

# Лекция 1

# Высокопроизводительные вычислительные системы

**Курносов Михаил Георгиевич**

E-mail: [mkurnosov@gmail.com](mailto:mkurnosov@gmail.com)

WWW: [www.mkurnosov.net](http://www.mkurnosov.net)

Курс «Параллельные вычислительные технологии»

Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики (г. Новосибирск)

Осенний семестр

# Классификация архитектур вычислительных систем (по числу потоков команд и данных)

Классификация М. Флинна (M. J. Flynn, 1966)		
	Single instruction stream	Multiple instruction stream
Single data stream	<a href="#">SISD</a>	<a href="#">MISD</a>
Multiple data stream	<a href="#">SIMD</a>	<a href="#">MIMD</a>

- **SISD** – последовательная ВС; одно устройство управления работает с одним потоком инструкций в памяти, выполняя их на последовательном процессоре (работает с одним потоком данных): первые процессоры
- **SIMD** – вычислительная систем, в которой множество процессоров выполняют одну инструкцию над своими локальными данными: векторные ВС Cray, NEC; наборы векторных инструкций AVX, Altivec, NEON SIMD; GPU
- **MISD** – вычислительная система типа “много потоков команд – один поток данных”: конвейерные ВС (частично) и систолические ВС (systolic arrays, частично)
- **MIMD** – совокупность процессорных элементов, работающих со своими локальными потоками команд и данных: вычислительные кластеры, MPP-системы

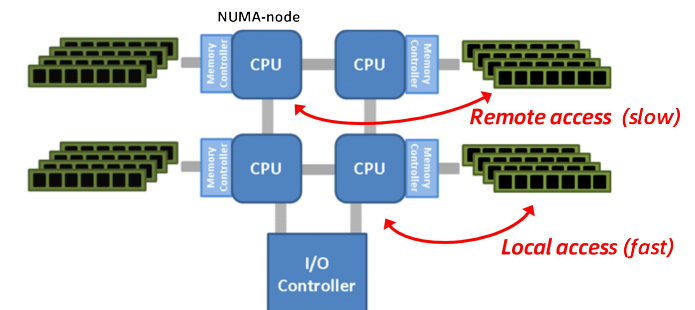
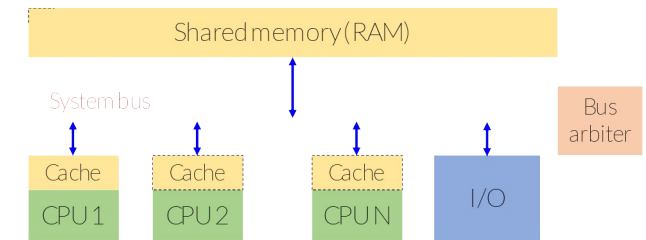
К какому классу можно отнести процессор Intel Xeon Core i5 6200U (Skylake)?

# Классификация архитектур вычислительных систем

(структурно-функциональная – по способу организации оперативной памяти)

## Класс 1. Системы с разделяемой процессорами оперативной памятью (shared memory systems)

- **Симметричные мультипроцессоры** (symmetric multiprocessor, SMP) – множество процессоров имеют одинаковые возможности по доступу к разделяемой оперативной памяти и функционируют под управлением одной операционной системы
  - ✓ Относительно простое создание параллельных программ (POSIX threads, OpenMP, ...)
  - ✓ Контроллер памяти – узкое место, число процессоров  $\leq 32$
- **NUMA-системы** (non-uniform memory architecture) – множество процессоров имеют *неодинаковые* возможности по доступу к разделяемой оперативной памяти и функционируют под управлением одной операционной системы
  - ✓ Относительно простое создание параллельных программ (POSIX threads, OpenMP, libnuma, thread affinity, ...)
  - ✓ Контроллер памяти и внутрисистемная шина (Intel QPI, HyperTransport) – узкое место, число процессоров  $\leq 128$



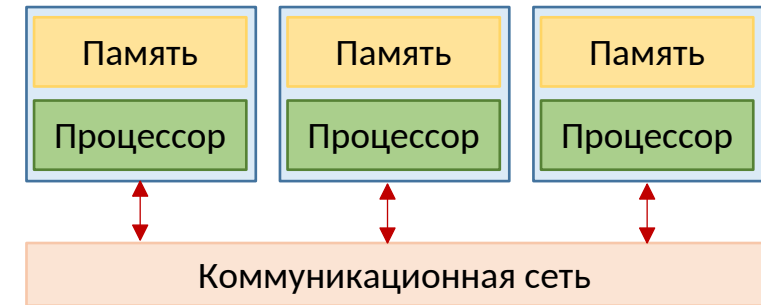
# Классификация архитектур вычислительных систем

(структурно-функциональная – по способу организации оперативной памяти)

## Класс 2. Системы с распределенной оперативной памятью (distributed memory systems)

- **Распределенная вычислительная система** –

совокупность вычислительных узлов (элементарных машин, процессорных элементов), взаимодействующих через коммуникационную сеть (среду); каждый узел имеет свою оперативную память и функционирует под управлением своей операционной системы



- ✓ **Вычислительный кластер** (computer cluster) – распределенная ВС, построенная на базе серийно выпускаемого промышленностью оборудования

- ✓ **Массово параллельная система** (massively parallel system, MPP-system) – большемасштабная распределенная ВС; как правило, MPP-системы строятся на базе проприетарного (фирменного) оборудования и значительно эффективнее кластерных ВС (системы IBM BlueGene, Cray XK/XC и др.)

К какому классу можно отнести ноутбук на базе двухъядерного процессора Intel Xeon Core i5 6200U?

К какому классу можно отнести два связанных в сеть ноутбука на базе процессора Intel Xeon Core i5 6200U?

# Рейтинги мощнейших вычислительных систем

- **Суперкомпьютер (суперВС, supercomputer)** – вычислительная система, обладающая рекордными для текущего уровня развития вычислительной техники, показателями производительности и/или надежности, технико-экономической эффективности
- [www.top500.org](http://www.top500.org) – решение системы линейных алгебраических уравнений методом LU-факторизации (High-Performance Linpack, FLOPS – Floating-point Operations Per Seconds)
- [www.graph500.org](http://www.graph500.org) – алгоритмы на графах (построение графа, обход в ширину, TEPS – Traversed Edges Per Second)
- [www.green500.org](http://www.green500.org) – главный критерий – энергоэффективность (объем потребляемой электроэнергии, kW)
- <http://top50.supercomputers.ru> – рейтинг мощнейших вычислительных систем СНГ (тест High-Performance Linpack)
- **Как создать свой тест производительности?**

# Архитектурные свойства высокопроизводительных ВС

Top500 (2022, июнь)

Rank	System	Cores	Rmax (PFlop/s)	Rpeak (PFlop/s)	Power (kW)
1	<b>Frontier</b> - HPE Cray EX235a, AMD Optimized 3rd Generation EPYC 64C 2GHz, AMD Instinct MI250X, Slingshot-11, HPE DOE/SC/Oak Ridge National Laboratory United States	8,730,112	1,102.00	1,685.65	21,100
2	<b>Supercomputer Fugaku</b> - Supercomputer Fugaku, A64FX 48C 2.2GHz, Tofu interconnect D, Fujitsu RIKEN Center for Computational Science Japan	7,630,848	442.01	537.21	29,899
3	<b>LUMI</b> - HPE Cray EX235a, AMD Optimized 3rd Generation EPYC 64C 2GHz, AMD Instinct MI250X, Slingshot-11, HPE EuroHPC/CSC Finland	1,110,144	151.90	214.35	2,942

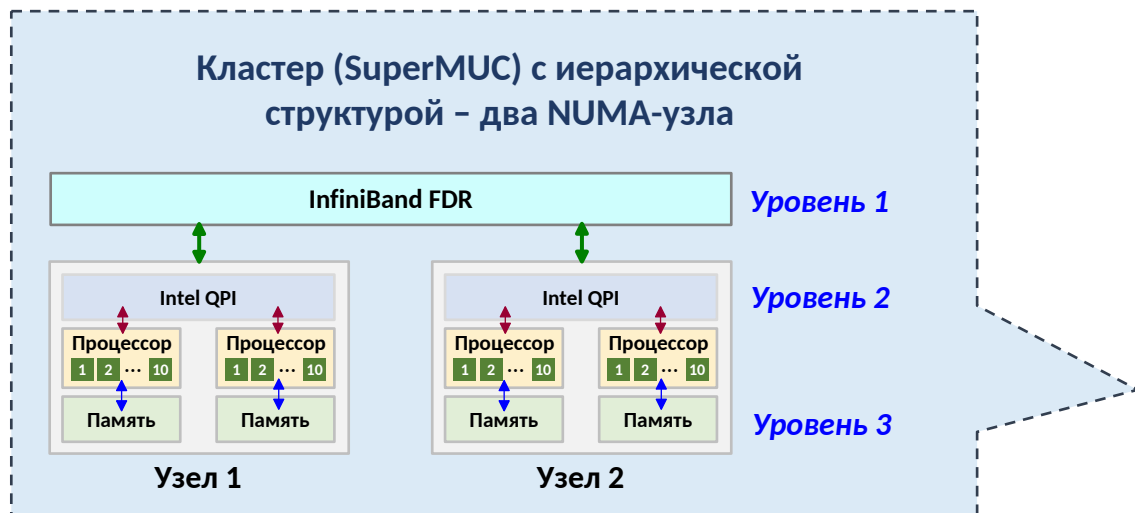
# Архитектурные свойства высокопроизводительных ВС

Топ500 (#53, июнь 2019)

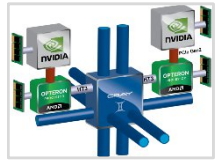
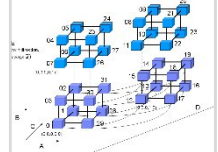
#	Система	Rmax, PFLOPS	HPCG / Rpeak, %	Уровни коммуникационной среды ВС				
1	<b>Summit</b> IBM Power System AC922 2 414 592 ядер	148.60	1.46	<b>InfiniBand</b> non-blocking fat tree, Mellanox EDR 4 608 узлов (202 752 ядер POWER9 + 2 211 840 ядер NVIDIA Volta)		<b>11 GiB на ядро P9</b>		<b>Общая память</b> DDR4 256GB HBM 16GB
2	<b>Sierra</b> IBM Power System S922LC 1 572 480 ядер	94.64	1.43	<b>InfiniBand</b> fat tree, Mellanox EDR 100G 4 320 узлов (190 080 ядер POWER9 + 1 382 400 ядер NVIDIA Volta)		<b>5.8 GiB на ядро P9</b>		<b>Общая память</b> DDR4 128GB HBM 16GB
3	<b>Sunway Twilight</b> 10 649 600 ядер	93.0	0.38	<b>Switch network</b> <i>Mellanox</i> 40 стоек (40 960 узлов)	<b>Supernode network</b> <i>fully connected</i> 256 supernodes	<b>Sunway Network</b> <i>PCIe 3.0</i> 40 960 узлов	<b>Network on Chip</b> 4 core groups 260 ядер	<b>Общая память</b> <b>8 GiB DDR3</b> 1 MPE + 64 CPE (mesh 8x8, RISC)
4	<b>Tianhe-2A</b> MilkWay-2 4 981 760 ядер	61.44		<b>TH Express-2</b> <i>fat tree</i> 17 792 узлов (Intel Xeon IVB + Matrix-2000)			<b>Intel QPI</b> 2 x Intel Xeon	<b>Общая память</b> 12 ядер Intel Xeon
6	<b>Piz Daint</b> Cray XC50 387 872 ядер	21.23	1.83	<b>Cray Aries network</b> <i>Dragonfly</i> (3 уровня) 5 272 узлов (Intel Xeon + NVIDIA Tesla P100)		<b>4.75 GiB на ядро Xeon</b>		<b>Общая память</b> 12 ядер Intel Xeon Tesla P100

# Архитектурные свойства современных ВС

- Иерархическая организация коммуникационной среды
- Мультиархитектура вычислительных узлов
- Большемасштабность



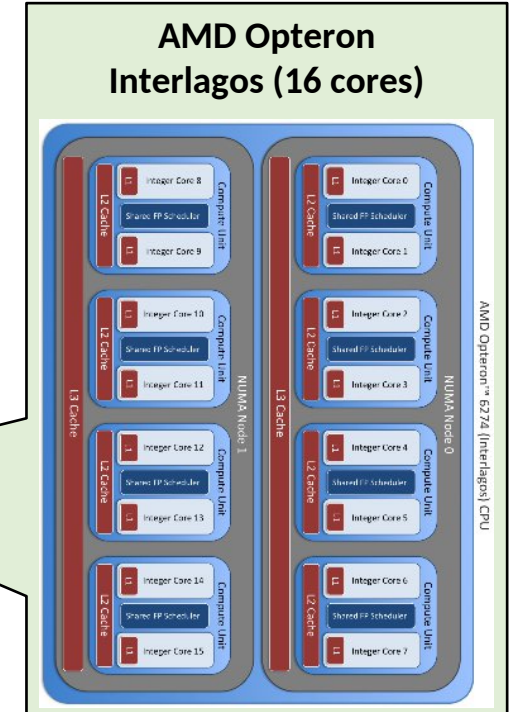
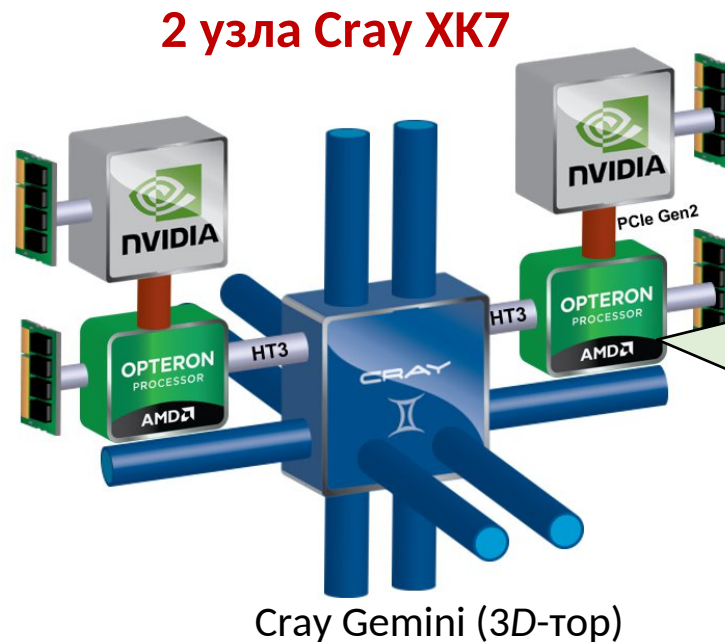
## Системы Top500 (#46, 2015): 2, 3 уровня иерархии

№	Система	Коммуникационная среда		
		Уровень 1	Уровень 2	Уровень 3
1	Tianhe-2 MilkWay-2 3 120 000 ядер	TH Express-2 <i>fat tree</i> 16 000 узлов	Intel QPI 2 x Intel Xeon 3 x Xeon Phi	Общая память <b>DDR3</b> 16 ядер Intel Xeon
2	Titan Cray XK7 560 640 ядер	Cray Gemini <i>3D-mop</i> 18 688 узлов	Общая память <b>DDR3</b> 16 ядер AMD Opteron	
3	Sequoia IBM BlueGene/Q 1 572 864 ядер	<i>5D-mop</i> 98 304 узлов	Общая память <b>DDR3</b> 16 ядер IBM PowerPC A2	
8	Hazel Hen Cray XC40 185 088 ядер	Cray Aries <i>Dragonfly</i> 7 712 узлов	Intel QPI 2 x Intel Xeon (NUMA-узел)	Общая память <b>DDR4</b> 12 ядер Intel Xeon
23	SuperMUC кластер 147 456 ядер	InfiniBand FDR <i>fat tree</i> 3 072 узлов	Intel QPI 2 x Intel Xeon (NUMA-узел)	Общая память <b>DDR</b> 10 ядер Intel Xeon



# Система Cray XK7 Titan (#3 Top500, июнь 2016)

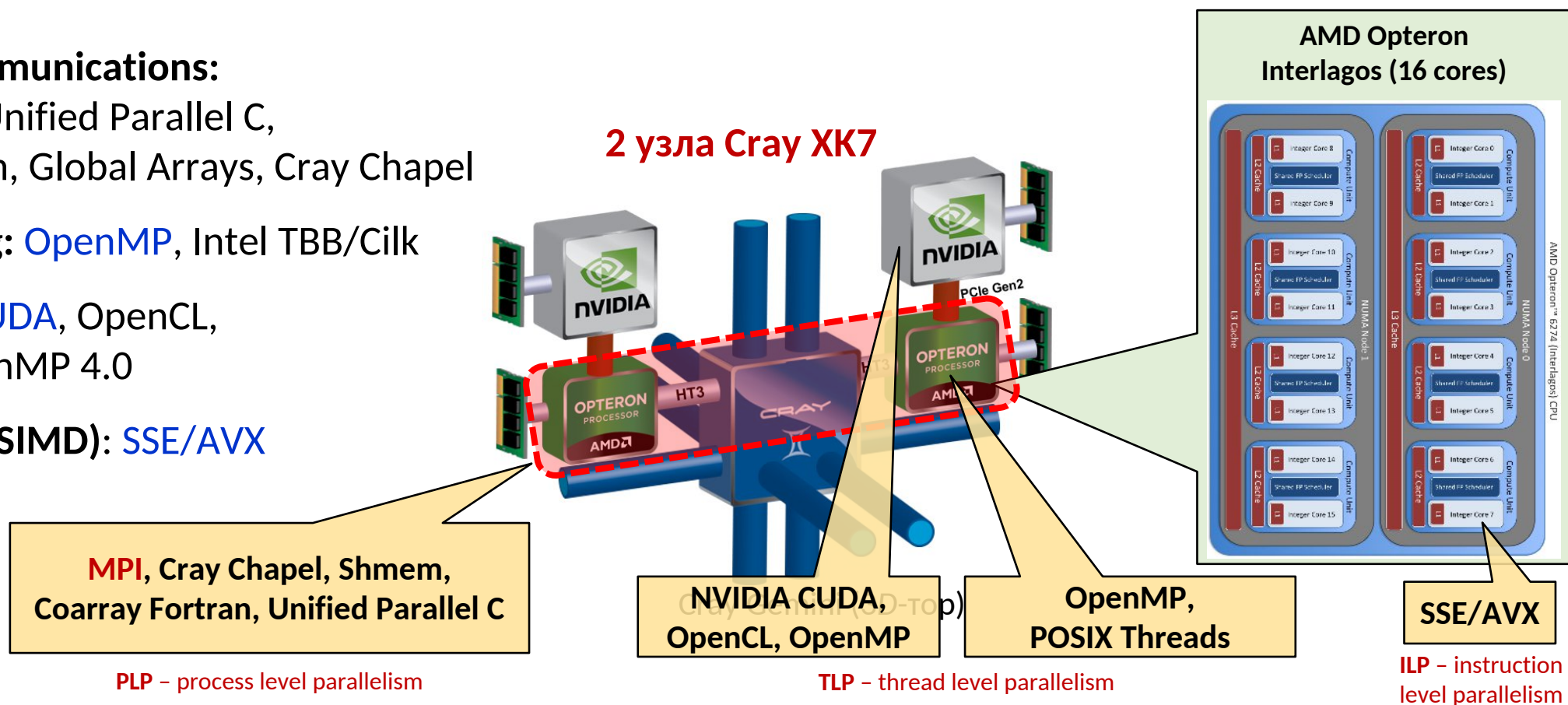
- **Titan Cray XK7** (MPP-система, <https://www.olcf.ornl.gov/titan>)
  - вычислительные узлы: 18 688 (NUMA – 2 AMD Opteron, 560 640 ядер)
  - коммуникационная сеть: Cray Gemini (3D-top)
  - гибридная ВС: x86-64 AMD Opteron + NVIDIA GPU
- **Internode communications:**  
[MPI](#), Shmem, Unified Parallel C, Coarray Fortran, Global Arrays, Cray Chapel
- **Multithreading:** [OpenMP](#), Intel TBB/Cilk
- **GPU:** [NVIDIA CUDA](#), OpenCL, OpenACC, OpenMP 4.0
- **Vectorization (SIMD):** [SSE/AVX](#)



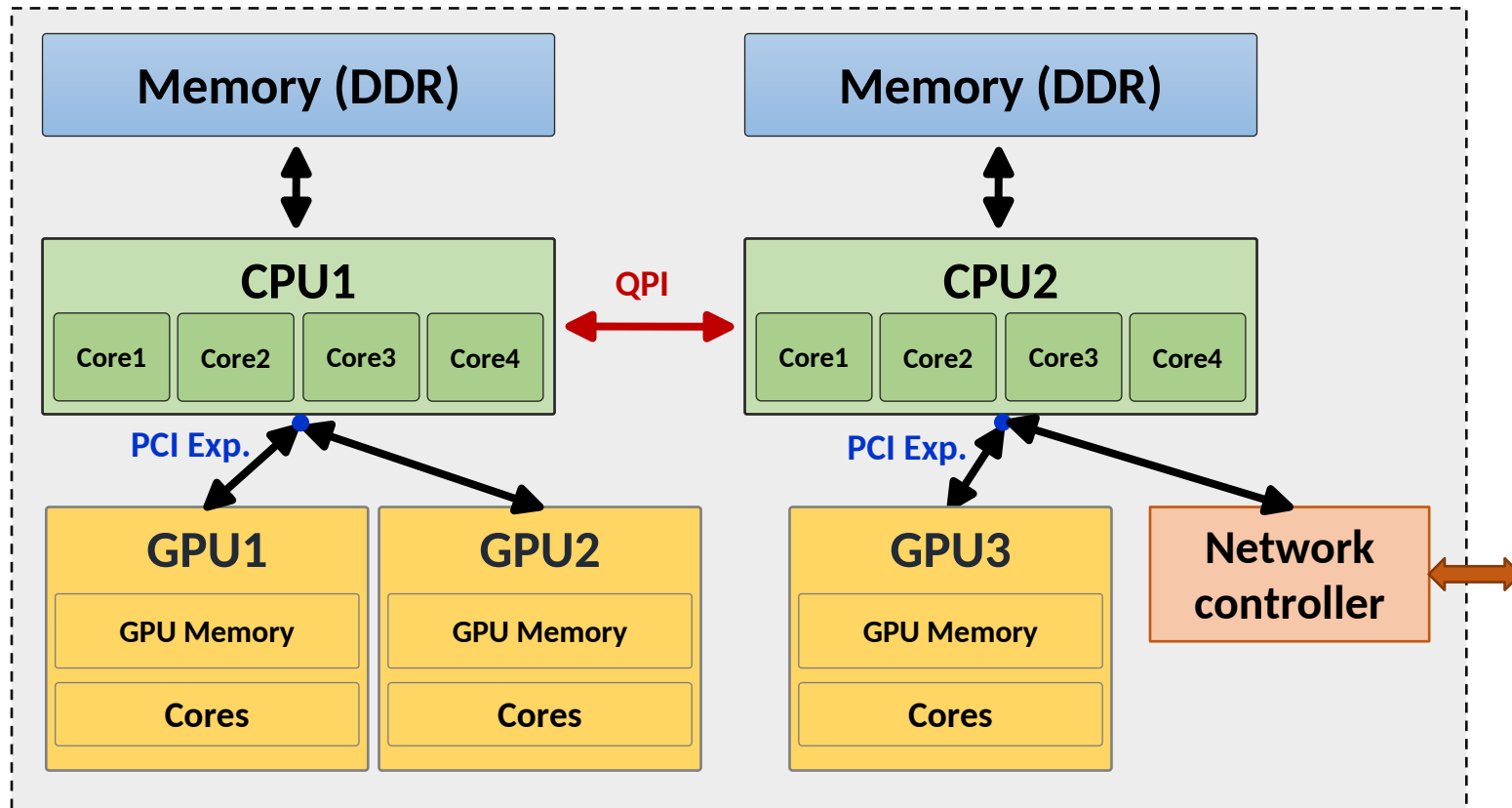
# Система Cray XK7 Titan (#3 Top500, июнь 2016)

- **Titan Cray XK7** (MPP-система, <https://www.olcf.ornl.gov/titan>)
  - вычислительные узлы: 18 688 (NUMA – 2 AMD Opteron, 560 640 ядер)
  - коммуникационная сеть: Cray Gemini (3D-top)
  - гибридная ВС: x86-64 AMD Opteron + NVIDIA GPU

- **Internode communications:**  
MPI, Shmem, Unified Parallel C,  
Coarray Fortran, Global Arrays, Cray Chapel
- **Multithreading:** OpenMP, Intel TBB/Cilk
- **GPU:** NVIDIA CUDA, OpenCL,  
OpenACC, OpenMP 4.0
- **Vectorization (SIMD):** SSE/AVX



# Гибридные вычислительные узлы и ВС



- **NUMA-узлы** – время доступа к памяти зависит от ее размещения в системе (NUMA-node)
- **Ускорители подключаются по шине PCI Express**
  - ☐ GPU (NVIDIA, AMD)
  - ☐ Intel Xeon Phi
  - ☐ FPGA-based accelerators

# Коммуникационные сети ВС

## ■ Задачи коммуникационных сетей ВС (communication network, interconnect)

- ☐ Реализация обменов информацией между ветвями параллельных программ:  
односторонние обмены (one-sided, RDMA: put/get),  
двусторонние (индивидуальные, дифференцированные, point-to-point: send/recv),  
коллективные операции (collectives: one-to-all broadcast, all-to-one gather/reduce, all-to-all)
- ☐ Реализация обменов служебной информацией: контроль и диагностика состояния вычислительных узлов, барьерная синхронизация
- ☐ Функционирования сетевых и параллельных файловых систем (доступ к дисковым массивам)

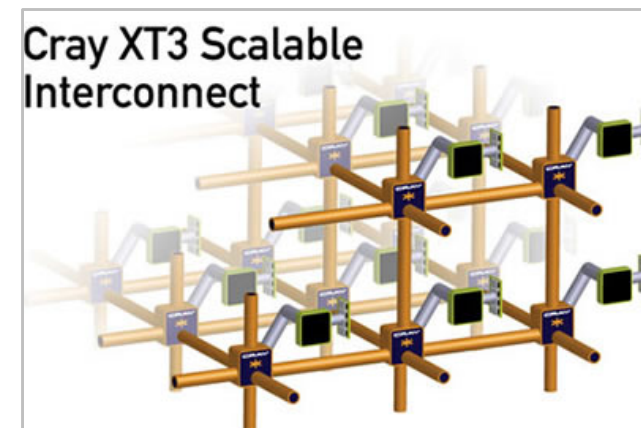
## ■ Требования к коммуникационной сети

- ☐ Высокая производительность реализации всех видов обменов (двусторонних, коллективных) – адекватность структуры ВС широкому классу параллельных алгоритмов
- ☐ Масштабируемость (простое увеличение и уменьшение числа ЭМ в системе)
- ☐ Живучесть и отказоустойчивость (функционирование при отказах отдельных подсистем)
- ☐ Высокая технико-экономическая эффективность (цена/эффективность)

# Виды коммуникационных сетей ВС

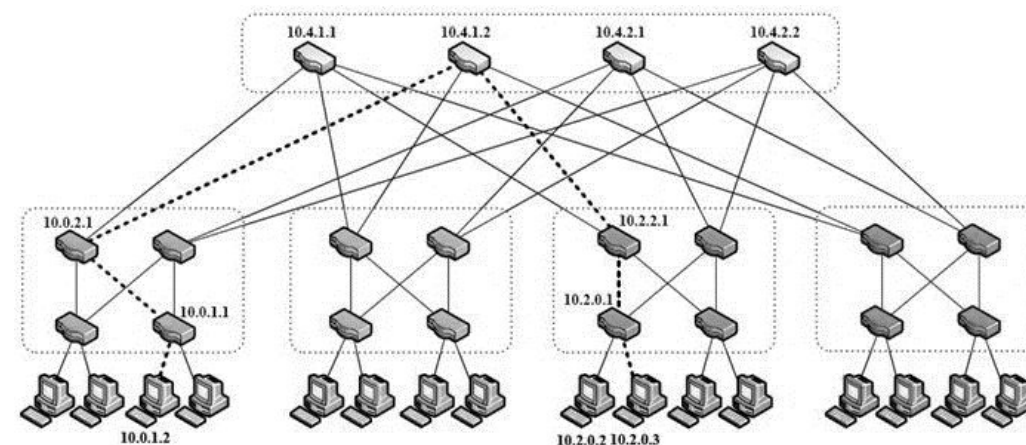
- С фиксированной структурой межмашинных связей (direct network)

- ☐ Каждый вычислительный узел имеет *сетевой интерфейс* (системное устройство, маршрутизатор) с несколькими портами, через который он *напрямую* соединён с другими узлами



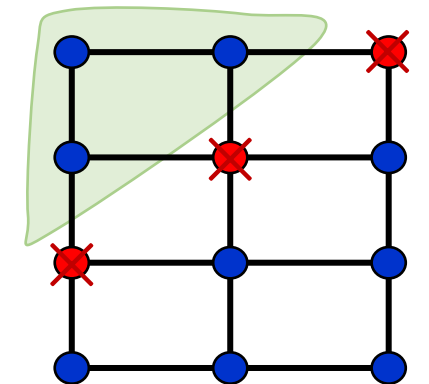
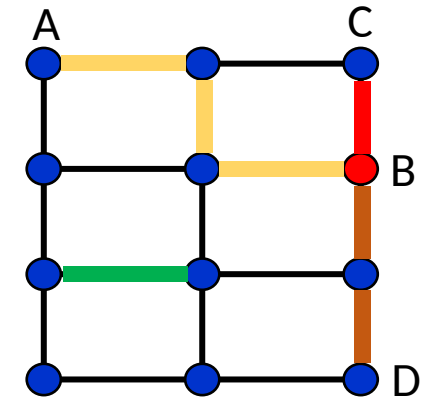
- С динамической структурой (indirect network, switch-based) – на базе коммутаторов

- ☐ Каждый вычислительный узел имеет сетевой интерфейс с несколькими портами
- ☐ Порты интерфейсов подключены к *коммутаторам* (switches), через которые происходит взаимодействие узлов



# Выбор структуры коммуникационной сети (топологии)

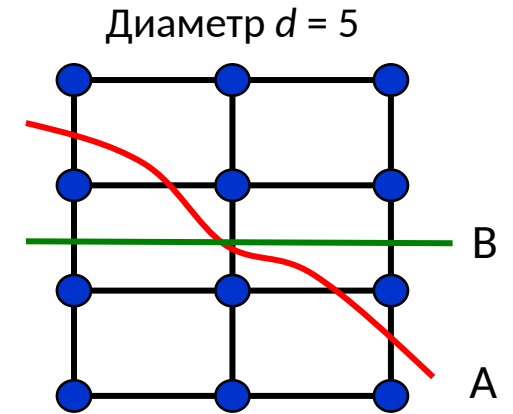
- **Структура ВС** (структура коммуникационной сети, topology) – граф, в котором вершинам соответствуют вычислительные узлы, а ребрам – межмашинные связи
- **Требования к структуре ВС (графу)**
  - Минимизация времени выполнения межмашинных обменов и максимизация числа возможных одновременных обменов
  - Максимизация вероятности сохранения связности структуры ВС при отказах ЭМ (вершин) и каналов связи (ребер)



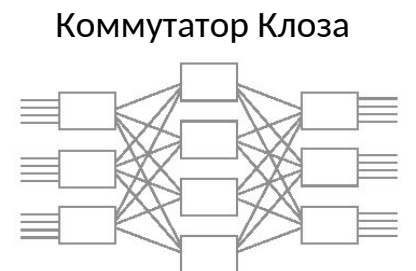
Образовались две  
компоненты связности

# Показатели эффективности структуры ВС

- **Диаметр графа** – длина максимального из кратчайших путей в графе (характеристика числа транзитных передач между ЭМ, hops)
- **Средний диаметр графа** – математическое ожидание расстояния между вершинами при их равновероятном выборе
- **Вектор-функция структурной живучести**
- **Бисекционная пропускная способность** (bisection bandwidth) – суммарная пропускная способность каналов связи между двумя непересекающимися подмножествами машин системы (для худшего разбиения, минимальное значение)
- **Аппаратная сложность** – число простейших коммутаторов ( $2 \times 2$ ,  $n \times n$ ) и каналов связи, необходимых для построения составного коммутатора сети
- **Метрическая сложность** – максимальная длина линии связи, требуемая для реализации выбранной топологии в трехмерном пространстве



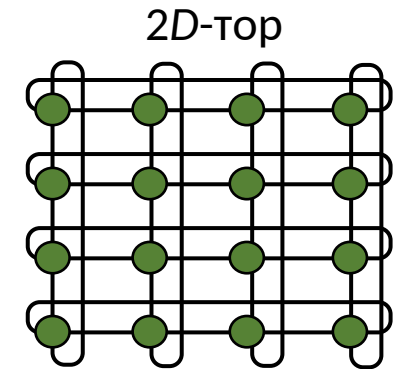
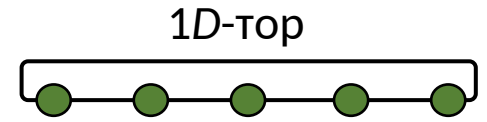
А) бисекционная пропускная способность 5  
В) бисекционная пропускная способность 3



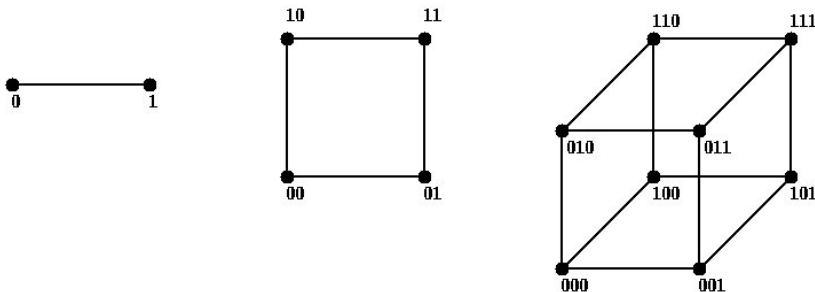
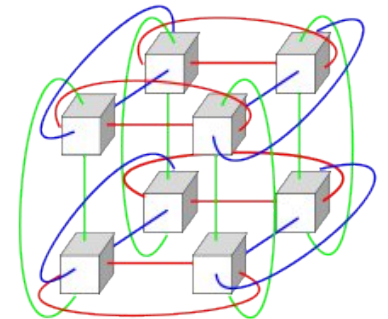


# Структуры ВС с прямым соединением узлов

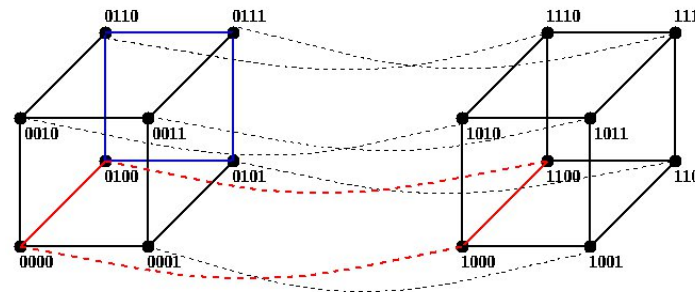
- В  $n$ -мерной регулярной структуре каждая ЭМ связана с  $2n$  соседями
- Тороидальные структуры
  - ❑ Кольцо (1D-тор), тороидальная решетка (2D-тор), тороидальный куб (3D-тор)
  - ❑ Cray XK7 Titan (3D-тор), IBM BlueGene/Q (5D-тор), Fujitsu K Computer (6D-тор)
- Гиперкубические структуры
  - ❑ Линейка (1D-гиперкуб), решетка (2D-гиперкуб), 3D-гиперкуб
  - ❑ Intel Paragon, ASCI Red (2D-куб), SGI Origin 2000 (3D-куб), МП-Х-У (РФЯЦ-ВНИИЭФ)



3D-тор



Гиперкубы: 1D, 2D, 3D



4D-гиперкуб



## Структуры ВС с прямым соединением узлов (2)

- Dragonfly
- HyperX/Hamming Graph
- $D_n$ -графы, циркулянтные структуры (системы МИКРОС)
- Графы Кауца (Kautz network): система SiCortex SC5832 – 972 узла, диаметр 6, линков 2916
- Data Vortex Interconnect
- ...

# Структуры ВС на базе коммутаторов (indirect nets)

- **Деревья**

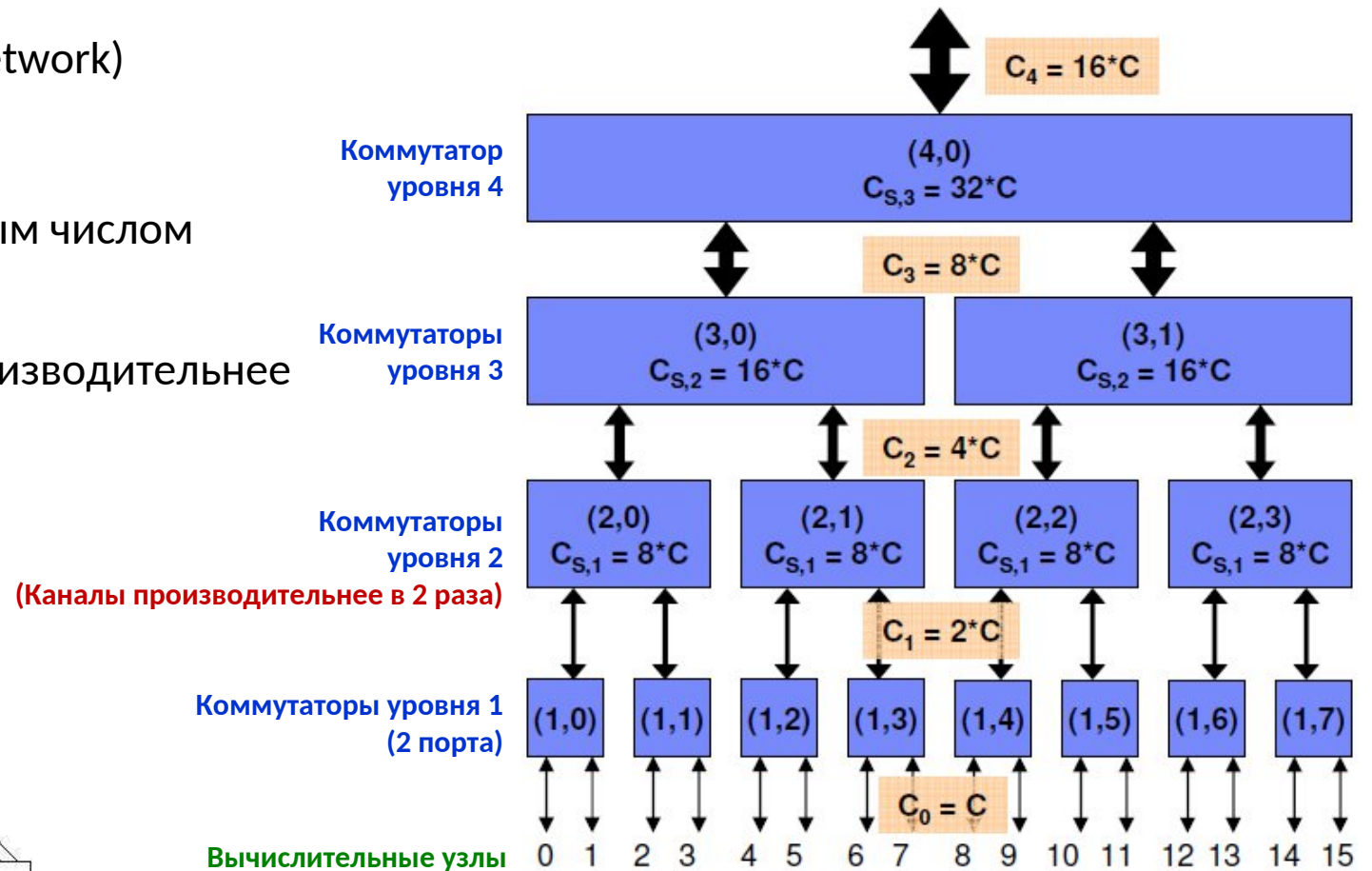
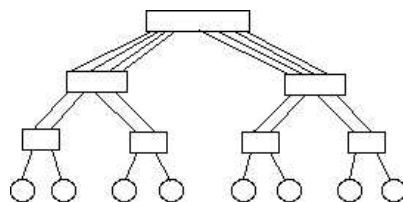
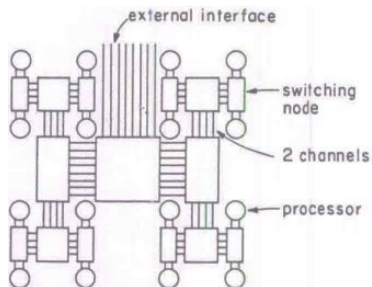
- Толстое дерево (fat tree)
- $k$ -арные  $n$ -деревья ( $k$ -ary  $n$ -tree)
- Extended generalized fat tree (XGFT)

# Fat tree (толстое дерево)

- Топология «толстое дерево» (fat tree)

Charles E. Leiserson. *Fat-trees: universal networks for hardware-efficient supercomputing* // IEEE Transactions on Computers, Vol. 34, No. 10, 1985

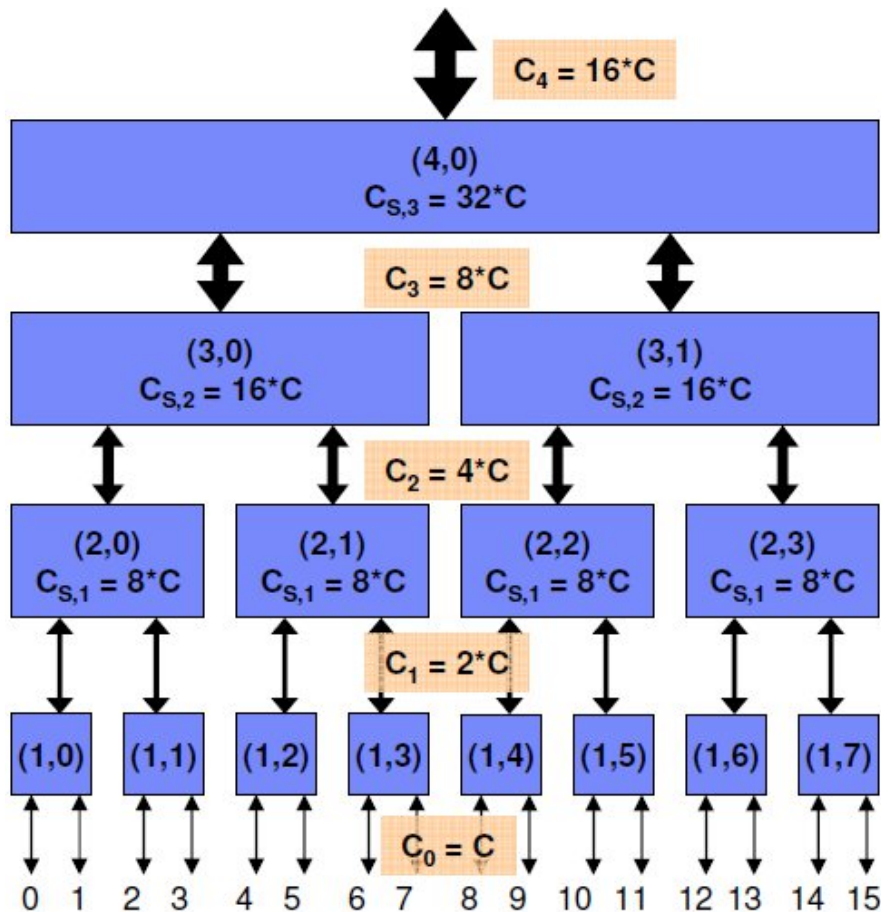
- Структура на базе коммутаторов (indirect network)
- Constant bisectional bandwidth (CBB)
- Сеть строится из коммутаторов с одинаковым числом  $R$  портов (линков, constant radix)
- Линки (каналы) коммутаторов уровня  $i$  производительнее линков коммутаторов уровня  $i - 1$  в  $R$  раз (по числу портов)
- Пример:** сети на базе InfiniBand, IBM RoadRunner



# Fat tree (толстое дерево)

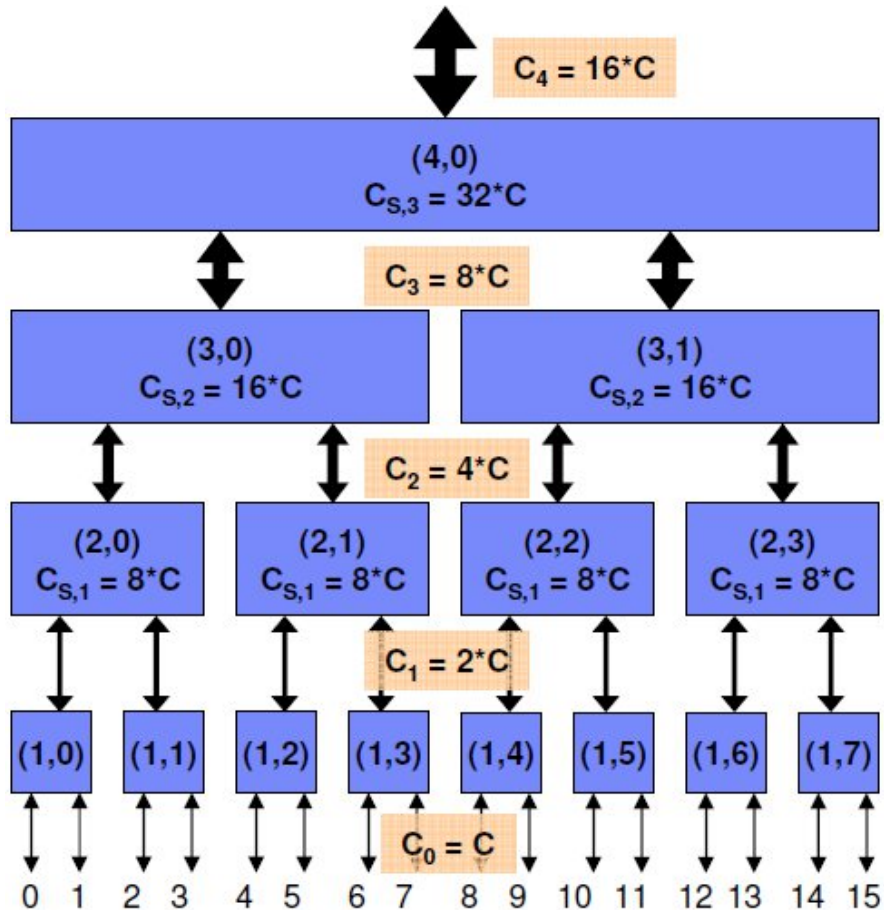
- Одинаковое число портов в коммутаторах
- Линки имеют разную производительность

- Одинаковое число портов в коммутаторах
- Линки имеют одинаковую производительность

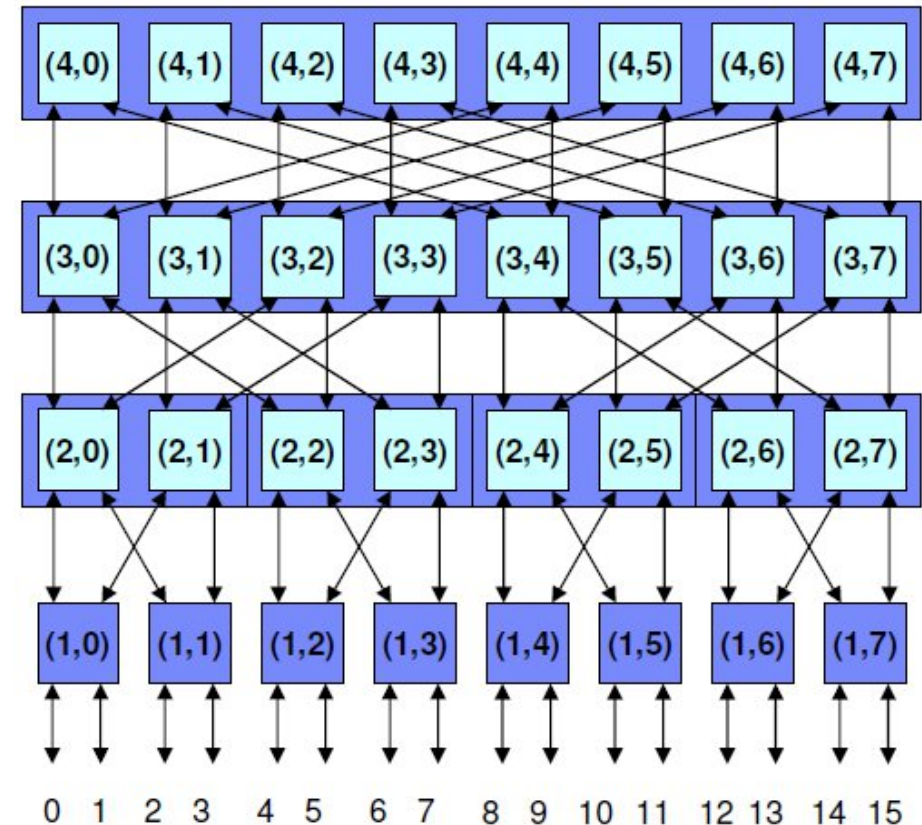


# Fat tree (толстое дерево)

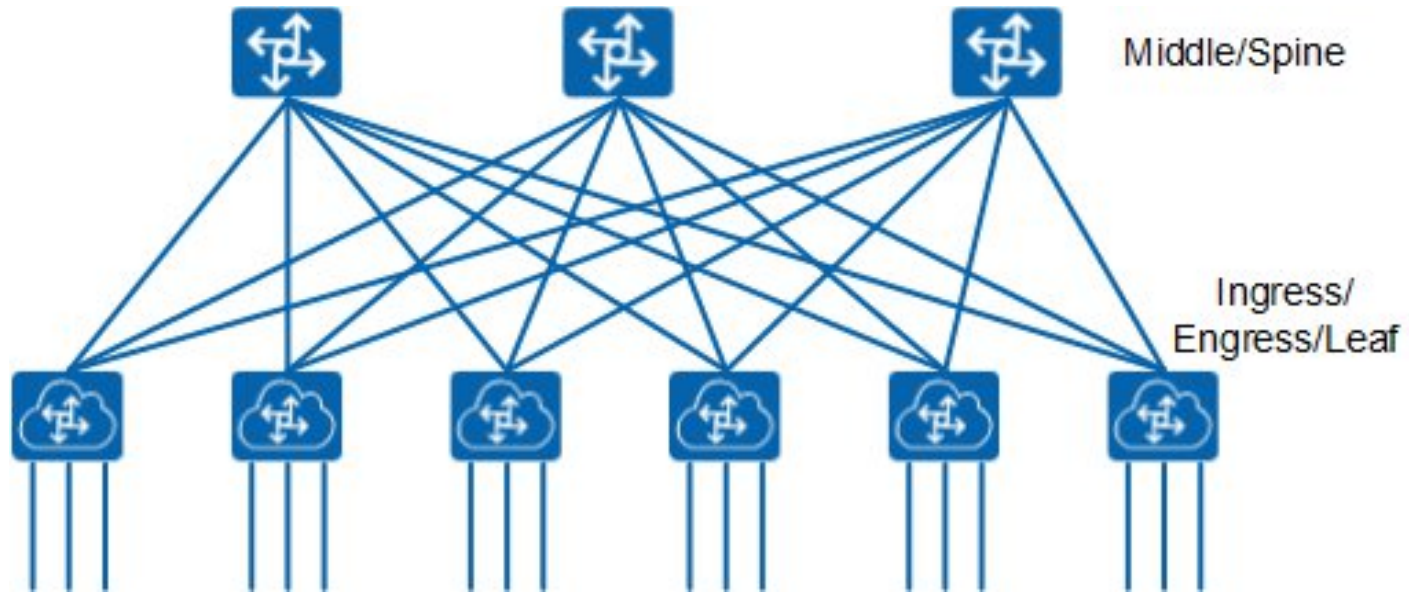
- Одинаковое число портов в коммутаторах
- Линки имеют разную производительность



- Одинаковое число портов в коммутаторах
- Линки имеют одинаковую производительность



# Spine-Leaf Topology (folded Clos, fat tree)

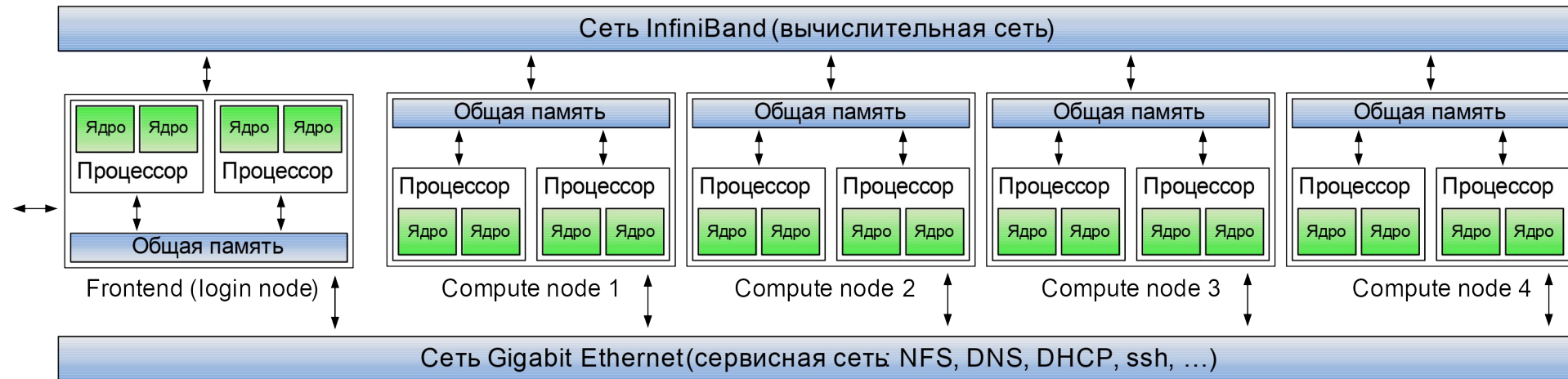


## Что осталось «за кадром»?

- **Выбор структуры для проблемно-ориентированной ВС**  
(для определенного класса задач)
- **Алгоритмы маршрутизации** (как доставить сообщение от узла А до узла В?  
Как учитывать загрузку каналов, отказы узлов и линков?)
- **Вопросы технико-экономической эффективности**  
(учет длин кабелей, числа коммутаторов)



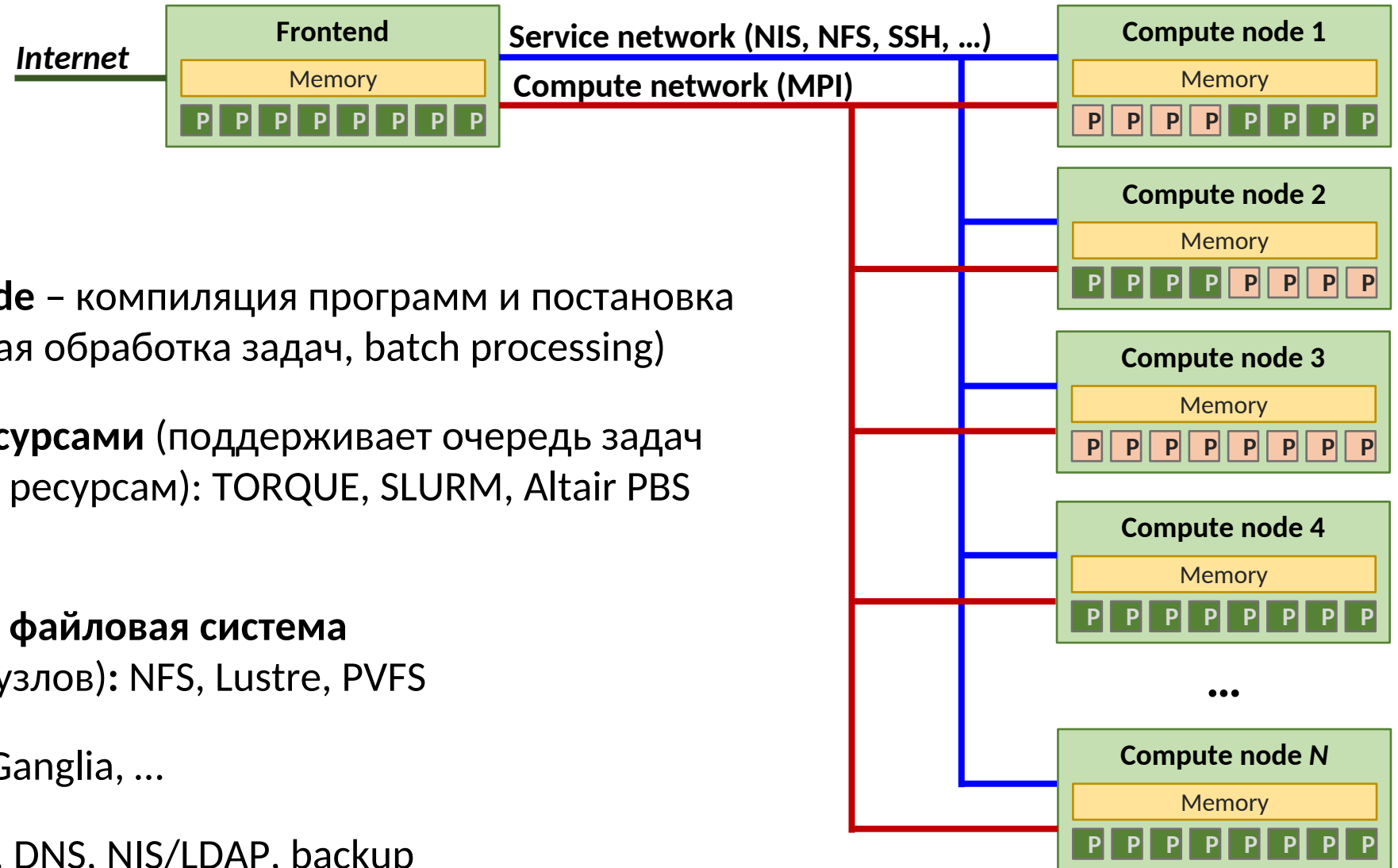
# Вычислительные кластеры (computer cluster)



- **Вычислительные кластеры строятся на базе серийно выпускаемых компонентов**
- Вычислительные узлы: 2/4-процессорные узлы, 1 – 8 GiB оперативной памяти на ядро (поток)
- Коммуникационная сеть (сервисная NFS/DNS/NIS и для обмена сообщениями MPI/SHMEM)
- Подсистема хранения данных (дисковый массивы, параллельные и сетевые файловые системы)
- Система бесперебойного электропитания
- Система охлаждения
- Программное обеспечение: GNU/Linux (NFS, NIS, DNS, ...), MPI (MPICH2, Open MPI), TORQUE/SLURM



# Программное обеспечение вычислительных кластеров



- **frontend node / login node** – компиляция программ и постановка задач в очередь (пакетная обработка задач, batch processing)
- **Система управления ресурсами** (поддерживает очередь задач и контролирует доступ к ресурсам): TORQUE, SLURM, Altair PBS Pro, IBM Load Leveler, ...
- **Сетевая (параллельная) файловая система** (доступ к /home со всех узлов): NFS, Lustre, PVFS
- **Система мониторинга**: Ganglia, ...
- **Сетевые сервисы**: DHCP, DNS, NIS/LDAP, backup

# **Параллельные вычисления – введение**

# Разработка параллельного алгоритма

- **Поиск параллелизма в известном последовательном алгоритме, его модификация или создание нового алгоритма:** определения уровня распараллеливания – уровень инструкций (мелкозернистый параллелизм, fine grained), потоков/процессов (крупнозернистый параллелизм, coarse grained)
- **Выбор класса целевой ВС:** с общей или распределенной памятью
- **Разработка алгоритма в терминах одной из моделей программирования целевой ВС:**
  - ☐ Системы с общей памятью (SMP/NUMA): fork/join model, CSP, Actor model, передача сообщений
  - ☐ Системы с распределенной памятью (кластеры, MPP): явная передача сообщений (message passing: односторонние/двусторонние/коллективные обмены), BSP – Bulk synchronous parallel, MapReduce
- **Параллельная версия самого эффективного последовательного алгоритма решения задачи** необязательно будет самой эффективной параллельной реализацией

# Реализация параллельного алгоритма (программы)

- Выбор инструментальных средств (MPI, OpenSHMEM; OpenMP, POSIX Threads, Cilk)
- Распределение подзадач между процессорами (task mapping, load balancing)
- Организация взаимодействия подзадач (message passing, shared data structures)
- Учет архитектуры целевой вычислительной системы
- Запуск, измерение и анализ показателей эффективности параллельной программы
- Оптимизация программы

# Показатели эффективности параллельных алгоритмов

- Коэффициент ускорения (Speedup)
- Коэффициент эффективности (Efficiency)
- Коэффициент накладных расходов
- Показатель равномерности загрузки параллельных ветвей (процессов, потоков)

# Коэффициент ускорения (Speedup)

- Введем обозначения:

- $T(n)$  – время выполнения последовательной программы (sequential/serial program)

- $T_p(n)$  – время выполнения параллельной программы (parallel program)  
на  $p$  процессорах

- Коэффициент  $S_p(n)$  ускорения параллельной программ (Speedup):

$$S_p(n) = \frac{T(n)}{T_p(n)}$$

- Коэффициент ускорения  $S_p(n)$  показывает во сколько раз параллельная программа выполняется на  $p$  процессорах быстрее последовательной программы при обработке одних и тех же входных данных размера  $n$

- Как правило

$$S_p(n) \leq p$$

# Коэффициент ускорения (Speedup)

- Введем обозначения:

- $T(n)$  – время выполнения последовательной программы (sequential program)

- $T_p(n)$  – время выполнения параллельной программы (parallel program)  
на  $p$  процессорах

- Коэффициент  $S_p(n)$  ускорения параллельной программ (Speedup):

$$S_p(n) = \frac{T(n)}{T_p(n)}$$

- Цель распараллеливания – достичь линейного ускорения на максимально большом числе процессоров

$$S_p(n) \approx p \quad \text{или} \quad S_p(n) = \Omega(p) \quad \text{при} \quad p \rightarrow \infty$$

# Коэффициент ускорения (Speedup)

- **Какое время брать за время выполнения последовательной программы?**
  - Время лучшего известного алгоритма (в смысле вычислительной сложности)?
  - Время лучшего теоретически возможного алгоритма?
- **Что считать временем выполнения  $T_p(n)$  параллельной программы?**
  - Среднее время выполнения потоков программы?
  - Время выполнения потока, завершившего работу первым?
  - Время выполнения потока, завершившего работу последним?



# Коэффициент ускорения (Speedup)

- Какое время брать за время выполнения последовательной программы?
  - Время лучшего известного алгоритма или время алгоритма, который подвергается распараллеливанию
- Что считать временем выполнения  $T_p(n)$  параллельной программы?
  - Время выполнения потока, завершившего работу последним

# Коэффициент относительного ускорения (Rel. speedup)

- Коэффициент относительного ускорения (Relative speedup) – отношения времени выполнения параллельной программы на  $k$  процессорах к времени её выполнения на  $p$  процессорах ( $k < p$ )

$$S_{Relative}(k, p, n) = \frac{T_k(n)}{T_p(n)}$$

- Коэффициент эффективности (Efficiency) параллельной программы

$$E_p(n) = \frac{S_p(n)}{p} = \frac{T(n)}{pT_p(n)} \in [0,1]$$

- Коэффициент накладных расходов (Overhead)

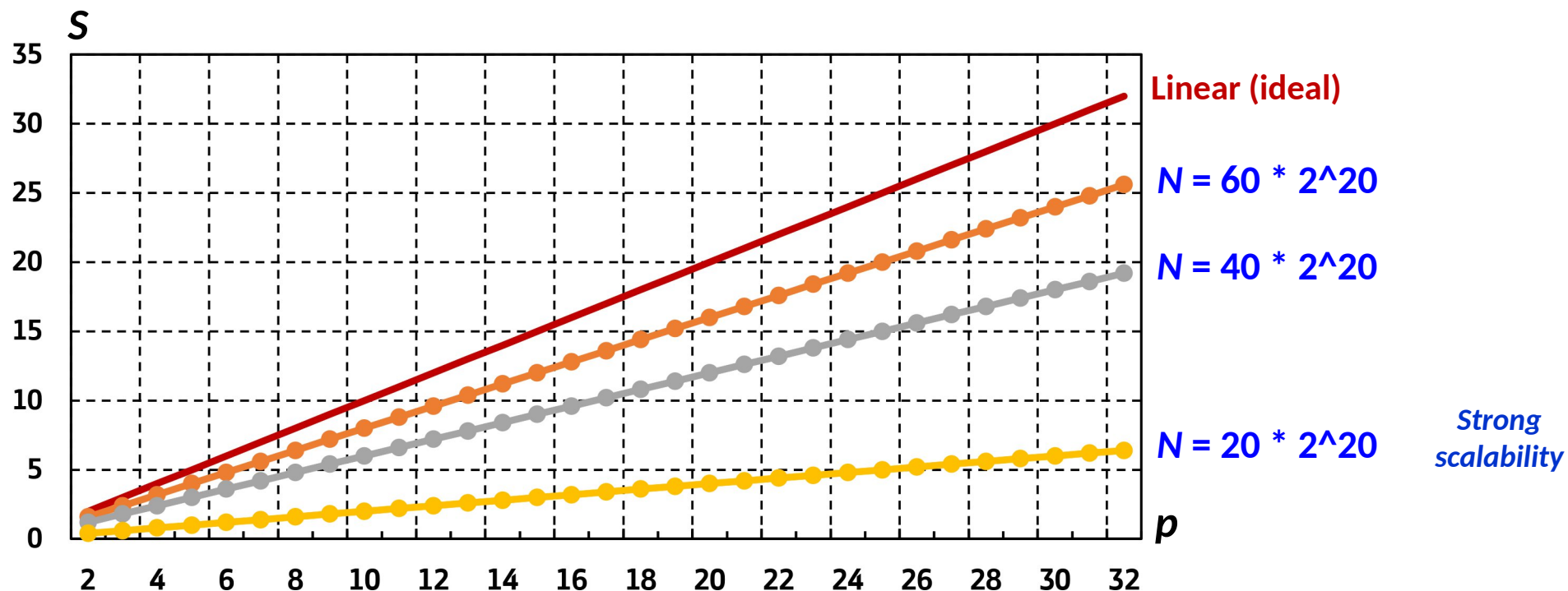
$$\varepsilon(p, n) = \frac{T_{Sync}(p, n)}{T_{Comp}(p, n)} = \frac{T_{Total}(p, n) - T_{Comp}(p, n)}{T_{Comp}(p, n)}$$

- $T_{Sync}(p, n)$  – время создания, синхронизации и взаимодействия  $p$  потоков
- $T_{Comp}(p, n)$  – время вычислений в каждом из  $p$  потоков

# Виды масштабируемости программ

- **Масштабируемость параллельной программы (scalability)** – характеристика программы, показывающая как изменяются ее показатели производительности при варьировании числа параллельных процессов на конкретной ВС
- **Строгая/сильная масштабируемость (strong scaling)** – зависимость коэффициента ускорения от числа  $p$  процессов **при фиксированном размере  $n$  входных данных ( $n = \text{const}$ )**
  - Показывает как растут накладные расходы с увеличением  $p$
  - Цель – минимизировать время решения задачи фиксированного размера
- **Слабая масштабируемость (weak scaling)** – зависимость коэффициента ускорения параллельной программы от числа процессов **при фиксированном размере входных данных на один процессор ( $n / p = \text{const}$ )**
  - Цель – решить задачу наибольшего размера на ВС
- Параллельная программа (алгоритм) коэффициент ускорения, которой линейной растет с увеличением  $p$  называется линейно масштабируемой или просто **масштабируемой (scalable)**

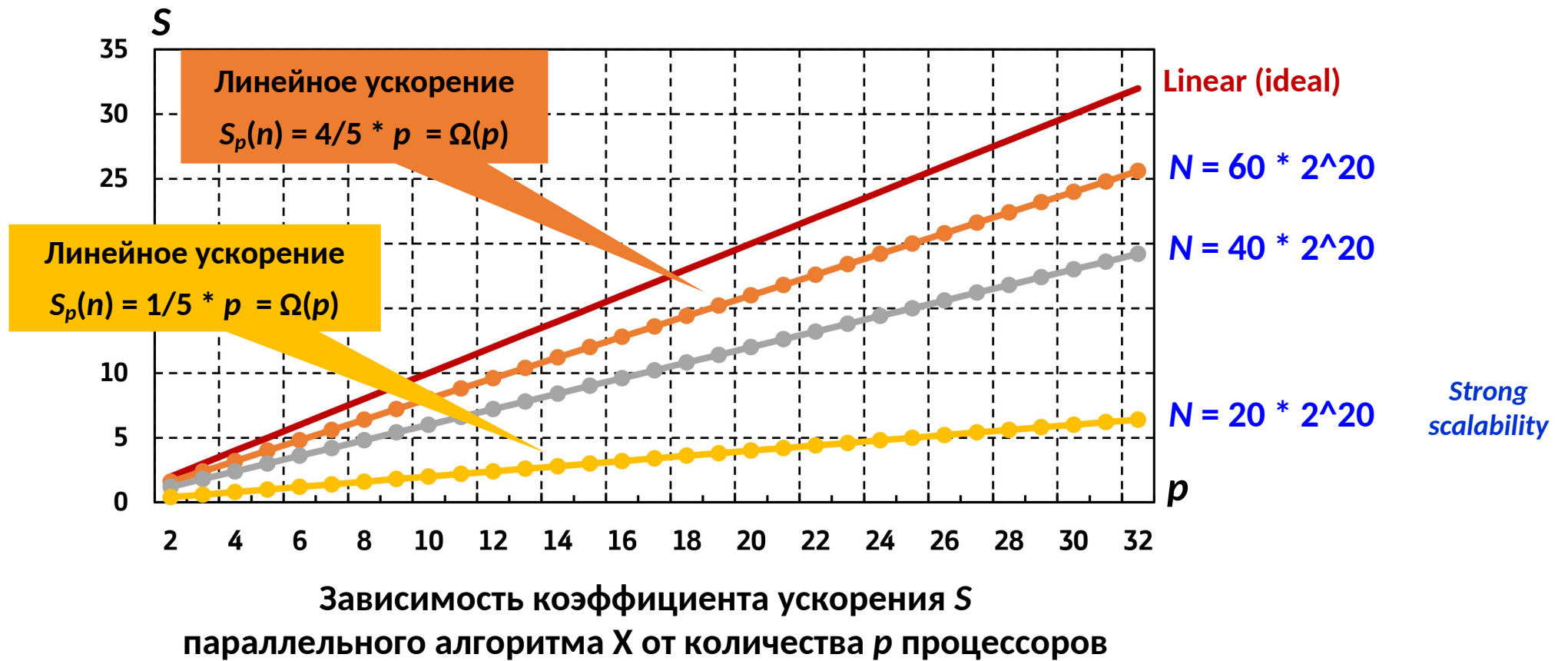
# Коэффициент ускорения (Speedup)



Зависимость коэффициента ускорения  $S$   
параллельного алгоритма  $X$  от количества  $p$  процессоров

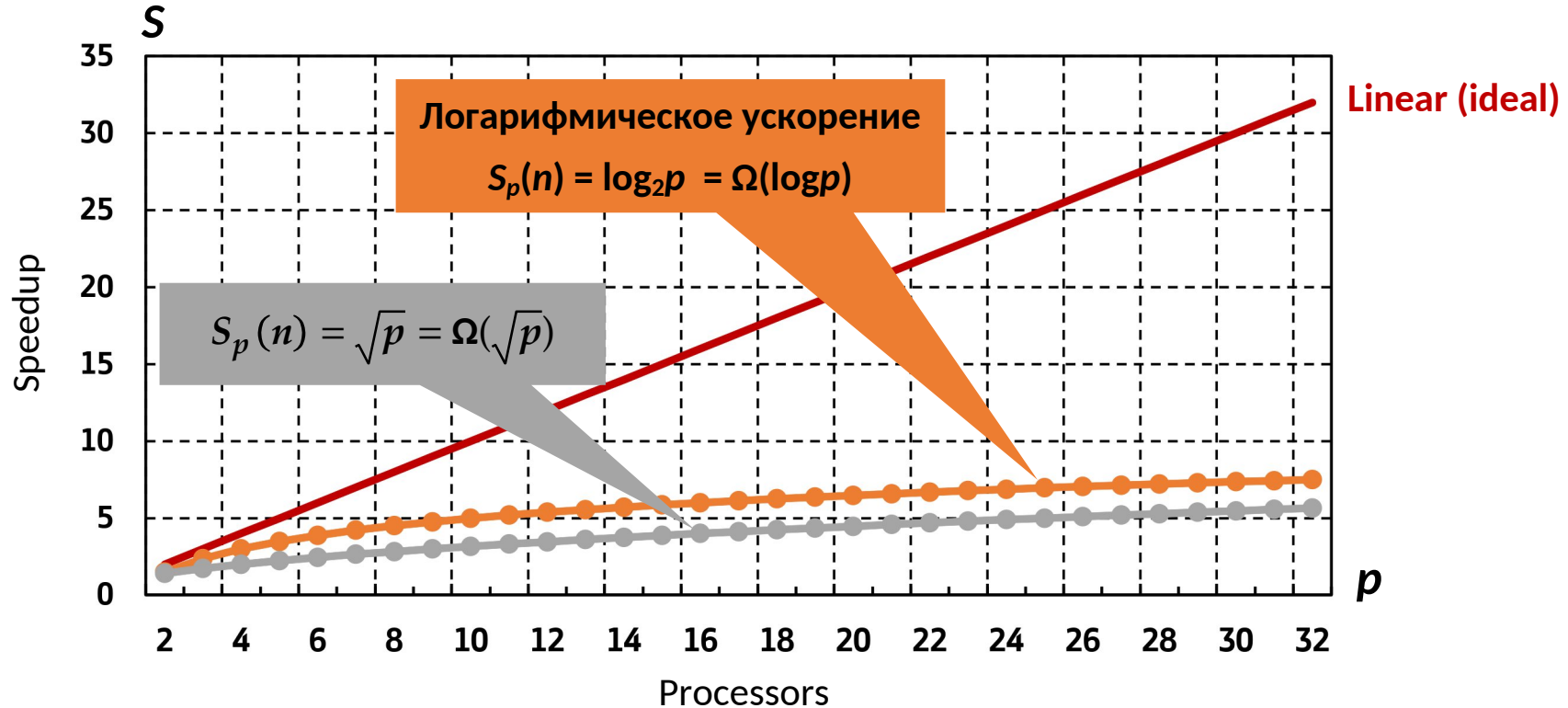
- Ускорение программы может расти с увеличением размера входных данных
- Время вычислений превосходит накладные расходы на взаимодействия потоков (управление потоками, синхронизацию, обмен сообщениями, ...)

# Коэффициент ускорения (Speedup)



- Ускорение программы может расти с увеличением размера входных данных
- Время вычислений превосходит накладные расходы на взаимодействия потоков (управление потоками, синхронизацию, обмен сообщениями, ...)

# Коэффициент ускорения (Speedup)



Зависимость коэффициента ускорения  $S$   
параллельных алгоритмов Y и Z от количества  $p$  процессоров

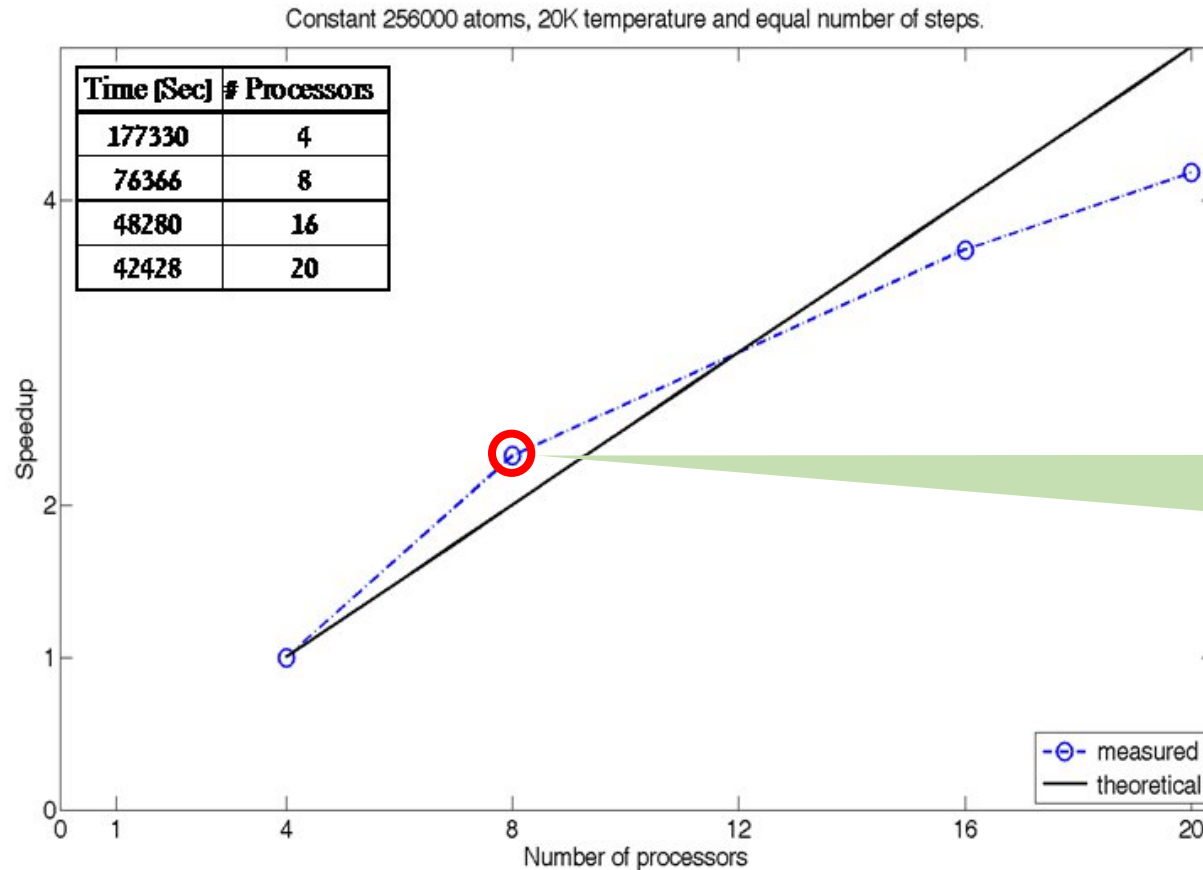
# Суперлинейное ускорение (superlinear speedup)

- Параллельная программа может характеризоваться **суперлинейным ускорением** (superlinear speedup) – коэффициент ускорения  $S_p(n)$  принимает значение больше  $p$

$$S_p(n) > p$$

- Причина: иерархическая организация памяти:  
Cache – RAM – Local disk (HDD/SSD) – Network storage
- Последовательная программа выполняется на одном процессоре и обрабатывает данные размера  $n$
- Параллельная программа имеет  $p$  потоков на  $p$  процессорах, каждый поток работает со своей частью данных, большая часть которых может попасть в кеш-память, в результате в каждом потоке сокращается время доступа к данным
- Тот же самый эффект можно наблюдать имея два уровня иерархической памяти: диск – память (Минск-222, 1967-1970 гг, «парадокс параллелизма»)

# Суперлинейное ускорение (superlinear speedup)



Superlinear speedup

$$S_8 = \frac{T_4}{T_8} = 2.32$$

## Parallel Molecular Dynamic Simulation

MPI, Spatial decomposition; Cluster nodes: 2 x AMD Opteron Dual Core; InfiniBand network

[http://phycomp.technion.ac.il/~pavelba/Comp\\_Phys/Project/Project.html](http://phycomp.technion.ac.il/~pavelba/Comp_Phys/Project/Project.html)



# Равномерность распределения вычислений

- По какому показателю оценивать равномерность времени выполнения потоков/процессов параллельной программы?
- Известно время выполнения потоков  $t_0, t_1, \dots, t_p$
- Коэффициент  $V$  вариации

$$V = \frac{\sigma[t_i]}{\mu[t_i]}$$

- Отношение min/max

$$M = \frac{\min\{t_i\}}{\max\{t_i\}}$$

- Jain's fairness index

$$f = \frac{\left(\sum_{i=0}^{p-1} t_i\right)^2}{n \sum_{i=0}^{p-1} t_i^2} \in [0,1]$$

# Закон Дж. Амдала (Amdahl's law)

- Пусть имеется последовательная программа с временем выполнения  $T(n)$
- Обозначим:
  - $r \in [0,1]$  – часть программы, которая может быть распараллелена (perfectly parallelized)
  - $s = 1 - r$  – часть программы, которая не может быть распараллелена (purely sequential)
- Время выполнения параллельной программы на  $p$  процессорах (время каждого потока) складывается из последовательной части  $s$  и параллельной  $r$ :

$$T_p(n) = T(n)s + \frac{T(n)}{p}r$$

- Вычислим значение коэффициент ускорения (по определению)

$$S_p(n) = \frac{T(n)}{T_p(n)} = \frac{T(n)}{T(n)s + \frac{T(n)}{p}r} = \frac{1}{s + \frac{r}{p}} = \frac{1}{(1-r) + \frac{r}{p}}$$

- Полученная формула по значениям  $r$  и  $s$  позволяет оценить максимальное ускорение



# Закон Дж. Амдала (Amdahl's law)

- Пусть имеется последовательная программа с временем выполнения  $T(n)$
- Обозначим:
  - $r \in [0,1]$  – часть программы, которая может быть распараллелена (perfectly parallelized)
  - $s = 1 - r$  – часть программы, которая не может быть распараллелена (purely sequential)
- Закон Дж. Амдала (Gene Amdahl, 1967) [1]:

Максимальное ускорение  $S_p$  программы на  $p$  процессорах равняется

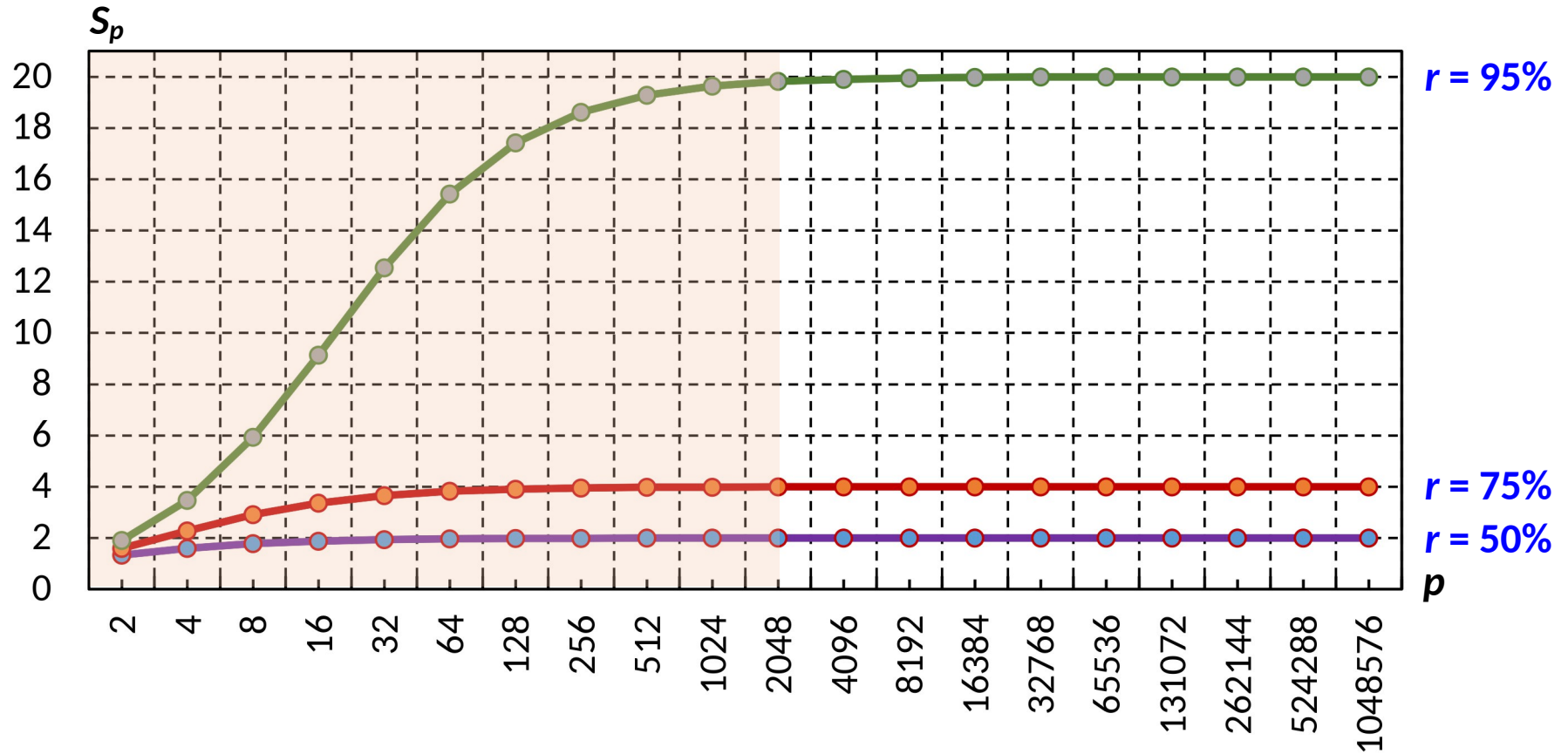
$$S_p = \frac{1}{(1-r) + \frac{r}{p}}$$

$$S_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} S_p = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{1}{(1-r) + \frac{r}{p}} = \frac{1}{1-r} = \frac{1}{s}$$

- ❑ Amdahl Gene. **Validity of the Single Processor Approach to Achieving Large-Scale Computing Capabilities** // AFIPS Conference Proceedings, 1967, pp. 483-485, <http://www-inst.eecs.berkeley.edu/~n252/paper/Amdahl.pdf>



# Закон Дж. Амдала (Amdahl's law)



Зависимость коэффициента  $S_p$  ускорения  
параллельной программы от количества  $p$  процессоров

# Допущения закона Дж. Амдала (Amdahl's law)

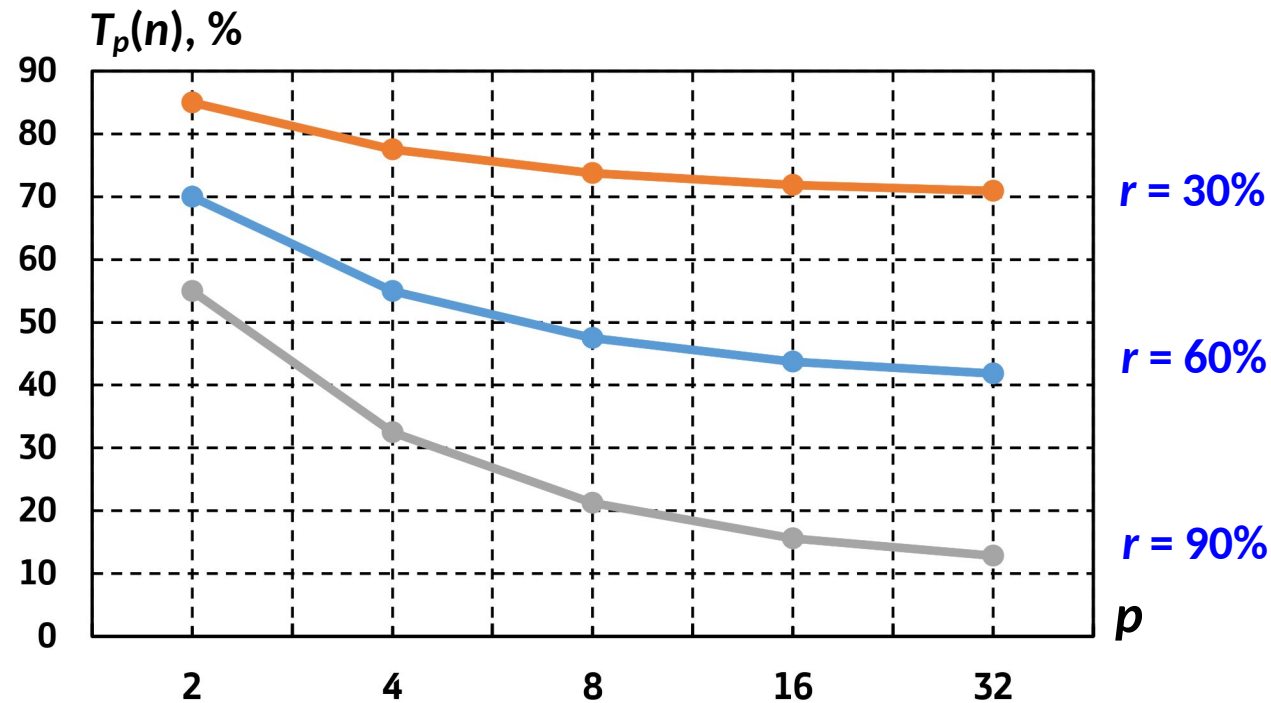
- Последовательный алгоритм является наиболее оптимальным способом решения задачи
- Возможны ситуации когда параллельная программа (алгоритм) эффективнее решает задачу (может эффективнее использовать кеш-память, конвейер, SIMD-инструкции, ...)
- Время выполнения параллельной программы оценивается через время выполнения последовательной, однако потоки параллельной программы могут выполняться эффективнее

$$T_p(n) = T(n)s + \frac{T(n)}{p}r, \quad \text{на практике возможна ситуация } \frac{T(n)}{p} > T_p(n)$$

- Ускорение  $S_p(n)$  оценивается для фиксированного размера  $n$  данных при любых значениях  $p$
- В реальности при увеличении числа используемых процессоров размер  $n$  входных данных также увеличивают, так как может быть доступно больше памяти

# Закон Дж. Амдала (Amdahl's law)

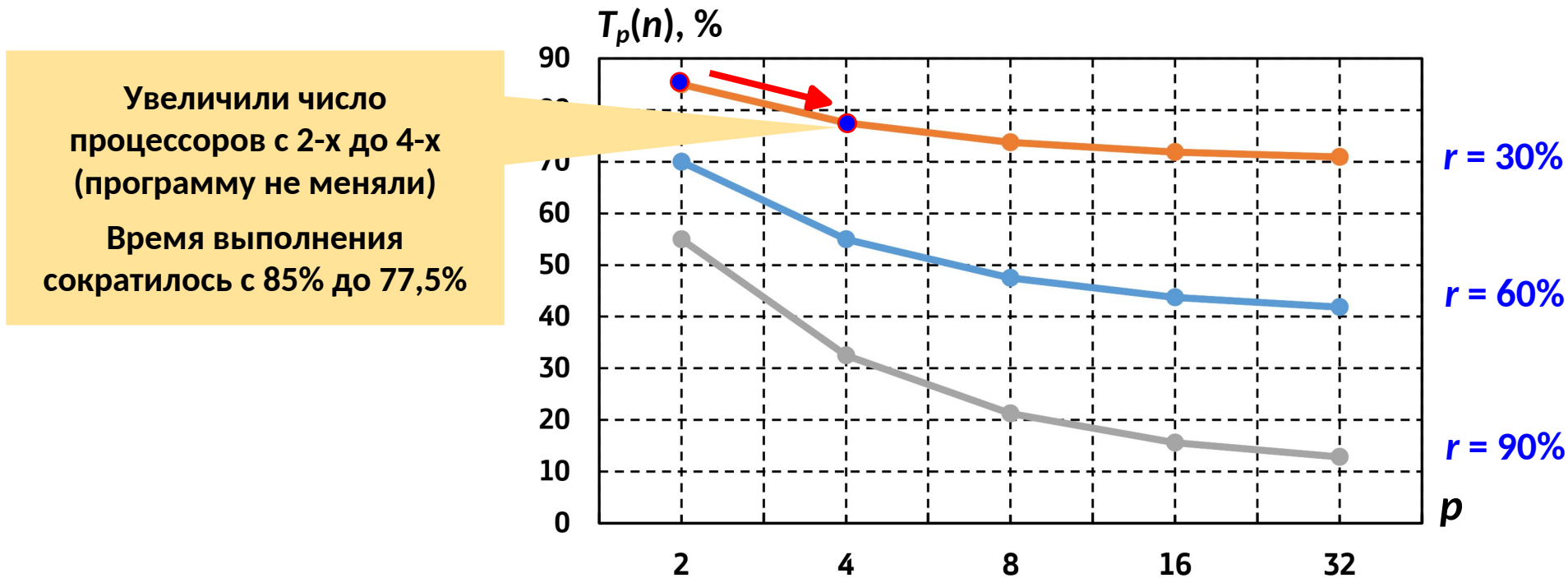
- На что потратить ресурсы – на увеличение доли  $r$  параллельной части в программе или увеличение числа процессоров, на которых запускается программа?



Зависимость времени  $T_p(n)$  выполнения параллельной программы от количества  $p$  процессоров и доли  $r$  распараллеленного кода (время в % от времени  $T_1(n)$ )

# Закон Дж. Амдала (Amdahl's law)

- На что потратить ресурсы – на увеличение доли  $r$  параллельной части в программе или увеличение числа процессоров, на которых запускается программа?



Зависимость времени  $T_p(n)$  выполнения параллельной программы от количества  $p$  процессоров и доли  $r$  распараллеленного кода (время в % от времени  $T_1(n)$ )

# Закон Дж. Амдала (Amdahl's law)

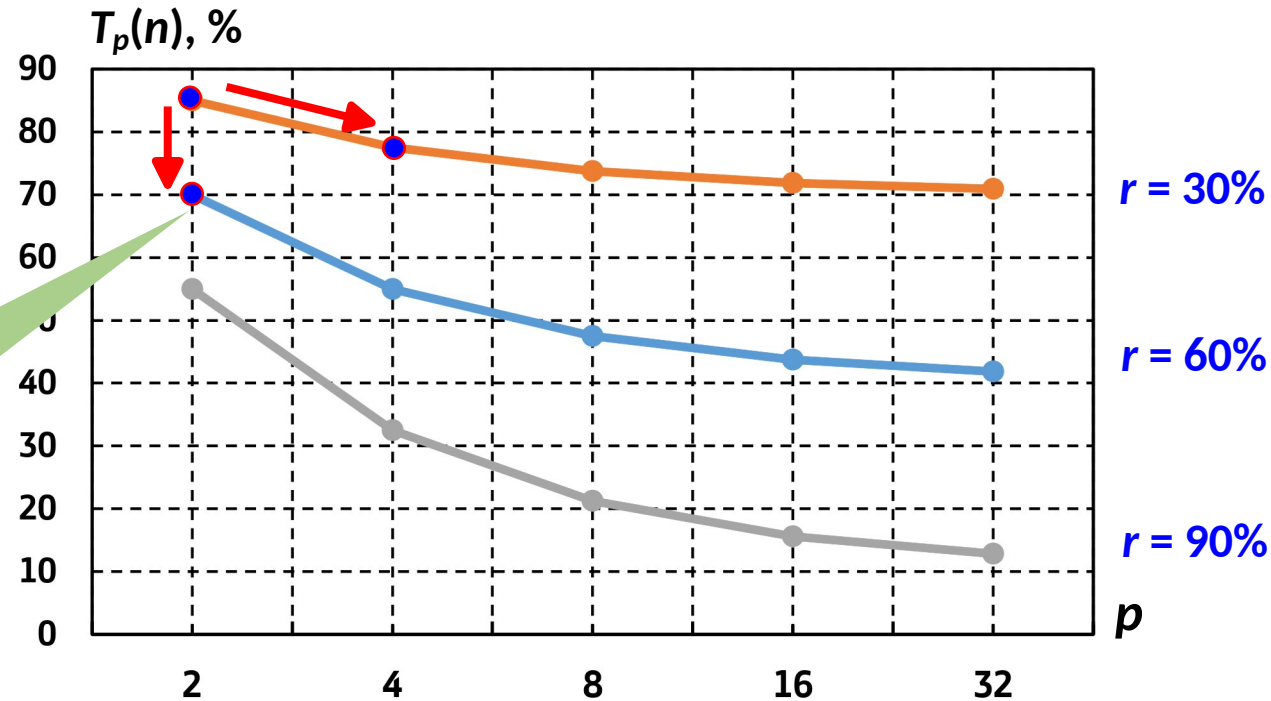
- На что потратить ресурсы – на увеличение доли  $r$  параллельной части в программе или увеличение числа процессоров, на которых запускается программа?

Увеличили число процессоров с 2-х до 4-х (программу не меняли)

Время выполнения сократилось с 85% до 77,5%

Увеличим в 2 раза долю параллельного кода

Время выполнения сократилось с 85% до 70%



Зависимость времени  $T_p(n)$  выполнения параллельной программы от количества  $p$  процессоров и доли  $r$  распараллеленного кода (время в % от времени  $T_1(n)$ )



# Закон Густафсона-Барсиса

- Пусть имеется последовательная программа с временем выполнения  $T(n)$
- Обозначим  $s \in [0,1]$  – часть параллельной программы, которая выполняется последовательно (purely sequential)
- Закон Густафсона-Барсиса (Gustafson-Barsis' law) [1]:

Масштабируемое ускорение  $S_p$  программы на  $p$  процессорах равняется

$$S_p = p - s(p-1)$$

- Обоснование: пусть  $a$  – время последовательной части,  $b$  – время параллельной части

$$T_p(n) = a + b, \quad T(n) = a + pb$$

$$s = a/(a + b), \quad S_p(n) = s + p(1-s) = p - s(p-1)$$

- Время выполнения последовательной программы выражается через время выполнения параллельной

- Reevaluating Amdahl's Law, John L. Gustafson, Communications of the ACM 31(5), 1988. pp. 532-533 // <http://www.scl.ameslab.gov/Publications/Gus/AmdahlsLaw/Amdahls.html>

# Литература

- Хорошевский В.Г. **Архитектура вычислительных систем.** – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 520 с.
- Корнеев В.В. **Вычислительные системы.** – М.: Гелиос АРВ, 2004. – 512 с.
- Степаненко С.А. **Мультипроцессорные среды суперЭВМ. Масштабирование эффективности.** – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. – 312 с.
- Эндрюс Г. **Основы многопоточного, параллельного и распределенного программирования.** – М.: Вильямс, 2003.