

2013 级研究生可计算性与计算复杂性试题

(程序设计题需写出算法思想并进行必要的注释, 否则扣分, 时间 2 个半小时)

- 一、简要叙述可计算性与计算复杂性理论的发展历程, 并谈谈你对这门课程的认识 (20 分)。
- 二、设计原语言程序 (限用五条基本指令) 计算 $f(x) = x + \lfloor x/2 \rfloor$ (15 分)。
- ③ 设 $\lambda(x)$ 是小于等于 x 且与 x 互质的正整数的个数, 例如 $\lambda(0)=0$, $\lambda(1)=1$, $\lambda(2)=1$, $\lambda(3)=2$, $\lambda(4)=2$ 。试证 $\lambda(x)$ 是原始递归函数 (8 分)。
- 四、设计计算 $\lfloor \log_3(x+1) \rfloor$ 四元组图灵机 (20 分)。
- ⑤ 请设计半图灵系统 π , 使得 $N(\pi) = \{x \mid (\exists n)(x = 2^{3^n})\}$ (12 分)。
- 六、设计计算整数 x_1, x_2 最大公约数的多带图灵机 M , 并确定其时间复杂性 (25 分)。

① 原语言
② 图灵机
③ 四元组图灵机
④ $\{w_0 \sim w_k\}$ 单 $O(n^2)$
 $2 \leq O(n)$ 多带
 $O(\log N)$ 多带
⑤ 原始递归