

Schrödinger-Bloch モデル計算マニュアル

1 Schrödinger-Bloch 方程式

z 方向に対して薄く、 xy 平面に広がりを持つ二次元微小共振器を仮定する。緩やかに変化する電場 \tilde{E} と分極 $\tilde{\rho}$ 、分布反転 W の時間発展を以下の Schrödinger-Bloch(SB) 方程式で表す。

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} = \frac{i}{2} \left[\nabla_{xy}^2 + \frac{n^2}{n_{in}^2} \right] \tilde{E} - \alpha_L(x, y) \tilde{E} + \frac{2\pi N \kappa \hbar}{\epsilon} \tilde{\rho} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{\rho} = -i\Delta_0 \tilde{\rho} - \tilde{\gamma}_\perp \tilde{\rho} + \tilde{\kappa} \tilde{E} W \quad (2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\tilde{\gamma}_\parallel (W - W_\infty) - 2\tilde{\kappa}(\tilde{E} \tilde{\rho}^* + \tilde{E}^* \tilde{\rho}) \quad (3)$$

空間と時間は 2 準位系の遷移周波数 ω_0 に近い電場の振動周波数 ω_s で以下のように規格化している。

$$\left(\frac{n_{in}\omega_s x}{c}, \frac{n_{in}\omega_s y}{c} \right) \rightarrow (x, y), \quad t\omega_s \rightarrow t \quad (4)$$

n は屈折率を表し、共振器内部では n_{in} 、外部では n_{out} とする。 $\tilde{\gamma}_\perp$ と $\tilde{\gamma}_\parallel$ はそれぞれ分極と分布反転の緩和率を表す。 $\alpha_L(x, y)$ は吸収係数を表し、共振器内部では定数 α_L 、外部では 0 をとる。 W_∞ はポンピングパワー、 $\tilde{\kappa}$ は電場と分布反転の結合係数、 $\Delta_0 = \omega_0/\omega_s - 1$ はゲインセンターを表す。

上述のように、SB 方程式は光の周波数で規格化した時間、光の波長で規格化した空間スケールで記述された方程式である。そのため、プログラムの入力パラメータも規格化された値を代入しなければならない。また、式 (1) は symplectic integrator 法、式 (2)(3) は Euler 法を用いて解く。

2 プログラム構成 (program_sb)

共振器の形状はスタジアム型。形状を変更する場合は refset.f を書き換える。

- main.f : メインプログラム
- cord.f : 計算空間の定義
- cord_time.f : 周波数や時間刻みの定義
- absorb.f : 計算領域の端で電場の反射を防止するための吸収関数の定義
- refset.f : 屈折率分布の定義
- nlop.f : ブロッホ方程式の時間発展プログラム
- prop.f : シュレディンガー方程式の時間発展プログラム
- fft4g.f : 1 次元 FFT 計算に利用するプログラム
- fft4f2d.f : 2 次元 FFT 計算に利用するプログラム
- spectrum.f : 光スペクトル取得用プログラム
- plot2d.f : 電場の空間分布計算用プログラム
- memory.f : 中途データ記録用プログラム

3 重要なパラメータ設定 (main.f 内で設定する)

1. 計算時間パラメータ

- hstep : ステップ数 (2 の n 乗であること)
- lmax : データ出力回数
- t : 時間刻み幅 (但し時間は規格化済み。0.1 程度が望ましい)
- time : 初期時刻

hstep 回を計算を lmax 回繰り返す。lmax でデータ出力回数を調整する。

2. 計算空間サイズ

- nx : x 座標のグリッド数 (2 の n 乗であること)
- ny : y 座標のグリッド数 (2 の n 乗であること)
- xmax : x 座標の計算空間の大きさ
- ymax : y 座標の計算空間の大きさ

3. 共振器パラメータ

- delta : 共振器の形状パラメータ。0 のときスタジアム、1 のとき円となる。
- dscrad : 共振器の特徴径
- nin : 共振器内部の屈折率 n_{in}
- nout : 共振器外部の屈折率 n_{out}
- back : 共振器内部の電場吸収係数 α_L

4. Bloch パラメータ

- kpa : 電場と分布反転の結合係数 $\tilde{\kappa}$
- gpp : 分極の緩和率 $\tilde{\gamma}_\perp$
- gpl : 分布反転の緩和率 $\tilde{\gamma}_\parallel$
- winf : ポンピングパワー W_∞
- delta0 : 2 準位原子の共鳴周波数 Δ_0
- pstrg = $2d_0 \pi kpa / (nin * nin)$: 電場と分極の結合係数

5. スケールパラメータ

- na = nx/512

nx = ny = 512 のときに吸収関数パラメータや窓関数パラメータを最適化した。そのため、共振器を大きくしたりするときに nx や ny を大きくする場合は、それに合わせて吸収や窓関数パラメータを変更できるようにした。これを変更してはならない。

4 コンパイルと実行

1. make sb でコンパイル。実行ファイル sb が生成される。
2. ./sb で実行。
3. 出力されたファイルを plotmtv 等を用いて表示。

5 出力ファイル

計算が終了すると、以下のファイルが出力される。

- fort.93 : 共振器内の電場強度総和の時系列データ。
- fort.10x : $(x-1)*kstep*t < time < x*kstep*t$ のデータから得られたスペクトル。
ただし、スペクトルモニター psref(i,j) の位置によってピークサイズは異なるため、それぞれのピーク値の大きさは発振モードの大きさを表すわけではない。
- wave.10x : 時刻 $time = x*kstep*t$ の電場強度の空間分布。
- mome.10x : 時刻 $time = x*kstep*t$ の電場の角運動量スペクトル。

以下のファイルも出力されるが、plotmtv 等で結果を表示する必要はない。

- memory-echld.data : 計算終了時における各空間配列の電場 \tilde{E} の値。
- memory-p.data : 計算終了時における各空間配列の分極 $\tilde{\rho}$ の値。
- memory-ww.data : 計算終了時における各空間配列の分布反転 W の値。
- memory-time.data : 計算終了時における時刻 time とデータ出力回数 lmax の値。

Appendix A : 特定の初期状態から計算を行う方法

シミュレーションの初期状態はガウシアン波束に設定されているが、変更することも可能。その場合は main.f の該当箇所を書き換える必要がある。以下、計算時間が足りずに続きから計算を行いたいときなど、あるシミュレーションの終状態を初期状態とする場合の計算方法について記述する。まず、初期状態として計算する終状態データ (以下 4 つのファイル) を計算を実行するディレクトリに移動する。

- memory-echld.data
- memory-p.data
- memory-ww.data
- memory-time.data

次に main.f の以下の行のコメントアウトを外す。(必要がない限りコメントアウトされている)

```
call load(echld,p,ww,time,nco,nx,ny)
```

コメントアウトが外れた状態でコンパイルをし、プログラムを実行する。

Appendix B : 特定周波数成分を抽出する方法 (program_sbspec)

シミュレーションの結果 (時系列やスペクトル) からマルチモード発振していることが判明したときのみ使用する。スペクトルの各ピーク周波数の値を main.f の以下の箇所 (ω^*) に入力する。

```
parameter ( $\omega_1$ =)
parameter ( $\omega_2$ =)
parameter ( $\omega_3$ =)
```

このプログラムでは 3 つのピークまで計算可能。入力後、コンパイルし実行する。出力ファイルの $\omega^*.10x$ が指定した周波数の電場強度データ。plotmtv 等で結果を表示。

Appendix C : スタジアム型共振器のシミュレーション結果

パラメータ値は以下のように設定。

$$n_{in} = 2, n_{out} = 1, n_x = n_y = 1024, R = 24.5, \tilde{\kappa} = 0.5, \tilde{\gamma}_{\perp} = 0.01, \tilde{\gamma}_{\parallel} = 0.005, \Delta_0 = -0.07$$

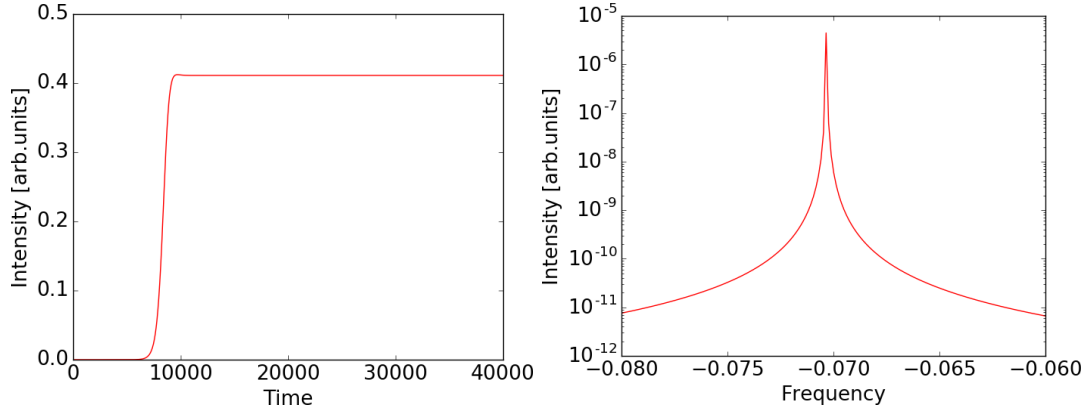


図 1 シングルモード発振の時系列とスペクトル ($W_{\infty} = 2.0 \times 10^{-4}$)

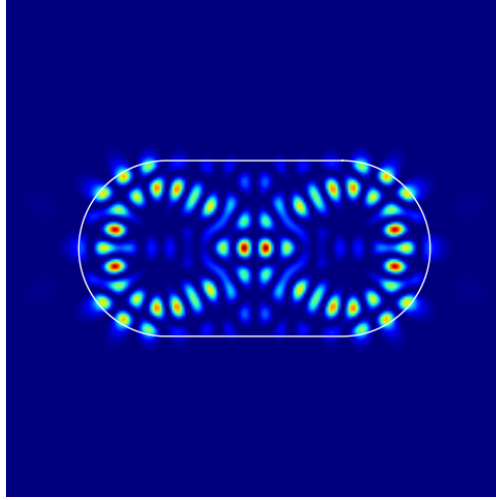


図 2 シングルモード発振の電場強度パターン ($W_{\infty} = 2.0 \times 10^{-4}$)

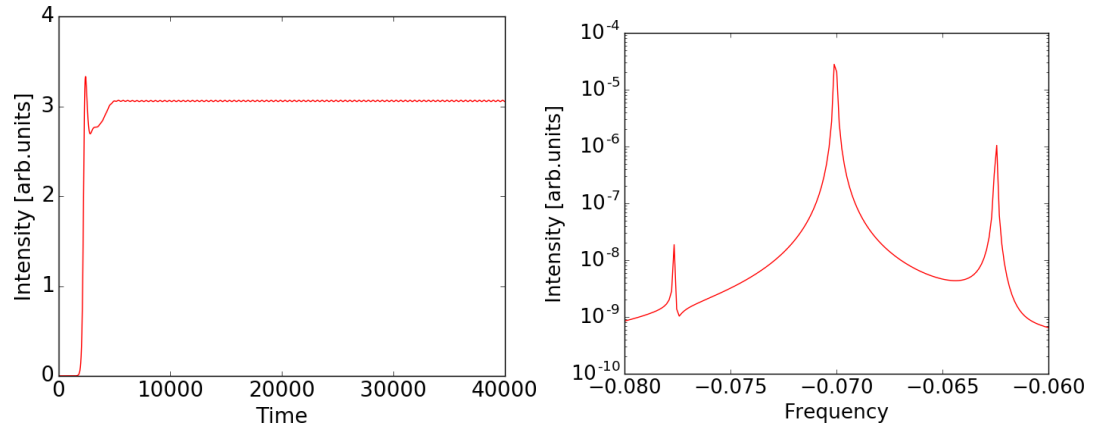


図3 マルチモード発振の時系列とスペクトル ($W_{\infty} = 5.0 \times 10^{-4}$)

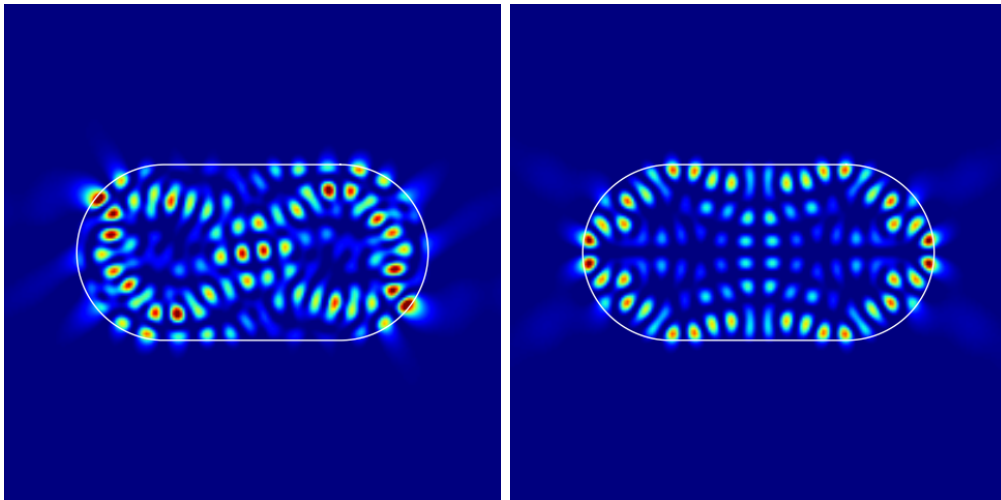


図4 マルチモード発振のピーク周波数における電場強度パターン ($W_{\infty} = 5.0 \times 10^{-4}$)。左図の周波数 $\Delta = -0.0701$ 。右図の周波数 $\Delta = -0.0624$ 。