

2009 级研究生可计算性与计算复杂性试题

(程序设计或证明题要求写出算法思想并进行必要的注释, 时间 3 个小时)

一、(15 分) 简要叙述可计算性与计算复杂性的发展历程并谈谈你对这门课程的认识。

二、(15 分) 判断对错(对的打√, 错的打×, 前 1-5 小题 1 分, 6-10 小题 2 分)

1. 全函数不都是可计算函数; √
2. 递归函数不都是可计算函数; ×
3. 设谓词 $P(x), Q(x)$ 都是可计算的, 则 $P(x) \vee Q(x)$ 也是可计算的; √
4. $S_2 S_3 S_1 S_0 S_2 \rightarrow [3, 4, 1, 1, 3] = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^1 \cdot 7^1 \cdot 11^3$; ×
5. 评价算法时要考虑时间复杂度, 但也要考虑空间复杂度; √
6. 半可计算性封闭于存在量词; 否
7. 设 S_1 和 S_2 是半可计算集, 则 $S_1 \cap S_2$ 是可计算集; ×
8. 广义 P-T 图灵机带上只能有两个符号; ×
9. $K(x)$ 是半可计算的, $\neg K(x)$ 也是半可计算的; ×
10. $DSPACE(P(n)) \subseteq NSPACE(P(n))$; ×

$\exists y. H(x, y)$

$S_1(n) = 13$
 $S_2(n) = 13$

$t = \lfloor \sqrt{x} \rfloor$
 $y = t + 3$

71'

三、(20 分) 只用元语言五条基本指令给出计算 $y = \lfloor \sqrt{x} \rfloor + 3$ 的程序。

四、(10 分) 设 $g(x)$ 是原始递归函数, 又设 $f(0, x) = g(x), f(n+1, x) = f(n, f(n, x))$, 证明 $f(n, x)$ 是原始递归函数。

五、(15 分) 给出计算函数 $f(x) = \lfloor x/n \rfloor$ 的四元组 TM。

六、(15 分) 设 S 表示所有能够被 6 整除的二进制数组成的集合, 给出半图厄系统 π 使得 $T(\pi) \cap \{0, 1\}^*$ 。

七、(10 分) 证明 $f(x) = 2^x$ 是时间可构造的。

$A \rightarrow 0 a_0$

$A \rightarrow 1 a_1$

$a_0 \rightarrow 0 a_0$

$a_0 \rightarrow 1 a_1$

$a_1 \rightarrow 0 a_2$

$a_1 \rightarrow 1 a_3$

$a_2 \rightarrow 0 a_4$

$a_2 \rightarrow 1 a_5$

$a_3 \rightarrow 0 a_6$

$a_3 \rightarrow 1 a_7$

$a_4 \rightarrow 0 a_8$

$a_4 \rightarrow 1 a_9$

$A \rightarrow 0 a_0$

$A \rightarrow 1 a_1$

$a_0 \rightarrow 0 a_0$

$a_0 \rightarrow 1 a_1$

$a_1 \rightarrow 0 a_2$

$a_1 \rightarrow 1 a_3$

$a_2 \rightarrow 0 a_4$

$a_2 \rightarrow 1 a_5$

$a_3 \rightarrow 0 a_6$

$a_3 \rightarrow 1 a_7$

$a_4 \rightarrow 0 a_8$

$a_4 \rightarrow 1 a_9$

$a_5 \rightarrow 0 a_{10}$

$a_5 \rightarrow 1 a_{11}$

$0 a_0 \rightarrow 0$

$1 a_0 \rightarrow a_0$