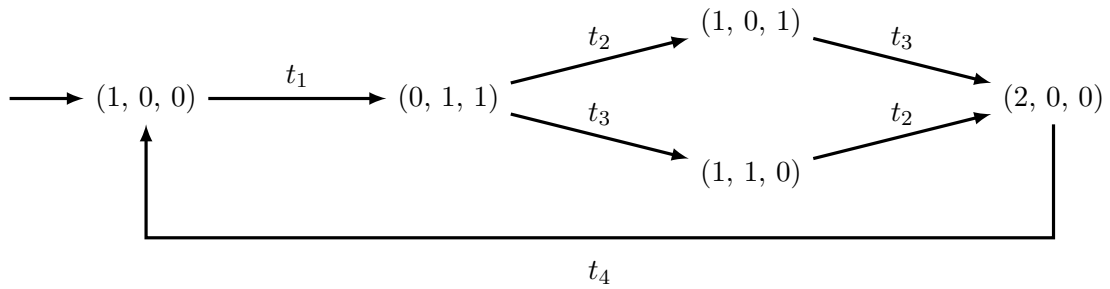
1. (1.5pt) Donner son graphe des marquages accessibles.
2. (1.5pt) Déterminer si le réseau est a) vivant, b) quasi-vivant, c) sans blocage, d) borné, e) réversible.

### Exercice 3 – Analyse – 3 points

1. (1.5pt) Donner un réseau de Petri dont le graphe des marquages accessibles est le suivant



2. (1.5pt) Expliquer pourquoi on ne peut pas construire de réseau de Petri dont le graphe des marquages accessibles est le suivant



#### Exercice 4 – Modélisation – 5 points

On considère une clinique dentaire où travaillent un dentiste et deux assistants. Les opérations de détartrage sont effectuées par un assistant, les arrachages de dents par le dentiste et un assistant. Quand les patients arrivent, ils s'installent dans la salle d'attente avant d'être pris en charge.

- (3pts) Représenter le système par un réseau de Petri, en utilisant des transitions pour les débuts et les fins de traitement. Veillez à la lisibilité des solutions proposées, en particulier donnez des noms explicites aux places et aux transitions que vous utilisez. Précisez le marquage initial, en considérant qu'il n'y a pas de patient.
- (2pts) Quelle modification faut-il apporter pour modéliser un nombre  $N$  maximal de places disponibles dans la salle d'attente ?

### 3 Automate temporisé

#### Exercice 5 – Analyse – 2 points

Donner trois mots,  $w_1$ ,  $w_2$  et  $w_3$ , reconnus par l'automate temporisé à 2 horloges,  $z_1$  et  $z_2$  ci-dessous, tels que

- $w_1$  contienne toutes les lettres de l'alphabet associé à l'automate
- $w_2$  soit de durée minimale
- $w_3$  soit de longueur minimale

en donnant pour chacun l'exécution correspondante de l'automate.

