HW-1

1.

1.Show that n>=4,2^n<n!

to show 2^n<n!

we need to follow these step

1. **Base Case:**

n=4

2^n<n!

2^4<4!

16<24

i.e..,

2^n<n! =16<24

**Case2:Inductive Hypothesis:**

n=k Assume it is true

2^n<n! = 2^k<k!

where n=k then n=k+1 must be

True

i.e..,

We need to prove n=k+1 =2^(k+1)<(k+1)!

**Case3:Induction Step**

2^k<k!

k=k+1=2^(k+1)<k+1

Multiplying 2 on both side

2\*2^k<2\*k!

Comparing 2\*k! with (k+1)!

(k+1)! =(k+1)\*k!

2\*k!<=(k+1)\*K!

K! is cancelled on both sides

2<=k+1

It is truefor all k>=4

i.e..,

2^(k+1)<(k+1)!

2. Given  n -i 2^i = 2 ^ (n + 1) - 1

for n >= 0

Base Case (n = 0)

LHS = 2^i =2^0=1

RHS = 2 ^ (n + 1) - 1 = 2 ^ (0 + 1) - 1 =2^ 1 -1=1

 LHS=RHS

2) Inductive Hypothesis

Assume n=k

 i = 0  - K  2 ^ i = 2 ^ (k + i) - i

if n=k then n=k+1 also true

3) Inductive step

{2} ^ (k + 1) i = 2 ^ ((k + 1) + 1) - i

 i = 0 to 0 2 ^ i = ( i = 0 to k 2 ^ i) + 2 ^ (k + 1) RHS Using inductive Hypothesis

2 ^ (k + 1) - 1 + 2 ^ (k + 1)

(2 ^ (k + 1) + 2 ^ (k + 1)) - 1

= 2  2 ^ (k + 1) - 1 = 2 ^ (k + 2) - 1

LHS=RHS

3. Mathematic Induction for all n20

sum i = 0 to n f i =f n+2 -i

**fibonacci Sequence** Where f\_k defined as f\_{0} = 0 f\_{1} = 1 ; f\_n=f\_(n-1)+f\_(n-2) for n>=2

**1) Base Case (n = 0)**

for n = 0 sum \_(i = 0 to 0) f\_i =f\_0 =0

R.H.S = f\_(n+2)-1 = f\_( 0+2 )-1=f\_2 -1

fibonacci tells :

f \_2= f\_i+f\_o = f\_{2} - 1 = f\_{1} + f\_{0} - 1 = 1+0-1=0

**Inductive Hypothesis:-**Assume that for k>=0, n=k= sum \_(i = 0 to K) f\_i =f\_( k+2) -1

We will use to prove for n = k + 1

**case3:**Inductive step: sum\_( i = 0 to k+1) f \_i =f\_((k+1)+2 -1=f\_( k+3) -1 =sum (i = 0 to K + 1 )f\_ i = sum (i=0  to K) f \_i +

f \_(k+1)

Using inductive Hypothesis = sum i = 0 to K f i =f k+2 ^ -i

f\_(k+3)=f\_(k+2)+f(k+1)

i.e..,

sum\_(i=0 to k+1) f\_(i)+f\_(k+3)-1

**Hw2:**

**1.**

here16(a)+6(b) is always even

Because,

16 is even if we multiply any number with that we get even and sane for 6 too.

so 1 is odd.It is impossible for 16(a) +6(b) =1

For Example a=3 and b+4

16(3)+6(4) =48 +24 =72

72 which is not Equal to 1.

**2.**

For any Composite number n , when we do factorization , at least one of its factors will be ,<=  sqroot(n).

e.g:

n=20

sqroot(20) =4.47

Factors are 2\*2\*5 so 2 &5

2 is <=4.47 = satisfied

for n=33

sqroot(30) =5.7

Factors are 3 &11

3 is <=5.7 = satisified

3.

L.H.S x\*y =xy

x\*x =x^2

R.H.S =(x+y)2/4  = (x+x)2/4 =(2\*x)2/4 =4 x2/4 =x2

L.H.S = R.H.S   This is the first Implication .

(x+y)/4 = (x2+y2+2\*x\*y)/4

xy = (x2 +y2+2\*x\*y)/4

xy = (x2 +y2 +2\*x\*y)/4

4xy=x2+y2 +2\*x\*y

x2+y2 =4xy -2xy

x2+y2 -x2-y2=2xy -x2-y2(subtracting x2+y2on both sides)

0=2xy-x2-y2

x2+y2-2xy =0

(x-y)2 =0

x-y =0

x=y

i.e..,

x=y hence proved

Both direction of implication are True.