

# 2008 级可计算性与计算复杂性试题

(程序设计或证明题要求写出算法思想与简单注释)

一、(15 分) 简要叙述可计算性与计算复杂性的发展历程并谈谈你对这门课程的认识。

二、(15 分) 判断对错 (对的在括号内打√, 错的在括号内打×, 前 1-5 小题 2 分, 6-10 小题 1 分)。

1. 全函数都是可计算函数 (×);

可计算函数是全函数。

2. 可计算函数都是原始递归函数 (×);

半可计算性封闭于存在量词, 不封闭。

3. 设谓词  $P(x), Q(x)$  都不是可计算的, 则  $P(x) \vee Q(x)$  也不是可计算的 (√);

用于受周分字量词

4.  $S_2 S_3 S_1 S_0 S_2 \rightarrow [3, 4, 1, 1, 2] = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^1 \cdot 7^1 \cdot 11^2$  (×);

5. 评价算法时要考虑时间复杂度, 但可以不考虑空间复杂度 (×);

6. 半可计算性封闭于全称量词 (×);

部分递归函数

7. 由初始函数出发, 使用复合、递归和取极小算子得到的函数为原始递归函数 (×);

8. 广义 P-T 图灵机上可以只有  $S_0$  和  $S_1$  两个符号 (√);

9. 半可计算集之集是可数的 (√);

10.  $DTIME(T(n)) \subseteq NTIME(T(n))$  (√)。

三、(20 分) 只用元语言五条基本指令给出计算  $y = [x/n]$  的程序。

取x, 反复n次, 要n不为0, 再减x, 但需保存每次的n, y=n, 70A, 70A 4x+0, 原语言 x=x+1, y=x

四、(10 分) 设  $F(0)=1, F(1)=2, F(n+2)=F(n)+F(n+1)$ , 证明  $F(n)$  是原始递归函数。

提示: 令  $h(n) = \langle F(n), F(n+1) \rangle$ , 先证  $h(n)$  是原始递归的, 其中  $\langle \rangle$  是配对函数。

五、(15 分) 用四元组给出计算函数  $I(x) = \log_2 x$  的 TM。

$\lfloor \log_2 x \rfloor$

六、(15 分) 设语言  $L = \{w \mid w \in \{a,b\}^*, \text{并且 } w \text{ 中任何相连的三个字符中必有 } b\}$ , 给出图

厄系统  $\pi$  使得  $L = T(\pi) \cap \{a,b\}^*$ 。

七、(10 分) 证明  $\log_2(n+1)$  是空间可构造的。

$F(n) = \lfloor \log_2(n+1) \rfloor$ ,  $F(n+1) = \lfloor \log_2(n+2) \rfloor$

$h(0) = \langle F(0), F(1) \rangle = 2$

$h(n+1) = \langle F(n+1), F(n+2) \rangle$

$h(n+1) = \langle F(n+1), F(n+2) \rangle$

$= \frac{[F(n+1) + F(n+2)] \cdot [F(n+1) + F(n+2) + 1]}{2} + F(n+2)$