

Metody Numeryczne - Lista 4

Janusz Szwabiński

Uwaga! Zadania rozwiązujemy przy pomocy metod samodzielnie zaimplementowanych i dla porównania - przy pomocy funkcji z biblioteki scipy (jeśli istnieją).

1. Rozwiąż równanie

$$\operatorname{tg}(\pi - x) - x = 0. \quad (1)$$

Na podstawie uzyskanych wyników wypełnij tabelę 1.

	bisekcja	m. Brenta	m. siecznych	m. Newtona
x				
$f(x)$				
liczba iteracji				
flops				

Tabela 1: Porównanie różnych metod zastosowanych do równania (1).

2. Sporządź wykres funkcji $f(x) = \cosh x \cos x - 1$ w przedziale $4 \leq x \leq 8$. Na podstawie wykresu sprawdź, że najmniejszy dodatni pierwiastek równania $f(x) = 0$ leży w przedziale $(4, 5)$, a następnie pokaż, że iteracyjny wzór Newtona nie doprowadzi do tego pierwiastka, jeśli punktem startowym będzie $x_0 = 4$.
3. Prędkość v rakiety Saturn V w locie pionowym tuż przy powierzchni Ziemi można przybliżyć wzorem

$$v = u \ln \frac{M_0}{M_0 - \dot{m}t} - gt, \quad (2)$$

gdzie

- $u = 2510 \text{ m/s}$ - prędkość spalin względem rakiety,
- $M_0 = 2,8 \times 10^6 \text{ kg}$ - masa rakiety w momencie oderwania od Ziemi,
- $\dot{m} = 13,3 \times 10^3 \text{ kg/s}$ - szybkość zużycia paliwa,
- $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ - przyspieszenie ziemskie,
- t - czas mierzony od oderwania od Ziemi.

Wyznacz czas, po jakim rakieta osiągnie prędkość dźwięku (335 m/s).

4. Energia swobodna Gibbsa jednego mola wodoru w temperaturze T wynosi

$$G = -RT \ln \left[\left(\frac{T}{T_0} \right)^{5/2} \right] \quad (3)$$

gdzie $R = 8.31441 \text{ J/K}$ to stała gazowa, a $T_0 = 4.44418 \text{ K}$. Wyznacz temperaturę, w której $G = -10^5 \text{ J}$.

5. Korzystając z dowolnej metody wyznacz wszystkie rozwiązania rzeczywiste układu równań

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} x - y &= 1, \\ \cos x - 3 \sin y &= 0,\end{aligned}\tag{4}$$

w przedziale $(0; 1, 5)$.

6. Znajdź wszystkie pierwiastki wielomianu

$$w(x) = x^4 + (5 + i)x^3 - (8 - 5i)x^2 + (30 - 14i)x - 84.\tag{5}$$