Lista 1 - Energia Meio Ambiente e Sociedade

Gustavo de Souza Gonçalves

March 2, 2021

Exercício 1

Um país possui 20 bilhões de barris de petróleo em reservas. Caso não sejam descobertas novas reservas e a taxa de extração do petróleo seja de 0,5 bilhão de barris por ano, determine:

a) a função que expressa a quantidade de petróleo em função do tempo

$$\int_{r(0)}^{r(t)} dr = \int_0^t -H_0 dt \tag{1.1}$$
$$r(t) = 20 - 0.5t \tag{1.2}$$

b) a quantidade de petróleo disponível após 7 anos de extração

$$r(7) = 20 - 0.5 \cdot 7 = 16.5$$

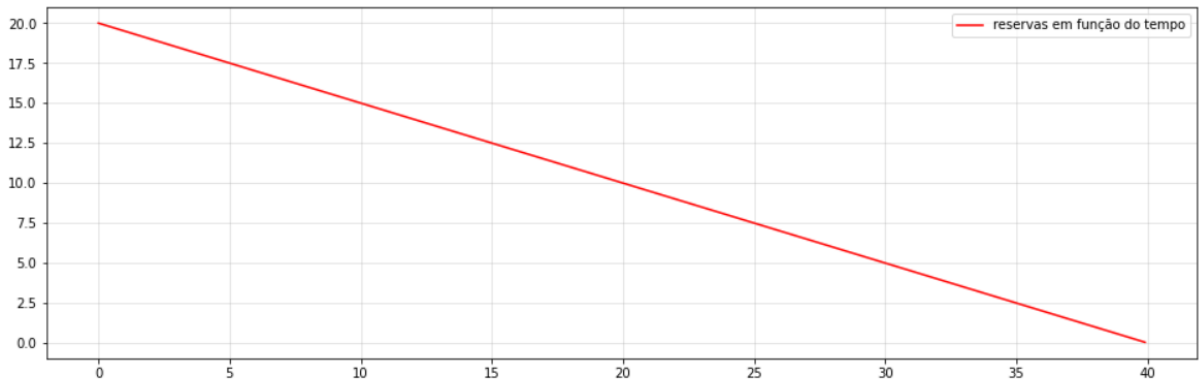
c) o tempo decorrido para que as reservas atinjam 1/4 da capacidade inicial

$$\frac{20}{4} = 20 - 0.5t \tag{1.3}$$
$$t = 40 - 10 \tag{1.4}$$
$$t = 30anos \tag{1.5}$$

d) o tempo necessário para o esgotamento das reservas

$$0 = 20 - 0.5t \tag{1.6}$$
$$t = 40 \tag{1.7}$$

e) esboce o gráfico da quantidade de petróleo em função do tempo



Exercício 2

Repita agora supondo que o país descobrirá 1 bilhão de barris de petróleo ao ano, mantendo a taxa de extração anterior.

a) a função que expressa a quantidade de petróleo em função do tempo

$$r(t) = 20 + 0.5t$$

b) a quantidade de petróleo disponível após 7 anos de extração

$$r(7) = 20 + 0.5 \cdot 7 = 23.5$$

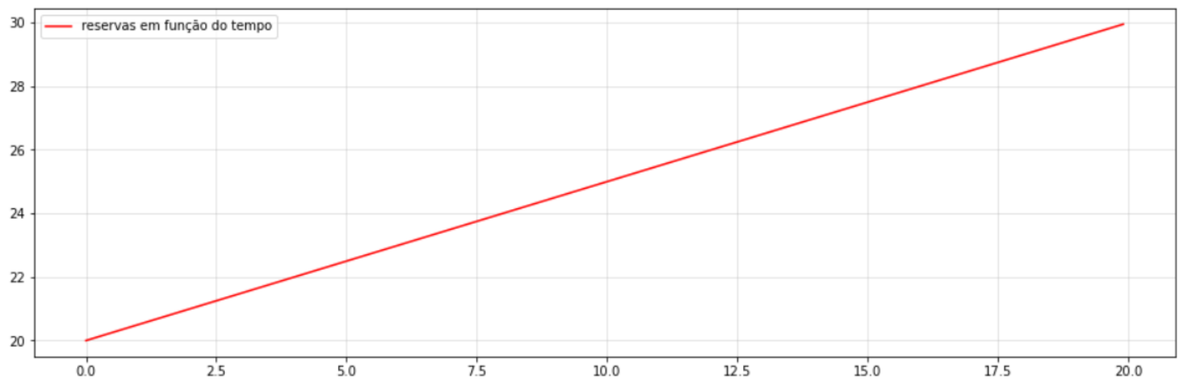
c) o tempo decorrido para que as reservas atinjam 1/4 da capacidade inicial

Não ocorrerá

d) o tempo necessário para o esgotamento das reservas

Não ocorrerá

e) esboce o gráfico da quantidade de petróleo em função do tempo



Exercício 3

Repita agora supondo que o país descobrirá 1,5 bilhão de barris de petróleo ao ano, mantendo a taxa de extração anterior a) a função que expressa a quantidade de petróleo em função do tempo

$$r(t) = 20 + t$$

b) a quantidade de petróleo disponível após 7 anos de extração

$$r(7) = 20 + 7 = 27$$

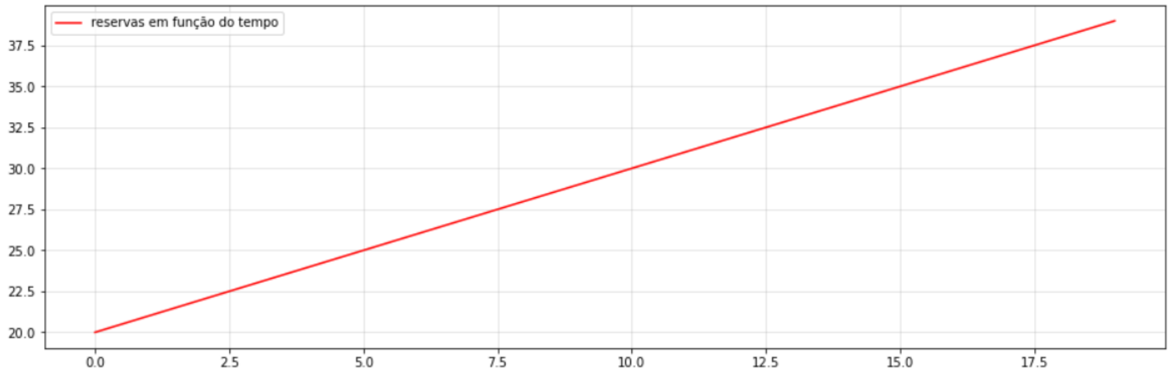
c) o tempo decorrido para que as reservas atinjam 1/4 da capacidade inicial

Não ocorrerá

d) o tempo necessário para o esgotamento das reservas

Não ocorrerá

e) esboce o gráfico da quantidade de petróleo em função do tempo



Exercício 4

Um país possui 90 bilhões de barris de petróleo em reservas. A taxa de novas descobertas desse país é constante e igual a 10 bilhões de barris por ano. Já a taxa de extração do petróleo varia em função do tempo de acordo com a função $H(t) = H_0 t$, comm $H_0 = 8x10^8 bp/ano2$ (ou seja, a taxa de exploração aumenta linearmente com o passar dos anos). Determine:

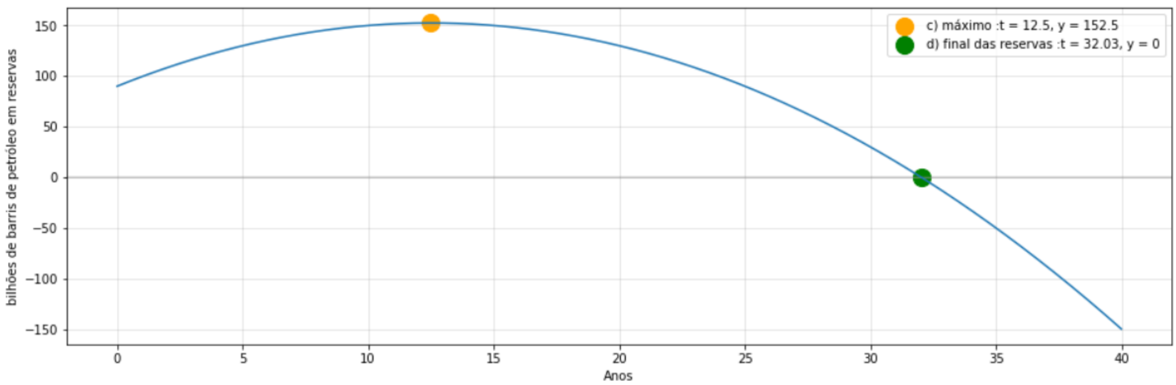
a) a função que expressa a quantidade de petróleo em função do tempo

em $10^9 bp$:

$$R(t) = R_0 + \int_0^t (F - ht)dt \tag{4.1}$$

$$R(t) = 90 + 10t - \frac{0.8}{2}t^2 \tag{4.2}$$

b) o gráfico das reservas em função do tempo



c) o momento em que as reservas atingem o seu valor máximo e o valor da reserva nesse instante

$$R' = 0 \tag{4.3}$$

$$90 - 0.8t = 0 \tag{4.4}$$

$$t = 112.5 anos \tag{4.5}$$

d) o momento em que as reservas do país acabarão

$$\Delta = 10^2 - 4.(-0.4).90 = 244 \tag{4.6}$$

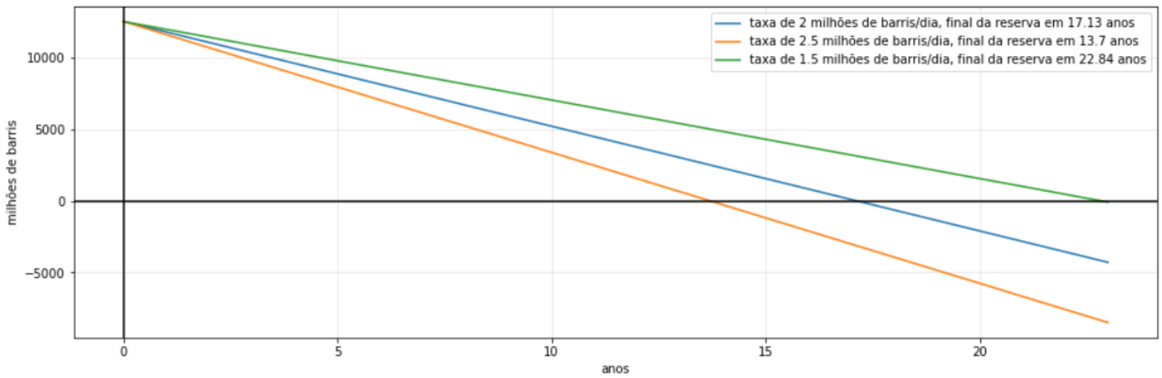
$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{244}}{-2 \cdot 0.4} \tag{4.7}$$

$$x_2 = 32.03 anos \tag{4.8}$$

Exercício 5

As reservas de petróleo do Brasil representavam, em 2007, 12,5 bilhões de barris de petróleo e a taxa de extração era de 2 milhões de barris/dia. Estime, em anos, a duração das reservas, considerando que esta taxa de extração de petróleo continue constante ao longo do tempo.
b) Faça um gráfico do volume de reservas de petróleo em função do tempo considerando que a taxa de descoberta de novos poços seja nula. c) Repita o item b considerando que a taxa de descoberta de novos poços de petróleo seja 2,5 milhões de barris/dia. d) Repita o item b considerando que a taxa de descoberta de novos poços de petróleo seja 1,5 milhões de barris/dia.

$$R(t) = 12.5 \cdot 1000 - 2 \cdot 365 \cdot t$$



Exercício 6

Considere que um país sem gás natural descubra uma província de petróleo que contenha gás natural associado e durante 30 anos a taxa de descoberta de novas reservas de gás natural seja constante e equivalha a 15 bilhões de m3 /ano. Após 30 anos, a taxa de descoberta de novas reservas cai drasticamente e pode ser considerada nula. Determine a evolução das reservas de gás natural deste país ao longo de 50 anos considerando que o coeficiente de extração de gás natural, λ, seja de $0,08ano^{-1}$

Se anos <= 30:

$$X_1(t) = \frac{F_0}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}) \tag{6.1}$$

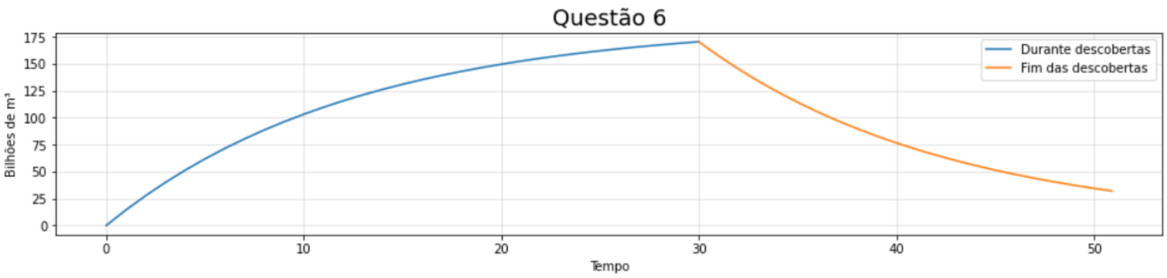
$$X_1(t) = \frac{15}{0.08}(1 - e^{-0.08t}) \tag{6.2}$$

Se anos > 30:

$$X_2(t) = X_1(30)(e^{-\lambda(t-30)}) \tag{6.3}$$

$$X_2(t) = X_1(30)(e^{-0.08(t-30)}) \tag{6.4}$$

$$\tag{6.5}$$

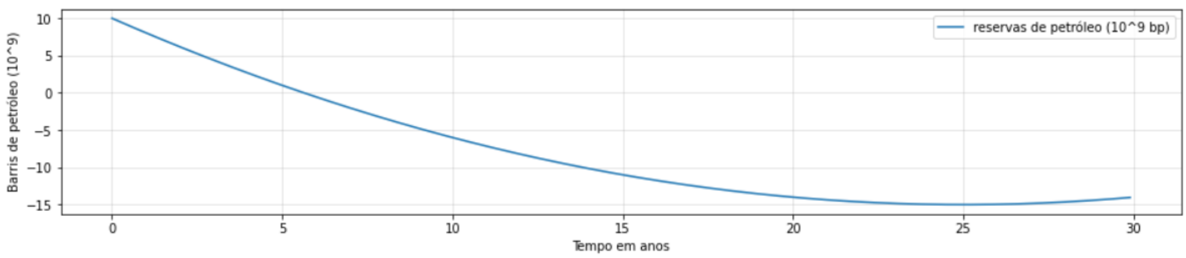


Exercício 7

Suponha que a taxa de extração de petróleo em um país possa ser aproximada como constante, $H(t) = H_0 = 2x10^9$ bp/ano e que a taxa de descoberta possa ser representada pela figura abaixo. Determine a evolução das reservas neste país entre 0 e 30 anos. Considere que no ano 0 as reservas de petróleo somavam 10 bilhões de barris de petróleo

$$X(t) = 10 + (\int \frac{2}{25} t) - 2t \tag{7.1}$$

$$X(t) = 10 + 0.04t^2 - 2t \tag{7.2}$$



Exercício 8

Suponha que seja possível modelar o comportamento temporal do crescimento natural da floresta amazônica segundo a função logística, isto é:

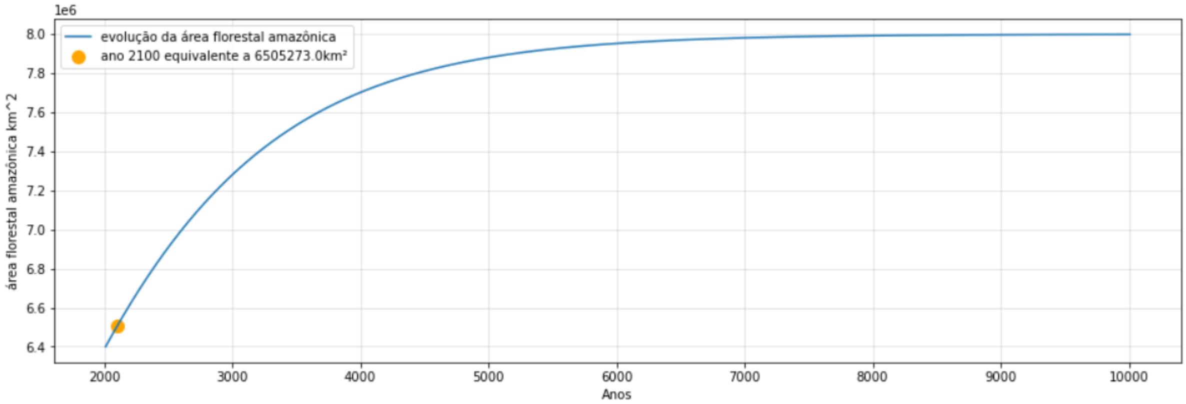
$$F(t) = \frac{dX}{dt} = rX(t)(1 - \frac{X(t)}{X_s}$$

onde r e Xs são os parâmetros descritivos importantes. Estes parâmetros podem ser determinados a partir de algumas observações da evolução temporal da área florestal amazônica. Por exemplo, a taxa de recuperação natural (regeneração) foi estimada em 2010 em 1200 km2 /ano; supõe-se que a floresta cobria uma área de aproximadamente 8 milhões de km2 em 1500 e que em 2010 cerca de 20% de sua área original já tinha sido desmatada. Determine, a partir dos dados acima:

a) a área da floresta em função do tempo, X(t), partir de 2010.

$$\begin{aligned}
X'(2010) &= rX(2010)(1 - \frac{X(2010)}{X_s}) && (8.1)\\
1200 &= r0.8 \cdot 8.10^6(1 - 0.8) && (8.2)\\
r = \frac{1200}{0.8 \cdot 8 \cdot 10^6(0.2)} &= 0.0009375/ano && (8.3)\\
X_s &= 8 \cdot 10^6 km^2 && (8.4)
\end{aligned}$$

b) a evolução da área florestal amazônica em função do tempo X(t), a partir de 2010, considerando que não haverá qualquer tipo de extração.



$$X' = rX(1 - \frac{X}{X_s}) \tag{8.5}$$

$$\frac{dX}{X(1 - \frac{X}{X_s})} = rdt \tag{8.6}$$

$$dX[\frac{1}{X} + \frac{1}{X_s - X}] = rdt \tag{8.7}$$

$$ln(X) - ln(X_s - X)|_{t=0}^{t=t} = rt \tag{8.8}$$

$$ln(X_s - X) - ln(X)|_{t=0}^{t=t} = -rt \tag{8.9}$$

$$ln(\frac{X_s - X(t)}{X_s - X(0)}) - ln(\frac{X(t)}{X(0)}) = -rt \tag{8.10}$$

$$ln(\frac{X_s - X(t)}{X_s - X(0)}\frac{X(0)}{X(t)}) = -rt \tag{8.11}$$

$$\frac{X_s - X(t)}{X_s - X(0)}\frac{X(0)}{X(t)} = e^{-rt} \tag{8.12}$$

$$\frac{X_s - X(t)}{X(t)} = \frac{X_s - X(0)}{X(0)}e^{-rt} \tag{8.13}$$

$$\frac{X_s}{X(t)} - 1 = \frac{X_s - X(0)}{X(0)}e^{-rt} \tag{8.14}$$

$$\frac{X_s}{X(t)} = 1 + \frac{X_s - X(0)}{X(0)}e^{-rt} \tag{8.15}$$

$$X(t) = \frac{X_s}{1 + \frac{X_s - X(0)}{X(0)}e^{-rt}} \tag{8.16}$$

$$X(t) = \frac{8 \cdot 10^6}{1 + 0.25e^{-0.0009375t}} \tag{8.17}$$

c-)

Exercício 9

Considere que no problema anterior há uma taxa de extração proporcional à quantidade de área florestal existente, com um coeficiente de extração $\lambda_e = 0,0005 ano^{-1}$. Determine:

a) O valor de equilíbrio da quantidade de reservas

$$X_{eq} = \frac{r - \lambda_e}{r} X_s \tag{9.1}$$

$$X_{eq} = \frac{0.0009375 - 0.0005}{0.0009375} 8 \cdot 10^6 \tag{9.2}$$

$$X_{eq} = 3,73 \cdot 10^6 \tag{9.3}$$

b) A evolução temporal da quantidade de reservas em função do tempo, X(t)

$$X' = (r - \lambda_e)X - r\frac{X^2}{X_s} \tag{9.4}$$

$$\frac{dX'}{(r - \lambda_e)X' - r\frac{X'^2}{X_s}} = dt' \tag{9.5}$$

$$a = (\frac{r}{(r - \lambda_e)X_s}) \tag{9.6}$$

$$b = (r - \lambda_e) \tag{9.7}$$

$$\frac{1}{X' - aX'}dX' = bdt' \tag{9.8}$$

$$\frac{1}{X' - aX'}dX' = \frac{dX'}{X'} + \frac{adX'}{1 - aX'} \tag{9.9}$$

$$\int_{X_0}^{X} \frac{1}{X'}dX' + \int_{X_0}^{X} \frac{a}{1 - aX'}dX' = \int_0^t bdt' \tag{9.10}$$

$$u = (1 - aX') \tag{9.11}$$

$$du = -adx \tag{9.12}$$

$$\int_{u_0}^{u} \frac{-1}{u}du \tag{9.13}$$

$$-ln(u)|_{1-aX_0}^{1-aX} ln(X)|_{X_0}^{X} - ln(u)|_{1-aX_0}^{1-aX} = bt \tag{9.14}$$

$$ln(\frac{X}{X_0}) + ln(\frac{1 - aX_0}{1 - aX}) = bt \tag{9.15}$$

$$ln(\frac{X}{X_0} \cdot \frac{1 - aX_0}{1 - aX}) = bt \tag{9.16}$$

$$X \cdot \frac{1 - aX_0}{1 - aX} = X_0e^{bt} \tag{9.17}$$

$$\frac{X}{1 - aX} = \frac{X_0e^{bt}}{1 - aX_0} \tag{9.18}$$

$$\frac{1 - aX}{X} = \frac{1 - aX_0}{X_0e^{bt}} \tag{9.19}$$

$$\frac{1}{X} - a = \frac{1 - aX_0}{X_0e^{bt}} \tag{9.20}$$

$$\frac{1}{X} = \frac{1 - aX_0}{X_0e^{bt}} + a \tag{9.21}$$

$$\frac{1}{X} = \frac{1 - aX_0 + a \cdot X_0e^{bt}}{X_0e^{bt}} \tag{9.22}$$

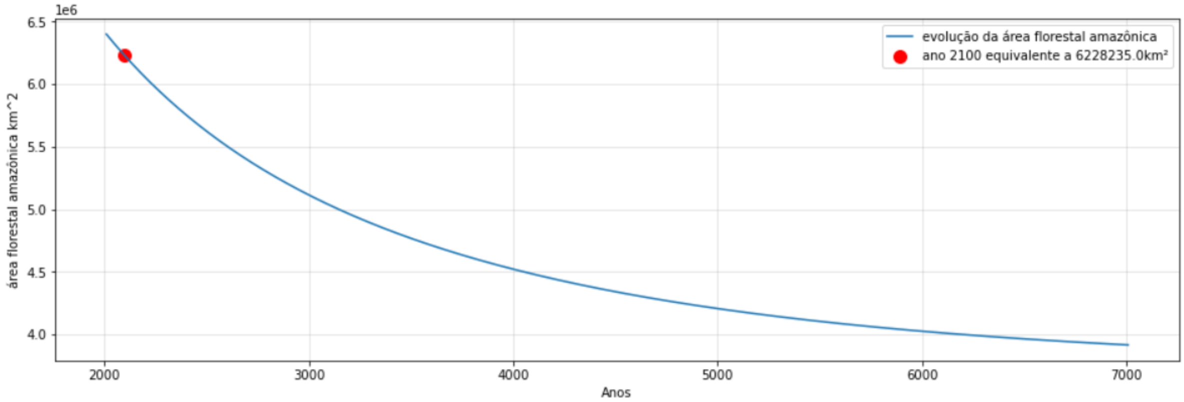
$$\frac{1}{X} = \frac{1 + a(-X_0 + X_0e^{bt})}{X_0e^{bt}} \tag{9.23}$$

$$X = \frac{X_0e^{bt}}{1 + aX_0(e^{bt} - 1)} \tag{9.24}$$

$$X = \frac{X_0e^{bt}}{1 + aX_0(e^{bt} - 1)} \tag{9.25}$$

$$X = \frac{X_0e^{(r-\lambda_e)t}}{1 + (\frac{r}{(r-\lambda_e)X_s})X_0(e^{bt} - 1)} \tag{9.26}$$

c-) O valor das reservas em 2100



Exercício 10

Parte da radiação térmica emitida pela superfície da Terra interage com os gases do efeito estufa presentes na atmosfera. Sabe-se que a taxa de absorção desta radiação é proporcional à concentração desses gases na atmosfera e também ao poder de aquecimento global desses gases. Suponha que f represente a fração do fluxo de calor emitido pela Terra, absorvida por estes gases e reemitida de volta para a superfície da Terra. a) A partir da figura abaixo, determine f. b) Suponha que a fração f seja proporcional à concentração de CO2 na atmosfera e dado por

$$f = \mu C$$

onde C é a concentração equivalente de CO2 dos gases de efeito estufa expressa em ppm. Se a concentração de CO_2 na atmosfera for 375 ppm, determine o valor de μ (não esqueça de informar a unidade). Dica: faça um balanço de energia em regime permanente.

a)

$$f = \frac{390 - 235}{390} = 0.397$$

b)

$$\mu = \frac{0.397}{375} = 0.0011 ppm^{-1}$$

Exercício 11

Considere que atualmente a taxa de emissão de CO2, um dos gases do efeito estufa, seja de 4,5 ppm/ano e que a capacidade de assimilação do planeta (remoção desses gases) possa ser representada por uma taxa percentual de 1 %/ano. a) Se em 2000 a concentração de CO2 era de 375 ppm, calcule esta concentração em 2060. b) Se o planeja não contribuísse com a remoção de CO2, qual seria a concentração em 2060?

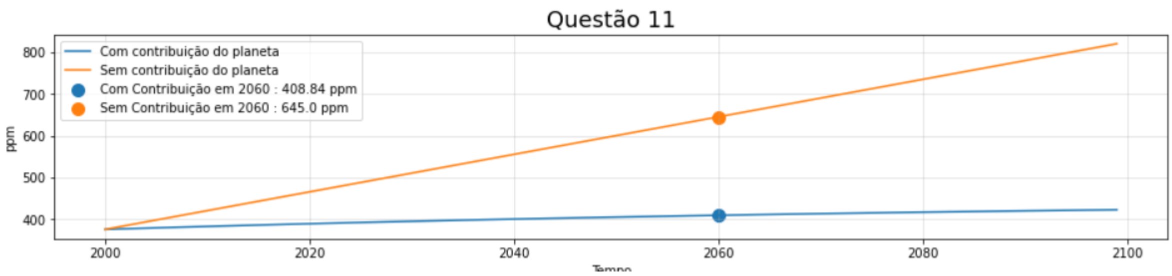
a)

$$X_1(t) = X_0 e^{-\lambda t} + \frac{F_0}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}) \tag{11.1}$$

$$X_1(t) = 375(e^{-0.01t}) + \frac{4.5}{0.01}(1 - e^{-0.01t}) \tag{11.2}$$

b)

$$X_1(t) = 375 + 4.5t$$



Exercício 12

Suponha que a concentração de CO_2 na atmosfera seja de 375 ppm e que a fração f das emissões terrestres que retornam à superfície devido ao efeito estufa seja 0,397. Estime o incremento na temperatura média da superfície terrestre se a concentração de CO2 na atmosfera crescer para 395 ppm.

Estado 1: $C_1 = 375$ $f_1 = 0,397$ Estado 2: $C_2 = 395$ $f_2 = \frac{425 \cdot 0,397}{375} = 0.418$

portanto:

$$
\begin{aligned}
q_1 &= C_1 \cdot f_1 = 154.83 \\
q_2 &= C_2 \cdot f_2 = 163.02 \\
\Delta q &= 8.2
\end{aligned}
$$

portanto:

$$
\begin{aligned}
q_f &= \Delta q + q_0 = 8.2 + 390 = 398.2 \\
T_2 &= (\frac{398.2}{5.67.10^{-8}})^{1/4} - 273.2 = 16.3 \\
\Delta T &= 16.3 - 14.7 = 1.6^{\circ} C
\end{aligned}
$$