Recursos Naturais Renováveis

Os recursos naturais renováveis são aqueles que são repostos ao longo do tempo pela natureza ou pela ação do homem. Esses recursos podem ser divididos em dois grupos:

- Recursos naturais cujos volumes são controlados pela natureza (peixes, algas, sol, água dos rios, florestas, etc);
- Recursos naturais cujos volumes são controlados pela ação do homem (plantações de biomassa para a produção de alimento ou energia, criação de animais, etc).

Cada recurso natural tem uma curva específica de taxa de renovação temporal, F(t). Consequentemente, o aproveitamento de diferentes recurso é realizado de forma diferente em cada caso.

1. Recursos naturais e a função logística

O aproveitamento de peixes e florestas representam um problema clássico na ecologia e de uso de recursos naturais. O comportamento da quantidade de recursos naturais segue a função logística. A Figura 2 mostra a evolução da quantidade de recursos naturais, X(t), em função do tempo. A função logística tem o seguinte comportamento: inicia com uma taxa de crescimento baixa que vai aumentado; em certo ponto a taxa de crescimento atinge um valor máximo, depois começa a declinar e chega finalmente um valor máximo com taxa de crescimento nula.

Na Figura 1, a quantidade de recursos naturais cresce com o tempo mas a taxa de crescimento depende da quantidade de recursos X(t). Há algumas características para serem observadas. Abaixo de certa população mínima, X_{mim}, pode ocorrer a extinção do recurso natural. Se a população atingir este nível, a quantidade de recursos irá decrescer e, eventualmente, extinguir. Há um nível de quantidade, X_M, no qual a taxa de variação dX/dt é máxima. Acima de X_M a quantidade começa a crescer em taxas menores. A quantidade, com o passar do tempo, se estabiliza em um valor máximo, X_s. As condições do meio como falta de nutrientes, condições adversas e quantidades elevadas inibem o contínuo crescimento da quantidade de recursos naturais.

No caso de plantações feitas pelo homem, a taxa de crescimento da biomassa depende da taxa de investimento dos empreendedores do setor. Normalmente, estas ações atendem a uma demanda geral da economia, seja para o consumo interno do país ou para exportação. Há, entretanto, limites como terras disponíveis, qualidade da terra e de fertilizantes, densidade de mudas plantadas por hectare, etc. Outros limites para os empreendimentos são disponibilidade de recursos financeiros, competição com outros produtores ou com outros bens agrícolas, imposições de movimentos sociais, etc. Portanto, a curva de X(t) em função do tempo também sofre limitações e, também, tende a seguir a curva logística.

A Figura 2 mostra o comportamento geral de plantações antrópicas em função do tempo. Há, portanto, um nível X_L limitante, acima do qual a função logística deve ser considerada e abaixo do qual, ela é desconsiderada. Nestes casos, o setor de exploração do recurso natural ainda é pequeno.

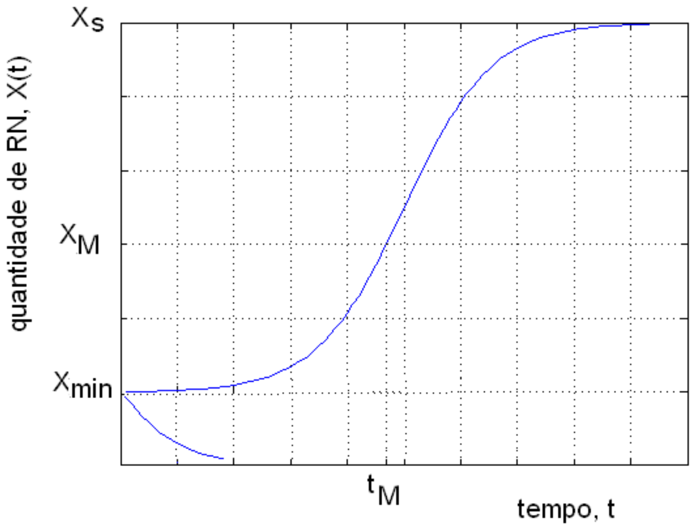


Figura 1 – Função logística representando a evolução da quantidade de recursos naturais renováveis.

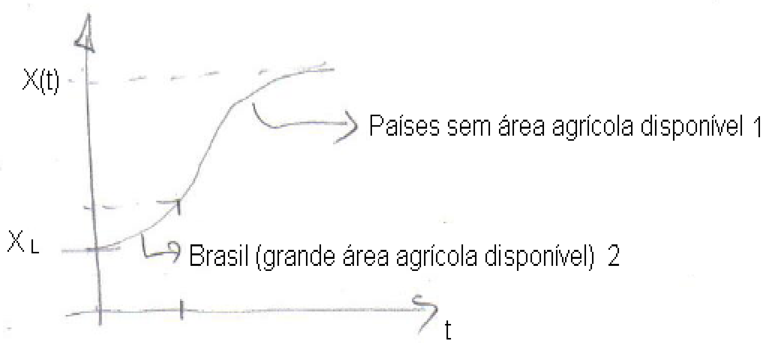


Figura 2 – Limite acima do qual o crescimento da quantidade de recursos naturais sofre impedimentos.

Para o caso da produção de biomassa energética no Brasil, podemos dizer Estados Unidos, Europa, China e Índia encontram-se acima do limite X_L. O Brasil, podemos dizer, está abaixo ou próximo do nível limitante X_L. Alguns países na África, Argentina e outros também estão nesta situação. Considerando as Eqs. 1 a 3 de AP-01, no Brasil podemos considerar que a taxa de extração de recursos naturais de biomassa seja dado por

$$F(t) = \lambda_p X(t) \tag{1}$$

onde λ_p é a taxa temporal de produção de biomassa.

2. Evolução temporal de recursos naturais sem limitações

A evolução dos recursos naturais renováveis sem limitações é a situação na qual X(t) < X_L, isto é, a quantidade é pequena para causar impedimentos ao seu crescimento ou reprodução. Utilizando as Eqs. 1 a 3 de AP-05, temos que o comportamento de X(t) pode ser obtido da solução de

$$X(0) = X_{mim}$$
$$F(t) = \lambda_p X(t)$$
$$H(t) = \lambda_e X(t)$$

$$\frac{dX}{dt} = F(t) - H(t) = (\lambda_p - \lambda_e) X(t) = \eta X(t)$$
$$onde \quad \eta = \lambda_p - \lambda_e \tag{2}$$

A solução deste problema é

$$X(t) = X_{mim} e^{\eta t}$$

O comportamento de X(t) obtido nas Eqs. 2 é mostrado na Figura 3. A evolução temporal de X(t) depende do valor de η que é a diferença entre as taxas de produção e de extração percentual de recursos naturais. Se η for positivo, isto é, a taxa de produção for maior que a taxa de extração, a quantidade de recursos naturais aumenta com o tempo exponencialmente. Se η for negativo, a taxa de extração é superior e a quantidade de recursos naturais diminui exponencialmente. A Figura 3 mostra as duas situações.

A situação de equilíbrio quando dX/dt = 0. Neste caso vemos que isto ocorre quando

$$\lambda_p = \lambda_e \tag{3}$$

isto é, quando as taxa percentuais de produção e de extração são iguais. Esta situação tende a ser procurada pelos empreendedores para perpetuar a extração ao longo do tempo.

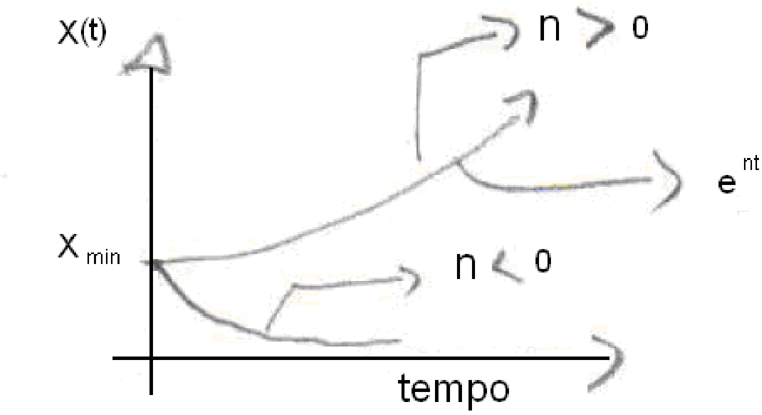


Figura 3 – Comportamento de X(t) sem limitações para crescimento. Quantidades de recursos naturais inferiores ao limite X_L

3. Evolução temporal de recursos naturais com limitações – retroalimentação

O crescimento da quantidade de um recurso natural renovável normalmente sofre limitações. Na maioria das vezes a taxa de produção ou crescimento do recurso natural tem uma limitação que é proporcional a quantidade de recurso natural. A forma mais fácil de representar esta situação é considerar que a taxa percentual temporal de crescimento do recurso natural não seja constante e que dependa da quantidade de recurso X(t). O comportamento proposto para F(t) é

$$F(t) = \lambda_p(X(t))\, X(t)\,. \tag{4}$$

A dependência de λ_p em relação a X pode variar em função do problema em estudo. Podemos pensar em uma representação de λ_p como uma função polinomial de X

$$\lambda_p(X) = a_0 - a_1 X - a_2 X^2 + ... \tag{5}$$

onde os coeficientes a_1, a_2 seriam tais que representassem os impedimentos para o crescimento da quantidade de recurso natural. Os coeficientes a_1, a_2, etc, são chamados de coeficientes de retroalimentação ou realimentação do problema, pois a quantidade X de recurso "realimenta" a evolução de X, neste caso de forma negativa. Para o caso simples de não haver impedimentos para o crescimento e λ_p constante, descrito na seção anterior, $a_1 = a_2 = a_3 = ... = 0$ e $a_0 = \lambda_p$. A situação de realimentação mais simples é considerar que somente a_1 não seja nulo. Neste caso temos que

$$\lambda_p(X) = a_0 - a_1 X. \tag{6}$$

Substituindo a Eq. 6 na Eq. 4 obtemos

$$F(t) = \left(a_0 - a_1 X(t)\right) X(t) = a_0 X(t)\left(1 - \frac{a_1}{a_0} X(t)\right). \tag{7}$$

Chamando de a_0/a_1 de X_s e substituindo a_0 por r a Eq. 7 fica

$$F(t) = rX(t)\left(1 - \frac{1}{X_s} X(t)\right). \tag{8}$$

A Eq. 8 descreve a derivada da função logística. O parâmetro r é chamado de taxa de reprodução natural do recurso natural. Quando a quantidade X(t) se aproxima do valor X_s, a taxa de produção tende a ser nula, pois a quantidade se estabiliza.

Para $X(t) \ll X_s$, a Eq. 8 fica

$$F(t) = rX(t) \tag{9}$$

que descreve o problema da seção 2 no qual ocorre crescimento de X(t) sem impedimentos.

Para $\frac{X(t)}{X_s} \gg 1$, a Eq. 8 fica

$$F(t) = -r\frac{X^2(t)}{X_s}. \tag{10}$$

Nesta situação F(t) é negativa, isto é, a taxa de produção do recurso natural é negativa e sua quantidade tende a reduzir com o tempo. Nesta situação, mesmo sem extração de recursos a quantidade tende a diminuir com o tempo, pois há condições limitantes no habitat. Neste caso, se não há extração a quantidade de recursos se estabiliza em X_s, a condição de equilíbrio, X_{eq},

$$X_{eq} = X_s \,. \tag{11}$$

X_s recebe o nome de quantidade de suporte do sistema de recurso natural em estudo. Seja qual for a situação inicial, a quantidade de recurso natural tende para X_s com o passar do tempo. Em condições de equilíbrio, X_s é a quantidade do recurso natural que o sistema suporta.

A Eq. 8, que fornece como solução a função logística, é a representação mais simples de realimentação para λ_p em função da quantidade de recursos, X. Ela é importante por modelar de forma simples os impedimentos que ocorrem para o crescimento contínuo dos recursos naturais.

A Eq. 8 pode ser escrita apenas como função de X para analisar o comportamento da taxa de produção de recurso natural em função da quantidade de recurso natural, isto é, levando em conta os efeitos de realimentação que impedem o crescimento contínuo de X

$$F(X) = rX\left(1 - \frac{1}{X_s} X)\right). \tag{12}$$

F(X) é um polinômio do 2º grau e tem raízes em X = 0 e X = X_s e é conhecido como modelo de Schaefer. A Figura 4 mostra F(X) em função da quantidade X. Notamos também que F(X), a taxa de produção do recurso natural, tem um máximo. Podemos obter este máximo derivando F(X) em relação a X e igualando a zero. Fazendo isto obtemos a quantidade X_M que fornece a máxima taxa de produção de recurso natural como

$$X_M = \frac{X_s}{2} \,. \tag{13}$$

Vemos que se a quantidade de recurso natural for igual a X_M, temos a máxima taxa de produção de recurso natural. Esta é a condição de maior taxa de extração do recurso natural em regime permanente, pois a taxa de reposição, F(X), será máxima.

A solução X(t) deste problema é a função logística mostrada na Figura 1. Substituindo X(t) em F(X), obtemos F(t). A Figura 5 mostra a taxa de produção do recurso natural em função do tempo. A integral de F(t) no tempo fornece a função logística.

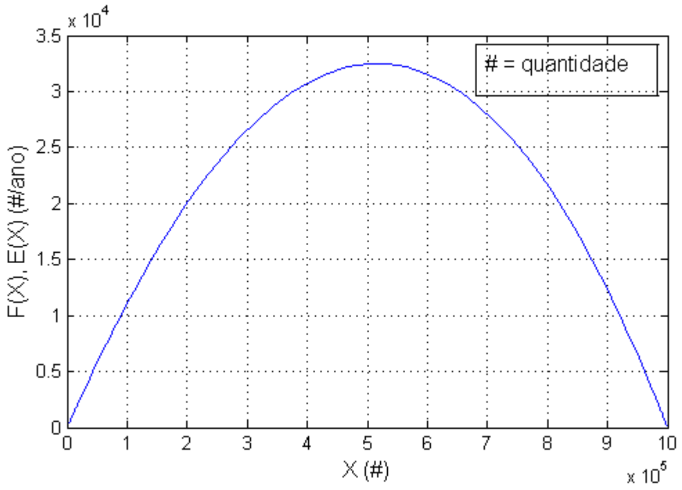


Figura 4 – F(X) em função da quantidade de recursos naturais, X

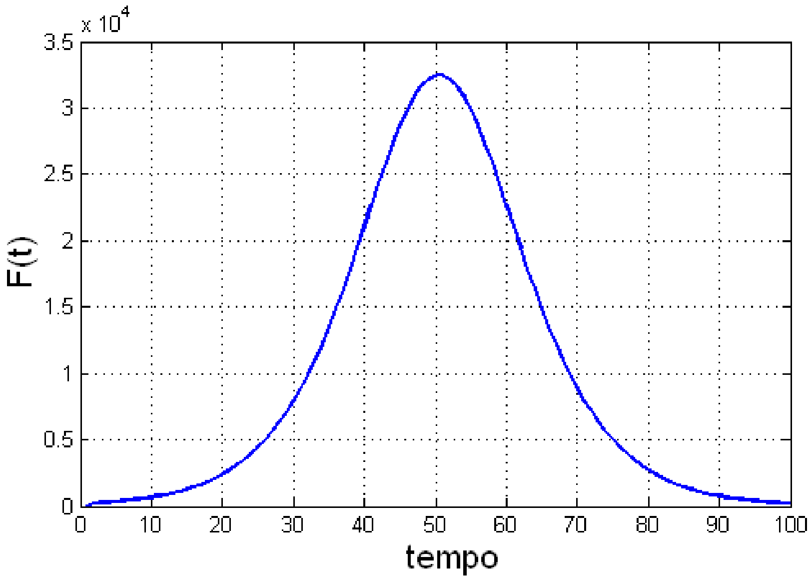


Figura 5 – Taxa de produção de recursos naturais em função do tempo

A Figura 4 não considerou que existe uma população mínima abaixo da qual F(X) é negativa e leva a extinção do recurso natural renovável. Considerando este aspecto, a Figura 5a mostra como seria F(X) levando em conta este aspecto. Para $X < X_{min}$, F(X) é negativa.

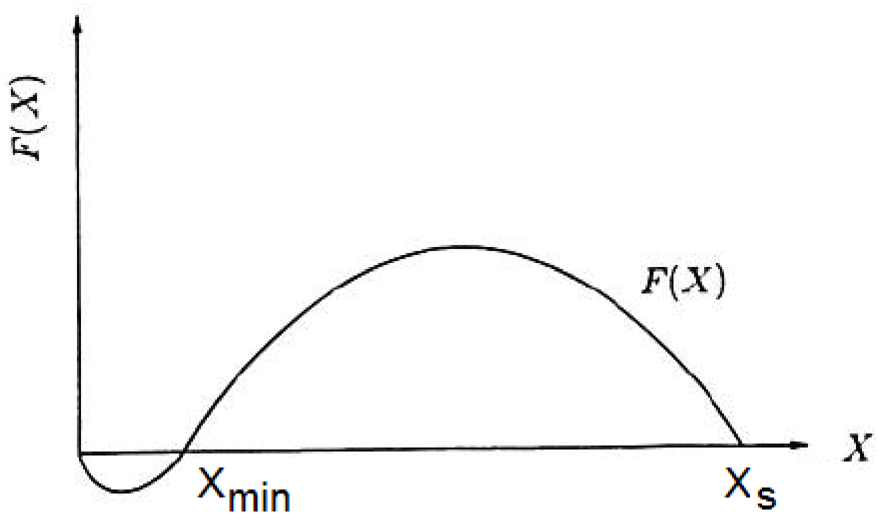


Figura 5a – F(X) levando em consideração a população X_{min} abaixo da qual F(X) é negativa e a população de recursos renováveis não é sustentável.

4. Extração de recursos naturais com limitação

A extração de recursos naturais com limitação deve ser tratada com o equacionamento da seção 3 incluindo a taxa de extração, H(t). A taxa de variação da quantidade de recursos naturais é dada por

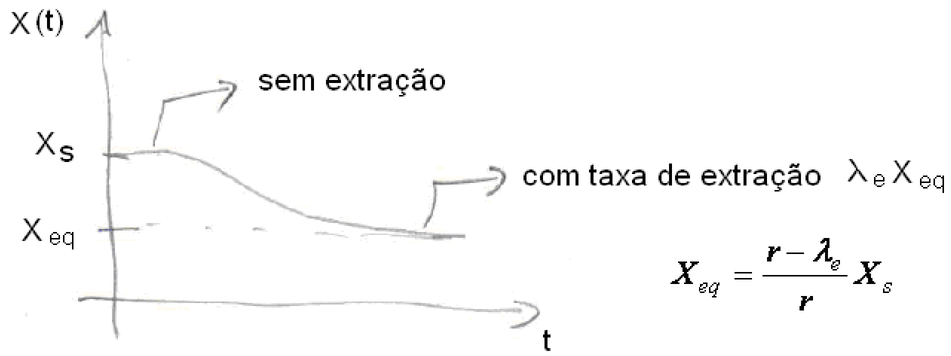
$$\frac{dX}{dt} = F(t) - H(t) = rX(t)\left(1 - \frac{X(t)}{X_s}\right) - \lambda_e X(t)$$

$$\frac{dX(t)}{dt} = (r - \lambda_e)X(t) - r\frac{X^2(t)}{X_s} \tag{14}$$

Podemos, de forma semelhante, analisar o problema para algumas situações. Primeiro vamos encontrar a situação de equilíbrio fazendo dX/dt = 0 na Eq. 14. Após alguma manipulação encontramos

$$X_{eq} = \frac{r - \lambda_e}{r} X_s \, . \tag{15}$$

Observando a Eq. 15 vemos que se não ocorre extração de recursos naturais, $\lambda_e = 0$, ela fica igual a Eq. 11 que representa a situação sem extração. Com uma taxa de extração, λ_e, constante chega-se a uma nova condição de equilíbrio inferior a X_s. A Figura 6 mostra as duas situações.



$$X_{eq} = \frac{r - \lambda_e}{r} X_s$$

Figura 6 – Comportamento de X(t) com limitações de crescimento e taxa de extração λ_e.

Se $\lambda_e = r$, $X_{eq} = 0$ na Eq. 15. Nesta situação ocorrerá a extinção do recurso natural. O aumento contínuo da taxa de extração leva a diminuição continuada da quantidade de recursos naturais existentes. Quando $X_{eq} < X_{min}$ ocorrerá a extinção do recurso natural.

5. Solução analítica da equação diferencial, Eq. 12

A Eq. 14 pode ser resolvida analiticamente utilizando frações parciais. A equação que queremos resolver é

$$\frac{dX(t)}{dt} = (r - \lambda_e)X(t) - r\frac{X^2(t)}{X_s}$$

com a condição inicial $X(0) = X_0$. Reescrevendo como

$$\frac{dX'}{(r - \lambda_e)X' - r\dfrac{X'^2}{X_s}} = dt' \qquad (16)$$

e após alguma manipulação obtemos

$$\frac{dX'}{X'\left(1-\frac{r}{(r-\lambda_e)X_s}X'\right)}=(r-\lambda_e)dt'. \tag{17}$$

Chamando $a=\frac{r}{(r-\lambda_e)X_s}$ e $b=\left(r-\lambda_e\right)$, a Eq. 17 fica

$$\frac{1}{X'\left(1-aX'\right)}dX'=bdt'. \tag{18}$$

O lado esquerdo da Eq. 18 é difícil de se integrar. Contudo, usando frações parciais, o lado direito pode ser escrito como

$$\frac{1}{X'\left(1-aX'\right)}=\frac{A}{X'}+\frac{B}{1-aX'}. \tag{19}$$

Para resolver a Eq. 19 vemos que seu numerador deve satisfazer $A+(B-Aa)X'=1$. Para que tal ocorra a parcela do lado direito independente de X' deve ser igual 1 e o fator que multiplica X' deve ser nulo. Assim obtemos que A = 1 e B = a. A Eq. 18 pode ser escrita como

$$\frac{1}{X'}dX'+\frac{a}{\left(1-aX'\right)}dX'=bdt'. \tag{20}$$

Agora os dois lados da Eq. 20 podem ser integrados com mais facilidade para resolver a equação diferencial. Integrando o lado direito entre 0 e t na variável t' e o lado esquerdo entre X_0 e X(t) temos

$$\int_{X_0}^{X}\frac{1}{X'}dX'+\int_{X_0}^{X}\frac{a}{\left(1-aX'\right)}dX'=\int_{0}^{t}bdt'. \tag{21}$$

A solução é

$$X(t) = \frac{X_0 e^{(r-\lambda_e)t}}{1 + \dfrac{r}{r-\lambda_e} X_0 \left(e^{(r-\lambda_e)t} - 1\right)} \tag{22}$$

A solução analítica acima é complexa e fornece a função logística mostrada na Figura 1. O problema deve ser resolvido numericamente para casos práticos em que F(X) seja qualquer.

6. Solução numérica da equação diferencial, Eq. 2

A Eq. 12 contempla o caso mais simples de realimentação para representar os impedimentos ao crescimento do recurso natural renovável. O problema mais geral é a Eq. 2 com λ_p variável. O problema é apresentado novamente abaixo

$$\frac{dX}{dt} = F(t) - \lambda_e X(t)$$

$$F(X(t)) = \lambda_p(X(t))X(t) \tag{23}$$

$$\text{Condição inicial} : X(0) = X_0$$

A forma mais simples de se resolver a Eq. 23 numericamente é através de um processo de marcha no qual o lado direito é aproximado tomando-se o valor do instante anterior e a derivada temporal é discretizada na forma de uma diferença entre intervalos de tempo subsequentes. Primeiro discretizamos o tempo em uma série de tempos discretos t_0, t_1, t_2, ..., t_n, t_{n+1}, ... Chamamos $X_n = X(t_n)$, $F_n = F(t_n)$, n=1, 2, ... Assim temos

$$\frac{X_{n+1} - X_n}{\Delta t_{n+1}} = F_n - \lambda_e X_n \,, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$F_n = \lambda_p(X_n) X_n \tag{24}$$

$$onde \;\; \Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$$

$$\text{Condição inicial} : \mathrm{X}_0 = X(0)$$

Para o caso de $\lambda_p(X) = r\left(1 - \frac{r}{X_s}X\right)$, a taxa de produção de recurso renovável, F_n, seria dada por

$$F_n = r\left(1 - \frac{r}{X_s}X_n\right)X_n \; . \tag{25}$$

No lado direito da Eq. 24 todos os termos são conhecidos pois são calculados em função de X_n que é conhecido. Assim X_{n+1} é dado por

$$X_{n+1} = X_n + \left[F_n - \lambda_e X_n\right]\Delta t_{n+1} \quad n = 0, 1, 2, ...$$
$$\text{Condição inicial}: X_0 = X(0). \tag{26}$$

A Eq. 26 é uma fórmula de recorrência na qual a partir de X_0 podem ser obtidos todos os demais X_n, n = 1, 2, 3, ... O mais interessante é que qualquer tipo de retroalimentação pode ser considerada no termo $\lambda_p(X)$. Para que esta solução numérica seja mais precisa o intervalo de tempo deve ser suficientemente pequeno. O intervalo de tempo deve satisfazer $\Delta t_n << 1/r$ e $\Delta t_n << 1/\lambda_e$.

7. Paralelo com a produção de biomassa antrópica

A produção antrópica de biomassa segue as mesmas regras discutidas acima. Consideremos que X(t) seja a quantidade de biomassa produzida pelo homem em uma dada área. A quantidade X não pode crescer indefinidamente e o sistema também apresenta uma quantidade de suporte K. Se $X >> X_s$ pode ocorrer um desequilíbrio irreversível do meio ambiente para a biomassa e outras espécies. Portanto, o empreendedor deve manter sempre

$$X(t) < X_s \tag{14}$$

e X_s deve ser definido em função de todas as espécies.

Além das questões naturais o empreendedor deve considerar outros impedimentos para o crescimento da quantidade de recursos naturais. A sociedade impõe limites e regulação para a taxa de exploração do recurso natural que tendem a diminuir a taxa de retorno do empreendimento.

Referências

1. David Pearce e R. Kerry Turner, Economics of natural resources and the environment, Ed. Pearson Education, Harlow, Inglaterra, pag. 271, 1990.

2. P. H. May, Maria C. Lustosa e Valéria da Vinha, Economia do meio ambiente – teoria e prática, Ed. Campus, Rio de Janeiro, Brasil, pag. 33, 2003.