

# 2011 级研究生可计算性与计算复杂性试题

(程序设计或证明题要求写出算法思想并进行必要的注释, 时间 3 个小时)

一、(20 分) 简要叙述可计算性与计算复杂性的发展历程, 并谈谈你对这门课程的认识。

二、(10 分) 判断对错(对的打√, 错的打×, 每小题 1 分)

√ 递归函数都是可计算函数; ( )

× 可计算函数都是原始递归函数; ( )

√  $S_2 S_3 S_1 S_0 S_2 \rightarrow [3, 4, 2, 1, 3] = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^1 \cdot 11^3$ ; ( )

1.4 设谓词  $P(V, \bar{X})$  是半可计算的, 则  $(\exists V)P(V, \bar{X})$  也是半可计算的; ( )

1.5 半可计算性封闭于受围全称量词; ( )

6 评价算法时要考虑时间复杂度, 但不考虑空间复杂度; ( )

7 广义 P-T 图灵机带上一一般有  $\infty$  个符号; ( )

8 设  $S_1$  和  $S_2$  是半可计算集, 则  $S_1 \cap S_2$  是可计算集; ( )

9  $K(x)$  是半可计算的,  $\sim K(x)$  也是半可计算的; ( )

10  $DTIME(T(n)) \subset NTIME(T(n))$ ; ( )

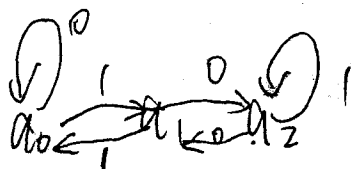
三、(20 分) 只用元语言五条基本指令给出计算  $y = \lceil \log_2 x \rceil$  的程序。

四、(10 分) 设  $R(x, t)$  是原始递归谓词, 又设  $g(x, y) = \max_{t \leq y} R(x, t)$ , 即  $g(x, y)$  是使得  $R(x, t)$  为真的  $t \leq y$  的最大值; 如果没有这样的  $t$  存在, 则  $g(x, y) = 0$ 。试证明  $g(x, y)$  是原始递归的。  
 $g(x, y) = \max_{t \leq y} (t \cdot \delta(R(x, t+1)))$

五、(15 分) 给出计算整数  $x_1$  和  $x_2$  最大公约数的多带图灵机。

六、(15 分) 设  $S$  表示所有能够被 3 整除并且是奇数的二进制数组成的集合, 请给出半图厄系统  $\pi$  使得  $S = T(\pi) \cap \{0, 1\}^*$ 。

七、(10 分) 设语言  $L = \{wcw^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ ,  $w^R$  是  $w$  的逆字, 设计接受  $L$  的图灵机  $M_1$  使其时间复杂度为  $n+1$ ; 再设计接受  $L$  的图灵机  $M_2$  使其空间复杂度是  $\log_2 n$ 。



Handwritten notes and calculations for the last problem:

$2x$   
 $1a_0 \rightarrow 1$   
 $\bar{x}a_0, \bar{x}0$   
 $3k, 6k+1, 3k+1, 6k+2$   
 $2(3k)+1, 2(3k)+2$   
 $6k+3, 3(2k+1)$   
 $2(3k), 3(2k+1)+1$   
 $3(2k+1), 6k+5, 3(2k+1)+2$   
 $3(2k+1), 6k+2+1, 6k+3$