

# Komputerowa analiza szeregów czasowych

## 2023/2024

### Lista 3

1. Rozpatrzmy model regresji liniowej

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

gdzie  $\epsilon_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  są niezależnymi zmiennymi losowymi  $N(0, \sigma)$ . Skonstruuj przedziały ufności dla parametrów  $\beta_0$  i  $\beta_1$  na danym poziomie ufności  $\alpha$ . Wyniki wykonaj dla różnych długości prób  $n$ ,  $\alpha \in \{0.01, 0.05\}$  oraz  $\sigma \in \{0.01, 0.5, 1\}$ . Przy konstrukcji przedziałów ufności zakładamy, że  $\sigma$  jest wielkością znaną. Za pomocą metody Monte Carlo, sprawdź jakie jest prawdopodobieństwo, że teoretyczne wartości parametrów należą do wyznaczonych przedziałów ufności dla wybranych parametrów  $\beta_0$  i  $\beta_1$ . W symulacjach przyjmij, że  $x_i = i$  dla każdego  $i = 1, 2, \dots, n$ .

2. Wykonaj zad. 1 przy założeniu, że  $\sigma$  nie jest znane. Jakie są różnice pomiędzy skonstruowanymi przedziałami ufności uzyskanymi w zad.1 i zad. 2? Wyniki porównaj w zależności od długości próby, wielkości  $\alpha$  oraz  $\sigma$ . Jakie możesz wyciągnąć wnioski na podstawie uzyskanych wyników.
3. Wsymuluj dwuwymiarowy wektor  $(x, y)$  opisany ogólnym modelem regresji liniowej dany równaniem (1) przy założeniu, że  $\epsilon_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  są niezależnymi zmiennymi losowymi  $N(0, \sigma)$ . Wybierz dowolne wartości  $\beta_0, \beta_1$  oraz  $\sigma$ . Niech  $x_1, x_2, \dots, x_n$  będą zdefiniowane tak jak w zad. 1. Wyznacz przedziały ufności dla wartości średniej zmiennej  $Y(x_0)$  dla  $x_0 = \bar{x} + \gamma$  dla pewnej wielkości  $\gamma$  dla różnych wielkości  $n$  przy założeniu, że  $\sigma$  jest wielkością znaną i nieznaną. Wyniki przedstaw w zależności od  $n$ ,  $\sigma$  oraz  $\gamma$ . Przyjmij  $\alpha = 0.05$ .
4. Wsymuluj dwuwymiarowy wektor  $(x, y)$  o długości  $n = 1000$  opisany ogólnym modelem regresji liniowej (1) dla wybranych wielkości parametrów  $\beta_0, \beta_1, \sigma$  oraz  $x_1, x_2, \dots, x_n$  zdefiniowanych jak zad.1. Skonstruuj prostą regresji na podstawie 990 najmniejszych obserwacji wielkości  $x$ . Skonstruuj przedział ufności dla prognozy w modelu dla ostatnich 10 największych

szych obserwacji i porównaj z danymi. Zadanie wykonaj przy założeniu, że  $\sigma$  jest znana i nieznana.