

Министерство образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО
«Алтайский государственный технический университет
им. И.И. Ползунова»

УДК 621.315.66.001

Сборник лабораторных работ по механике: - Методические
указания. Коллектив авторов кафедры «Механика и инновати-
ка». Алт. гос. техн. ун-т им. И.И. Ползунова. - Барнаул: Изд-во АлтГТУ,
2016. -85 с.

**СБОРНИК ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ
ПО МЕХАНИКЕ**

Сборник предназначен для студентов изучающих курсы "Со-
противление материалов", "Прикладная механика", "Техническая ме-
ханика", "Механика материалов и конструкций". Лабораторные заня-
тия способствуют усвоению основ курса в наглядной и запоминаю-
щейся форме, знакомят студентов с важнейшими механическими свой-
ствами материалов, с постановкой и проведением экспериментов, что
немаловажно для развития научно-исследовательской работы.

Настоящий сборник включает описание работ, выполняемых на
кафедре «Механика и инноватика» АлтГТУ.

Рассмотрено и одобрено на заседании
кафедры «Механика и инноватика»
Протокол № 7 от 21 апреля 2016 г.

Барнаул-2016

СОДЕРЖАНИЕ:	
ВВЕДЕНИЕ.....	4
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ.....	5
Лабораторная работа № 1. <u>Черканов В.В., Черепанова Е.В.</u>	
Определение основных механических свойств материалов по диаграмме растяжения.....	8
Лабораторная работа № 2. <u>Котенева Н.В.</u>	
Определение основных механических свойств материалов по диаграмме сжатия.....	18
Лабораторная работа № 3. <u>Алексейцев А.И., Черепанова Е.В.</u>	
Определение модуля нормальной упругости и коэффициента поперечной деформации.....	27
Лабораторная работа № 4. <u>Алексейцев А.И.</u>	
Определение модуля упругости второго рода при кручении стали, чугуна, дерева.....	32
Лабораторная работа № 5. <u>Черканов В.В.</u>	
Определение твердости различных материалов.....	42
Лабораторная работа № 6. <u>Москаленко Е.М..</u>	
Опытное определение нормальных напряжений в поперечном сечении балки при прямом изгибе	53
Лабораторная работа № 7. <u>Барбаш Ю.Г.</u>	
Линейные и угловые перемещения сечений балок при плоском изгибе	67
Лабораторная работа № 8. <u>Алексейцев А.И.</u>	
Экспериментальное определение величины прогибов при косом изгибе	63
Лабораторная работа № 9. <u>Максименко А.А.</u>	
Экспериментальное и теоретическое определение реакции средней опоры двухпролетной неразрезной балки.....	73
Лабораторная работа № 10. <u>Барбаш Ю.Г.</u>	
Экспериментальное и теоретическое определение перемещений в пространственном брусе.....	78
Список литературы.....	85

ВВЕДЕНИЕ

Изучение курса "Сопротивление материалов", одного из интереснейших разделов механики, предполагает теоретические положения и экспериментальные исследования. Причем довольно сложно ответить, а что же было первичным в истории курса теория или практика, т.е. эксперимент. Науке о механических испытаниях более 500 лет. Еще в трудах Леонардо да Винчи (1452 - 1519) можно найти трактат "Испытания сопротивления железных проволок разных длин", в котором приведен чертеж разрывной машины. Многие выдающиеся умы своего времени оставили заметный след в развитии курса "Сопротивления материалов". Так Галилео Галилей (1564 - 1642) издал книгу по механике материалов, которую принято считать первым учебником по механике твердого тела. Роберт Гук (1635 - 1703) знаменитый английский естествоиспытатель, исследуя упругость материалов, открыл закон, который с тех пор носит его имя и является одним из основополагающих законов нашего курса. Шарль Огюстен Кулон (1736 - 1806), французский физик, установил законы кручения. Томас Юнг (1773 - 1819), английский физик, обосновал так называемый модуль упругого растяжения (модуль Юнга). Французский математик и механик Симеон Дени Пуассон (1784-1840) предложил коэффициент, характеризующий упругие свойства материалов (коэффициент Пуассона). Существенный и неоспоримый вклад в развитие курса "Сопротивления материалов" внесли такие выдающиеся ученые как Мариотт, Реомюр, Эйлер, Веллер и многие другие.

Нельзя не отметить и отечественных ученых последнего времени. Большое значение для изучения свойств материалов имеют работы Н.Н. Давиденкова (теория ударной вязкости, изучение внутренних напряжений), А.А. Ильюшина (теория пластичности), И.А. Однита (теория ползучести, выбор допускаемых напряжений), С.В. Серенсена (изучение и пути повышения сопротивления усталости), Н.А. Шапошникова (механические испытания материалов).

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Напряжения и деформации.

По характеру изменения во времени все нагрузки могут быть статическими, динамическими или повторно-переменными.

Статическая нагрузка - это однократно приложенная нагрузка с величиной медленно возрастающей от нулевого до конечного значения.

Динамическая (ударная) нагрузка - это однократно с большой скоростью приложенная нагрузка, возрастающая от нулевого до максимального значения.

Поворотно-переменная нагрузка - многократно прикладываемая нагрузка со всевозможными скоростями приложения и убывания.

По направлению действия нагрузки бывают растягивающими, сжимающими, изгибающими, скручающими и срезывающими.

По характеру приложения к телу нагрузки могут быть сосредоточенными и распределенными. Кроме того, нагрузки бывают объемные - распределены по объему (объемная масса), поверхностные - распределенные по поверхности и линейно распределенные - по заданной линии.

Под влиянием внешних воздействий (нагрузок, изменения температуры и др. факторов) и различных внутренних физико-механических процессов в теле возникают механические силы (внутренние силы упругости). Внутренние силы, возникающие между частицами тела, оказывают сопротивление деформации. Значение внутренних сил упругости, действующих в твердом теле, характеризуются напряжениями. Если напряжение действует перпендикулярно плоскости сечения тела, то оно называется нормальным, а напряжение действующее в плоскости сечения называется касательным напряжением. Совокупность трех нормальных и шести касательных напряжений полностью определяет напряженное состояние в какой-либо точке твердого тела и называется тензором напряжений.

Для определения внутренних сил упругости по внешним силам применяют метод сечений.

Напряжения бывают действительные (рабочие), предельно опасные и допускаемые.

Под действительными (рабочими) понимают те напряжения, которые фактически возникают в твердом теле. Предельно опасные напряжения возникают тогда, когда внутренние силы достигают

такого значения, при котором нарушается работоспособность конструкции либо вследствие потери целостности (для хрупких материалов), либо в силу появления значительных необратимых пластических деформаций (для пластичных материалов). Допускаемые напряжения - это напряжения, обеспечивающие безопасную работу конструкции. По величине они в несколько раз меньше предельно опасных и характеризуются нормативным коэффициентом запаса прочности [n].

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{on}}{n},$$

где $[\sigma]$ - допустимое напряжение;

σ_{on} - предельно опасное напряжение;

n - нормативный коэффициент запаса прочности.

Различают напряжения, возникающие под действием внешних силовых факторов и исчезающие после ее сжатия, и внутренние напряжения, возникающие и уравновешивающиеся в границах твердого тела без действия внешней нагрузки.

Образование внутренних напряжений связано, в основном, с неоднородным распределением деформаций в границах твердого тела, которое имеет место вследствие неоднородного температурного поля либо вследствие фазовых или структурных превращений (в процессе кристаллизации, термической обработки и т.д.).

Приложенные к телу внешние силы вызывают деформацию.

Деформации - это изменение размеров и формы тела под действием внешних сил, при температурном воздействии, при изменении фазовых превращений и других воздействиях, вызывающих изменение положения частиц тела относительно друг друга.

В твердых телах различают два основных вида деформаций - упругую и пластическую, в основе которых лежит разная физическая сущность.

Упругой деформацией называется такая деформация, когда после внешнего воздействия смещенные атомы кристаллической решетки под действием сил притяжения или отталкивания возвращаются в исходное равновесное состояние с восстановлением первоначальных размеров и формы твердого тела.

Пластической (остаточной, необратимой) деформацией называется деформация при которой в кристаллической решетке протекают

необратимые процессы, приводящие к изменениям формы, размеров, структуры и свойств без макроскопических нарушений сплошности металла.

Под влиянием возрастающих напряжений сначала появляются упругие напряжения, а затем такие остаточные деформации, при которых образуются на первом этапе местные трещины, а затем и полное разделение твердого тела на части, т.е. разрушение. Различают хрупкое и вязкое разрушение.

Хрупкое разрушение протекает главным образом под действием нормальных напряжений и сводится к разрушению межатомных связей с разрушением тела на части. При этом пластическая деформация мала.

Вязкое разрушение протекает под влиянием касательных напряжений и характеризуется значительной пластической деформацией, приводящей к разделению тела на части.

Следует заметить, что в действительности разрушение тела происходит не в результате чистого отрыва или среза, а в следствии сочетания этих видов разрушения.

Механические свойства материалов.

К основным механическим свойствам относится прочность, упругость, пластичность, твердость, ударная вязкость, истираемость.

Прочность - это способность материала сопротивляться деформации и разрушению.

Упругость - способность материала восстанавливать первоначальные форму и геометрические размеры после снятия внешнего силового воздействия.

Пластичность - способность материала под действием внешних сил изменять свою форму и размеры не разрушаясь и после снятия внешней нагрузки сохранять остаточные деформации.

Твердость - сопротивление материала внешней пластической деформации при силовом контакте двух твердых тел.

Ударная вязкость - способность материала сопротивляться ударным нагрузкам.

Истираемость - способность материала изнашиваться под действием сил трения.

Механические свойства определяются по результатам механических испытаний. Предметом изучения при этом является твердое тело, находящееся в напряженно-деформированном состоянии.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Определение основных механических свойств материалов по диаграмме растяжения.

Цель работы

Изучение методики статических испытаний на растяжение для определения механических характеристик материалов на примере малоуглеродистой стали.

Теоретические положения

Теоретический курс "Сопротивление материалов" построен на основе исходных экспериментальных данных, к числу которых можно отнести: закон Гука, модель упругости Е, коэффициент Пуассона μ . Для решения практических задач необходимо иметь числовые характеристики прочностных свойств материалов.

В связи с этим созданы различные виды испытаний, наиболее распространенным из которых является испытание на статическое растяжение.

Испытание на статическое растяжение производится путем плавного непрерывно возрастающего нагружения образцов круглого или прямоугольного сечения на разрывной машине. Записывающее устройство автоматически вычеркивает зависимость удлинения образца от величины растягивающей силы, т.е. так называемую диаграмму растяжения.

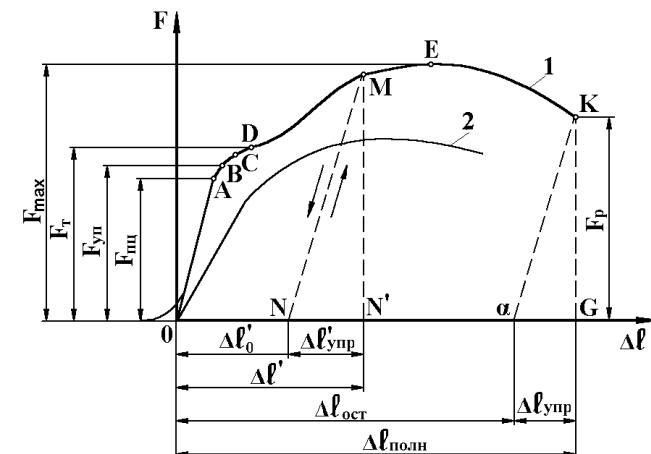


Рисунок 1.

На рисунке1. (1-я кривая) показана диаграмма растяжения, типичная для малоуглеродистой стали.

В связи с выборкой в захватах испытательной машины начало диаграммы вычерчивается по пунктирной линии. Кривую OABCDEF можно разделить на 5 характерных участков:

OA - участок прямо пропорциональный зависимости между силой и деформацией. В границах OA имеет место упругое деформирование материала и выполнение закона Гука в виде:

$$\sigma = \epsilon \cdot E \quad \text{или} \quad \Delta l = \frac{N \cdot l}{EA},$$

где σ - нормальное напряжение в поперечном сечении образца; E - модуль продольной упругости или модуль Юнга;

ϵ - относительная деформация;

Δl - абсолютная деформация;

l - длина рабочей части нагружаемого образца;

A - площадь поперечного сечения.

OB - участок упругости. Точка B соответствует сила F_{up} , при которой образец еще не дает при разгрузке остаточной деформации. Точки A и B очень близки друг другу и часто различием между ними пренебрегают.

CD - площадка текучести. На этом участке удлинение образца растет при постоянном значении растягивающей силы, обозначаемой F_T . Для многих материалов наличие участка текучести нехарактерно и диаграмма имеет вид кривой 2. Наличие пластической деформации можно заметить на полированном образце по возникновению тонких линий (полос скольжения), составляющих с осью стержня угол приблизительно равный 45° . Такие линии носят название линий Людерса-Чернова.

DE - участок упрочнения. Удлинение образца сопровождается увеличением нагрузки. Точка E соответствует наибольшему усилию F_{max} , которое может воспринимать образец. Намечается место будущего разрыва, т.е. имеет место локализация поперечных пластических деформаций, в результате которой на образце образуется местное утончение - "шейка".

EK - участок разрушения, внешним проявлением которого служит интенсивное уменьшение диаметра образца в одном месте. Напряжения в шейке продолжают расти до разрыва, но в связи с умень-

шением площади сечения сила F уменьшается и при F_k происходит разрыв.

Если испытуемый образец, не доводя до состояния разрушения, разгрузить на участке DE, то в процессе разгрузки зависимость $F-\Delta l$ изобразится прямой MN, параллельной участку OA. При разгрузке общее удлинение уменьшится на величину упругой части $NN'=\Delta l_y$. Отрезок ON=Δl_{пл} представляет собою остаточное или пластическое удлинение.

При повторном нагружении образца диаграмма имеет вид NMEK. Весьма существенно то, что отрезок MN больше отрезка OA. Следовательно, в результате предварительного нагружения за предел текучести, материал способен воспринимать большие нагрузки без остаточных деформаций. Повышение упругих свойств предварительным пластическим деформированием носит название наклена или нагартовки, а участок называют участком упрочнения.

Уменьшая в A_0 раз (A_0 - площадь поперечного сечения образца до деформации) ординаты и в l раз абсциссы на диаграмме $F-\Delta l$, получим диаграмму растяжения в координатах $\sigma-\epsilon$ (Рисунок 2), которая в отличие от диаграммы $F-\Delta l$ характеризует свойства материала, а не свойства конкретного образца.

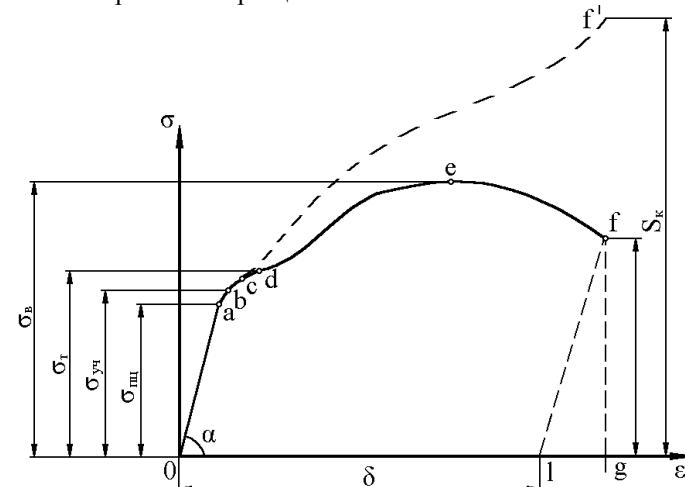


Рисунок 2.

$$\sigma_{\text{ПЦ}} = \frac{F_{\text{ПЦ}}}{A_0}$$

- предел пропорциональности, наибольшее напряжение до которого материал следует закону Гука. Тангенс угла наклона участка пропорциональности к оси ϵ равен модулю упругости E .

$$\sigma_{\text{УП}} = \frac{F_{\text{УП}}}{A_0}$$

- предел упругости - наибольшее напряжение, до которого материал не получает остаточных деформаций. (Пределу упругости соответствует пластическая деформация равная 0,001-0,05%).

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0}$$

- предел текучести - напряжение при котором деформация растет без заметного увеличения нагрузки. Если площадка текучести отсутствует, то за предел текучести принимаются напряжения, при которых остаточная деформация равна 0,2%.

$$\sigma_B = \frac{F_{\max}}{A_0}$$

- предел прочности или временное сопротивление разрыву - максимальное напряжение, которое может выдержать образец. Необходимо отметить, что σ_B - величина условная, т.к. получена делением силы не на действительную, а на первоначальную площадь поперечного сечения образца.

Для построения диаграммы истинных напряжений (показана пунктиром) необходимо учитывать изменение площади поперечного сечения в процессе деформирования.

$$\sigma_K = \frac{F_K}{A_0}$$

- условное напряжение в момент разрыва. Истинное напряжение в момент разрыва $\sigma_P = \frac{F_K}{A_{\text{Ш}}}$, где $A_{\text{Ш}}$ - площадь поперечного сечения шейки, измеренная после разрыва. По полученным данным строим диаграмму истинных напряжений.

В практических инженерных расчетах используют условные характеристики $\sigma_{\text{ПЦ}}$, σ_T , σ_B .

К моменту разрыва рабочая часть образца l_0 удлинилась на величину Δl . После разрыва упругая часть полной деформации исчезнет

и останется только пластическая деформация $\Delta l_{\text{ОСТ}} = l_K - l_0$. Отношение приращения расчетной длины образца $\Delta l_{\text{ОСТ}}$ к его первоначальной длине l_0 .

$$\delta = \frac{\Delta l_{\text{ОСТ}}}{l_0} \cdot 100\%$$

называется относительным остаточным удлинением.

В месте образования шейки сечение образца резко уменьшается. Отношение уменьшения площади поперечного сечения образца в месте разрыва $\Delta A = A_0 - A_{\text{Ш}}$ к начальной площади S_0 поперечного сечения образца

$$\psi = \frac{\Delta A}{A_0} \cdot 100\%$$

называется относительным остаточным сужением. По величинам δ и ψ оценивают пластические свойства материала при испытании на растяжение. Площадь диаграммы, заключенная между кривой ОАВСДЕК и осью абсцисс представляет собой работу, затраченную на разрушение образца. Приближенно полную работу можно определить по формуле

$$W = P_B \cdot \Delta l_{\text{полн}} \cdot \eta,$$

где η - коэффициент полноты диаграммы, для малоуглеродистой стали равный примерно 0,85.

$$\text{Отношение } a = \frac{W}{V_0} = \frac{W}{A_0 \cdot l_0}$$

называют удельной работой или характеристикой статической вязкости. Она характеризует способность материала поглощать энергию при разрыве, вязкость материала и сопротивляемость его воздействию динамических нагрузок.

Полная и удельная работа называются энергетическими характеристиками.

В целях сравнимости результатов испытаний техника и условия испытаний на растяжение, а также форма и размеры образцов стандартизированы.

В цилиндрических образцах должно быть выдержано соотношение между расчетной длиной образца l_0 и диаметром d_0 у длинных образцов $l_0=10d_0$, у коротких $l_0=5d_0$.

$$d_0 = \sqrt{\frac{4A_0}{\pi}} = 1,13\sqrt{A_0}$$

где A_0 - площадь поперечного сечения образца, получаем:
для длинного образца

$$(\ell_0 = 10d_0)\ell_0 = 11,3\sqrt{A_0}$$

для короткого образца

$$\ell_0 = 5,65\sqrt{A_0}$$

Эти соотношения нужно выдержать и для плоских образцов.

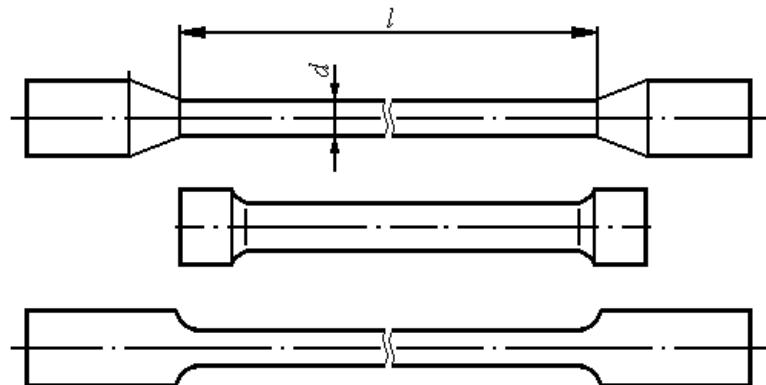


Рисунок 3.

В качестве основных применяют образцы с диаметром $d_0=10$ мм; при этом рабочая длина $\ell_0=100$ мм. Допускается применение образцов и других диаметров при условии, что рабочая длина их $\ell_0=10d_0$, или $\ell_0=5d_0$. Такие образцы называются пропорциональными.

Экспериментальная часть.

Машина состоит из нагружающего устройства 1 (Рисунок 4) и пульта управления 2. Пульт управления включает насосную установку 2.1, силоизмеритель 2.2 и диаграммный аппарат 2.3.

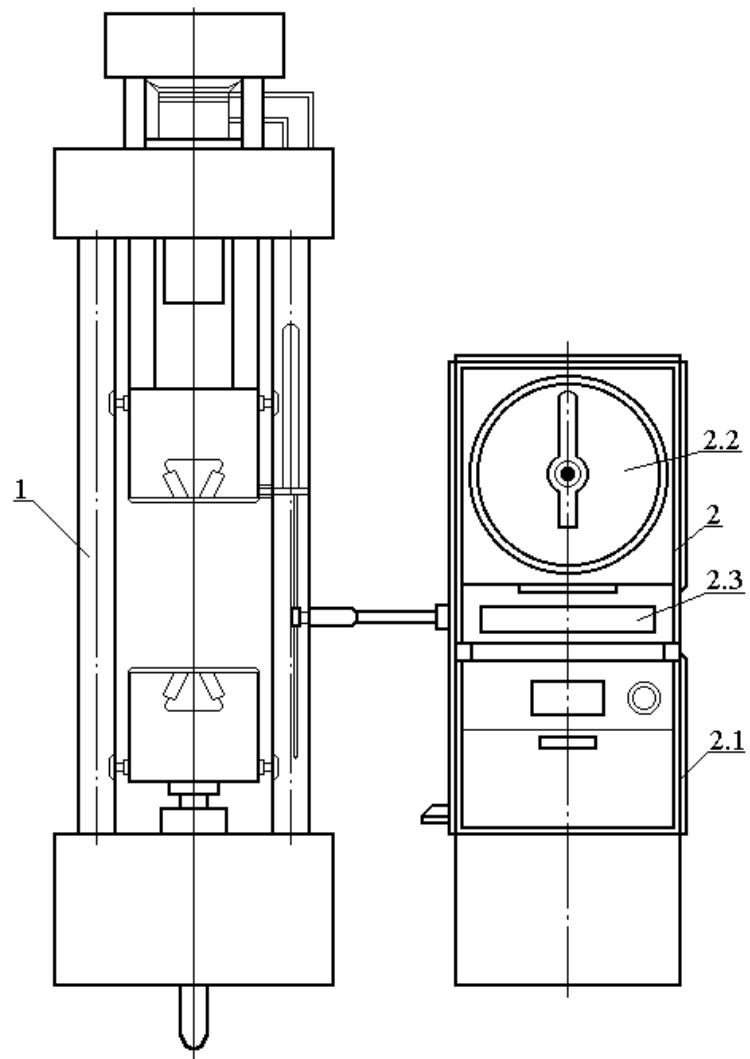


Рисунок 4.

Порядок проведения эксперимента

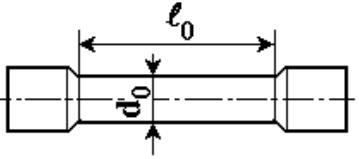
1. Замерить диаметр образца.
2. Штангенциркулем отложить на рабочей части образца расчетную длину $\ell_0 = 11,3\sqrt{A_0}$ ($l_0=10d_0$) и с помощью керна поставить две метки.
3. Установить образец в захваты машины и настроить диагностический аппарат.
4. Произвести испытание образца до разрыва. При испытании одного образцов с целью наблюдения наклена рекомендуется разгрузить образец с какой-либо нагрузки за пределом текучести (точки М рис. 1), а затем провести новое нагружение уже до разрушения.
5. Обработать полученную диаграмму растяжения:
 - а) найти начало диаграммы;
 - б) отметить на диаграмме ее характерные точки А, В, С, Д, Е, К и измерить их координаты (Рисунок 1);
 - в) подсчитать площадь диаграммы Ω в см^2 .
6. Замерить штангенциркулем конечную длину расчетной части разрушенного образца l_k .
7. Замерить диаметр шейки $d_{ш}$.
8. Вычислить все необходимые механические характеристики материалов испытуемых образцов по формулам, приведенным выше и определить марку стали.

Эксперимент проводится в соответствии со стандартом ГОСТ 1497-73.

Вопросы для самоконтроля

1. Какова цель работы?
2. В каких координатах записываются диаграммы растяжения диагностическим аппаратом машины?
3. какие характерные точки различают на диаграмме растяжения образца из малоуглеродистой стали?
4. Как называются характерные участки на которые можно разделить диаграмму растяжения образца?
5. До какой точки диаграммы растяжения образец деформируется равномерно по всей длине?
6. Чем объясняется падение растягивающей нагрузки перед разрывом образца из малоуглеродистой стали?
7. Какие деформации тела называются упругими, какие остаточными? Как по диаграмме растяжения определить долю упругих и долю остаточных деформаций при нагружении образца силой, превышающей $F_{пц}$?
8. Что называется пределом пропорциональности, пределом текучести, пределом прочности (временным сопротивлением), истинным сопротивлением разрушению?
9. Как определяются характеристики прочности материала?
10. Какие величины служат характеристиками пластичности материала, как они определяются?
11. Какой вид имеют диаграммы условных и истинных напряжений при растяжении образцов для малоуглеродистой стали? В чем их различие?
12. Как вычисляются условные и истинные напряжения?
13. В чем состоит закон разгрузки и повторного нагружения? Как этот процесс отображается графически?
14. Что такое наклеп? Как меняются механические свойства материала в результате наклена?
15. Как определяется работа, затраченная на разрушение образца?
16. Что такое статическая вязкость материала и как она определяется?

ЖУРНАЛ ИСПЫТАНИЙ

До опыта	После опыта
	
$d_0 = \text{см}$	$d_{III} = \text{см}$
$l_0 = \text{см}$	$l_1 = \text{см}$
$A_0 = \text{см}^2$	$A_{III} = \text{см}^2$
$V_0 = A_0 \cdot l_0 = \text{см}^3$	
Характеристики прочности	Характеристики пластичности
Предел пропорциональности $\sigma_{пц} = \frac{F_{пц}}{A_0} (\text{МПа}) =$	Относительное остаточное удлинение в % $\delta(\%) = \frac{l_1 - l_0}{l_0} 100\% =$
Предел текучести $\sigma_T = \frac{F_T}{A_0} (\text{МПа}) =$	Относительное остаточное сужение в % $\psi = \frac{A_0 - A_{III}}{A_0} 100\% =$
Предел прочности $\sigma_B = \frac{F_{\max}}{A_0} (\text{МПа}) =$	Удельная работа разрушения $a = \frac{W}{V_0} \left(\frac{\text{кНсм}}{\text{см}^3} \right) =$ где $W = \Delta\ell_{\text{полн}} \cdot F_{\max} \cdot \eta$
Напряжение разрушения $\bar{\sigma}_P = \frac{F_P}{A_{III}} (\text{МПа}) =$	
Диаграмма ($F - \Delta\ell$)	Диаграммы условных и истинных напряжений ($\sigma - \epsilon$)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Определение основных механических свойств материалов по диаграмме сжатия

Цель работы

Изучение поведения пластических, хрупких и анизотропных материалов при статическом сжатии и определение их основных механических характеристик.

Основные теоретические положения

Безопасная работа элементов конструкций и машин в значительной степени зависит от физико-механических свойств материалов, из которых они изготовлены. Эти свойства изучаются в лабораторных условиях.

Механические испытания материалов, применяемых в настоящее время, весьма многообразны. Испытание на сжатие - одно из них. По механическим свойствам материалы могут быть разделены на две основные группы: пластичные и хрупкие. Разрушение пластичных материалов получить нельзя, так как образцы не разрушаются, а превращаются в диск; вторые разрушаются при весьма малых остаточных деформациях. Пластичными материалами являются малоуглеродистая сталь, бронза, медь; хрупкими - некоторые специальные сорта стали, чугун, камни, стекло, кирпич.

Однако, при более строгом подходе к вопросу следует говорить не о пластичных и хрупких материалах, а о пластичном и хрупком состоянии материала, т.к. в зависимости от ряда условий, таких как температура, вид напряженного состояния и т.д., один и тот же материал может находиться как в хрупком, так и в пластичном состоянии. Называемые материалы хрупкими или пластичными имеют в виду состояние материала при комнатной температуре.

Примерная диаграмма сжатия пластичного материала (малоуглеродистой стали) изображена на рисунке 1. В начале испытания материал ведет себя так же, как и при растяжении (сохраняется закон Гука).

Точка А соответствует нагрузке предела пропорциональности $F_{пц}$ после которой на диаграмме отмечен участок АВ, т.е. площадка

текучести, протяженность которой значительно меньше, чем на диаграмме растяжения. Точка В соответствует нагрузке предела текучести F_T . Величины пределов пропорциональности и текучести при сжатии примерно те же, что и при растяжении. Поэтому иногда говорят, что пластичные материалы одинаково работают на растяжение и сжатие, а диаграммы растяжения и сжатия этих материалов до предела текучести как бы зеркально повторяют друг друга.

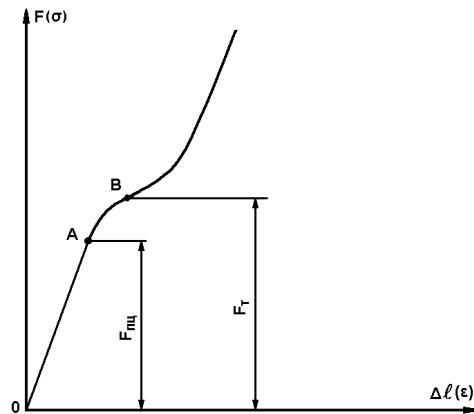


Рисунок 1.

Необходимо отметить, что если после наклена растяжением материал подвергнуть деформации сжатия, то пределы пропорциональности и текучести уменьшаются. Это явление называют эффектом Баушингера.

При дальнейшем увеличении нагрузки появляются значительные остаточные деформации, выражющиеся в укорочении образца и увеличении поперечных размеров. На диаграмме это отмечено кривой идущей вверх. Цилиндрический образец, вследствие трения между его основаниями и плитами пресса, принимает бочкообразную форму (рисунок 2) и в дальнейшем он сплющивается без видимых признаков разрушения. Таким образом, понятие временного сопротивления или предела прочности при сжатии для пластичных материалов лишено смысла.

Испытания пластичных материалов на сжатие проводят реже, чем на растяжение, т.к. за опасное напряжение для них обычно принимают предел текучести σ , при растяжении.

Хрупкие материалы разрушаются при сжатии, так и при растяжении, при очень малых остаточных деформациях. Диаграмма сжатия (рисунок 3) имеет такой же вид, как и при растяжении, но предел прочности при сжатии (σ_B) гораздо больше, чем при растяжении. Например, для серого чугуна $\sigma_B=560\div 900$ МПа, а предел прочности при растяжении $\sigma=120\div 190$ МПа. Таким образом, хрупкие материалы, как правило, лучше сопротивляются сжатию, чем растяжению.

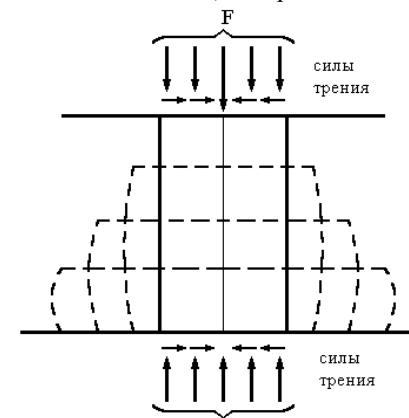


Рисунок 2.

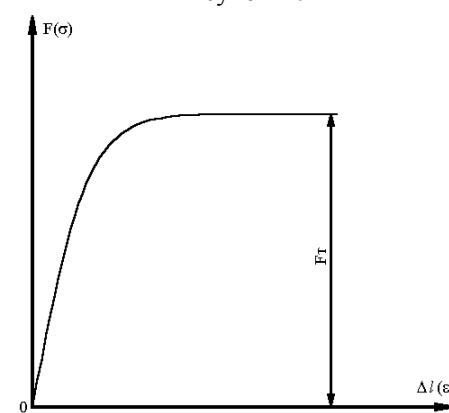


Рисунок 3.

Характер разрушения при сжатии хрупких материалов существенно зависит от величины сил трения, развивающихся по торцам образца (рисунок 2). На рис. 4а показан характер разрушения кубика при наличии трения, на рисунке 4б – при уменьшении сил трения.

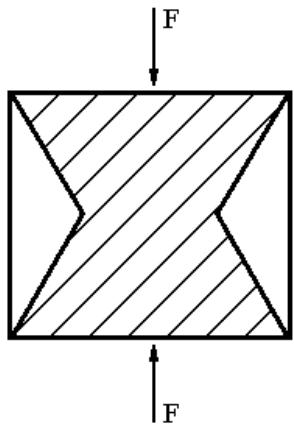


Рисунок 4а

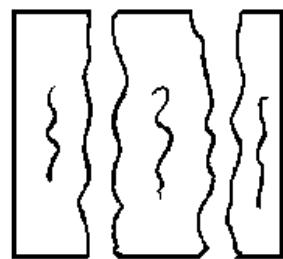


Рисунок 4б

Чугунный образец при сжатии разрушается в результате образования наклонных трещин, направленных примерно под углом 45^0 к оси образца, т.е. параллельно площадкам, по которым действуют наибольшие касательные напряжения. Из-за малой пластичности материала образец принимает незначительную бочкообразность (рисунок 5).

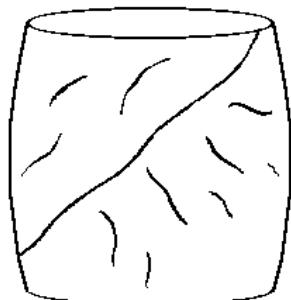


Рисунок 5.

Некоторые материалы обладают различными свойствами в различных направлениях. Такие материалы называют анизотропными. Примером анизотропного материала является дерево, прочность которого существенно зависит от направления линии действия силы по отношению к направлению волокон. Поэтому испытание на сжатие происходит в двух направлениях: вдоль и поперек волокон (рисунок 6).

Вид диаграммы сжатия двух кубиков из древесины одной породы показан на рисунке 7.

Кривая 1 иллюстрирует сжатие кубика вдоль волокон, а кривая 2 – поперек волокон. Из диаграммы видно, что при сжатии вдоль волокон древесина значительно прочнее, чем при сжатии поперек волокон. Например, для сухой сосны предел прочности на сжатие вдоль волокон $\sigma_B=30\div40$ МПа, а для сжатия поперек волокон $\sigma_B\approx5$ МПа.

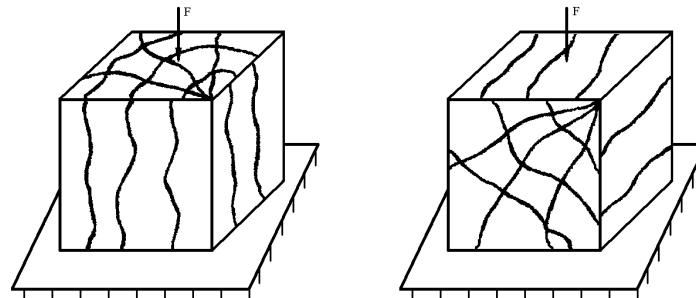


Рисунок 6.

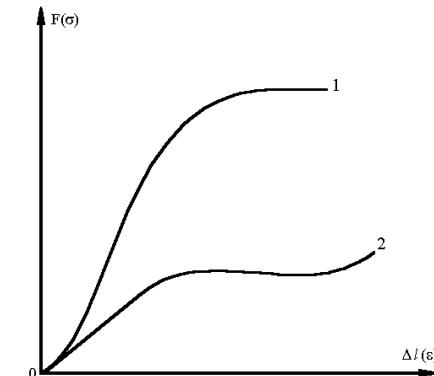


Рисунок 7.

При сжатии вдоль волокон образец разрушается в следствии сдвига одной части относительно другой (рисунок 8а). При возникновении первых трещин нагрузка начинает падать и испытание прекращается. Основной механической характеристикой является предел прочности σ_b .

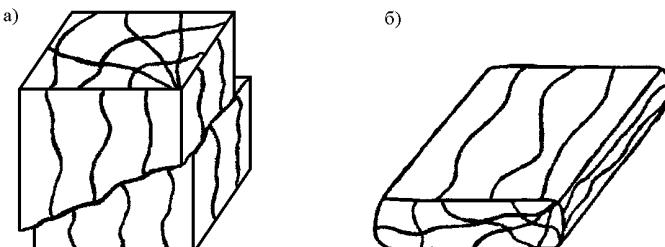


Рисунок 8.

При сжатии поперек волокон древесина склона к прессованию (рисунок 8б) и не всегда удается определить момент начала разрушения. Поэтому условно считается, что разрушающая нагрузка - это та, при которой образец сжимается на $1/3$ своей первоначальной высоты.

Поскольку разрушение образца не происходит, то, как и при сжатии пластичного материала, определяют условный предел прочности σ_b .

Экспериментальная часть

Испытание на сжатие производится на специальной машине, где усилие создается при помощи гидравлического давления. Испытываемый образец свободно устанавливается на нижнюю опору пресса. Величина силы определяется по шкале соответствующим образом проградуированного манометра. В процессе испытания специальное устройство автоматически вычерчивает график, изображающий зависимость между действующей на образец продольной силой и укорочением образца, т.е. вычерчивает диаграмму в координатах "сила (F) - абсолютное укорочение (Δl)". Для изучения свойств материалов значительно удобнее иметь диаграммы, построенные в координатах "напряжение (σ) - относительная деформация (ε)".

Для испытаний на сжатие берут образцы в форме невысоких цилиндров (медь, чугун) высотой $d \leq h \leq 3d$ (рисунок 9а.) или кубиков дерева (рисунок 9 б.).

При более длинных цилиндрических образцах может произойти их продольный изгиб, называемый потерей устойчивости. Применение очень коротких образцов так же нежелательно, так как развивающиеся по торцам образца силы трения, препятствуя его расширению, в результате чего образец принимает бочкообразную форму. Таким образом оптимальное соотношение размеров цилиндрического образца составляет $h=2d$. Влияние сил трения можно частично ослабить смазкой (например, парафином) торцов образца. В последнее время для испытания на сжатие начинают применять полые образцы с конической торцевой поверхностью (рисунок 10). Выбором соответствующей величины угла конусности (α) можно в значительной степени уменьшить влияние сил трения.

В процессе эксперимента проводят четыре испытания:

- пластичного материала - до получения больших остаточных деформаций;
- хрупкого материала - до разрушения;
- дерева (вдоль волокон) - до разрушения;
- дерева (поперек волокон) - до сжатия на $1/3$ своей первоначальной высоты.

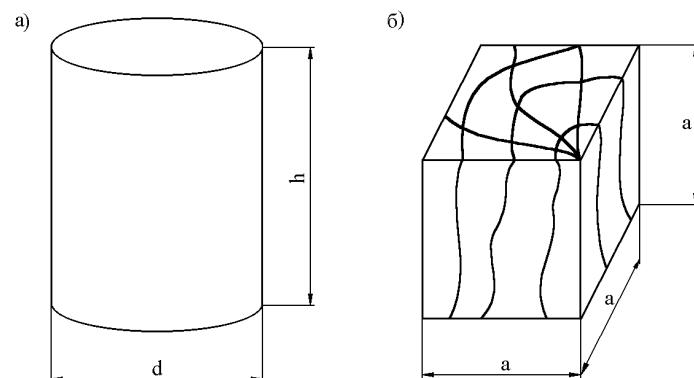


Рисунок 9.

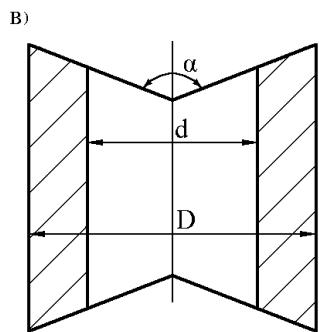


Рисунок 10.

Обработка результатов опыта:

1. Ознакомиться с теоретическими положениями.
2. По результатам экспериментальных данных построить диаграммы сжатия.
3. Выполнить эскизы предложенных образцов до испытания и после испытания.
4. Заполнить таблицу 1.

Таблица 1.

N	Мате-риал образ-ца	Размеры образца, мм			Нагр. соотв. пределу текучести F_T , кН	Пре-дел теку-чести σ_T , МПа	Нагр. соот-ветст. преде-лу проч-ности F_{max} , кН	Пре-дел проч-нос-ти σ_B , МПа
		диаметр d или сторона a	вы-сота h	площадь попе-речного сечения S				
1								
2								
3								
4								

Вопросы для самоконтроля

1. Какие механические характеристики определяют при сжатии пластичных материалов?
2. Какие материалы называют пластичными, приведите примеры?
3. Какой вид имеет диаграмма сжатия пластичного материала?
4. Какие материалы называют хрупкими, приведите примеры?
5. Какие механические характеристики определяют при сжатии хрупких материалов?
6. Какой вид имеет диаграмма сжатия хрупкого материала?
7. Какой характер разрушения при сжатии хрупких материалов, от чего он зависит?
8. Чем объясняется разрушение чугунных образцов по плоскости проходящей под углом 45° к оси образца?
9. Какие материалы называют анизотропными, приведите примеры?
10. Какие механические характеристики определяют при сжатии деревянных образцов?
11. Какой вид имеет диаграмма сжатия дерева вдоль и поперек волокон?
12. В каком направлении дерево прочнее при сжатии?
13. Как происходит разрушение деревянных образцов?
14. Какие образцы испытывают на сжатие, чем обусловлены их размеры?
15. Какими способами можно уменьшить влияние сил трения между торцами образца и опорными плитами?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
Определение модуля нормальной упругости и коэффициента поперечной деформации

Цель работы

На примере растяжения стального образца-пластины убедитесь в справедливости закона Гука. Определить величины модуля нормальной упругости и коэффициента поперечной деформации материала образца. Ознакомиться с одним из методов определения деформации и напряжений в отдельных местах детали.

Теоретические положения.

При растяжении-сжатии элемента конструкции происходит изменение его длины. Отношение приращения (изменения) длины элемента к его первоначальной длине называется относительным удлинением или продольной деформацией ε . При растяжении продольную деформацию считают положительной, а при сжатии - отрицательной.

Одновременно с изменением длины происходит изменение поперечного сечения. Отношение изменения поперечного сечения к его первоначальному значению называют относительным сужением (расширением) или поперечной деформацией ε' .

Опытным путем установлено, что при простом растяжении или сжатии отношение поперечной деформации к продольной является величиной постоянной для данного материала. Это отношение, взятое по абсолютному значению, называется коэффициентом поперечной деформации или коэффициентом Пуассона:

$$\mu = |\varepsilon' / \varepsilon| \quad (1)$$

Для подавляющего большинства конструкционных материалов с достаточной для практики точностью можно считать, что в известных пределах нагружения между продольной деформацией и соответствующим нормальному напряжением существует линейная зависимость, которая носит название закона Гука и записывается в виде

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2)$$

Коэффициент пропорциональности E называют модулем продольной упругости (другие названия: модуль нормальной упругости,

модуль упругости, модуль упругости 1-го рода, модуль Юнга). Очевидно, E имеет ту же размерность, что и напряжение, т.е. Па.

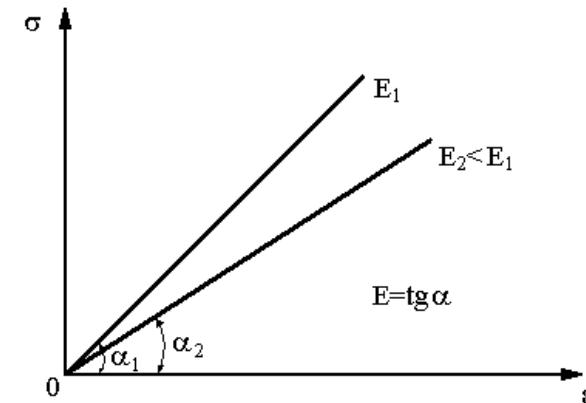


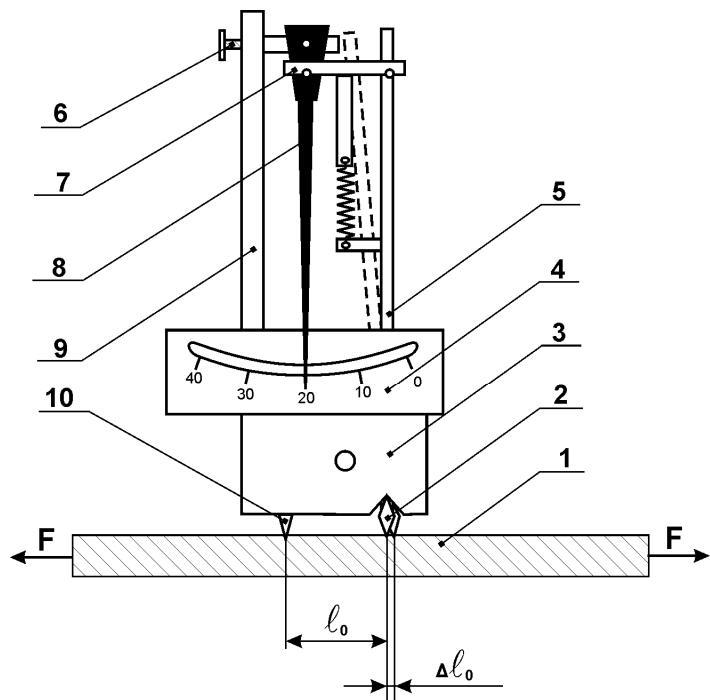
Рисунок 1.

Модуль продольной упругости - физическая постоянная данного материала, характеризующая его жесткость. Чем жестче материал, тем меньше он деформируется при данном напряжении. На рисунке 1 дано графическое представление закона Гука для двух материалов, имеющих различные модули продольной упругости. Так как по оси ординат графика откладывается напряжение, а по оси абсцисс - деформации, то значение модуля продольной упругости находится как тангенс угла наклона прямолинейного участка диаграммы деформирования к оси деформации ε .

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \operatorname{tg} \alpha \quad (3)$$

Экспериментальная часть

Для измерения деформаций в работе используется механический тензометр (рисунок 2). Действие его основано на масштабном преобразовании деформации с помощью системы рычагов до величины, удобной для регистрации. Для регистрации деформации в нужном направлении и месте тензометр жестко закрепляют на конструкции. Непосредственное измерение деформации осуществляется путем смещения подвижной призмы тензометра относительно неподвижной.



Рычажный тензометр Гугенбергера

- 1- пластина (образец)
- 2- подвижная призма
- 3- корпус
- 4- зеркальная шкала
- 5- двухплечевой рычаг
- 6- регулировочный винт
- 7- траверса
- 8- стрелка
- 9- корпус
- 10- неподвижная призма

Рисунок 2.

Расстояние между призмами называется базой тензометра ℓ_0 . База тензометра это участок на котором проводят измерения. Для определения продольной деформации используется следующее уравнение

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell_0}{\ell_0} = \frac{\Delta}{m \ell_0} \quad (4)$$

где $\Delta \ell_0$ - удлинение (укорочение) базы тензометра;
 Δ - приращение отсчета по шкале;
 m - масштаб тензометра, дающий отношение отклонения стрелки по шкале к изменению базы тензометра.

Модуль нормальной упругости определяется делением задаваемого прироста напряжения на каждой последовательной ступени нагрузления на среднюю величину приращения относительной деформации в упругой области, где для одинаковых последовательных ступеней нагрузления сохраняется постоянство приращения деформации.

Проведение эксперимента включает в себя следующие этапы:

- установить и закрепить образец в захватах универсальной испытательной машины;
- установить тензометр и провести предварительную проверку его работоспособности. Для определения продольной деформации тензометр размещаем вдоль оси растяжения, а для поперечной - перпендикулярно.
- поэтапно нагружаем образец растягивающим усилием задавая нагрузку ступенями ΔF . Конечная нагрузка F_2 не должна превышать предела пропорциональности испытуемого материала. Величина ступени нагрузления может быть вычислена по формуле

$$\Delta F = \frac{F_2 - F_1}{n} \quad (5)$$

где F_1 - начальное растягивающее усилие;
 F_2 - конечная нагрузка;
 n - число ступеней нагружения, выбираемое экспериментатором (обычно 5-10).

На каждой ступени нагружения перед снятием отсчета деформации по тензометру, необходимо дать короткую выдержку образцу под нагрузкой. Закончив испытания, образец необходимо разгрузить до величины начальной нагрузки F_1 и проверить обратимость процесса (отсутствие остаточных деформаций).

Обработка результатов эксперимента.

Результаты эксперимента заносят в таблицу

Сила F, H	Продольная деформация				Поперечная деформация						
	Показания тензометра	ΔL , мм	ε , %	σ , MPa	Модуль Юнга, E MPa	δ , %	Показания тензометра	ΔL , мм	ε	Коэф-т Пуассона μ	δ , %
F_1											
...											
F_2											

При вычислении погрешности в качестве стандартных величин модуля Юнга и коэффициента Пуассона материала лабораторного образца, следует использовать следующие значение $E=2,01 \cdot 10^5$ МПа и $\mu=0,26$.

После анализа полученных результатов делается вывод.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется продольной деформацией?
2. Что называется поперечной деформацией?
3. Как определяется модуль Юнга?
4. Как определяется коэффициент Пуассона?
5. В каких единицах измеряется модуль Юнга?
6. В каких единицах измеряется коэффициент Пуассона?
7. В каких пределах изменяется коэффициента Пуассона (привести примеры).
8. Чему равен модуль Юнга для стали.
9. Для какого материала модуль Юнга будет больше: для меди или стали?
10. Чем объясняется ограничение максимальной нагрузки при проведении эксперимента?
11. Опишите принцип работы механического тензометра.
12. Что такое база тензометра?
13. Причины появления погрешности при проведении эксперимента?
14. Как можно уменьшить погрешность эксперимента?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Определение модуля упругости второго рода при кручении стали, чугуна, дерева.

Цель работы

Работа предназначена для привития студентам навыка по экспериментальному определению параметров прочности и пластичности материалов на примере экспериментального исследования процесса кручения, для ознакомления их с машинами и аппаратурой для механических испытаний.

Теоретические положения

Кручение возникает тогда, когда на стержень в плоскости, перпендикулярной его оси, действует момент сил. Обычно стержень, испытывающий кручение, называют валом.

При кручении валов круглого сечения, особенно в пределах упругих деформаций, хорошо выполняются следующие три гипотезы:

плоские поперечные сечения остаются таковыми и после деформации;

радиусы сечений не искривляются;
расстояния между двумя плоскими сечениями не изменяется.

По физической сущности кручение - это сдвиг (рисунок 1а).

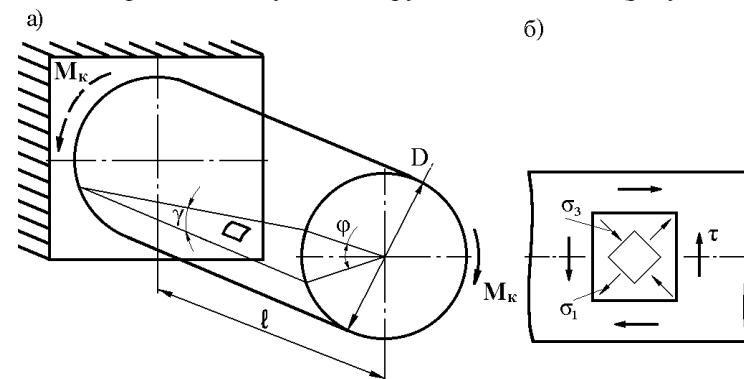


Рисунок 1.

Мерой деформации при сдвиге является относительный сдвиг на поверхности вала, равный

$$\gamma = \frac{\varphi \cdot D}{2\ell} \quad (1)$$

где φ - угол закручивания сечения по отношению к другому, принятому за начало отсчета.

В пределах упругих деформаций он связан с крутящим моментом T линейной зависимостью - законом Гука при кручении

$$\varphi = Tl / GJ_p \quad (2)$$

где T - крутящий момент;

l - расстояние между рассматриваемыми сечениями вала;

G - модуль сдвига, характеризующий упругие свойства материала вала и определяемый экспериментально;

J_p - полярный момент инерции поперечного сечения вала.

При действии на вал скручающего момента M_k гол закручивания равен $\varphi = M_k l / GJ_p$

Для образца круглого поперечного сечения полярный момент определяется по формуле

$$J_p = \frac{\pi \cdot D^4}{32}$$

Касательные напряжения $\tau = T\rho/J_p$ распределены в сечении по линейному закону (Рисунок 2а), достигая наибольшей величины в периферийных точках сечения, отстоящих от его центра на максимальном расстоянии (для круглого сечения $\rho=D/2$).

Неравномерность распределения касательных напряжений в поперечном сечении вала обуславливает последовательный переход материала из упругой области в пластическую. На первом этапе нагружения всегда имеет место упругое деформирование, при котором $\tau_{max} < \tau_T$.

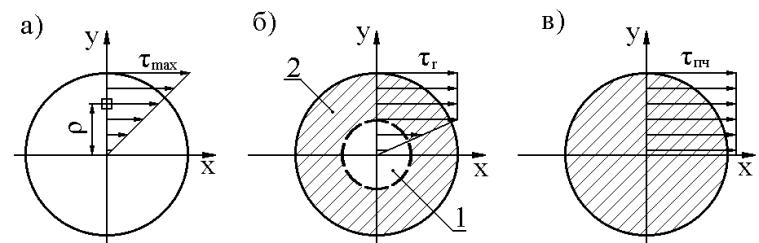


Рисунок 2. (Стадии деформирования материала)

Затем пластические деформации возникают по поверхности (рисунок 2б), распространяясь постепенно к центру вала при увеличении нагрузки. Для идеального пластического материала несущая способность считается исчерпанной, если упругая зона полностью исчезла (рисунок 2в). Реально же диаграмма деформации (рисунок 3а) имеет возрастающий характер даже в том случае, если материал при растяжении имел площадку текучести.

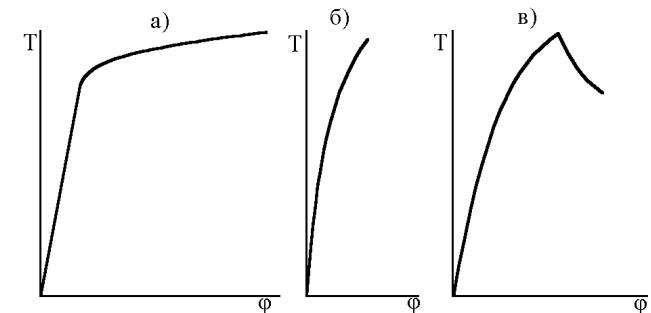


Рис. 3.

Напряженное состояние при кручении эквивалентно напряженному состоянию при чистом сдвиге (рисунок 1б) и объясняет характер разрушения образцов из различных материалов.

Так, образец из пластичного материала разрушается по плоскости действия наибольших касательных напряжений, т.е. перпендику-

лярно оси образца - разрушение от сдвига. Плоскость среза представляет собой как бы срезанную ножом полированную поверхность.

При испытании чугунного образца (хрупкий материал) риска, проведенная вдоль образующей образца, вплоть до разрушения искривляется незначительно (угол закручивания мал) и диаграмма деформаций представляет собой почти прямую (рисунок 3б). Разрушение происходит внезапно, со звуком, в плоскости, близкой к винтовой, т.е. по направлению главных растягивающих напряжений (рисунок 1б). Здесь решающее значение имел отрыв, что характерно для хрупкого материала, слабо сопротивляющегося растягивающим напряжениям. Структура излома - зернистая.

Деревянный образец с продольным расположением волокон также разрушается при незначительной остаточной деформации (рис. 3в), но разрушение наступает в результате появления сдвигов в виде трещин в продольных сечениях, что обусловлено пониженным сопротивлением древесины скальванию от влияния касательных напряжений вдоль волокон.

Экспериментальная часть.

Проведение экспериментальных исследований включает в себя следующие этапы:

1. Ознакомление с методикой испытания образцов на кручение;
2. Вычисление исходных данных;
3. Проведение эксперимента;
4. Определение по данным эксперимента механических характеристик стали при кручении: предела пропорциональности, модуля упругости, предела текучести, условного предела прочности, максимального остаточного сдвига;
5. Изучение диаграммы деформации стального образца при кручении;
6. Установление характера разрушения образца (рез или отрыв);
7. Оформление отчета об испытании.

Испытание на кручение проводится на машине КМ-50. Для испытания на кручение в качестве основных применяются цилиндрические образцы диаметром рабочей части 10 мм и расчетной длиной 100 мм с головками на концах для закрепления в захватах испытательной машины.

Измерение углов поворота сечений образца производится при помощи угломера Бояршинова, устанавливаемого непосредственно на образце (рисунок 4). Он состоит из двух колец 1 и 2, неподвижно закрепленных на образце 3 на расстоянии l , равном начальной расчетной длине образца.

При кручении образца одно кольцо повернется относительно другого, вследствие чего планка 4, закрепленная на кольце 2, будет перемещать стержень индикатора 5, закрепленного на кольце 1. Индикатор дает показания в миллиметрах. Для пересчета показаний в радианы следует цену деления индикатора в миллиметрах разделить на расстояние от оси образца до оси стержня индикатора. Для определения угла закручивания в радианах достаточно число делений, на которое повернулась стрелка индикатора умножить на цену деления, т.е.

$$\varphi = A \cdot C \quad (4)$$

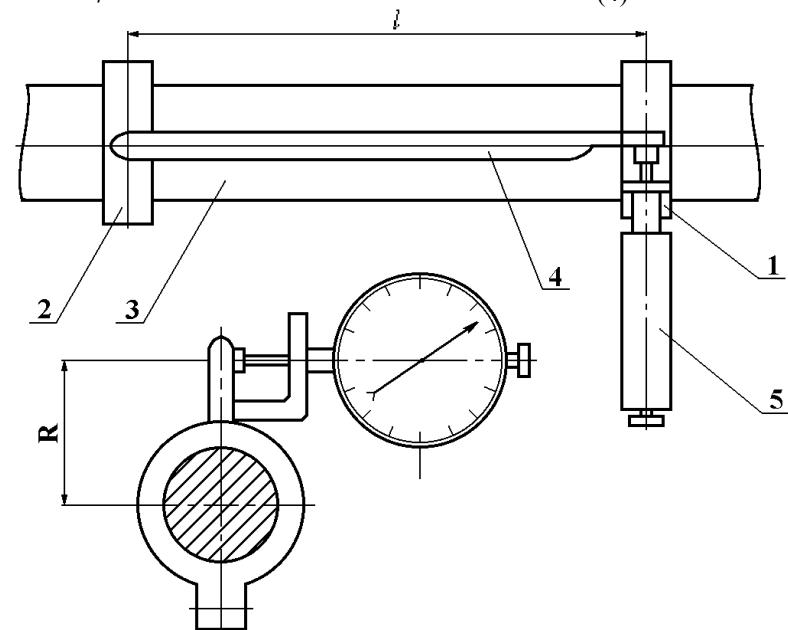


Рисунок 4.

Перед началом проведения испытаний необходимо вычислить следующие параметры:

- диаметр образца D (замерить);
- полярный момент инерции образца J_p ;
- полярный момент сопротивления образца W_p ;
- расчетную длину образца, равную базе угломера (замерить);
- цену деления шкалы угломера С в радианах;
- ожидаемый предел пропорциональности стали ($\tau_{\text{пп}}$) из которой изготовлен образец;
- начальное установочное напряжение $\tau_0=0,1 \tau_{\text{пп}}$ и соответствующий ему начальный момент нагружения $T_0=\tau_0 * W_p$;
- ступень крутящего момента для последующего нагружения образца, соответствующую приращению напряжения $\Delta\tau=10 \text{ МПа}$, равную $\Delta T=\Delta\tau \cdot W_p$;
- количество делений шкалы угломера, соответствующее остаточному сдвигу $\gamma=0,3\%$, необходимое при вычислении предела текучести $\tau_{0.3}$. Оно подсчитывается по формуле

$$A = 2\gamma \cdot l / 100D \cdot C$$

– величину крутящего момента T_1 , при котором будет надежно пройден предел текучести и после которого можно будет довести образец до разрушения плавным безступенчатым изменением нагрузки;

– число ступеней нагружения n , которое должно быть таким, чтобы после прибавления последней ступени был бы достигнут крутящий момент T_1

$$n = \frac{T_1 - T_0}{\Delta T}$$

Обработка результатов эксперимента

Таблица 1

	Исходные данные	Значение
1	Диаметр образца,	мм
2	Полярный момент инерции,	мм ⁴
3	Полярный момент сопротивления,	мм ³
4	Расчетная длина образца,	мм
5	Цена деления шкалы угломера,	радиан
6	Начальный крутящий момент T_0 ,	Нм
7	Предельный крутящий момент T_1 ,	Нм

Результаты эксперимента заносят в таблицы.

В таблицу 1 заносятся исходные данные и предельные значения нагрузок.

В таблицу 2 заносятся показания индикатора, величины нагрузок и вычисленные значения характеристик кручения. На основании полученных результатов вычисляем необходимые характеристики.

Таблица 2

№	Крутящий момент Нмм	Показания индикатора	Угол закручивания радиан	Модуль сдвига G МПа
1	T_0			
2			
3	T_1			

Предел пропорциональности при кручении – это касательное напряжение в периферийных точках поперечного сечения образца, вычисленное по формуле для упругого кручения, при котором отклонение от линейной зависимости между нагрузкой и углом закручивания достигает такой величины, что тангенс угла наклона, образованного касательной к кривой деформации и осью нагрузок, увеличивается на 50% своего значения на линейном участке. Практически предел пропорциональности принимается равным значению нагрузки на той ступени нагружения, где приращение показания превышает предыдущее приращение более чем в 1,5 раза. Предел пропорциональности может быть определен по диаграмме кручения (рисунок 5).

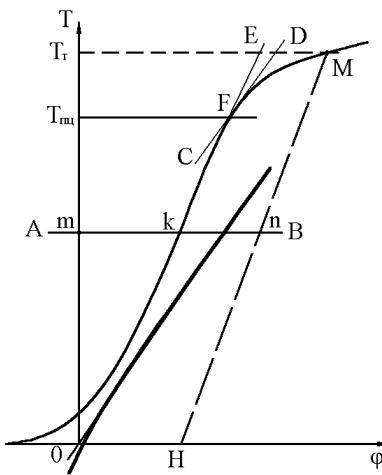


Рисунок 5.

Для этого на диаграмме проводят прямую, совпадающую с начальным прямолинейным участком кривой деформации. Через точку пересечения линии с осью ϕ проводят ось T , затем на произвольном уровне линию AB , параллельную оси абсцисс. На этой прямой откладывают отрезок KN , равный половине отрезка MK . Через точку N и начало координат проводят линию и параллельно ей касательную DC к кривой. Ордината точки касания F соответствует пределу пропорциональности.

Модуль сдвига определяется по формуле

$$G = \frac{\Delta Tl}{\Delta \varphi J_p}$$

где $\Delta\varphi$ - среднее арифметическое значение углов закручивания на расчетной длине образца, приходящееся на одну ступень нагружения. Оно определяется по формуле (4). Модуль сдвига может быть также определен как тангенс угла наклона прямолинейного участка диаграммы деформации.

Предел текучести определяется по формуле

$$\tau_{0,3} = T_t / W_p$$

где T_t - нагрузка, соответствующая пределу текучести.

Нагрузка T_t может быть определена по диаграмме деформации. Для этого от начала координат откладывают по оси φ отрезок OH , соответствующий остаточному сдвигу. Из точки H проводят прямую, параллельную OE до пересечения с кривой (точка M). Ордината точки M является значением предела текучести.

Предел прочности при кручении - касательное напряжение, равное отношению наибольшего момента при кручении, предшествующего разрушению, к полярному моменту сопротивления сечения образца.

$$\tau_B = T_k / W_p$$

Максимальный остаточный сдвиг при кручении - максимальная угловая деформация в точке на поверхности образца в момент разрушения. Максимальный остаточный сдвиг вычисляют в радианах по формуле

$$\gamma_{\max} = \varphi_{\max} D / 2l$$

если величина сдвига не превышает 0,1 рад. При большей деформации используют формулу

$$\gamma_{\max} = \operatorname{arctg}(\varphi_{\max} D / 2l)$$

В обеих формулах φ_{\max} - угол закручивания образца в момент разрушения.

После анализа полученных результатов вывод о характере разрушения образца, о соблюдении закона Гука, о сравнимости полученного и общепринятого модуля сдвига.

Вопросы для самоконтроля.

1. Какие гипотезы (допущения) положены в основу расчетов при кручении стержней круглого сечения?
2. Как формулируется закон Гука при кручении?
3. Дать определение вида напряженного состояния при кручении.
4. Дать определение предела пропорциональности, предела текучести, условного предела прочности.
5. Какова методика определения механических характеристик?
6. В какой точке сечения наблюдаются максимальные касательные напряжения при кручении?
7. Как вычисляется полярный момент инерции круглого сечения?
8. Как вычисляется полярный момент сопротивления?
9. В чем разница разрушения при кручении образцов из стали, чугуна и дерева?
10. Каким образом замеряется угол поворота сечений образца?
11. Что такое модуль сдвига?
12. В чем измеряется модуль сдвига?
13. Назовите приблизительное значение модуля сдвига для стали?
14. Как определяется модуль сдвига по диаграмме кручения?
15. Что такое предел прочности при кручении?

ЛАБОРАТОРНА РАБОТА № 5

Определение твердости различных материалов

Цель работы

Ознакомиться с существующими методами определения твердости и получить практические навыки в определении твердости металлов и сплавов.

Теоретические положения

Под твердостью понимают свойство материалов оказывать сопротивление упругой и пластической деформации или разрушению при местных контактных воздействиях со стороны другого, более твердого и не получающего остаточной деформации тела (индентор) определенной формы и размеров.

Испытание материалов на твердость получило широкое распространение из-за простоты этого метода, не требующего сложного оборудования, а также из-за возможности без разрушения изделия оценить его механические свойства. Опытным путем установлено, что для некоторых материалов существует определенная связь между числом твердости по Бринеллю и временным сопротивлением при разрыве. Например, для конструкционных сталей $\sigma_B=0,36 \text{ НВ}$.

Существующие методы измерения твердости значительно отличаются друг от друга по форме применяемого индентора, условиям приложения нагрузки и способу расчета чисел твердости. Выбор метода зависит от различных факторов: твердости материала образца, его размеров, толщины слоя, твердость которого нужно измерить, и т.д. Во всех существующих методах измерения твердости большую роль играет поверхность испытываемого образца. Она должна быть ровной, без поверхностных дефектов (вмятин, грубых рисок, выбоин, окалины и др.). Размеры образца, как и его поверхность, должны соответствовать техническим условиям на проведение испытаний по тому или иному методу. Остановимся на наиболее распространенных методах определения твердости, в которых используется статическое вдавливание индентора нормально к поверхности образца.

ТВЕРДОСТЬ ПО БРИНЕЛЛЮ

При стандартном (ГОСТ 9012-59) измерении твердость по Бринеллю стальной шарик диаметром D вдавливается в испытываемый образец под нагрузкой F, приложенной в течении определенного времени (рис. 1). После снятия нагрузки измеряют размер d оставшегося на поверхности образца отпечатка.

Числом твердости по Бринеллю называется отношение нагрузки приложенной к шарику, к площади поверхности полученного отпечатка. Если поверхность отпечатка A выражить через диаметр шарика D и отпечатка d, то число твердости по Бринеллю можно определить по формуле:

$$HB = \frac{2F}{\pi \cdot D \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})} \quad (1)$$

Кроме данной формулы для определения чисел твердости по Бринеллю (HB) используют таблицы, помещенные в приложении к ГОСТ 9012-59.

Для определения твердости по Бринеллю используют стальные шаровые инденторы одного из трех диаметров - 2,5; 5,0 или 10,0 мм, твердость которых не менее HV850. Число твердости по Бринеллю измеряют в единицах напряжения (kgs/mm^2), однако в соответствии со стандартом их не пишут. При измерении твердости шариком диаметром 10 мм под нагрузкой 3000 кгс с выдержкой 10 с число твердости по Бринеллю сопровождается символом HB, например, HB 400. При других условиях измерения обозначение HB дополняется индексом, указывающим условия измерения в следующем порядке: диаметр шарика, нагрузка и продолжительность выдержки под нагрузкой. Например, HB 5/250/30 - 200 означает число твердости по Бринеллю 200 при испытании шариком диаметром 5,0 мм, под нагрузкой 250 кгс, приложенной в течении 30 с.

Для металлов и сплавов с твердостью $HB \geq 450$ метод Бринелля дает искаженные результаты из-за остаточной деформации шарика. В этом случае в качестве индентора используют алмазную пирамиду (по Виккерсу) или алмазный конус (по Роквеллу).

ТВЕРДОСТЬ ПО ВИККЕРСУ

Измерение твердости по Виккерсу основано на вдавливании алмазного наконечника в форме правильной четырехгранной пирами-

ды в образец под действием нагрузки P (1,0; 2,0; 5,0; 10,0; 20,0; 30,0; 50,0; 100,0 кгс), приложенной в течении определенного времени (10-15 с для черных и 30 с для цветных металлов), и измерении диагоналей отпечатка d_1 и d_2 , оставшегося на поверхности образца после снятия нагрузки.

Числом твердости по Виккерсу называется отношение нагрузки передаваемой через индентор на образец, к площади поверхности пирамидального отпечатка.

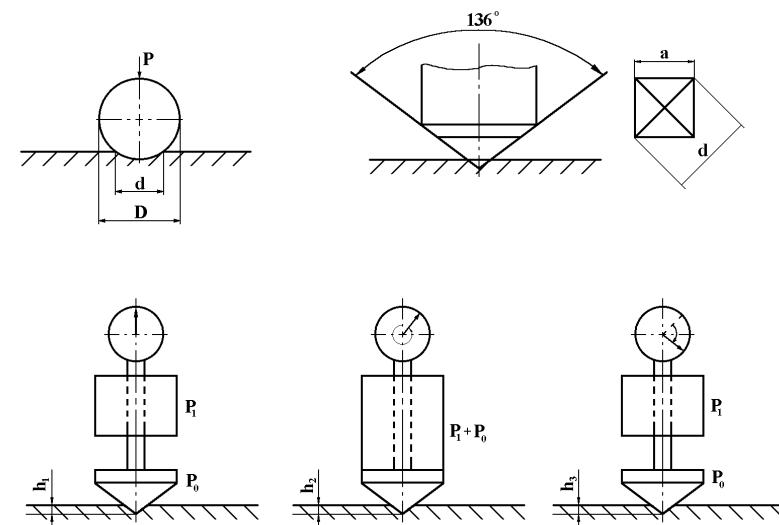


Рисунок 1. Схемы определения твёрдости по Бринелю (а), по Виккерсу (б) и по Роквеллу (в).

Число твердости по Виккерсу обозначается HV и вычисляется по формуле

$$HV = \frac{2F \sin \frac{\alpha}{2}}{d^2} = 1,854 \frac{F}{d^2}, \quad (2)$$

где F - нагрузка, кгс;

α - угол между противоположными гранями пирамиды при вершине, равный 136° ;

d - среднее арифметическое значение длин обеих диагоналей отпечатка после снятия нагрузки, мм. (Разность диагоналей одного отпечатка не должна превышать 2% от меньшей из них).

Относительно небольшие нагрузки и малая глубина вдавливания индентора обуславливают необходимость более тщательно подготавливать поверхность, чем в случае измерения твердости по Бринеллю. Поверхность образцов для измерения твердости по Виккерсу должна быть, как правило отполирована и свободна от наклена. Минимальная толщина испытываемого образца должна превышать диагональ отпечатка в 1,2 раза для сталей и в 1,5 раза для цветных металлов.

Основными параметрами в измерении твердости по Виккерсу являются нагрузка 30 кгс и время выдержки 10-15 с. Например, HV 500, полученное при нагрузке 30 кгс и времени выдержки 10-15 с.

Если параметры испытания отличаются от основных, то символ HV сопровождается индексами, указывающими нагрузку и время выдержки. Например, HV 30/20 - 420 означает число твердости по Виккерсу 420, полученное при нагрузке 30 кгс и времени выдержки 20 с.

Число твердости HB и HV близки по абсолютной величине до HV 400-450. Выше этих значений метод Бринелля дает искаженные результаты.

ТВЕРДОСТЬ ПО РОКВЕЛЛУ

При измерении твердости по Роквеллу индентором служит алмазный конус с углом при вершине 120 и радиусом закругления 0,2 мм или стальной шарик диаметром 1,5875 мм (1/16"), которые вдавливаются в образец под действием двух последовательно прилагаемых нагрузок предварительной F_0 и общей F_1 (рис. 1):

$$F = F_0 + F_1,$$

где F_1 - основная нагрузка.

Твердость по Роквеллу измеряется в условных единицах. За единицу твердости принята величина соответствующая осевому перемещению наконечника на 0,002 мм. Числа твердости по Роквеллу HR выражаются формулами:

при измерении по шкале А и С: HR=100-е

при измерении по шкале В: HR=130-е

Величина e определяется по следующей формуле:

$$e = \frac{h_3 - h_1}{0,002},$$

где h_1 - глубина внедрения наконечника в испытываемый образец под действием предварительной нагрузки F_0 ;

h_3 - глубина внедрения наконечника в испытываемый образец под действием общей нагрузки F, измеренная после снятия основной нагрузки F_1 , с оставлением предварительной нагрузки F_0 .

Измерение твердости по шкалам А и С производится путем вдавливания в испытываемый образец алмазного конического наконечника под действием двух последовательно прилагаемых нагрузок:

при измерении по шкале А:

$$F_0 = 10 \text{ КГс} \quad F_1 = 50 \text{ КГс} \quad F = 10 + 50 = 60 \text{ КГс}$$

при измерении по шкале С:

$$F_0 = 10 \text{ КГс} \quad F_1 = 140 \text{ КГс} \quad F = 10 + 140 = 150 \text{ КГс}$$

Измерение твердости по шкале В производится путем вдавливания в испытываемый образец стального шарика под действием двух последовательно прилагаемых нагрузок:

$$F_0 = 10 \text{ КГс} \quad F_1 = 90 \text{ КГс} \quad F = 10 + 90 = 100 \text{ КГс}$$

Определяя твердость по Роквеллу, сначала индентор вдавливают в поверхность образца под предварительной нагрузкой $F_0 = 10$ кгс, которая не снимается до конца испытаний. Это обеспечивает повышенную точность испытаний, так как исключает влияние вибраций тонкого поверхностного слоя. Под нагрузкой F_0 индентор погружается в образец на глубину h_1 . Затем на образец подается полная нагрузка $F = F_0 + F_1$ и глубина вдавливания увеличивается. Глубина вдавливания h_3 после снятия основной нагрузки F_1 , когда на индентор действует только предварительная нагрузка F_0 , определяет число твердости по Роквеллу (HR). Чем больше глубина вдавливания h_3 , тем меньше число твердости HR.

В обозначении числа твердости HR указывается шкала А, В или С. Например, HRC 50 (твердость 50 по шкале С), HRB 80 (твердость 80 по шкале В). Требования к поверхности образцов такие же, как и при определении твердости по Виккерсу. Минимальная толщина образцов зависит от твердости материала и должна быть не меньше восьмикратной глубины вдавливания h_3 .

Экспериментальная часть

В настоящее время создано много приборов для определения твердости, хотя принцип работы их одинаков. Для определения твердости по Бринеллю отечественной промышленностью выпускаются приборы ТШ-2, ТБ для определения твердости по Виккерсу - ТП и по Роквеллу - ТК. Широко применяются универсальные приборы, позволяющие измерять твердость двумя (ХП-250, ХПО-250, ТР-5006 и др.) или тремя методами (УПТ-1). Для этих приборов переход от одного метода к другому требует лишь смены индентора и грузов.

В данной работе для определения твердости по методу Бринелля используется прибор ТБ 5004 (рисунок 2), для определения твердости по методу Роквелла - прибор ТР - 5006 (рисунок 3). Эти приборы состоят из следующих основных частей: корпуса в котором смонтированы все основные узлы прибора; механизма нагружения - для воспроизведения испытательных нагрузок; индентора - для получения отпечатка на поверхности испытываемого образца; механизма подъема стола - для подвода испытываемого образца к индентору, приложения предварительной нагрузки и отвода образца после окончания испытания; привода - для приложения и снятия основной нагрузки с заданной скоростью.

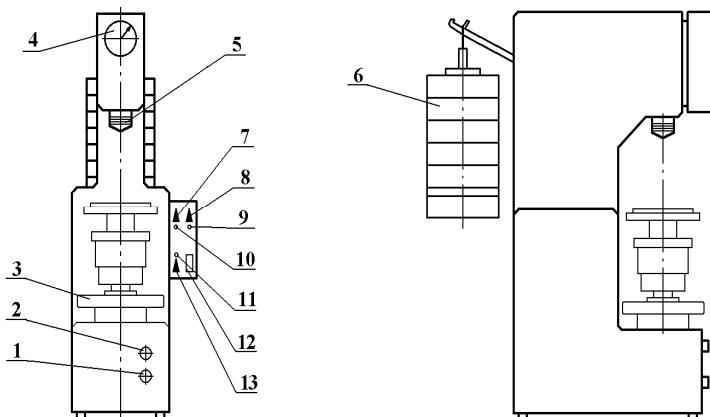


Рисунок 2. Общий вид твёрдомера ТБ 5004;

1 – кнопка СТОП, 2 – кнопка ПУСК, 3 – маховик, 4 – индикатор, 5 – упор, 6 – подвеска грузовая, 7 и 8 – переключатели режима работ, 9 – сигнальная лампа КОНТРОЛЬ, 10 - сигнальная лампа ВЫДЕРЖКА, 11 - сигнальная лампа СЕТЬ, 12 – реле времени, 13 – выключатель сети.

В зависимости от испытываемого материала, толщины образца и его предполагаемой твердости (таблица 1) установить соответствующий испытательный наконечник (индентор) и выбрать нагрузку, наложив на подвеску требуемое число грузов.

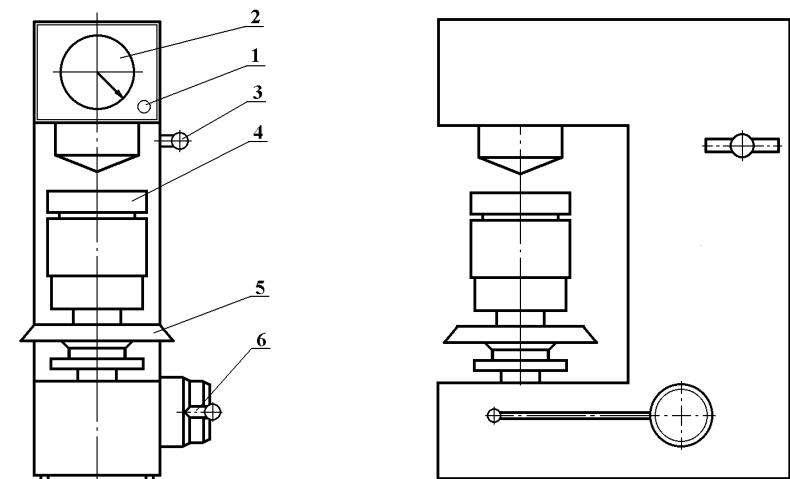


Рисунок 3. Общий вид твёрдомера ТР 5006:
1 – ручка точной установки нуля, 2 – индикатор, 3 – ручка смены испытательной нагрузки, 4 – стол, 5 – маховик, 6 – рукоятка приложения основной нагрузки.

Установить переключатель режима работ в положение РУЧН. или АВТ. (РУЧН. - приложение нагрузки от кнопки ПУСК, АВТ. - приложение нагрузки автоматически).

Установить реле времени на требуемое время выдержки под нагрузкой (для черных металлов 10 с, для цветных - 30 с). Выключить

прибор в сеть, выключатель сети установить в положение ВКЛ., при этом загорается сигнальная лампа СЕТЬ.

Таблица 1

NВ кгс/мм ²	δ , мм	$F = f(D)$	D, мм	F, мм	t, с		
Черные металлы							
140-150	от 6 до 3	$F = 30 D$	10,0	3000	10		
	от 4 до 2		5,0	750			
	менее 2		2,5	187,5			
< 140	более 6	$F = 10 D$	10,0	1000	10		
	от 6 до 3		5,0	250			
	менее 3		2,5	62,5			
Продолжение таблицы 1.							
Цветные металлы							
> 130	от 6 до 3	$F = 30 D$	10,0	3000	30		
	от 4 до 2		5,0	750			
	менее 2		2,5	187,5			
35 - 130	от 9 до 6	$F = 10 D$	10,0	1000	30		
	от 6 до 1		5,0	250			
	менее 3		2,5	62,5			
8 - 35	более 6	$F = 2.5 D$	10,0	250	60		
	от 6 до 3		5,0	62,5			
	менее 3		2,5	15,6			

где НВ - интервал твердости в числах Бринелля;

δ - минимальная толщина испытываемого образца;

$F=f(D)$ - соотношение между нагрузкой F и диаметром шарика D;

t – время выдержки под нагрузкой.

Установить испытываемый образец на предметном столике так, чтобы исключить возможность его смещения или прогиба во время испытания. При испытании деталей цилиндрической формы используется призматический предметный столик.

Вращением маховичка по часовой стрелке подвести образец до соприкосновения с шариком и поджать его до автоматического стопорения. В режиме работы АВТ. Нагружение производится автоматически. В режиме работу РУЧН. Приложение нагрузки производится нажатием кнопки ПУСК.

После снятия нагрузки (гаснет сигнальная лампа ВЫДЕРЖКА) вращением маховичка в противоположном направлении отвести образец от индентора.

После получения первого отпечатка образец передвигают и вновь при той же нагрузке выдавливают на поверхности образца еще два отпечатка.

Диаметр отпечатка измеряется с помощью отсчетного микроскопа МПБ – 2 в двух взаимно перпендикулярных направлениях и определяется как среднее арифметическое (d_{cp}) из двух измерений (d_1 и d_2). Число твердости по Бринеллю определяется по формуле (1). Результаты измерений и вычислений записать в таблицу 2.

При определении твердости по методу Бринелля необходимо выполнять следующие требования, регламентируемые ГОСТ 9012 – 59:

минимальная толщина испытываемого образца должна быть не менее 10 – кратной глубины отпечатка;

расстояние от центра тяжести до края образца должно быть не менее чем 2,5d, а расстояние между центрами двух соседних отпечатков должно быть не менее 4,0d;

диаметры отпечатков d должны находиться в пределах от 0,2 D до 0,6 D (в случае несоблюдения этого условия испытание признается недействительным и должно быть повторено с применением соответствующей нагрузки).

В зависимости от предлагаемой твердости испытываемого образца выбрать испытательный наконечник и соответствующую этому наконечнику нагрузку, навесив на подвеску нужное число грузов.

Поместить испытываемый образец на предметный столик прибора ТР 5006 и при помощи маховичка, вращая его по часовой стрелке довести его до соприкосновения с наконечником. После этого медленным вращением маховичка приложить предварительную нагрузку. При этом большая стрелка индикатора должна сделать от 2,5 до 3 оборотов. По окончании приложения предварительной нагрузки большая стрелка индикатора устанавливается на нуль (вертикально вверх), а малая – на черную риску. Допускается смещение стрелки индикатора на 5 делений. Точную установку большой стрелки на нуль производят поворотом ручки индикатора (ободка индикатора).

Основную нагрузку прикладывают перемещением рукоятки из нижнего положения в верхнее. Для снятия основной нагрузки необходимо вернуть рукоятку в нижнее положение до упора.

Записать показания индикатора в таблицу 2. Если наконечником является шарик (шкала В), то отсчет производится по внутренней шкале индикатора, а для алмазного наконечника (шкала С или А) – по внешней.

Вращая маховик в обратную сторону, отвести вниз предметный столик с образцом и окончательно разгрузить образец.

В соответствии с ГОСТ 9013-59 при измерении твердости по методу Роквелла необходимо выполнять следующие требования:

1. Минимальная толщина испытываемого образца должна быть не меньше восьмикратной глубины внедрения наконечника после снятия основной нагрузки;

2. Расстояние между центрами двух соседних отпечатков или расстояние от центра какого-либо отпечатка до края образца должно быть не менее 3,0 мм;

3. Основная нагрузка снимается плавно через 1 – 3 с после резкого замедления движения стрелки индикатора.

Таблица 2

Номер образца	Номер отпечатка	Твердость по Бринеллю			Твердость по Роквеллу
		d ₁	d ₂	d _{cp}	
1	1				
	2				
	3				
среднее значение твердости					
2	1				
	2				
	3				
среднее значение твердости					
3	1				
	2				
	3				
среднее значение твердости					

Вопросы для самоконтроля

- Что такое твердость материала?
- Назовите основные методы испытаний на твердость. В чем их различие?
- Дайте сравнительную оценку методов испытаний на твердость.
- Существует ли связь между числом твердости и иными механическими характеристиками?
- Какой должна быть поверхность испытуемого образца и почему?
- Каким образом обозначается твердость по рассмотренным методам?
- Что называется числом твердости по Бринеллю?
- Что называется числом твердости по Виккерсу?
- Что называется числом твердости по Роквеллу?
- Изложите порядок измерения твердости по методу Бринелля.
- Изложите порядок определения твердости по методу Виккерса.
- Изложите порядок определения твердости по методу Роквелла.
- Какова должна быть минимальная толщина образца при использовании рассмотренных методов?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Опытное определение нормальных напряжений в поперечном сечении балки при прямом изгибе

Цель работы

Исследование закона распределения нормальных напряжений по сечению балки при прямом изгибе.

Теоретические положения

Плоским прямым изгибом называется такой изгиб балки, когда действующие силы находятся в одной из главных плоскостей балки и перпендикулярны к оси стержня. При этом балка прогибается в этой же плоскости.

Плоский прямой изгиб подразделяется на чистый изгиб ($M=\text{const}$; $Q=0$) и на поперечный изгиб ($M\neq 0$; $Q\neq 0$).

В случае чистого изгиба при исследовании напряжений в поперечных сечениях используется гипотеза плоских сечений, согласно которой поперечные сечения, поворачиваясь на некоторый угол остаются плоскими (рисунок 1). Рассматривая деформацию элемента балки, видим, что сечение AB перемещается при искривлении стержня в положении A_1B_1 . При этом нижнее волокно стержня удлиняется, а верхнее укорачивается. Между ними есть волокно OO_1 , которое не меняет своей длины и называется нейтральным волокном. Удлинение произвольного волокна зависит от его расстояния от нейтрального волокна в прямой пропорции. Таким образом, относительная деформация вычисляется как

$$\varepsilon = \frac{\Delta z}{dz} = \frac{(\rho + y)d\varphi - \rho \cdot d\varphi}{\rho \cdot d\varphi} = \frac{y}{\rho}$$

Считая, что в точках стержня имеет место линейное напряженное состояние, можем использовать закон Гука в виде: $\sigma = \varepsilon E$ и с учетом выражения (1) относительной деформации получим:

$$\sigma = E / \rho y \quad (2)$$

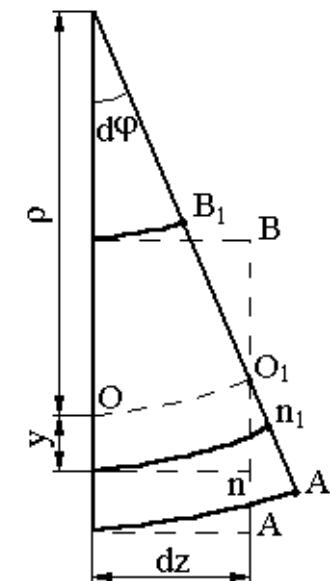


Рисунок 1.

из статики задачи следует, что сумма нормальных напряжений по поперечному сечению равна нулю, а сумма моментов нормальных усилий эквивалентна изгибающему моменту

$$N = \int_F \sigma dF = 0, \quad M_x = \int_F y \sigma \cdot dF$$

Из первого интеграла получим

$$\int_F \frac{E}{\rho} y dF = 0; \quad \frac{E}{\rho} \neq 0; \quad \int_F y dF = S_x = 0$$

т.е. центральная ось X сечения является следом пересечения нейтральных волокон с плоскостью поперечного сечения. Эта ось называется нейтральной линией сечения.

Из второго интеграла получим

$$M_x = \int_F \frac{E}{\rho} y \cdot y \cdot dF = \frac{EJ_x}{\rho} \quad \text{т.к. } \int_F y^2 dF = J_x$$

откуда следует

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} \quad (3)$$

где EJ_x - жесткость стержня при изгибе. Саму формулу (3) можно толковать как закон Гука для изогнутого стержня. Подставляя (3) в (2) получим

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \cdot y \quad (4)$$

Из формулы (4) видно, что напряжения меняются пропорционально расстоянию от нейтральной линии. На нейтральной линии они равны нулю, а максимального значения они достигают на краинем волокне.

Введя обозначение

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$$

можем записать формулу для максимального напряжения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \quad (5)$$

Заметим, что оси X, Y должны быть не только центральными, но и главными осями сечения. По ширине сечения напряжения считаются постоянными.

В случае поперечного изгиба в поперечных сечениях возникают касательные напряжения, вызывающие сдвиги, что приводит к искривлению поперечного сечения. Таким образом при поперечном изгибе гипотеза плоских сечений перестает соответствовать действительной картине деформаций сечений. Следовательно, формула (4) при поперечном изгибе становится не точной.

Точными методами установлено, что погрешность формулы (4) в случае поперечного изгиба составляет величину порядка h/l в сравнении с единицей, где l - длина балки, h - высота сечения. Кроме этого, формула (4) не может давать удовлетворительных результатов для сечений, близких к зонам приложения внешних нагрузок и опорам. В соответствии с принципом Сен-Венана ее можно использовать для сечений, удаленных от указанных зон на расстояние h .

Экспериментальная часть

Измерение напряжений производится на балке двутаврового профиля, лежащей на двух опорах и подвергаемой нагружению сосредоточенной силой по середине пролета (рисунок 2).

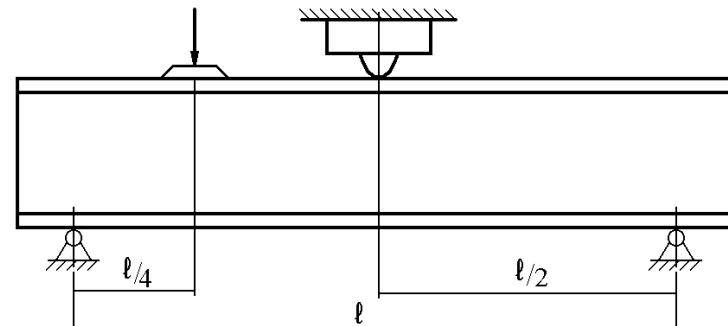


Рисунок 2.

Геометрические размеры балки ГОСТ 8239-72

Таблица 1

N профиля	12
Момент инерции $I_x \text{ м}^4$	$350 \cdot 10^{-8}$
Момент сопротивления $W_x \text{ м}^3$	$58,4 \cdot 10^{-6}$
Длина $l \text{ м}$	0,8
Высота $h \text{ м}$	0,12
Модуль упругости $E \text{ МПа}$	$2 \cdot 10^5$

Приложение нагрузки осуществляется на универсальной 20-тонной гидравлической машине. Помещается балка на подвижной траверсе и при рабочем ходе подвергается нажиму штампелем, закрепленным на верхнем упоре машины. Максимальная нагрузка, которая может быть приложена к испытуемой балке, определяется из условия прочности по допускаемым напряжениям

$$\frac{4[\sigma]W_x}{l} = \frac{4 \cdot 160 \cdot 10^6 \cdot 58,4 \cdot 10^6}{0,8} = 46,72 \text{ кН}$$

При превышении этой нагрузки в балке могут развиваться пластические деформации и возникнут остаточные напряжения, что приведет к искажению измеряемых величин.

Измерение напряжений лучше всего производить в сечении, находящемся на одинаковом удалении от зон приложения нагрузок, т.е. на расстоянии четверти пролета от опоры. Тогда минимальное расстояние от любой зоны приложения нагрузки составит $2h$.

1. Методика измерений напряжений.

В данной работе измерения напряжений производится путем тензометрирования. Для определения напряжений по методу тензометрирования экспериментально определяются деформации в какой-либо точке, а затем с помощью обобщенного закона Гука вычисляются напряжения.

1.1. Определение напряжений рычажным тензометром.

Для определения напряжение прибор устанавливают на поверхность балки, фиксируют начальное показание стрелки A_0 , прикладывают нагрузку и фиксируют показания стрелки A_T . Используя закон Гука, вычисляют напряжение по формуле:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E = \frac{\Delta A}{k \cdot l_0} \cdot E$$

где $\Delta A = A_T - A_0$, k - коэффициенты увеличения прибора, l_0 - база прибора. Недостатком этого прибора является то, что установить его, не нарушая целостности балки, можно только на полке двутавра, т.е. измерить удается только максимальное напряжение, а довольно большая база прибора, приводит к определению некоторого значения относительной деформации по участку l_0 .

Теоретическое значение напряжения в точке, где установлен

прибор может быть рассчитано по формуле (5), где $M = \frac{F \cdot l}{8}$.

Расхождение экспериментальных и теоретических результатов подсчитывают по формуле:

$$\delta = \frac{\sigma_{\text{теор}} - \sigma_{\text{опыт}}}{\sigma_{\text{теор}}} \cdot 100\%$$

1.2. Определение напряжений электротензодатчиками

Основные преимущества проволочных датчиков по сравнению с другими тензометрами заключаются в их простоте, малогабаритности и высокой точности. Датчики могут быть наклеены на деформируемое тело в труднодоступных местах и в большом количестве, с поочередным подключением с помощью переключателя к измерительной аппаратуре.

Наклеивая датчики на полку и стенку двутавровой балки в одном сечении, можно не только определить величину напряжений в точках, но и установить закон изменения напряжений по высоте сечения балки (рисунок 3).

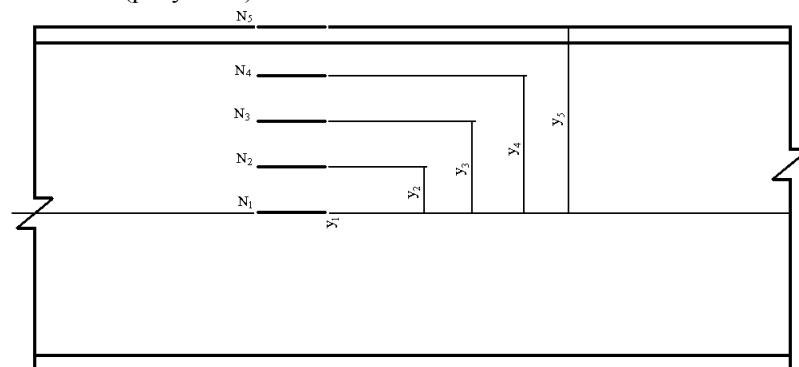


Рисунок 3.

Измерение производят в следующем порядке:

1. Проводники от датчиков, собранные в шлейф, подключаются к прибору ИСД-70. Включают прибор в сеть (220 В) и дают прогреться 20 минут.
2. Устанавливают тумблер на номер соответствующего датчика и балансируют прибор на нуль.
3. Дают предварительную нагрузку на балку $\Delta F=5$ кН, записывают приращение показаний прибора Δn . Балансируют прибор на 0.
4. Дают следующее приращение нагрузки $\Delta F=5$ кН, получают следующее приращение Δn . Балансируют прибор на нуль. И так далее пока суммарная нагрузка не достигнет 20 кН.

5. Устанавливают тумблер на номер следующего датчика и повторяют действия по пунктам 2, 3, 4.

Результаты измерений заносят в таблицу 2.

Нагрузка ΔF кН	Датчики				
	1	2	3	4	5
	Δn_1	Δn_2	Δn_3	Δn_4	Δn_5
5.00					
5.00					
5.00					

Вычисляются средние значения приращений деформаций и напряжений для каждого датчика при нагрузке, соответствующей одной ступени нагружения.

$$\Delta \varepsilon_{cp} = \varepsilon_0 n_{cp}$$

$$\text{где } \Delta n_{cp} = \frac{\sum \Delta n_k}{k};$$

k - число ступеней нагружения

$$\sigma_{cp} = \Delta \varepsilon_{cp} E$$

Результаты вычислений заносим в таблицу 3.

ΔF	Датчики				
	1	2	3	4	5
Δn_{cp}					
$\Delta \varepsilon_{cp}$					
σ_i					

Таблица 4 расчета теоретических величин напряжений в сечении составляется по формуле (4) с переменным y

$$\sigma^{teor} = \frac{M}{I_x} y_i$$

$$\text{где } y_i - \text{ордината датчика}, M = \frac{\Delta F \cdot l}{8}.$$

Таблица 4.

ΔF	y_i				
	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
σ_i^{teor}					

1.3. Сравнение теоретических и опытных величин напряжений
Строим график σ_i^{teor} (рисунок 4) в виде линейной функции от "y" и на него наносим напряжения $\Delta \sigma_i$ из таблицы 3.

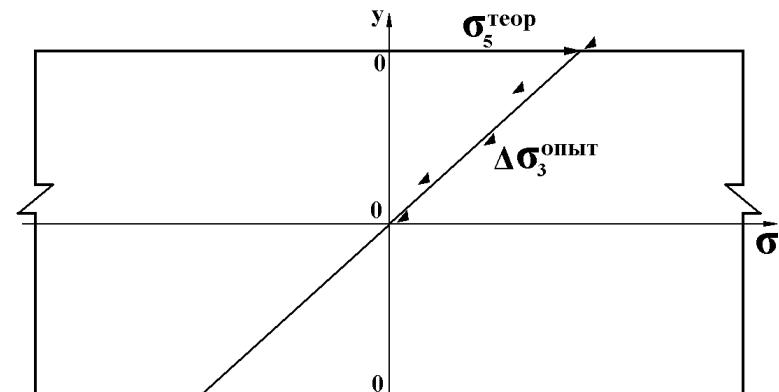


Рисунок 4.

$$\text{Для } \Delta F = 5 \text{ кН} \quad \delta = \frac{\sigma_i^{teor} - \sigma_i^{опыт}}{\sigma_i^{teor}} \cdot 100\%$$

Сделайте вывод о пригодности формул (4) и (5) для расчета напряжений при прямом изгибе.

Вопросы для самоконтроля

1. Какой вид изгиба называют плоским прямым?
2. Чем отличается чистый изгиб от поперечного?
3. В чем суть гипотезы плоских сечений?
4. Каков вид формулы выражающей гипотезу плоских сечений при изгибе балки?
5. Какие волокна балки называются нейтральными?
6. Что называют нейтральной линией сечения?
7. Как определить положение нейтральной линии сечения при прямом изгибе?
8. Почему формула (4) не дает точных значений напряжений при поперечном изгибе?
9. Для каких сечений нельзя применять формулу (4)?
10. В чем различие формул (4) и (5)?
11. В чем заключаются недостатки рычажного тензометра при измерении напряжений?
12. В чем заключаются преимущества электротензодатчика по сравнению с рычажным тензометром?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

Линейные и угловые перемещения сечений балок при плоском изгибе

Цель работы

Научиться теоретически и экспериментально определять линейные и угловые перемещения в конструкциях в виде статически определимой балки. Сделать оценку точности расчётной формулы и экспериментальных измерений.

Теоретические положения

Одной из основных задач курса сопротивления материалов является задача расчёта на жёсткость, заключающаяся в определении условий нагружения конструкции, при которых её деформации не должны превышать допускаемой величины. В реальных условиях на исследуемый объект могут одновременно воздействовать: растяжение-сжатие, кручение, сдвиг, плоский или косой изгиб. Используя принцип суперпозиции, такое сложное нагружение можно представить в виде суммы простых воздействий, одним из которых является плоский изгиб, характеризующийся линейными и угловыми перемещениями.

МЕТОД НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ.

Точное значение величин прогибов $y(z)$ и углов поворотов $\Theta(z)$ можно получить из дифференциального уравнения изогнутой оси балки:

$$\frac{\frac{d^2y}{dz^2}}{\left[1+\left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\rho(z)} \quad (1)$$

$$\text{где } \frac{1}{\rho(z)} = \frac{M_x(z)}{EI_x(z)} \quad - \text{радиус кривизны}$$

Значением, стоящим в знаменателе левой части уравнения обычно пренебрегают, так как $\operatorname{tg}\Theta = dy/dz$ величина намного меньше единицы. В инженерных расчётах достаточно точности, получаемой по основному дифференциальному уравнению упругой линии балки:

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{M_x(z)}{EI_x(z)} \quad (2)$$

Непосредственное интегрирование этого уравнения, составленного для n участков даёт $2n$ произвольных постоянных, что при $n \geq 3$ делает нахождение их очень трудоёмким. Одним из методов, позволяющих уменьшить число постоянных интегрирования является метод предложенный А.Н. Крыловым, называемый метод начальных параметров, согласно которому, независимо от числа участков, необходимо найти только два неизвестных – угол поворота и прогиб в начале координат.

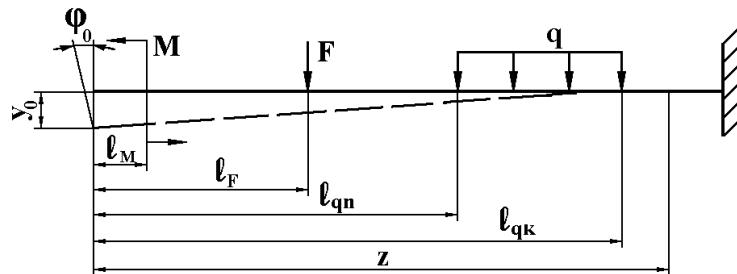


Рисунок 1.

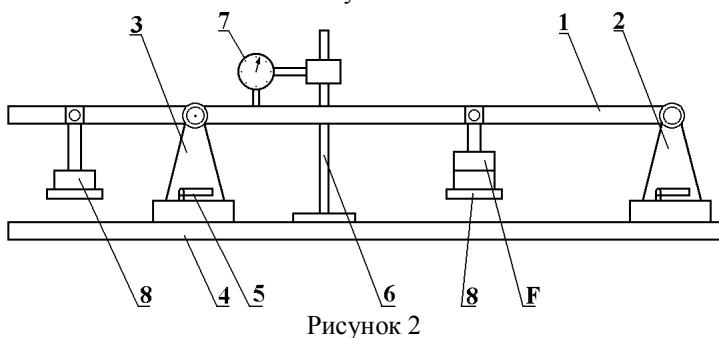


Рисунок 2

Для обозначений, принятых на рисунке 1 уравнения метода начальных параметров, записывают так:

$$EIy(z) = EIy_0 + EI\varphi_0 + \frac{\sum M(z-l_M)^2}{2} + \frac{\sum F(z-l_F)^3}{6} + \frac{\sum q(z-l_n)^4}{24} - \frac{\sum q(z-l_k)^4}{24} \quad (3)$$

где y_0 и φ_0 – соответственно прогиб и угол поворота сечения балки в начале координат, за которое принимается любое крайнее правое, либо крайнее левое сечение расчётной схемы;

z – координата сечения в котором определяется перемещение балки;

l_M, l_F, l_n, l_k – соответственно координаты сосредоточенных моментов, сил, начала, конца распределённых нагрузок.

Все силовые факторы подставляются в уравнение согласно следующему правилу знаков:

При использовании метода начальных параметров придерживаются рекомендованной последовательности:

1. Определяют реакции связей.
2. Находят начальные параметры по следующим вариантам:
 - 2.1. Если балка имеет жёсткую заделку, то её следует принять за начало координат, так как начальные параметры в заделке равны нулю.
 - 2.2. Если на каком-либо конце балки имеется шарнирная опора, то она берётся за начало координат. Поскольку прогиб на ней не возможен и $y=0$, то для нахождения φ_0 составляют уравнение прогиба на другой шарнирной опоре.
 - 2.3. Если левый и правый концы балки консольные, то составляют два уравнения прогибов для шарнирных опор.
3. Решение сведётся к подстановке в уравнение (3) всех силовых факторов, расположенных между началом координат и тем сечением, где определяются перемещения.

Экспериментальная часть

Вид лабораторной установки показан на рисунке 2. Она состоит из балки прямоугольного сечения 1, с шарнирно-подвижной 2 и шарнирно-неподвижной 3 опорой. Опора 2 перемещается по станине 4 и фиксируется на ней стропами 5. На штативах 6 закрепляются индикаторы часового типа 7 для измерения прогибов балки, под действием грузов F, расположенных на перемещаемых штангах 8.

Конструкция опоры 2 позволяет находить угол поворота сечения балки на ней (Рисунок 3). Измерив индикатором 9 перемещение "a" нижнего конца рычага 10 длиной $l=0,15$ м, закреплённого на балке в плоскости изгиба, угол поворота вычисляют по формуле:

$$\Theta_B \approx \operatorname{tg} \Theta_B = \frac{a}{l} \quad (4)$$

При измерении линейных перемещений необходимо помнить, что цена деления индикаторов равна 0,01 мм, поэтому их показания умножаются на 10^{-5} м.

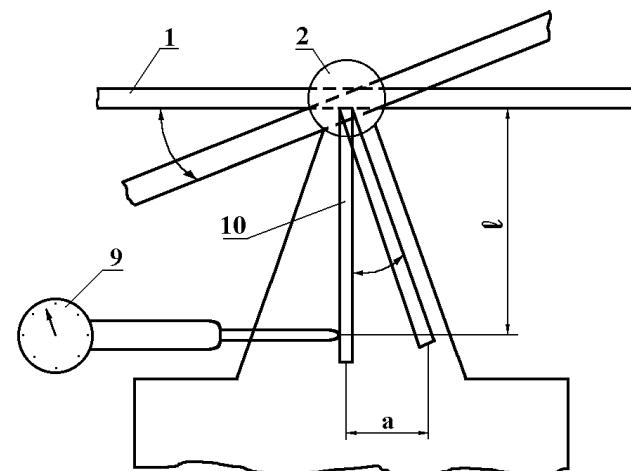


Рисунок 3. Приспособление для нахождения угловых перемещений

Порядок выполнения лабораторной работы:

1. В соответствии с заданной расчётной схемой установите подвижную опору, индикаторы и штанги для грузов;
2. Выставите шкалы индикаторов на ноль;
3. Установите на штанги грузы и снимите показания приборов. Замеры следует сделать два раза, а величины перемещений взять как среднее арифметическое.
4. Замерьте ширину "b" и высоту "h" поперечного сечения балки с точностью до 0,1 мм и вычислите значение J_x .
5. Вычислите с помощью формулы (4) значение углового перемещения .
6. Используя, уравнения (3) метода начальных параметров, найдите перемещения тех сечений, где производились замеры.
7. Определите расхождения между величинами полученными теоретически и опытным путём по формулам:

$$\delta_y = \frac{|y^T - y^{\circ}|}{y^T} \cdot 100\%,$$

$$\delta_{\Theta} = \frac{|\Theta^T - \Theta^{\circ}|}{\Theta^T} \cdot 100\%.$$

Контрольные вопросы.

1. Что представляют собой уравнения методов начальных параметров и почему они так называются?
2. Сделайте вывод уравнений метода начальных параметров.
3. Как определяются неизвестные начальные параметры?
4. В каком порядке определяются угловые и линейные перемещения сечений балки методом начальных параметров?
5. Какие сечения балки можно принять за начало координат?
6. Расскажите порядок выполнения экспериментальной части лабораторной работы.
7. В каком случае в уравнение метода начальных параметров вводят "дополнительную" и "компенсирующую" нагрузки?
8. Как определяется угол поворота сечения на подвижной опоре?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8
Экспериментальное определение величин
прогибов при косом изгибе

Цель работы

Экспериментальная проверка применимости формул для определения величины и направления прогиба свободного конца консоли при косом изгибе.

Теоретические положения

Под косым изгибом понимают такой вид деформации бруса, при котором плоскость действия изгибающего момента в сечении не совпадает ни с одной из главных осей инерции. Его можно рассматривать как одновременный изгиб бруса в двух главных плоскостях (плоскостях, проведённых через ось стержня и главные оси инерции сечения), т.е. как сочетание двух прямых изгибов (рисунок 1). Очевидно, что:

$$M_x = P_y z = P_z \sin \alpha$$

$$M_y = P_x z = P_z \cos \alpha$$

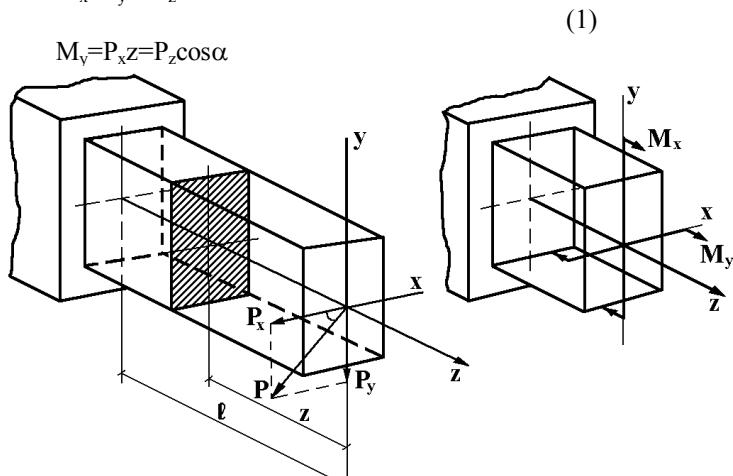


Рисунок 1.

На основании принципа независимости действия сил прогибы в направлении главных осей поперечного сечения бруса дают полный вектор перемещения:

$$\vec{f} = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (2)$$

Для консольной балки, жёстко закреплённой одним концом и нагруженной на свободном конце силой P (рисунок 2):

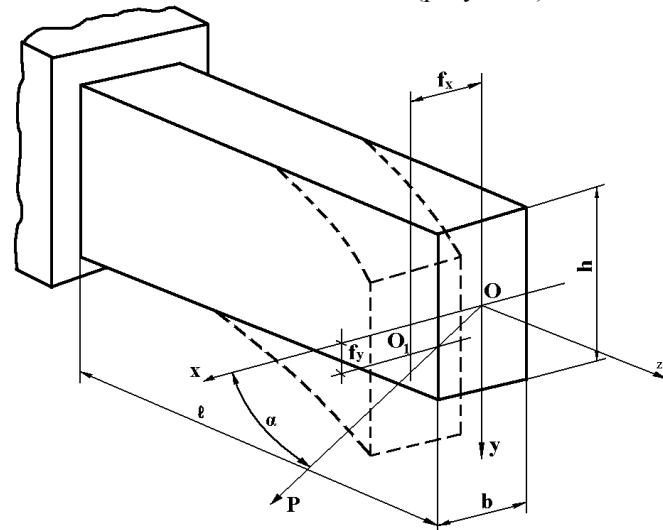


Рисунок 2.

$$f_x = \frac{P_x \ell^3}{3EI_y} = \frac{P\ell^3 \cos \alpha}{3EI_y} \quad (3)$$

$$f_y = \frac{P_y \ell^3}{3EI_x} = \frac{P\ell^3 \sin \alpha}{3EI_x} \quad (4)$$

Направление полного прогиба f определяется из следующего выражения с учётом (3) и (4):

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{f_y}{f_x} = \frac{I_y}{I_x} \operatorname{tg} \alpha \quad (5)$$

где φ - угол между направлениями полного прогиба и осью X (рисунок 3).

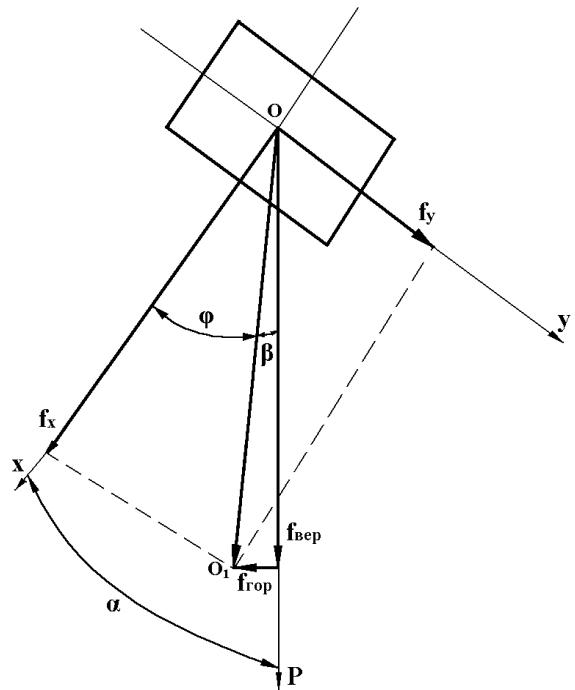


Рисунок 3.

Анализ выражения (5) показывает, что направление полного прогиба f не совпадает с направлением действия внешней силы P , так как в общем случае $I_x = I_y$. Это обстоятельство и определяет название данного вида деформации как косой изгиб. Направления прогибов во всех поперечных сечениях совпадают между собой, так как $\operatorname{tg}\varphi$ - есть величина постоянная по всей длине балки. Следовательно, упругая линия балки представляет собой плоскую кривую.

Экспериментальная часть

Испытания проводят на балке прямоугольного поперечного сечения с одним защемлённым и другим свободным концом, к которому прикладывается сосредоточенная сила P . Изменение положения осей инерции по отношению к вертикально прикладываемой нагрузке осуществляется поворотом балки вокруг своей продольной оси.

Порядок проведения работы

- Закрепить балку под углом α по отношению к горизонтали. При этом риска указателя углов поворота должна строго совпадать с делением заданного угла по шкале угломера. Стрелки индикаторов вертикального и горизонтального перемещений установить на нулевые отметки.
- К грузовой подвеске приложить заданную внешнюю нагрузку, отметить показания индикаторов.
- Повернуть балку в следующее положение и определить вертикальную и горизонтальную составляющие переменной.

Обработка результатов испытаний

На каждом этапе нагружения отмечают вертикальную $f_{\text{вер}}$ и горизонтальную $f_{\text{гор}}$ составляющие полного перемещения. На основании полученных значений нетрудно определить угол наклона линии прогиба к вертикали (рис.3):

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{f_{\text{гор}}}{f_{\text{вер}}} \quad (6)$$

Величина полного перемещения составит

$$f = \sqrt{f_{\text{гор}}^2 + f_{\text{вер}}^2} \quad (7)$$

Полученные данные необходимо внести в таблицу 1.

Теоретические расчёты

1. Снимают все размеры балки, вычисляют моменты инерции I_x , I_y .
2. Записывают величину угла α - угла наклона силы P к оси ОХ. По справочным данным определяют значение модуля упругости материала балки.
3. По приведённым выше формулам (2), (3), (4) и (5) рассчитывают величину прогиба и его направление при нагружении заданной схемой. Из рис. 3 следует, что

$$\beta_T = \alpha - \varphi \quad (8)$$

Результаты вычислений занести в таблицу 2.

Подсчитанные таким образом величины f_T и β_T следует сравнить с найденными опытным путём значениями f_3 и β_3 . Процент расхождения можно определить по формулам:

$$\delta(f) = \frac{f_T - f_3}{f_T} \cdot 100\% \quad (9)$$

$$\delta(\beta) = \frac{\beta_T - \beta_3}{\beta_T} \cdot 100\% \quad (10)$$

Вычисленные значения записать в таблицу 3 расхождений между экспериментальными и теоретическими результатами.

Сделать заключение о применимости формул сопротивления материалов для определения перемещений и указать причину расхождения экспериментальных и расчетных результатов.

Таблица 1. Результаты эксперимента

РР, кг	α , град	$f_{\text{вер}}$, мм	$f_{\text{гор}}$, мм	f_3 , мм	$\operatorname{tg} \beta_3$	β_3 , град

Таблица 2. Теоретические результаты

РР, кг	α , град	f_x , мм	f_y , мм	f , мм	$\operatorname{tg} \varphi$	φ , град	β , град

Таблица 3. Расхождение между опытными и теоретическими результатами

P, кг	α , град	$\delta(\beta)$, %	$\delta(f)$, %

Контрольные вопросы

1. Какой изгиб называется косым?
2. Могут ли балки круглого или квадратного поперечного сечения испытывать косой изгиб?
3. Сочетанием каких видов изгиба является косой изгиб?
4. В чём заключается принцип независимости действия сил при исследовании косого изгиба?
5. По каким формулам определяется нормальное напряжение в поперечных сечениях бруса при косом изгибе?
6. Как определяются перемещения точек оси балки при косом изгибе?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

Экспериментальное и теоретическое определение реакции средней опоры двухпролётной неразрезной балки

Цель работы

Экспериментальная проверка применимости метода сравнения деформации для определения реакции средней опоры двухпролётной неразрезной балки.

Теоретические сведения

Для решения встречающихся задач зачастую недостаточно уравнений равновесия твёрдого тела, так как в таких задачах больше связей, чем необходимо для равновесия. Таким образом, некоторые связи оказываются “лишними”. Теоретическое определение “лишней опорной реакции” в статически неопределеных балках, основанное на интегрировании дифференциального уравнения упругой линии балки или на применение энергетических методов, предполагает малые величины прогибов, при которых обеспечивается линейная зависимость прогибов от нагрузок. Влияние перерезывающих сил на перемещения незначительно и поэтому не учитывается.

Раскрытие статической неопределенности в простейших системах работающих на изгиб можно проводить различными методами. Данная работа нацелена на применение метода сравнения деформаций.

Задача по теоретическому определению реакций опор много-пролётных балок, по существу, статически неопределенна, то есть возможных уравнений статики (для плоской системы их можно составить три: $\sum F_x=0$; $\sum F_y=0$; $\sum M_x=0$) недостаточно для определения всех возникающих реакций в опорах. В частности, в двухпролётной неразрезной балке, реакций как минимум четыре, поэтому для определения “лишней” четвёртой реакции необходимо составить ещё: как минимум, одно уравнение, которое заключало бы в себе неизвестные реакции.

Это уравнение может быть составлено используя метод сравнения деформаций, который заключается в том, что искомую реакцию опоры находят путём сравнения линейного перемещения сечения

в месте опоры от действия всех внешних нагрузок с линейным перемещением этого же сечения от действия неизвестной реакции.

Данный метод иллюстрируется на рисунке 1.

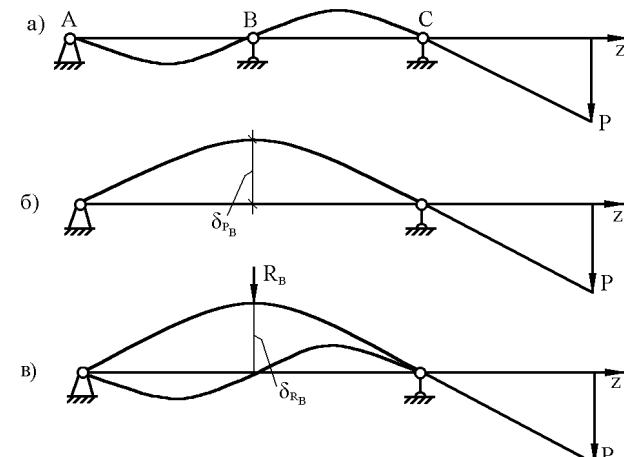


Рисунок 1.

На рисунке 1а показана двухпролётная неразрезная статически неопределенная балка. Для определения реакции R_B необходимо мысленно (рисунок 1 б) отбросить опору B, сечение балки получит линейное перемещение δ_{P_B} вызванное внешней силой P . Затем (рисунок 1 в) в сечении B необходимо приложить реакцию R_B такой величины, чтобы сечение B заняло первоначальное положение, то есть сечение получает линейное перемещение δ_{R_B} , которое по абсолютному значению равно δ_{P_B} .

$$\delta_{R_B} = \delta_{P_B} \quad (1)$$

Так как рассматриваемая система состоит из прямолинейных элементов, то линейные перемещения δ_{P_B} и δ_{R_B} удобно определять методом Мора по способу Верещагина:

$$\Delta = \sum \frac{\omega \cdot \eta_C}{EJ_x} \quad (2)$$

где ω - площадь эпюры изгибающих моментов от заданных сил (грузовой эпюры);

η_C – ордината под центром тяжести грузовой эпюры, взятая с единичной эпюры;

EJ_x – жесткость при изгибе.

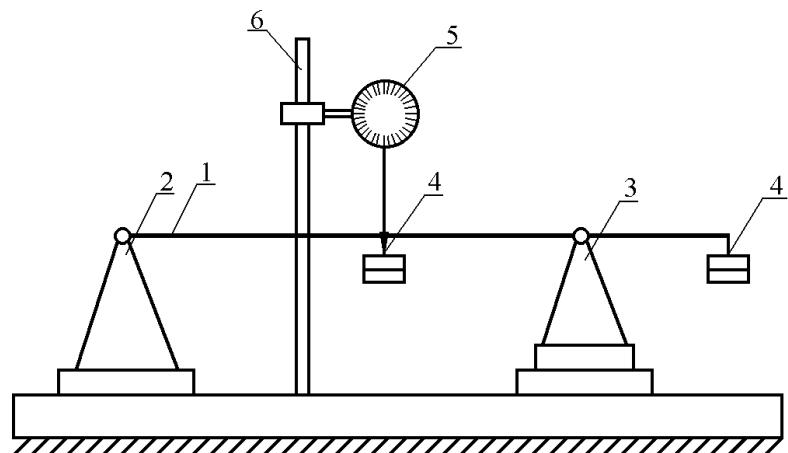


Рисунок 2.

Схема лабораторной установки:

1 – стальная балка прямоугольного сечения

2 – шарнирно-неподвижная опора

3 – шарнирно-подвижная опора

4 – грузы

5 – индикатор часового типа

Так же для решения поставленной задачи применим метод начальных параметров, основанный на интегрировании основного дифференциального уравнения изогнутой оси:

$$y'' = \frac{M_x}{EI_x} \quad (3)$$

Порядок проведения работы

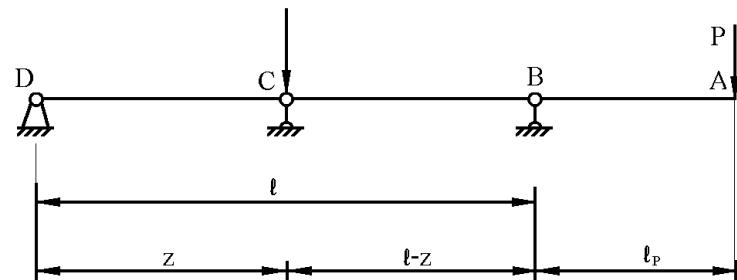


Рисунок 3.

1. В точке С устанавливают индикатор часового типа.
2. Нагружают балку в точке А набором грузов.
3. В точке С нагружают балку грузами до тех пор, пока стрелка индикатора не вернётся в "0". То есть сечение балки вернётся в первоначальное положение.
4. Искомая реакция R_C^{\exists} равна весу грузов в точке С.
5. По выбранной схеме (рисунок 3) теоретически определяют линейное перемещение сечения С δ_{Cp} от внешней силы Р. По любому известному способу.
6. Мысленно отбрасывают внешнюю силу Р и в точку С перемещают искомую R_C^{\exists} . Определяют линейное перемещение δ_{CR} от реакции R_C^{\exists} .
7. Приравнивая перемещения δ_{Cp} и δ_{CR} находят реакцию средней опоры R_C^{\exists} .

8. По формуле $\Delta\delta = \frac{R_C^T - R_C^{\exists}}{R_C^{\exists}} \cdot 100\%$ определяют погрешность.

Все полученные данные заносятся в протокол испытаний.

Протокол испытаний

Номер опыта	1	2	3
Сила тяжести груза Р, Н			
Сила тяжести груза R_C^{\exists} , Н			
Получение значения R_C^T , Н			
Погрешность $\Delta\delta$, %			

Контрольные вопросы

1. Цель работы.
2. Какими методами можно определить линейное перемещение сечения неразрезных балок?
3. В чём заключается метод сравнения деформаций?
4. Какие системы называются статически неопределенными?
5. Что обозначает термин “лишние” связи?
6. Расскажите порядок проведения экспериментальных исследований?
7. Какими методами можно раскрывать статическую неопределенность?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №10

Экспериментальное определение перемещений в пространственном брусе

Цель работы

Научиться использовать интеграл Мора и способ Верещагина для определения линейных и угловых перемещений в пространственном брусе.

Теоретические положения

В ряде случаев элементы машиностроительных и строительных конструкций должны быть рассчитаны не только на прочность, но и на жёсткость.

Расчёт на жёсткость элемента конструкции, имеющего форму бруса, заключается в определении наибольших перемещений его поперечных сечений и сопоставлении их с допускаемыми перемещениями, зависящими от назначения и условий эксплуатации данного элемента.

Универсальным методом определения перемещений любой линейно - деформируемой системы при любой нагрузке является метод Мора.

Физический смысл формулы Мора (интеграла Мора): это работа единичной силы на перемещении её точки приложения от заданной нагрузки. Для пространственной системы интеграл Мора содержит шесть членов – по числу внутренних усилий, которые могут возникнуть в поперечных сечениях элементов системы.

$$\begin{aligned}\Delta = & \sum \frac{1}{E \cdot I_x} \int_0^1 M_F^x \cdot \overline{M_i^x} \cdot dz + \sum \frac{1}{E \cdot I_y} \int_0^1 M_F^y \cdot \overline{M_i^y} \cdot dz + \\ & + \sum \frac{1}{E \cdot I_k} \int_0^1 M_F^k \cdot \overline{M_i^k} \cdot dz + \sum \frac{1}{E \cdot A} \int_0^1 N_F \cdot \overline{N_i} \cdot dz + \\ & + \sum \frac{k}{G \cdot A} \int_0^1 Q_F \cdot \overline{Q_i} \cdot dz + \sum \frac{k}{G \cdot A} \int_0^1 Q_F \cdot \overline{\overline{Q_i}} \cdot dz\end{aligned}$$

где N_i , Q_i , M_i – внутренние усилия, возникающие от единичной нагрузки, относительно соответствующих осей;

N_F , Q_F , M_F – внутренние усилия, возникающие от внешней нагрузки, относительно соответствующих осей;

I_x , I_y – моменты инерции площади поперечного сечения;

I_k – момент инерции при кручение (для круглого сечения это I – полярный момент инерции);

E , G – модули упругости соответственно I и II рода (модуль Юнга и модуль сдвига);

K – коэффициент формы сечения.

На практике, в большинстве случаев, решения пространственной задачи (когда элементы конструкции работают преимущественно на изгиб и кручение) перемещениями от продольных N и поперечных Q сил пренебрегают в силу их малого вклада в суммарное перемещение.

Для стержневых систем, состоящих из прямолинейных элементов, интеграл Мора может быть вычислен графоаналитическим способом, предложенным в 1924 г. студентом ВНИИЖТа А. К. Верещагиным, суть которого заключается в замене произведения единичных и грузовых подынтегральных функций на произведение их графического образа, т.е. грузовых и единичных эпюр.

$$\Delta = \sum \frac{1}{E \cdot I} \Omega \cdot \overline{M}_c$$

где M_c – ордината единичной эпюры, взятая под центром тяжести грузовой эпюры;

Ω - площадь грузовой эпюры.

Грузовая эпюра – это эпюра изгибающих (крутящих) моментов от внешней нагрузки, единичная эпюра – это эпюра изгибающих (крутящих) моментов от единичной нагрузки.

При определении линейного перемещения под единичной нагрузкой понимают безразмерную силу, равную единице, при определении углового перемещения – безразмерный момент, равный единице. Прикладывают единичные усилия в точку определения перемещения по направлению определяемого перемещения.

Описание установки

Определение перемещений при совместном действии изгиба и кручения производится на специальной установке типа СМ24В (рисунок 1). Установка состоит из следующих основных частей: пространст-

венного бруса 8, литого стола 6, двух колонн 3, установленных на регулируемых винтах-ножках 1, стяжки 2, подвеса 5, набора грузов 4, подвески 9 и двух штативных стоек 10.

Пространственный брус 8 представляет собой систему из пяти элементов, жёстко соединённых в узлах. Каждый из элементов пространственного бруса 8 выполнен из стальной трубы диаметром $D=26$ мм с толщиной стенки $t=3$ мм; модуль Юнга $E=200$ ГПа, модуль сдвига $G=80$ ГПа. Один конец пространственного бруса 8 консольно закреплён в столе установки, другой конец снабжён рычагом 14 для измерения углового перемещения.

Подвеску 9 с набором грузов 4 можно перемещать по брусу 8, имеющему шкалу для удобства отсчёта координат внешней нагрузки.

Подвеска 9 может быть зафиксирована на брусе с помощью стопорного винта.

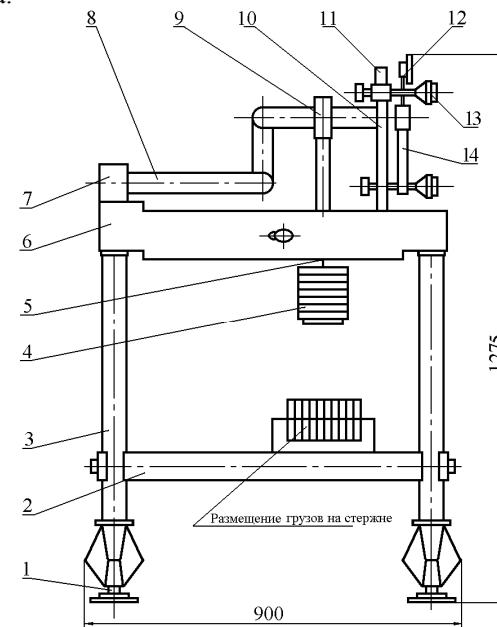


Рисунок 1. Общий вид установки

Измерение линейного перемещения свободного конца пространственного бруса 8 по вертикальному направлению производится индикатором 12 часового типа с ценой деления 0,01 мм. Измерение углово-

го перемещения свободного конца груза 8 производится аналогичным индикатором с рычагом 14, длина которого составляет 150 мм.

Индикаторы для измерения перемещений установлены в штативных стойках 10, закреплённых на столе 6 установки. Свободный конец бруса 8 снабжён пятками, в которые упираются ножки индикаторов при измерениях.

Определение линейного (вертикального) перемещения способом Верещагина

Расчётная схема пространственного бруса показана на рисунке 2.

Для определения перемещения способом Верещагина требуется построить грузовые эпюры моментов от внешней нагрузки (силы F , приложенной на координате Z_F) на каждом силовом участке бруса и, аналогично, эпюры единичных моментов от единичной силы, приложенной вертикально на свободном конце бруса.

Затем, перемножив их по методу Верещагина, определим искомое перемещение.

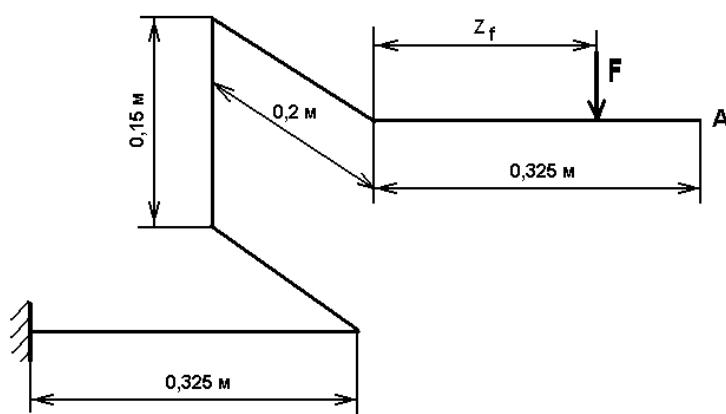


Рисунок 2. Расчёчная схема пространственного бруса

Определение углового перемещения методом Мора

Для определения углового перемещения методом Мора требуется составить уравнения изгибающих и крутящих моментов от внешней нагрузки на каждом силовом участке бруса и, аналогично, моментов от единичного момента, приложенного на свободном конце бруса.

Подставив полученные уравнения в интеграл Мора и, решив его, получим искомое перемещение.

Методика проведения лабораторной работы

- Согласно указанным преподавателем исходным данным (величина внешней нагрузки, не превышающая 120 Н, и её координата), составьте расчётную схему.

- Произведите теоретический расчёт величин перемещений Δ_T свободного конца пространственного бруса (линейного – способом Верещагина и углового – методом Мора) от заданной внешней нагрузки.

- Подготовьте установку к проведению опыта.
- Произведите измерения размеров пространственного бруса.
- Установите стрелки индикаторов на нулевую отметку.
- Положите на подвеску требуемый груз и снимите показания индикаторов.

- По окончании опыта разгрузите брус и сравните показания индикаторов с первоначальными.

- Вычислите экспериментальные значения перемещений Δ_\exists свободного конца пространственного бруса, а также расхождение между теоретическими и экспериментальными значениями перемещений по формуле:

$$\delta = \frac{|\Delta_T - \Delta_\exists|}{\Delta_T} \cdot 100\%$$

Обработка результатов опыта и их сравнение с теоретическими положениями

- Вычислить средние арифметические значения величин приращений линейных перемещений: в вертикальном направлении Δ_b и в горизонтальном направлении Δ_h .

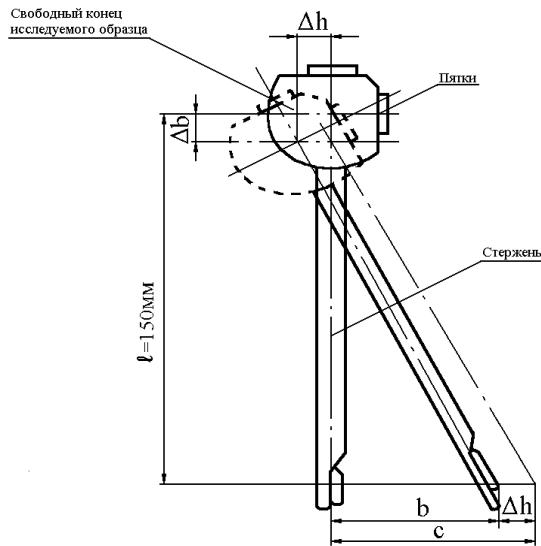


Рисунок 3. Схема измерения величин перемещений

2. Вычислить средние значения величин приращения угловых перемещений по формуле:

$$\Theta = \frac{C}{\ell} = \frac{b + h}{\ell}$$

где b – средние арифметические значения величин отсчетов по индикатору, измеряющему угловые перемещения в процессе опыта;

ℓ - расчетная длина стержня (величина нанесена непосредственно на стержне).

Результатом опытного определения деформации (Рисунок 3), соответствующей нагрузке $F= \dots \text{Н}$:

Вертикальный $\Delta b = \dots \text{мм}$

Горизонтальный $\Delta h = \dots \text{мм}$

Угловой $\Delta \Theta = \dots \text{рад}$

Погрешность:

$$\delta_b = \frac{\Delta b_{PAC} - \Delta b_{ЭКС}}{\Delta b_{PAC}} \cdot 100\%$$

$$\delta_\Theta = \frac{\Delta \Theta_{PAC} - \Delta \Theta_{ЭКС}}{\Delta \Theta_{PAC}} \cdot 100\%$$

По результатам расчётов погрешности сделать вывод о точности применённых теоретических формул.

Вопросы для самопроверки

1. Какой формулой описывается интеграл Мора для определения перемещений при действии всех внутренних силовых факторов?
2. Какие исходные данные требуются для вычисления перемещений по методу Мора?
3. Как формулируется правило Верещагина для определения перемещений по эпюрам и всегда ли оно применимо?
4. Как производится перемножение эпюр по правилу Верещагина?
5. Как производится по правилу Верещагина перемножение эпюр, ограниченных ломанными линиями?
6. Что означает отрицательный знак, полученный в конечном результате при определении перемещений по методу Мора или способу Верещагина?
7. Что означает, если в пределах того или иного участка системы результат перемножения эпюр обращается в нуль?
8. Какие эпюры называются грузовыми и какие единичными?
9. Напишите формулу осевого момента инерции кольцевого профиля?
10. Напишите формулу полярного момента инерции кольцевого профиля?

Список литературы.

1. Степин П.А. Сопротивление материалов. – Санкт-Петербург: Лань, 2012.-320 с. – Доступ из ЭБС "Лань".
2. Сопротивление материалов. Под ред. Писаренко Г.С. - Киев: Наукова думка, 1986.
3. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986. - 590 с.
4. Сопротивление материалов: учебное пособие /П.А. Павлов [и др.]. – Санкт-Петербург: Лань, 2007. – 560 с. – Доступ из ЭБС «Лань».