Symulacje komputerowe MST

Algorytm Ziggurat

18.04.2023

Poniższy algorytm pozwala na szybkie i efektywne generowanie realizacji zmiennej losowej z rozkładu o ściśle malejącej gęstości. Prezentacja algorytmu na podstawie

- Marsaglia, George, Wai Wan Tsang. "The ziggurat method for generating random variables." *Journal of statistical software* 5 (2000): 1-7.

Generowanie wektora x:

Celem Algorytmu Ziggurat jest pokrycie obszaru pod krzywą $f(x)$ przez 256 prostokątów, o takim samym polu, w taki sposób aby różnica między sumą pól prostokątów i wartością pola pod krzywą $f(x)$, była jak najmniejsza. Niech $0 = x_0 < x_1 < \ldots < x_{255} = r$ będą punktami odpowiadającymi prawym krawędziom prostokątów. Na podstawie powyższego opisu mamy

$$x_i(f(x_{i-1}) - f(x_i)) = v, \quad \text{dla} \quad i = 1, 2, \ldots, 255,$$

gdzie

$$v = rf(r) + \int_r^\infty f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Wybieramy takie r aby spełniona była nierówność $|v - x_1 + x_1 f(x_1)| < \varepsilon$, gdzie ε jest pewną małą wartością ustaloną przez użytkownika i

$$x_i = f^{-1}(v/x_{i+1} + f(x_{i+1})), \quad \text{dla} \quad i = 254, \ldots, 1.$$

Odpowiednie r można oszacować korzystając z metody bisekcji.

Generowanie wektorów k i w

Niech $k_0 = \lfloor 2^{32} r(f(r)/v \rfloor$ i $w_0 = 0.5^{32} v/f(r)$. Dla każdego $i = 1, \ldots, 255$ podstaw

$$k_i = \lfloor 2^{32}(x_{i-1}/x_i) \rfloor,$$
$$w_i = 0.5^{32} x_i.$$

Główny algorytm

i) Wygeneruj 32 bitową liczbę całkowitą j i niech i będzie liczbą całkowitą utworzoną z 8 ostatnich bitów j.

ii) Ustaw $x = jw_i$. Jeżeli $j < k_i$ to zwróć x.

iii) Jeżeli $i = 0$ wygeneruj realizację x z ogona rozkładu.

iv) Jeżeli $(f(x_{i-1}) - f(x_i))U < f(x) - f(x_i)$, zwróć x. Tutaj $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$.

v) Wróć do punktu i).

W przypadku rozkładu Pareto, w punkcie iii) wygeneruj realizację za pomocą metody odwracania dystrybuanty.