

# Понятие живучести ВС

**Живучесть** – способность ВС в любой момент функционирования использовать суммарную производительность всех исправных ресурсов для решения задач.

Изучение проблемы живучести основывается на парадигме **живучей ВС**.

Живучесть ВС должна достигаться при решении задач, представленных программами с любым допустимым (в т.ч. переменным) числом  $r$  параллельных ветвей:  $1 \leq r \leq N$ , где  $N$  – общее количество ЭМ в системе.

Для задач с переменным рангом  $r \in \{n, n + 1, \dots, N\}$ . Величина  $n$  является *нижней границей работоспособных ЭМ*.

При анализе живучести ВС мультипрограммные режимы могут быть сведены к *монопрограммному*, т.к. подсистему можно рассматривать как самостоятельную систему.

Живучесть рассматривается в двух аспектах: потенциальном и структурном.

При анализе **потенциальной живучести ВС** особенности структуры или сети межмашинных связей не учитываются и считается, что в системе обеспечиваются возможности по достижению необходимой связности исправных ЭМ.

При изучении **структурной живучести** учитываются топологический вид сети межмашинных связей и надёжность компонентов этой сети.

# Понятие живучести ВС

В современных распределённых ВС единицей вычислительных ресурсов выступает ЭМ (процессор, ЭВМ, кластерная ВС).

- Пусть  $N$  – количество ЭМ, составляющих ВС. В современных ВС  $10 \leq N \leq 10^7$ .
- Ремонтные работы в ВС осуществляются некоторой **восстанавливающей системой**, состоящей из  $t$  устройств (ВУ),  $1 \leq t \leq N$ . Каждое ВУ в любой момент времени может производить ремонт *только одной ЭМ*.
- ВС находится в состоянии  $k \in E_0^N$ ,  $E_0^N = \{0, 1, \dots, N\}$ , если в ней имеется  $k$  работоспособных ЭМ. Программы, в которых автоматически устанавливается число ветвей, равное числу работоспособных машин, относятся к *адаптирующимся*.

# Понятие живучести ВС

Под **живучей ВС** понимается конфигурация из  $N$  ЭМ, в которой

1. указано минимальное число  $n$  работоспособных ЭМ, обеспечивающее производительность ВС не ниже требуемой;
2. реализована возможность решения задач, представленных адаптирующимися параллельными программами;
3. отказы любых ЭМ (до числа  $N - n$ ) и восстановления отказавших машин приводят только к увеличению или уменьшению времени реализации параллельной программы;
4. при изменении состояния  $k = 0, 1, 2, \dots, N$  производительность подчиняется следующему закону

$$\Omega(k) = A_k \Delta(k - n) \varphi(k, \omega), \quad (1)$$

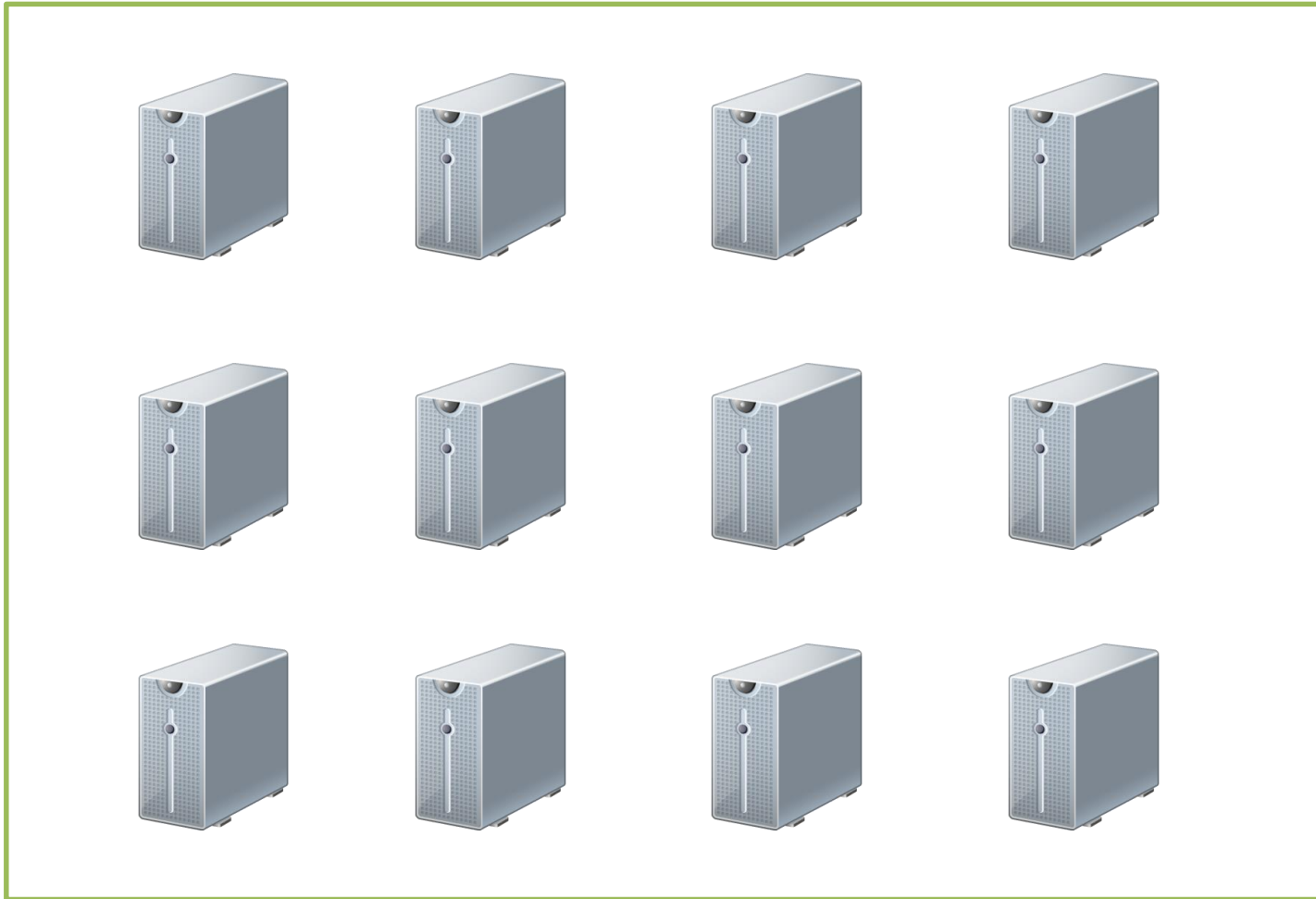
где  $A_k$  - коэффициент (в общем случае  $A_k \neq A_n$ );  $\varphi(k, \omega)$  - неубывающая функция от  $k$  и  $\omega$  (как правило,  $\varphi(k, \omega) = k\omega$  при решении сложных задач)

# Понятие живучести ВС

- В живучей ВС **вычислительное ядро** составляют все  $k \in \{n, n + 1, \dots, N\}$  исправных ЭМ и число избыточных ЭМ в ней переменное и заключено между 0 и  $(N - n)$ .
- В живучей системе **нет резервирования, нет простоев** исправных машин.
- Все исправные ЭМ такой ВС включаются в вычислительное ядро и участвуют в реализации параллельных процессов, что приводит к *сокращению времени решения задач*.
- Отказы ЭМ *не приводят к отказу системы в целом*. При выходе из строя сохраняется возможность продолжения счёта на всех исправных ЭМ (при наличии отказавших вплоть до  $(N - n)$ ).

# Понятие живучести ВС

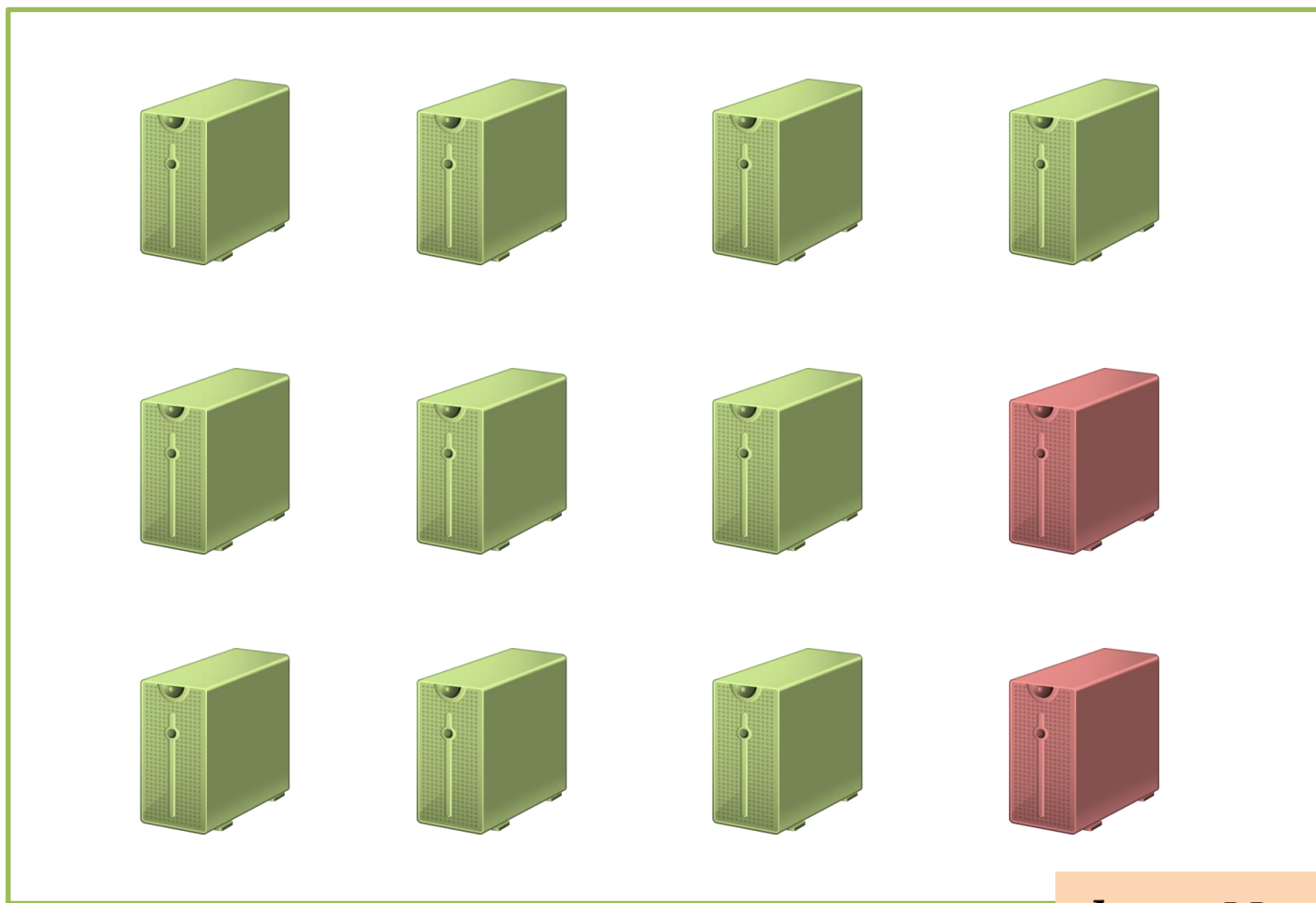
$$N = n + (N - n)$$



Основная подсистема

# Понятие живучести ВС

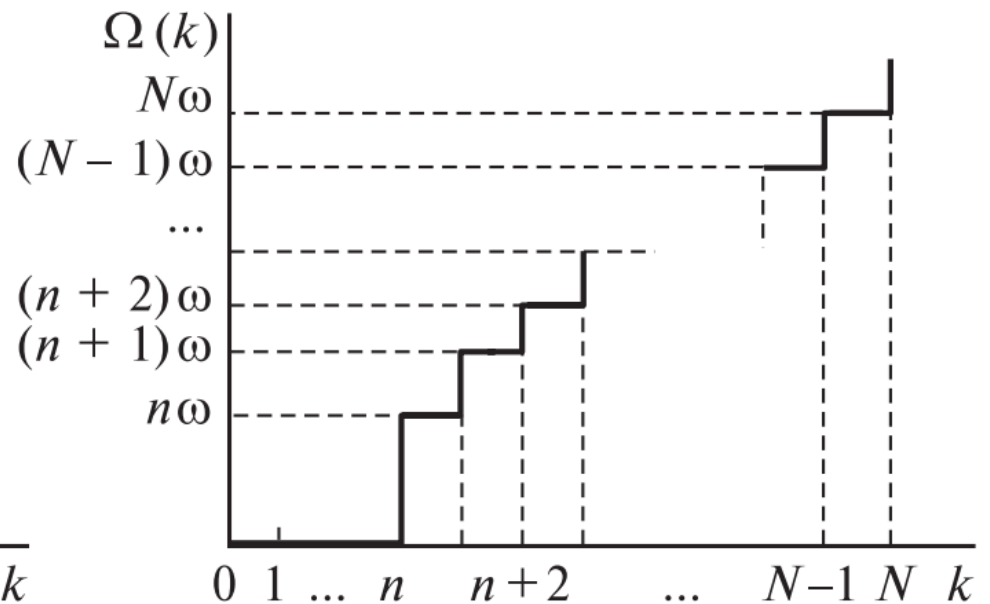
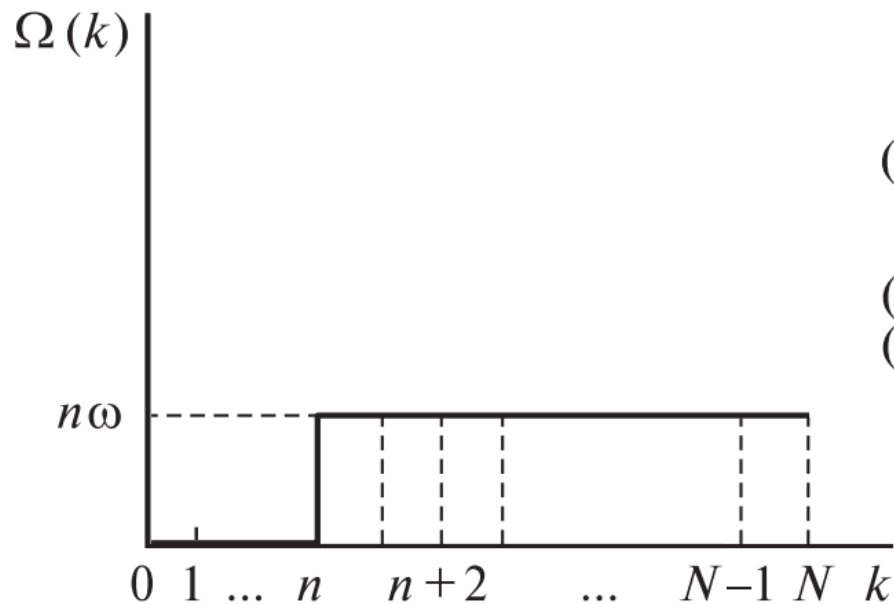
$$N = n + (N - n)$$



Основная подсистема

$$k = N - 2$$

# Понятие живучести ВС



Производительность вычислительных систем  
 $a$  – ВС со структурной избыточностью,  $b$  – живучие ВС



Для формирования в системе живучих конфигураций используются специальные средства, составляющие *реконфигуратор*. Он предназначен для выполнения следующих функций:

- исключение из вычислительного ядра отказавших ЭМ и включение в него машин после их восстановления;
- формирование вычислительного ядра из оставшихся работоспособных ЭМ и вновь отремонтированных машин;
- преобразования адаптирующей параллельной программы с целью достижения соответствия между количеством её ветвей и количеством машин ядра;
- вложение преобразованной программы в ядро с новой структурой и организации её выполнения.

К показателям потенциальной живучести ВС предъявляются требования, аналогичные показателям надёжности ВС со структурной избыточностью. При этом показатели живучести должны учитывать, что при решении задач используются все исправные ЭМ, число которых не постоянно.

Качество функционирования живучих ВС будет характеризовать функциями **потенциальной живучести**  $\mathcal{N}(i, t)$  и **занятости восстанавливающей системы**  $\mathcal{M}(i, t)$ , **вектор-функциями**  $R(t)$ ,  $U(t)$  и  $S(t)$  ВС.

Функции  $\mathcal{N}(i, t)$  и  $\mathcal{M}(i, t)$  характеризуют в момент времени  $t \geq 0$  среднюю производительность ВС и среднюю загруженность восстанавливающей системы, если ВС начала функционировать с  $i \in E_0^N$  работоспособными ЭМ. Вектор-функции  $R(t)$ ,  $U(t)$  и  $S(t)$  являются *обобщениями функций надёжности, восстановимости и готовности.*

Функцией потенциальной живучести ВС назовём отношение

$$\mathcal{N}(i, t) = \bar{\Omega}(i, t) / N\omega, \quad (2)$$

- где  $\bar{\Omega}(i, t)$  – математическое ожидание производительности ВС в момент  $t \geq 0$  при условии, что в момент начала функционирования в системе было  $i$  работоспособных ЭМ,  $i \in E_0^N$ ,
- $N\omega$  – суммарная производительность всех машин ВС;
- $N$  – общее количество ЭМ системы;
- $\omega$  – показатель производительности одной ЭМ.

Очевидно, что для  $\bar{\Omega}(i, t)$  допустимо представление в виде  $\bar{\Omega}(i, t) = n(i, t)\omega$ , где  $n(i, t)$  – среднее число работоспособных машин в момент  $t \geq 0$  при условии, что система начала функционировать в состоянии  $i \in E_0^N$  (заметим, что  $n(i, 0) = i$ ,  $i \in E_0^N$ ). Тогда функция потенциальной живучести ВС может быть выражена через  $n(i, t)$ :

$$\mathcal{N}(i, t) = n(i, t)/N. \quad (3)$$

Функцией занятости восстанавливающей системы назовём

$$\mathcal{M}(i, t) = m(i, t)/m, \quad (4)$$

где  $m(i, t)$  – математическое ожидание числа занятых ВУ в момент времени  $t \geq 0$  при условии, что ВС начала функционировать в состоянии  $i \in E_0^N$ ;  $m$  – число устройств в восстанавливающей системе.

Вектор-функция

$$\mathbf{R}(t) = \{R_k(t)\}, \quad k \in E_n^N \quad (5)$$

где  $R_k$  – вероятность того, что производительность системы, начавшей функционировать в состоянии  $i, k \leq i \leq N$ , не менее производительности  $k$  машин на всём промежутке времени  $[0, t)$ ,  $E_n^N = \{n, n+1, \dots, N\}$ . Учитывая определение  $R(t)$  и (5), запишем

$$R_k(t) = P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \Omega(\tau) \geq A_k k \omega \mid k \leq i \leq N\};$$

$$R_k(t) = P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \xi(\tau) \geq k \mid k \leq i \leq N\},$$

$$R_k(0) = 1, R_k(+\infty) = 0, k \in E_n^N \quad (6)$$

здесь  $\Omega(\tau)$  и  $\xi(\tau)$  – производительность ВС и количество исправных машин в системе в момент времени  $\tau \in [0, t)$ ;  $i$  – начальное состояние ВС.

По аналогии с рассмотренными ранее показателями можно рассматривать *вектор среднего времени безотказной работы* (средней наработки до отказа)

$$\Theta = \{\Theta_k\}, \Theta_k = \int_0^{\infty} R_k(t) dt \quad (9)$$

и вектор среднего времени восстановления

$$\mathbf{T} = \{T_k\}, T_k = \int_0^{\infty} t dU_k(t) \quad (10)$$

вычислительной системы,  $k \in E_n^N$ .

Вектор-функция готовности ВС

$$\mathbf{S}(t) = \{S_k(t)\}, \quad k \in E_n^N \quad (11)$$

где  $S_k(t)$  - вероятность того, что в момент времени  $t \geq 0$  производительность системы, начавшей работать в состоянии  $i \in E_0^N$ , не менее производительности  $k$  ЭМ:

$$\begin{aligned} S_k(t) &= P\{\Omega(t) \geq A_k k \omega \mid i \in E_0^N\}; \\ S_k(t) &= P\{\xi(t) \geq k \mid i \in E_0^N\}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$S_k(0) = \begin{cases} 1, & \text{если } k \leq i \leq N; \\ 0, & \text{если } 0 \leq i < k; \end{cases}$$

$$0 < S(+\infty) < 1$$

Предельные значения показателей (3) и (4) при  $t \rightarrow \infty$  будут характеризовать потенциальную живучесть в стационарном режиме.

Пределы

$$\mathcal{N} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{N}(i, t) \quad (13)$$

$$\mathcal{M} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{M}(i, t) \quad (14)$$

не зависящие от начального состояния  $i \in E_0^N$ , назовём коэффициентом потенциальной живучести ВС и коэффициентом занятости восстанавливающей системы.

По аналогии с ранее введёнными можно определить вектор-функции оперативной надёжности и восстановимости:

$$\mathbf{R}^*(t) = \{R_k^*(t)\}, \mathbf{U}^*(t) = \{U_k^*(t)\}, \quad k \in E_n^N \quad (15)$$

компоненты которых равны

$$R_k^*(t) = P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \xi(\tau) \geq k \mid P_i, k \leq i \leq N\} \quad (16)$$

$$R_k^*(t) = 1 - P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \xi(\tau) < k \mid P_i, 0 \leq i < k\} \quad (17)$$

$$R_k^*(0) = U_k^*(0) = \sum_{i=k}^N P_i \quad (18)$$



## Показатели потенциальной живучести ВС

Совокупность величин  $S_k = \lim_{t \rightarrow \infty} S_k(t)$ , не зависящих от начального состояния ВС и представленных в виде

$$\mathbf{S} = \{S_k\}, \quad k \in E_n^N \quad (19)$$

называется *вектор-коэффициентом готовности*.

Введённые показатели достаточно полно характеризуют поведение ВС в переходном (3)-(12) и стационарном (13)-(19) режимах функционирования. Для практики имеют ценность (3) и (4). По функции потенциальной живучести судят о том

1. как быстро ВС, начавшая функционировать в одном из состояний, войдёт в стационарный режим работы (13)
2. какую производительность в среднем может обеспечить система в любой момент времени (3) или при длительной эксплуатации (13)
3. сколько машин в среднем может быть использовано при решении задачи

Функции занятости восстанавливающей системы:

1. за какое время после начала работы ВС наступит установившийся режим восстановления отказавших ЭМ (14);
2. как загружены в среднем восстанавливающие устройства на начальном участке работы (10.4) и после длительной эксплуатации (14)

Введённые функции позволяют потенциальной живучести ВС и занятости ВУ позволяют подобрать оптимальные параметры.

**Т.о.** в живучих ВС обеспечивается **максимум эффективности** использования вычислительных ресурсов при решении сложных задач. В любой момент времени для решения сложных задач привлекаются **все работоспособные ЭМ** (если их число не менее  $n$ ). Это сокращает время решения сложной задачи, но требует составления специальных программ с информационной избыточностью – **адаптирующихся параллельных программ.**