Лабораторная работа № 1. Интерполяционный многочлен Лагранжа

Задача: написать программу, реализующую алгоритм построения интерполяционного многочлена Лагранжа для функции

$$f(x) = \sqrt{x}\sin x + 1$$

на интервале $(0; 2\pi)$ с узлами интерполяции:

$$x_0 = 0{,}5h;\ x_1 = 1{,}5h;\ x_2 = 2{,}5h; x_3 = 4{,}5h; x_4 = 6{,}5h.$$

Этапы выполнения работы:

1) Построить разбиение интервала $(0; 2\pi)$, используя формулу:

$$x_i = \frac{2\pi}{100} * i, i = 1, \dots, 100;$$

2) Вывести в файл значения интерполируемой функции $f(x)$;
3) Написать алгоритм построения многочлена Лагранжа по формуле:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \prod_{\substack{j=1, \\ j\neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j};$$

4) Вывести в файл значения полученного многочлена;
5) Результаты представить в виде двух графиков: графика исходной функции и графика многочлена Лагранжа.

Лабораторная работа № 2. Интерполяционный многочлен Ньютона

Задача: написать программу, реализующую алгоритм построения интерполяционного многочлена Ньютона для функции

$$f(x) = \sqrt{x}\sin x + 1$$

на интервале $(0; 2\pi)$ с узлами интерполяции:

$$x_0 = 0{,}5h;\ x_1 = 1{,}5h;\ x_2 = 2{,}5h; x_3 = 4{,}5h; x_4 = 6{,}5h.$$

Этапы выполнения работы:

1) Построить разбиение интервала $(0; 2\pi)$, используя формулу:

$$x_i = \frac{2\pi}{100} * i, i = 1, \ldots, 100;$$

2) Вывести в файл значения интерполируемой функции $f(x)$;
3) Написать алгоритм построения многочлена Ньютона по формуле:

$$L_n(x) = f(x_0) + f(x_0; x_1)(x - x_0) + \cdots$$
$$\ldots + f(x_0; \ldots; x_n)(x - x_0) \ldots (x - x_{n-1});$$
$$f(x_0; \ldots; x_n) = \sum_{j=0}^{n} \frac{f(x_j)}{\prod_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^{n} (x_j - x_i)}$$

4) Вывести в файл значения полученного многочлена;
5) Результаты представить в виде двух графиков: графика исходной функции и графика многочлена Ньютона. Сравнить многочлены Лагранжа и Ньютона. Ответить на вопрос: в чем преимущества многочлена Ньютона перед многочленом Лагранжа?

Лабораторная работа № 3. Методы Рунге-Кутта

Задача: написать программу, реализующую алгоритм построения решения задачи Коши:

$$\begin{cases} y' = f(x, y) = \dfrac{3x^2}{x^3 + y + 1}, \\ y(0) = -2. \end{cases}$$

(точное решение: $y(x) = -x^3 - 2$*).*

Этапы выполнения работы:

1) Вывести в файл точные значения решения задачи Коши;
2) Написать алгоритм построения решения задачи Коши методами ломаных Эйлера, методом «предиктор-корректор» и методами Рунге-Кутты четвертого порядка;
3) Вывести в файл значения полученной функции;
4) Результаты представить в виде четырех графиков: графика исходной функции и графиков соответствующих методов Рунге-Кутта.

Лабораторная работа № 4. Краевая задача для ОДУ

Задача: написать программу, реализующую алгоритм построения решения краевой задачи для ОДУ:

$$\begin{cases} y'' + y' = 1, \\ y'(0) = 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

(точное решение: $y(x) = x + e^{-x} - e^{-1}$).

Этапы выполнения работы:

1) Вывести в файл точные значения решения задачи Коши;
2) Написать алгоритм построения решения задачи Коши, используя разностную схему:

$$\begin{cases} \dfrac{y_{i-1} + 2y_i + y_{i+1}}{h^2} + \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1, \\ \dfrac{y_2 - y_1}{h} = \dfrac{h}{2} \text{ (или } = 0), \\ y_n = 1. \end{cases}$$

Решение которой ищется методом прогонки:

$$A_1 = C_n = 0;\ A_i = 2 - h;\ B_i = 4;\ C_i = 2 + h; 2 \le i \le n - 1;$$

$$B_1 = C_1 = 1; D_1 = \frac{h^2}{2}; A_n = 0, B_n = -1; D_n = 1.$$

3) Вывести в файл значения полученного решения;
4) Результаты представить в виде четырех графиков: графика исходной функции и полученного решения.