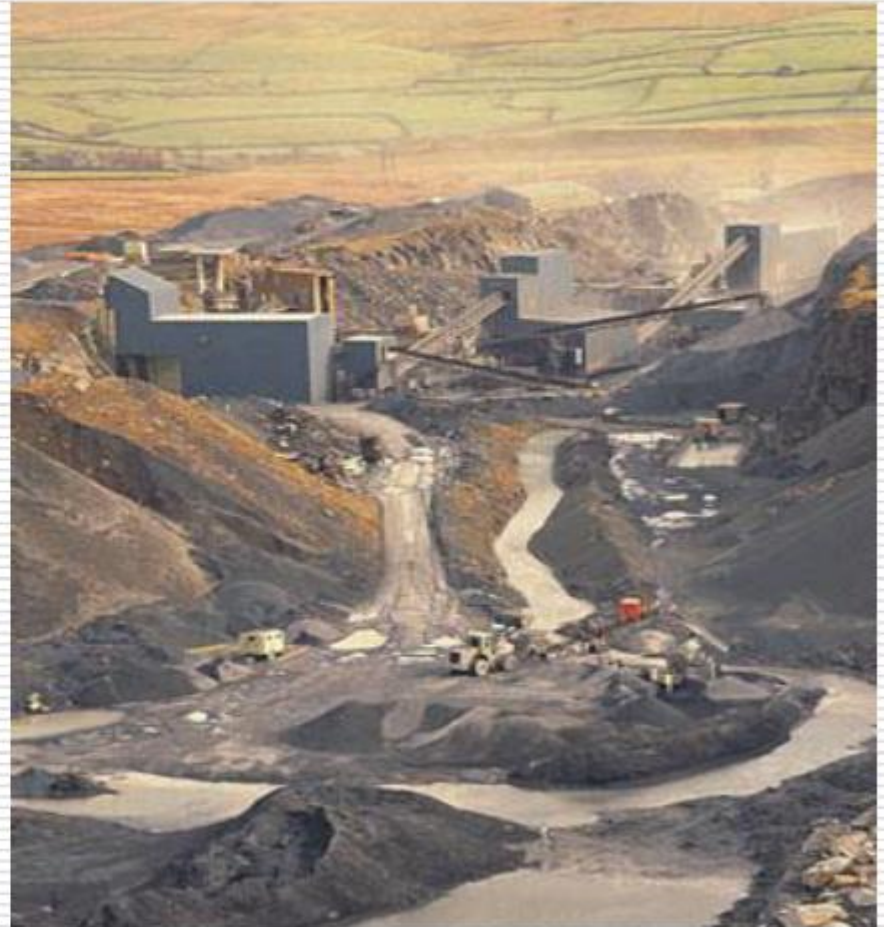


## **Exploração dos recursos energéticos não renováveis**

# Exploração econômica de recursos naturais não-renováveis

---



---

Fonte: Notas de aula do Prof. João Manoel Losada Moreira – UFABC ENE 2425 2018  
<https://sites.google.com/site/en2416energiaambientesociedade/>

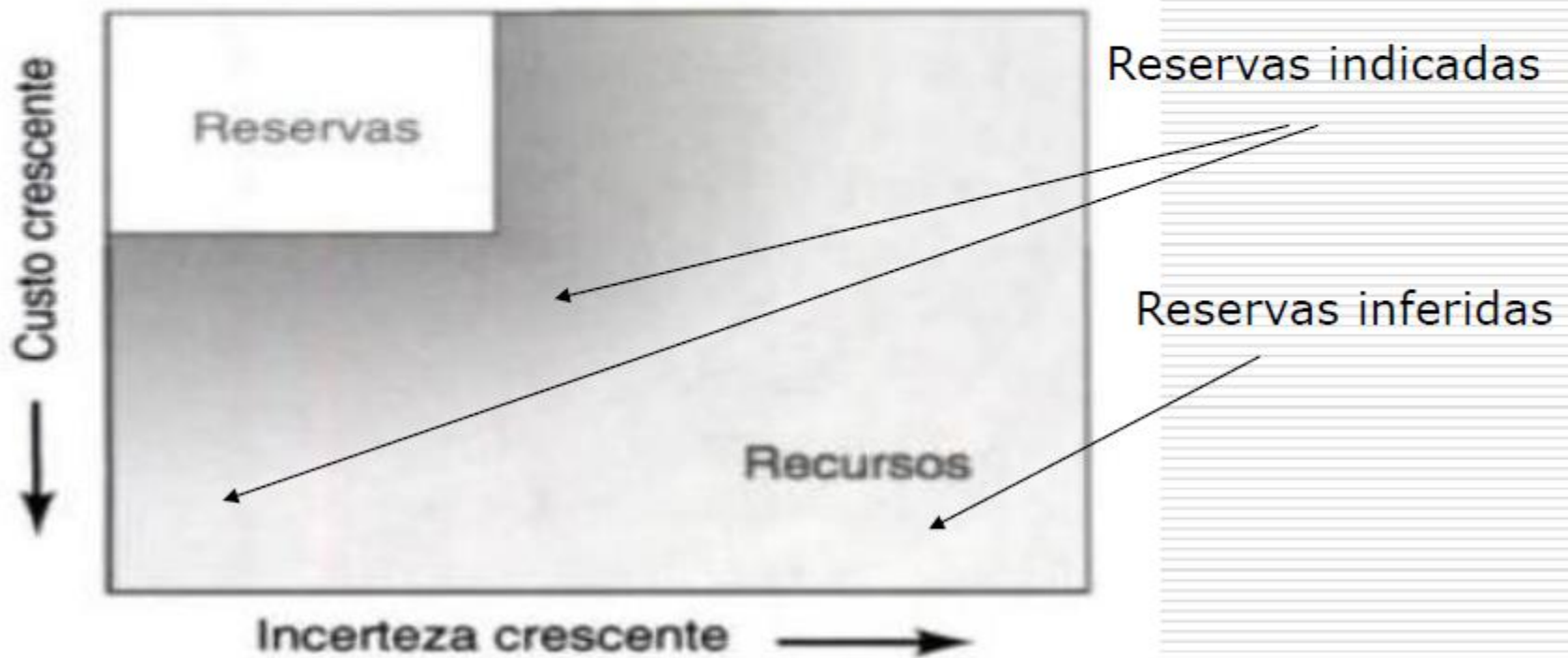
# Reservas e recursos energéticos

---

- Recursos são quantidades de energéticos (podem ser minérios ou outras substâncias da natureza) que podem ser utilizadas para algum fim útil.
- Reservas são recursos bem conhecidos por meio de prospecção e que podem ser recuperados a **preços atuais com tecnologias atuais**.
- Classificação de reservas
  - Reservas comprovadas – (definição acima)
  - Reservas indicadas – são recursos recuperáveis de jazidas conhecidas a partir do melhoramento das técnicas de recuperação.
  - Reservas inferidas – são os depósitos esperados em jazidas identificadas, porém ainda não quantificadas.

# Recursos e reservas

---



Fonte: Notas de aula do Prof. João Manoel Losada Moreira – UFABC ENE 2425 2018  
<https://sites.google.com/site/en2416energiaambientesociedade/>

# Estimativa das reservas

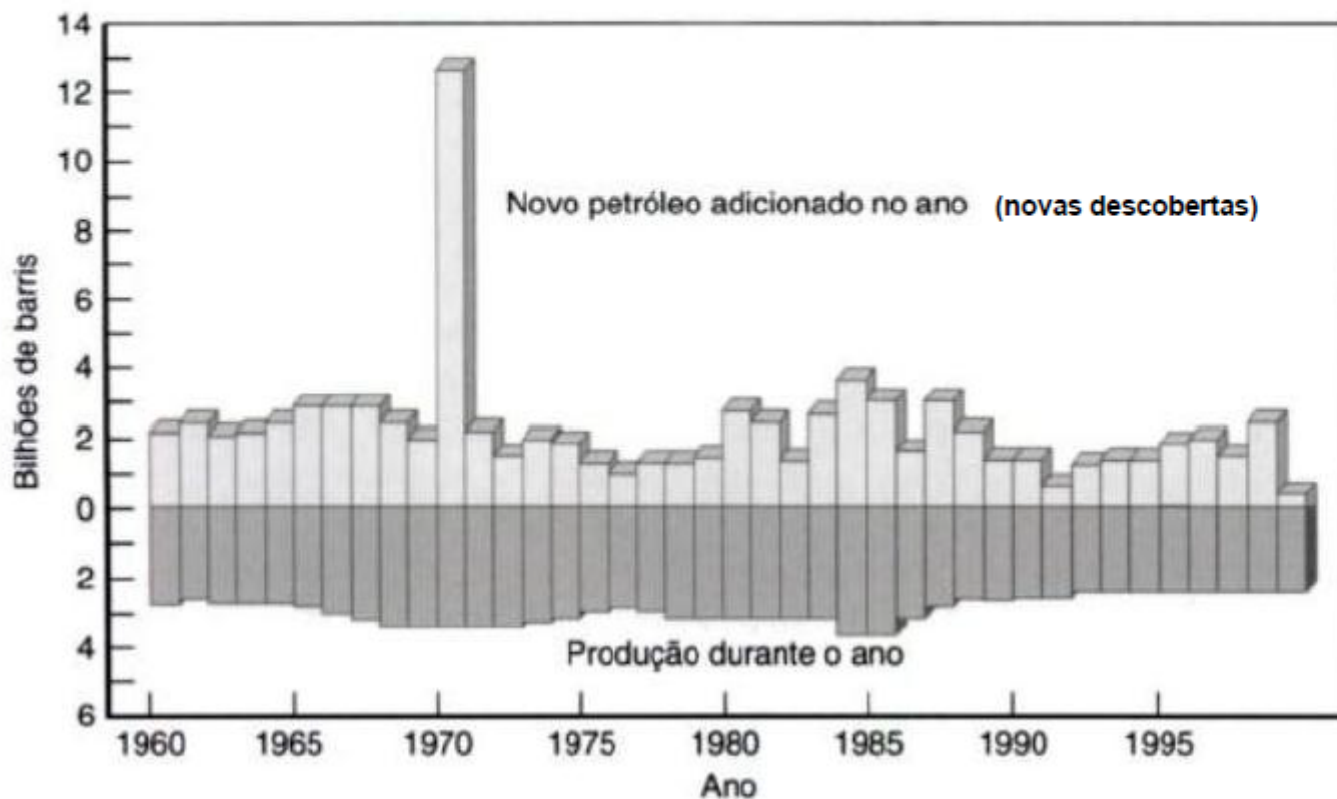
---

- As reservas são estimadas por meio de medidas e quantificadas
- As reservas podem ser também estimadas por meio de modelos que levam em consideração que:
  - Início da exploração do recurso cresce rapidamente devido a sua abundância.
  - A taxa de consumo segue um crescimento exponencial
  - Os recursos de maior facilidade e menor custo de exploração são exauridos primeiro.
  - A taxa de exploração atinge um pico e depois diminui com o aumento dos custos de exploração e a competição de substitutivos.
- Etanol é um substitutivo.



# Incremento nas reservas de petróleo e produção (consumo das reservas)

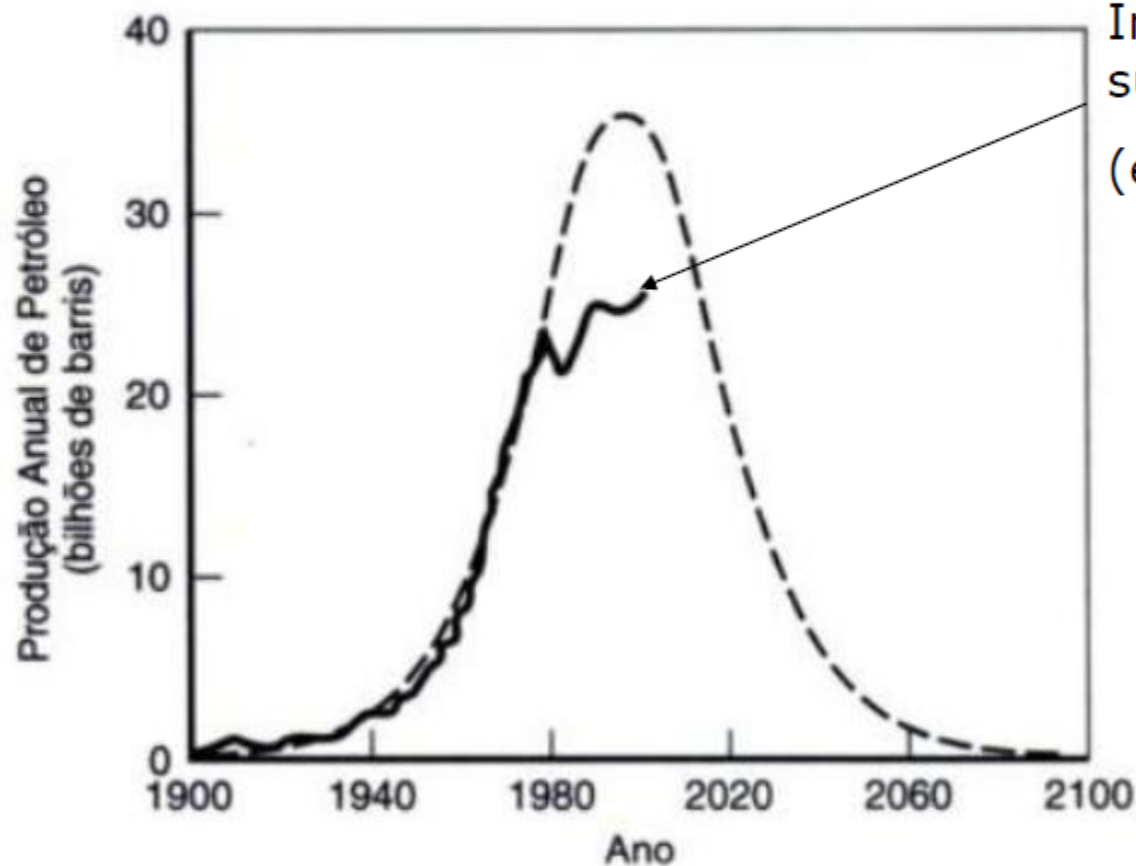
## Situação dos EUA - medições



**Consumo maior que novas descobertas**

# Curva de Hubbert para a produção mundial de petróleo

(modelo de comportamento da exploração)



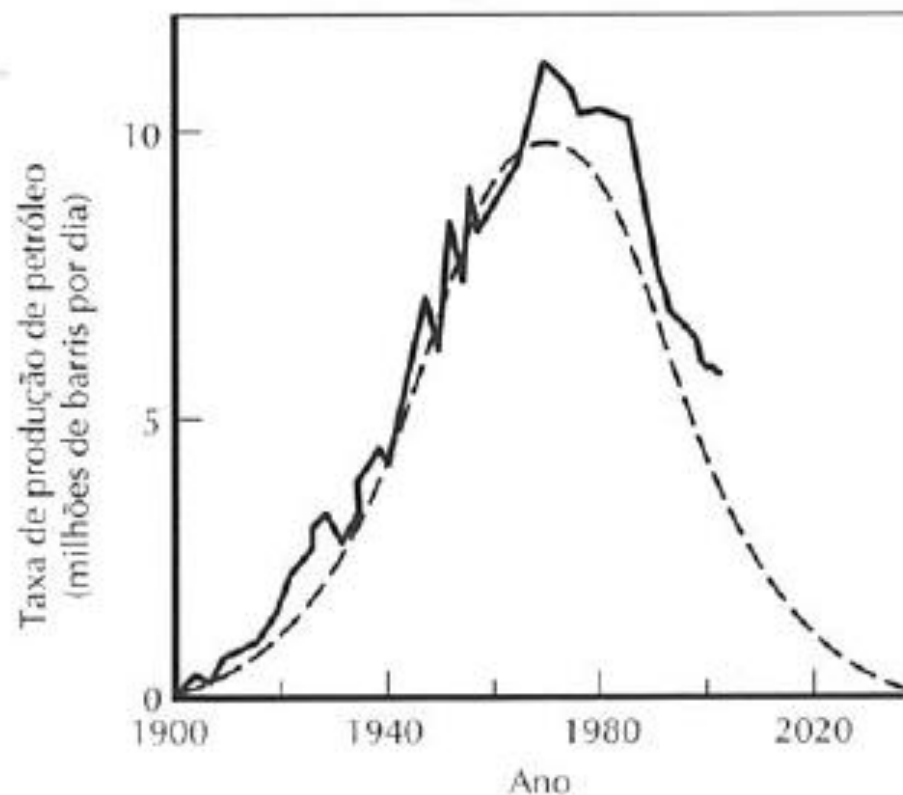
Introdução de substitutivos  
(etanol, biodiesel)

Pico de produção de petróleo já teria ocorrido!

Em 2060 a produção seria pequena.

**FIGURA 1.19**

PRODUÇÃO DE PETRÓLEO DOS ESTADOS UNIDOS. COMPARAÇÃO DA ESTIMATIVA (HUBBERT) DA CURVA DE PRODUÇÃO (LINHA PONTILHADA) E DA PRODUÇÃO REAL (LINHA CONTÍNUA).

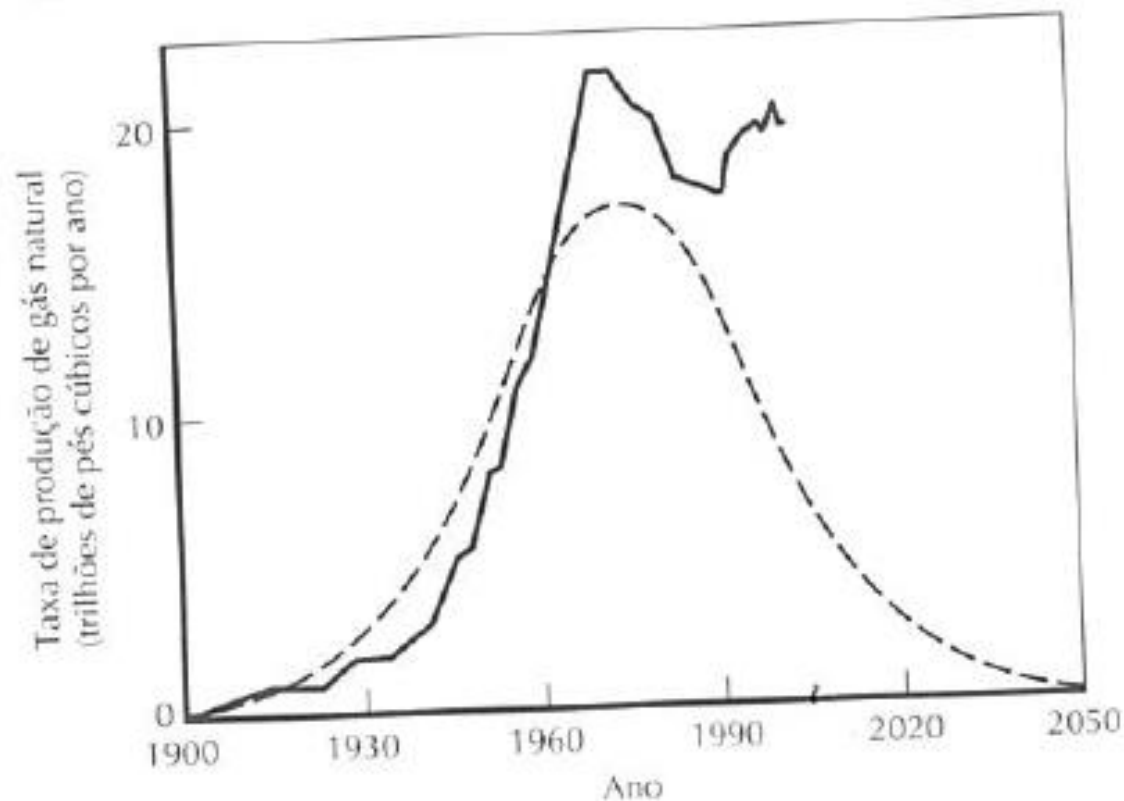


Fonte: Hinrichs, Kleinbach e Reis (2015)



FIGURA 1.20

PRODUÇÃO DE GÁS NATURAL DOS ESTADOS UNIDOS: COMPARAÇÃO DA ESTIMATIVA (HUBBERT) DA CURVA DE PRODUÇÃO (LINHA PONTILHADA) E DA PRODUÇÃO REAL (LINHA CONTÍNUA).



Fonte: Hinrichs, Kleinbach e Reis (2015)

**TABELA 7.1**

RESERVAS COMPROVADAS MUNDIAIS E AMERICANAS: 2008.

	Mundial	Estados Unidos	Tempo de vida*
Petróleo	$1.342 \times 10^9$ bbl $7,7 \times 10^{18}$ Btu	$29 \times 10^9$ bbl $0,13 \times 10^{18}$ Btu	10 anos
Gás natural	$6.254 \times 10^{12}$ pé <sup>3</sup> $6,1 \times 10^{18}$ Btu	$239 \times 10^{12}$ pé <sup>3</sup> $0,24 \times 10^{18}$ Btu	12 anos
Carvão	$0,93 \times 10^{12}$ tons $23 \times 10^{18}$ Btu	$0,26 \times 10^{12}$ tons $6,3 \times 10^{18}$ Btu	230 anos
Areia betuminosa	$575 \times 10^9$ bbl $2,9 \times 10^{18}$ Btu	$32 \times 10^9$ bbl $0,17 \times 10^{18}$ Btu	12 anos
Óleo de xisto	$3.300 \times 10^9$ bbl $18 \times 10^{18}$ Btu	$2.000 \times 10^9$ bbl $11 \times 10^{18}$ Btu	800 anos

\*Razão entre as reservas e a taxa de produção americanas em 2008.

Fonte: Uscia.

# PETRÓLEO



O petróleo tem sua origem na decomposição de matéria orgânica, geralmente a fauna marinha, que é convertida em petróleo ao longo de milhões de anos, sob altas pressões e temperaturas associadas ao soterramento profundo sob sedimentos oceânicos.

O petróleo formado nessas condições pode migrar por rochas adjacentes, formando depósitos, os quais são encontrados em rochas sedimentares, como arenito, xisto e calcário, da mesma forma que uma esponja absorve a água.

## Alguns dados sobre o petróleo

- Primeiro poço comercial na Pensilvânia em 1859
- O piche de asfalto já era utilizado no Egito e na Babilônia em 2500 a.C.
- Chineses perfuravam poços em 1000 a.C. para aquecimento e iluminação
- Seu uso aumentou a partir de 1859 devido à alta do óleo de baleia

## **Composição, origem e extração do petróleo**

Mistura de óleo bruto, gás natural em solução e semissólidos asfálticos espessos e pesados.

Importante: todo depósito de petróleo tem contém gás natural, mas nem todo depósito de gás contém petróleo.

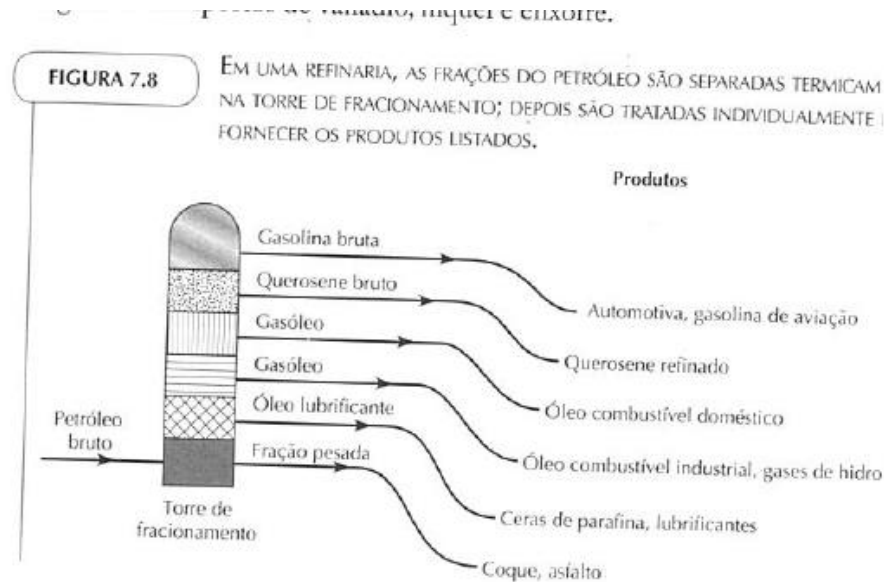
Quimicamente, o petróleo é uma mistura complexa de hidrocarbonetos (compostos de hidrogênio e carbono), com uma razão média de H para C de 1 para 7 em massa.

Alguns compostos possuem apenas um átomo de C, enquanto outros apresentam até 100 átomos de C.

Não se encontrou 2 amostras de petróleo com a mesma mistura de componentes.

# Produtos do petróleo

Principal processo: destilação em torre de fracionamento.



Fonte: Hinrichs, Kleinbach e Reis (2015)

A maior parte dos produtos que saem da torre devem sofrer tratamento químico e/ou térmico.

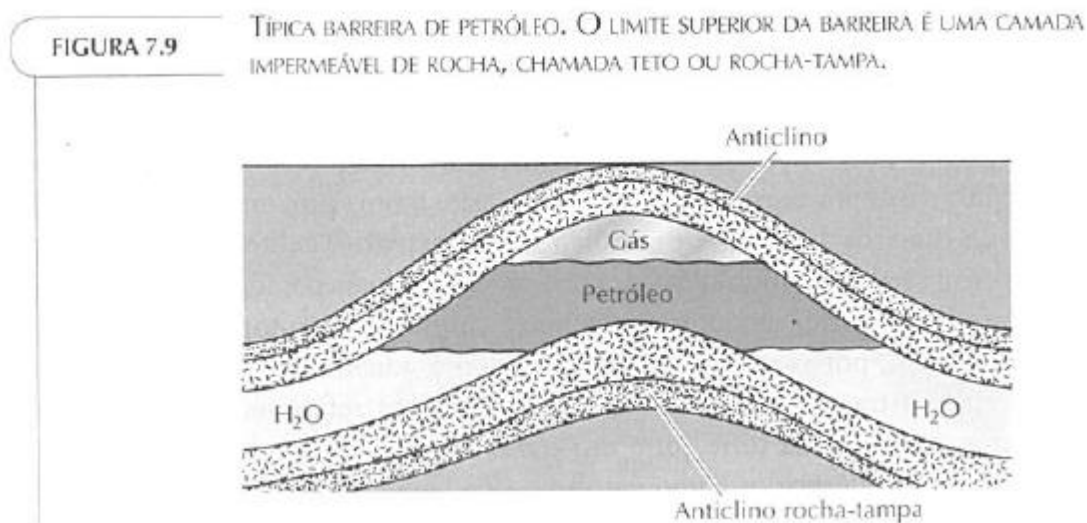
A gasolina é o derivado mais importante (45% da produção). Também são produzidos metano, etano, benzeno e tolueno, utilizados na produção de fertilizantes, plásticos, solventes, nylon, borracha sintética etc.



# PROSPECÇÃO DO PETRÓLEO

Para que o petróleo não escape, é essencial que o reservatório esteja coberto por uma rocha impermeável não porosa que vai atuar como uma barreira. A barreira natural mais comum é o anticlino. Outro tipo de barreira é o domo de sal.

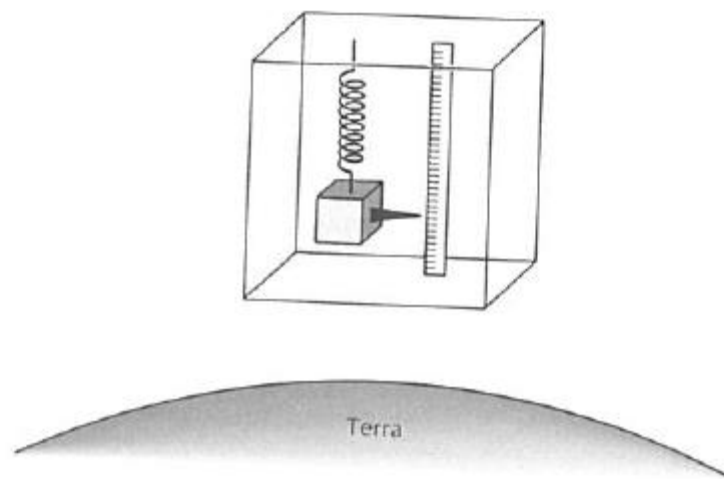
Por isso, a procura de petróleo tem se concentrado na busca de tais domos de sal ou anticlinos.



Fonte: Hinrichs, Kleinbach e Reis (2015)

FIGURA 7.23

UM MEDIDOR DE GRAVIDADE. A FORÇA QUE ATUA SOBRE A MASSA TENSIC A MOLA. AS VARIAÇÕES NA DENSIDADE LOCAL DA TERRA PODEM SER MEDID OBSERVANDO-SE AS VARIAÇÕES NA POSIÇÃO DO PONTEIRO.

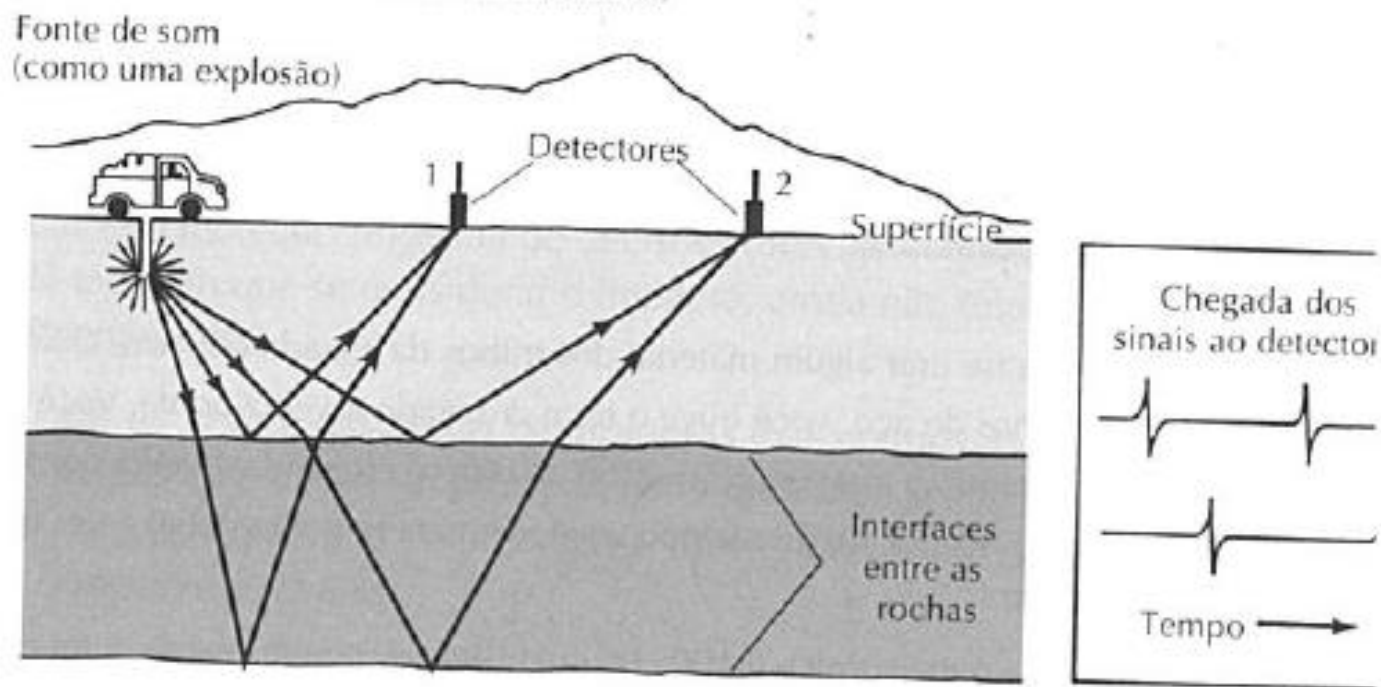


Fonte: Hinrichs, Kleinbach e Reis (2015)

**FIGURA 7.28**

PROSPECÇÃO SÍSMICA DO PETRÓLEO. A CHEGADA DAS ONDAS SONORAS AOS DETECTORES, APÓS SUA REFLEXÃO E SUA REFRAÇÃO A PARTIR DAS FRONTEIRAS AS ROCHAS SUBTERRÂNEAS, FORNECERÁ INFORMAÇÕES ACERCA DA ESTRUTURA GEOLÓGICA CIRCUNDANTE; SE OS EXPLORADORES TIVEREM SORTE, ELA REVELARÁ PRESENÇA DE RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO.

(Fonte: American Petroleum Institute.)



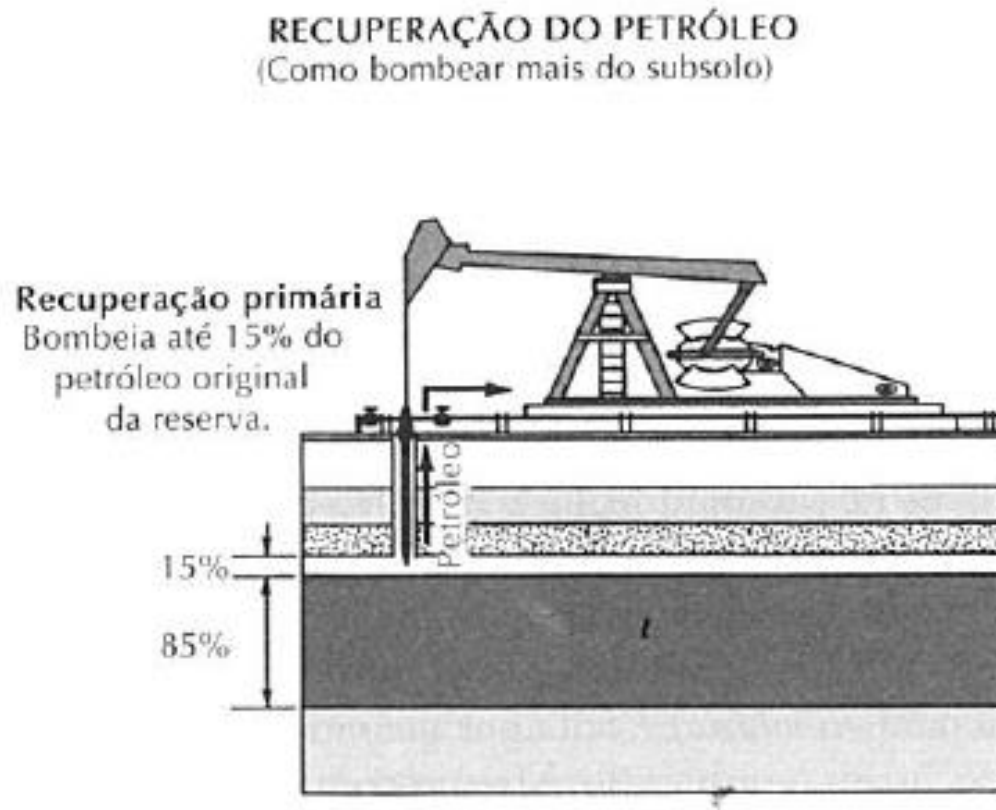
Fonte: Hinrichs, Kleinbach e Reis (2015)

A recuperação do petróleo pode ser primária, secundária ou terciária.

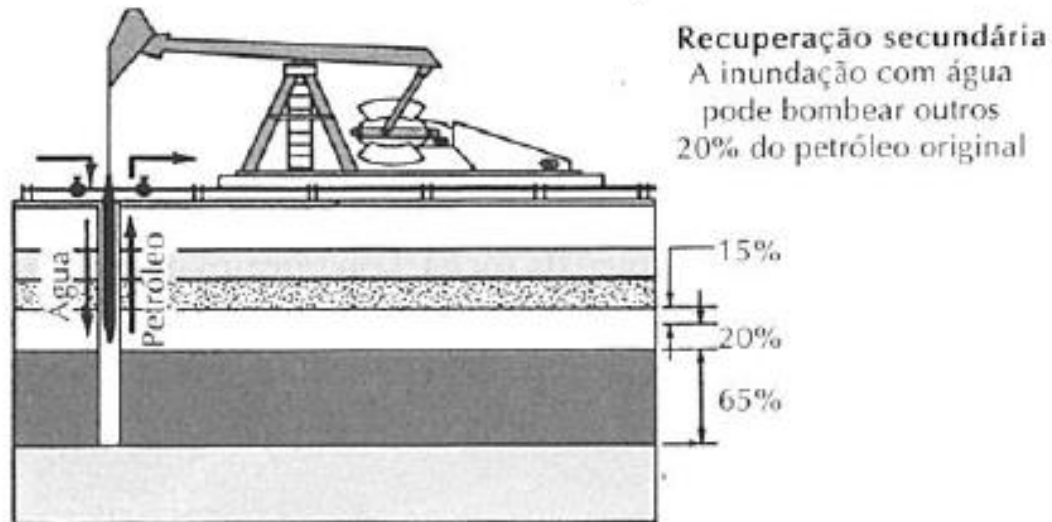
**FIGURA 7.10**

**MÉTODOS APERFEIÇOADOS DE RECUPERAÇÃO.**

(Fonte: US DOE.)

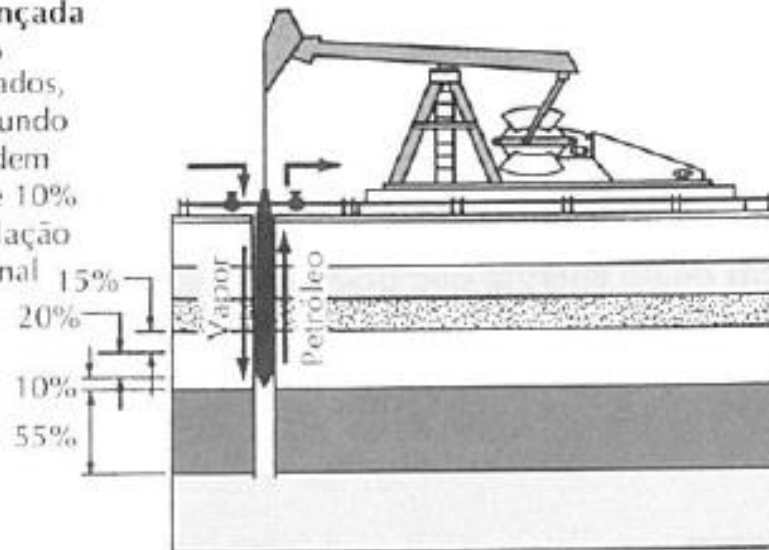


Fonte: Hinrichs, Kleinbach e Reis (2015)



**Recuperação avançada do petróleo**

Processos avançados, como vapor profundo (huff & puff) podem produzir cerca de 10% adicionais em relação à quantia original



A perfuração no mar é até 10 vezes mais cara que na superfície, mas tem sido considerada uma alternativa. Por exemplo, o Pré-Sal.



Os combustíveis derivados do petróleo também podem ser obtidos indiretamente através de outras fontes, como carvão, xisto, areia betuminosa



# GÁS NATURAL

O gás natural é uma mistura de hidrocarbonetos leves, principalmente metano ( $\text{CH}_4$ ). Ele também é formado a partir da decomposição da matéria orgânica. Pode estar associado ao petróleo ou não associado.

O gás natural tem razoável disponibilidade, baixo custo e queima mais limpa que outros combustíveis fósseis. Emite 66% em relação ao carvão e 60% em relação ao petróleo.

É utilizado de muitas formas, como transporte, calefação, aquecimento de água, combustível para geração de eletricidade, para caldeiras industriais e como matéria prima para a indústria química (fertilizantes, amônia, plásticos, borracha, etc.).

Um problema do gás natural é o fato de as reservas estarem distantes dos pontos de consumo. Para isso, utiliza-se o GNL, que é gás natural a  $-162\text{ }^{\circ}\text{C}$  que ocupa volume 600 vezes menor.

A Inglaterra contratou 25% da geração termoelétrica a partir de GNL.

O gás natural também pode ser encontrado aprisionado em jazidas de carvão, no xisto devoniano ou em areias.

Nos dois últimos casos, esses materiais devem ser perfurados para permitir a extração do gás, o que é feito normalmente com a utilização de explosivos ou injeção de água a alta pressão no poço, em um processo denominado fraturamento hidráulico. O gás proveniente é chamado gás de xisto.

Substâncias químicas utilizadas no fraturamento hidráulico podem contaminar o solo.

O gás natural também pode ser extraído a partir de hidratos, que são moléculas de metano aprisionadas na estrutura cristalina da água congelada.

# CARVÃO MINERAL

O carvão mineral é um combustível fóssil proveniente da decomposição vegetal. A turfa (vegetal) entra em decomposição e sofre o efeito da pressão de sedimentos e do calor por milhões de anos, dando origem a um material rochoso com elevada densidade energética de cor escura, o qual denominamos carvão.

O carvão em geral é encontrado na superfície ou logo abaixo dela, no máximo a algumas centenas de metros mas em geral a algumas dezenas de metros da superfície. Para remover esse carvão é necessário remover a terra superficial, o que é causa de diversos impactos ambientais, como será tratado mais adiante nesse curso.

A qualidade do carvão está relacionada com a quantidade de carbono no material. Em geral, quanto mais carbono e menos água, melhor é o carvão.

O carvão mineral é utilizado principalmente na indústria, como fonte de calor e como reagente para produção de aço e também na geração termelétrica. A queima do carvão libera enormes quantidades de gases de efeito estufa e enxofre (dependendo da qualidade desse carvão).

**TABELA 7.3**

CLASSIFICAÇÃO DO CARVÃO.

Classificação	Carbono (%)	Conteúdo Energético (Btu/lb)
Lignito	30	5.000–7.000
Sub-betuminoso	40	8.000–10.000
Betuminoso	50–70	11.000–15.000
Antracito	90	14.000

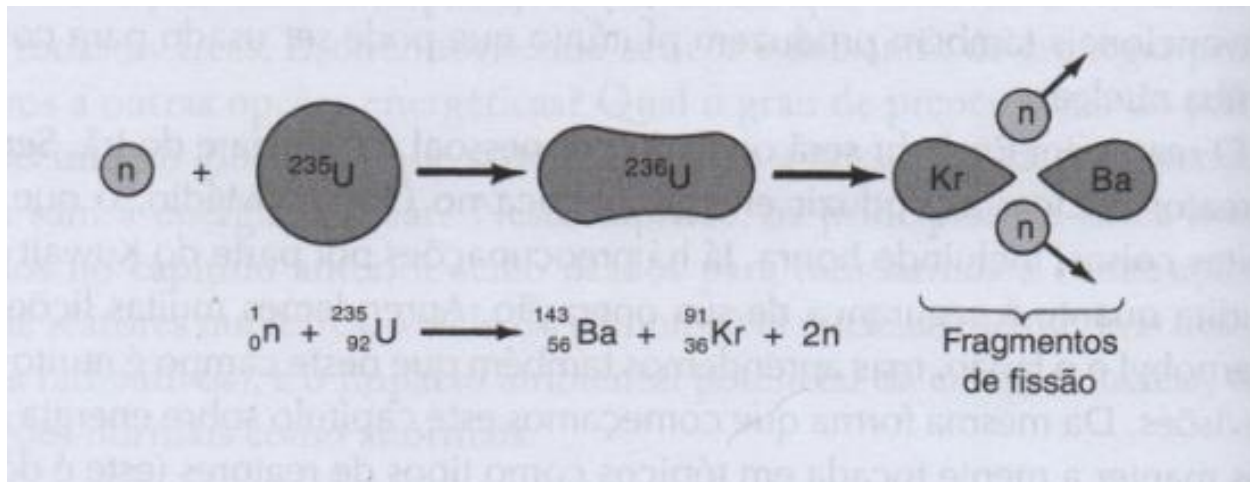
Fonte: P. Averitt, *U.S. Geological Survey Bulletin*, 1412 (1975).

Fonte: Hinrichs, Kleinbach e Reis (2015)

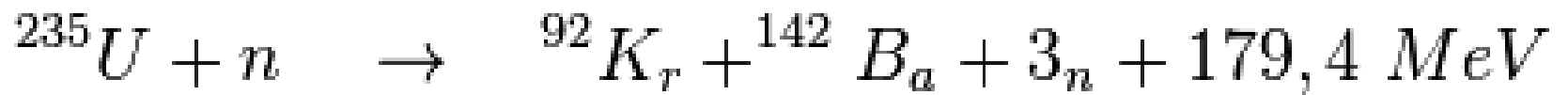
## MATERIAIS FÍSSEIS

Na fissão nuclear, ocorre a “quebra” de um átomo maior em outros menores, devido à incidência de nêutrons, com liberação de enorme quantidade de energia.

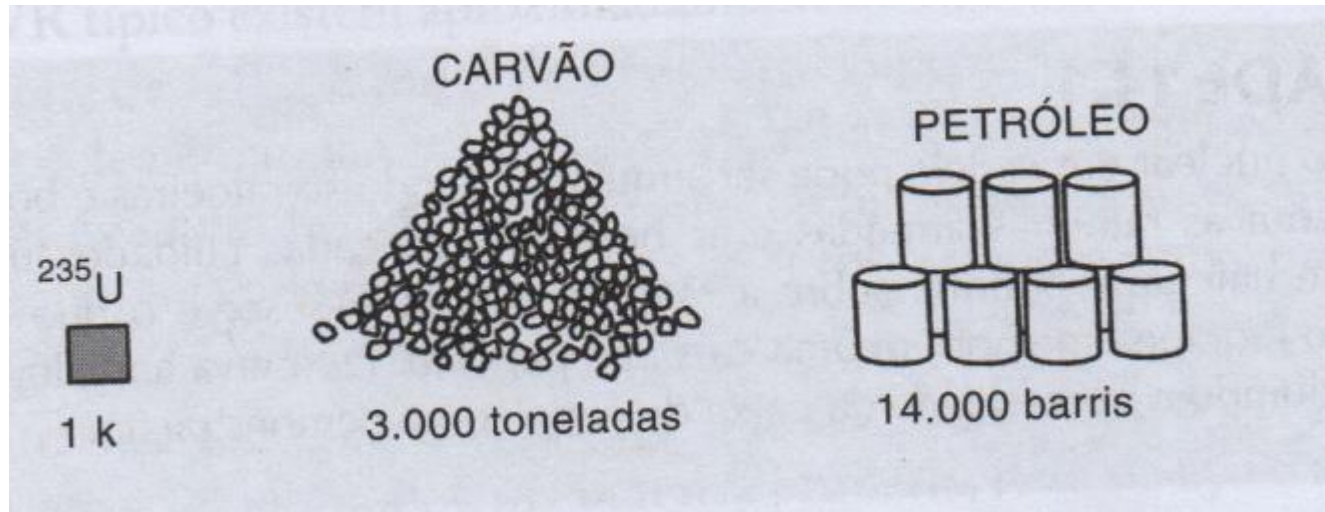
A reação típica do Urânio 235, material físsil mais utilizado, é:



Fonte: Hinrichs, Kleinbach e Reis (2014)



A reação é exotérmica e libera 25 milhões de vezes mais energia que na combustão do gás metano!



Fonte: Hinrichs, Kleinbach e Reis (2014)

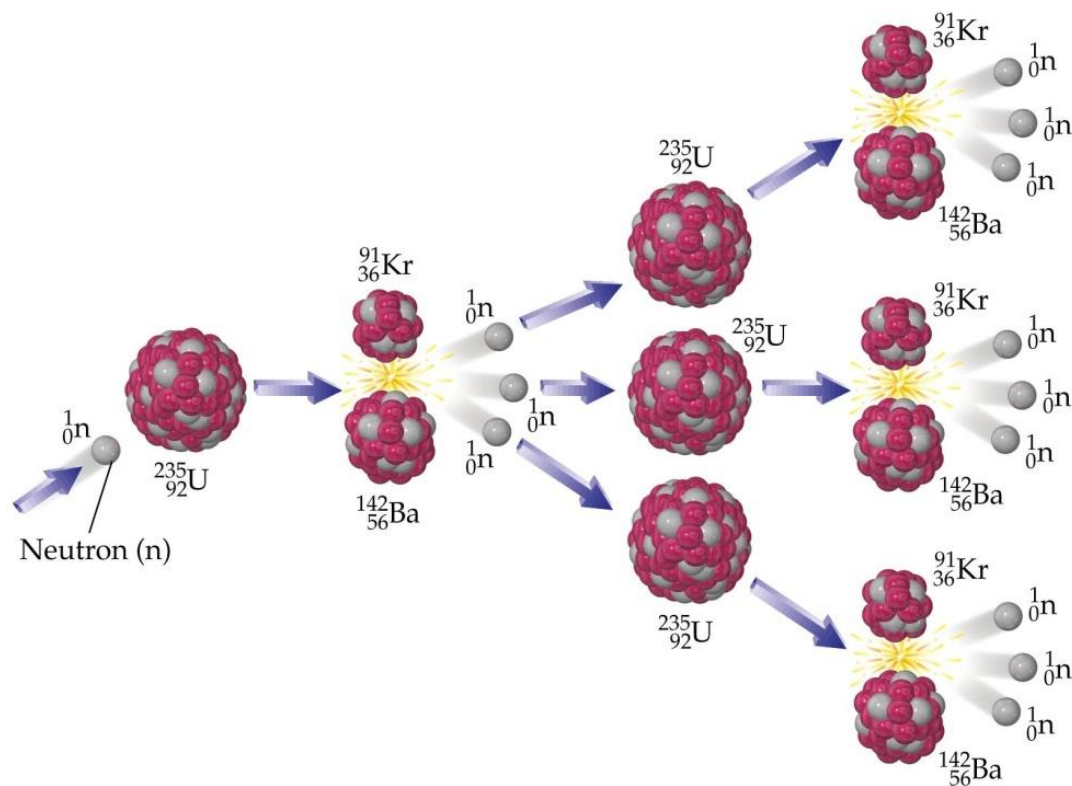


A absorção de um nêutron de energia 0,025 eV é suficiente para que um isótopo de  $^{235}\text{U}$  passe a  $^{236}\text{U}$  e depois se divida em dois isótopos de massas diferentes liberando energia. Porém esse isótopo representa apenas 0,7% do urânio disponível na natureza.

O isótopo mais comum do urânio, o  $^{238}\text{U}$ , também pode sofrer fissão, porém exige a captura de um nêutron com energia superior a 1MeV, mas ainda assim a probabilidade de ocorrer a fissão é 2000 vezes menor que a do  $^{235}\text{U}$  com nêutrons de baixa energia.

Por isso, o “combustível” nuclear mais empregado é o  $^{235}\text{U}$ , obtido a partir do enriquecimento do urânio comum.

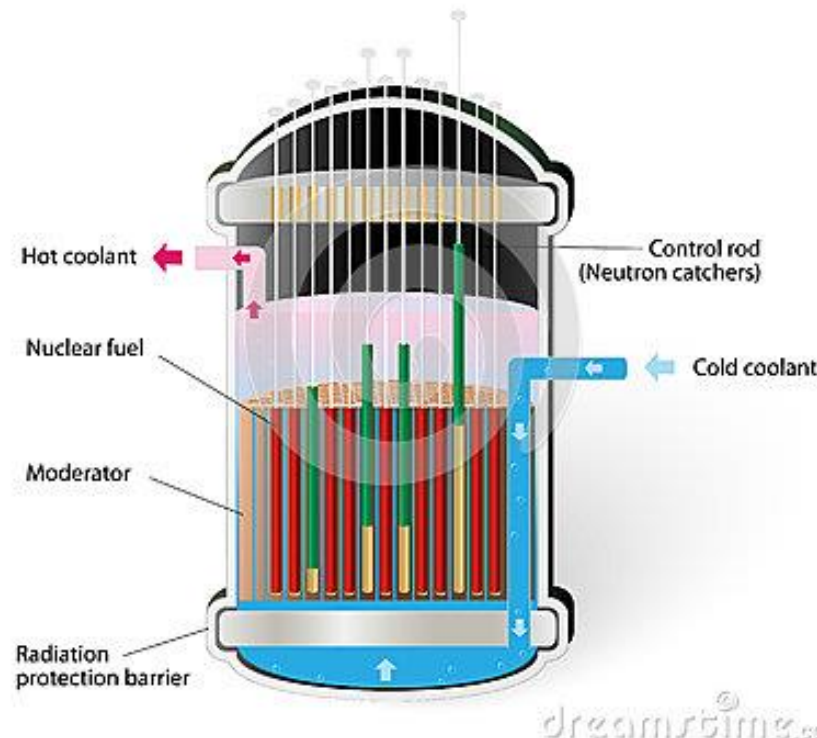
Na reação em cadeia, nêutrons resultantes de uma reação de fusão são capturados por núcleos de átomos vizinhos e assim sucessivamente, liberando energia a uma taxa crescente em progressão geométrica!



Em uma bomba atômica, é desejável que a reação em cadeia ocorra de forma descontrolada, liberando a maior quantidade de energia no menor tempo possível. A concentração de  $^{235}\text{U}$  na massa crítica pode chegar a 90%.

Já em um reator nuclear, isso não pode ocorrer, de forma que é necessário inibir a reação em cadeia, utilizando-se materiais de controle, como o cádmio e o boro. Além disso, concentração de  $^{235}\text{U}$  nas varetas de material físsil é de apenas 2% a 3%.

## NUCLEAR REACTOR



# Evolução das reservas ao longo do tempo

---

a taxa de variação da quantidade do recurso natural =  
taxa de descobertas de novas jazidas do recurso - a taxa de consumo do recurso

$$\frac{dX(t)}{dt} = F(t) - H(t)$$

# Taxa de extração do recurso natural

---

- Taxa de extração constante

$$H(t) = H_0$$

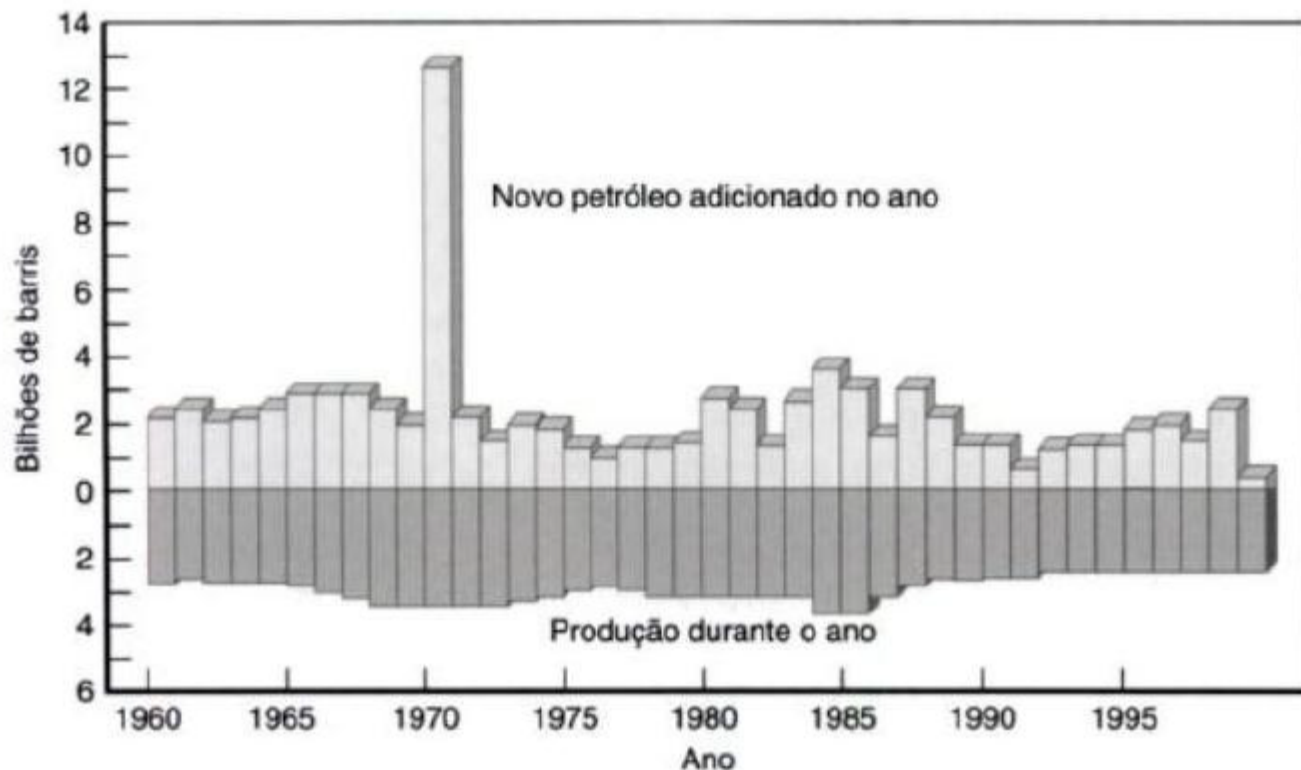
- Taxa de extração proporcional a quantidade de recurso existente

$$H(t) = \lambda X(t)$$

- $\lambda$  é a taxa de extração anual do recurso natural ( $\text{ano}^{-1}$ )

# Taxas de extração, $H(t)$ , e descoberta, $F(t)$ , de petróleo

## □ Taxa de extração e descoberta nos EUA





# Duração de uma reserva

---

- A duração da reserva é estimada como a razão entre a quantidade da reserva atual e a taxa de consumo atual

$$\tau = \frac{X(t)}{H(t)}$$

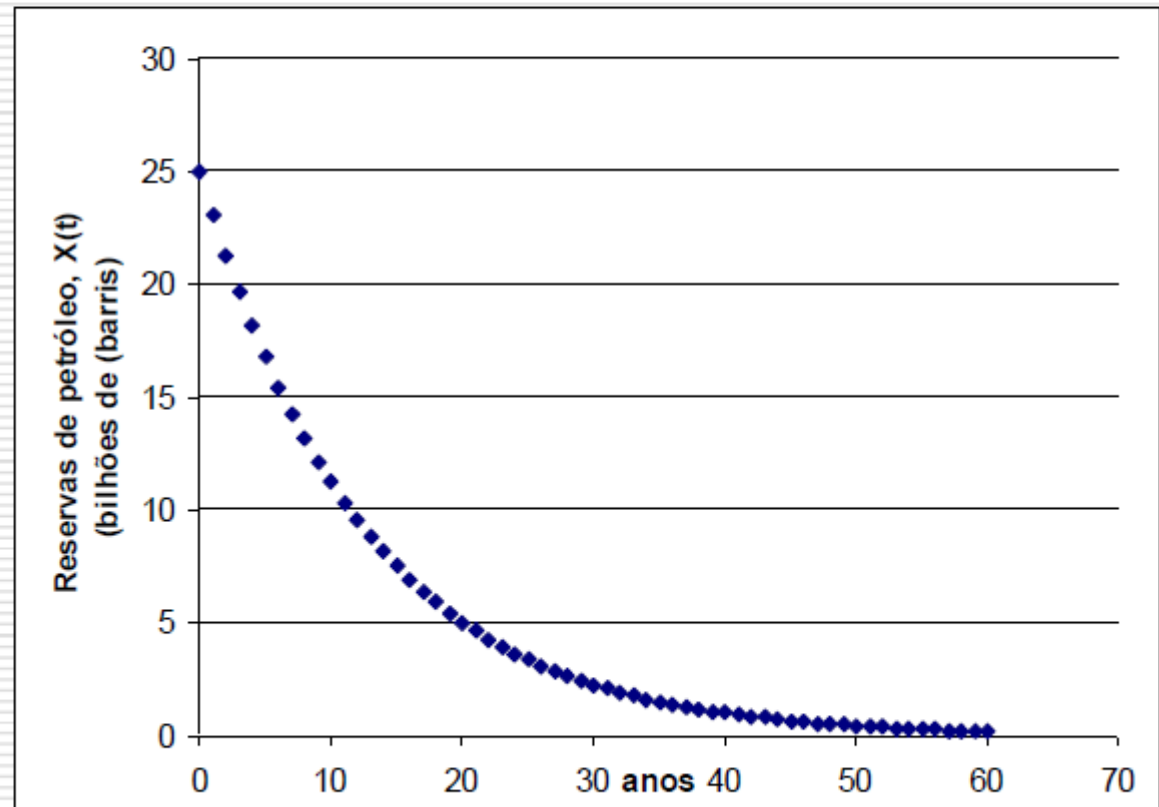
$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

# Recursos naturais sem descoberta de novas reservas

□ Não há novas reservas,  $F(t) = 0$

$$\frac{dX(t)}{dt} = -\lambda X(t)$$

$$X(t) = X_0 e^{-\lambda t}$$



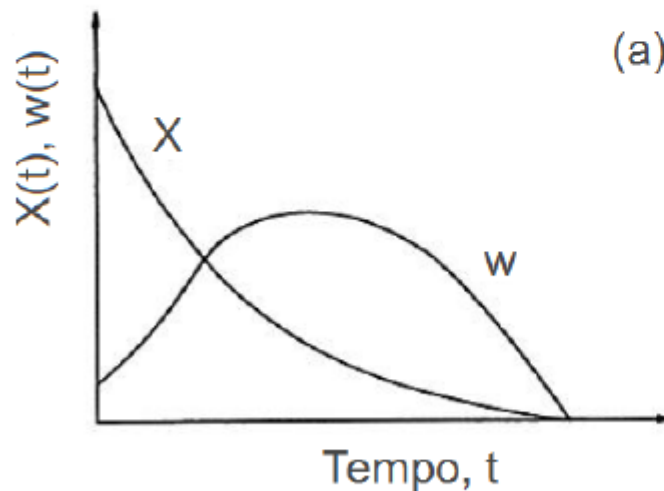
# Recursos naturais com descoberta de novas reservas

---

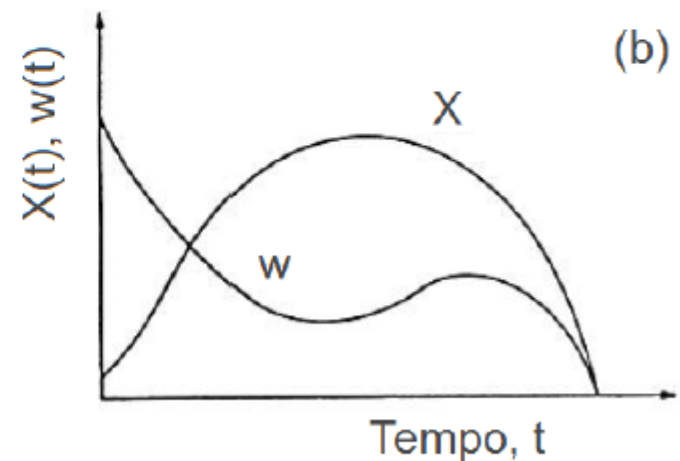
- Quais as variáveis que afetam o comportamento de  $F(t)$  (taxa de descoberta e exploração de novas reservas)?
- Modelo simples:
- $F(t)$  depende de:
  - Quantidade de reservas,  $X$ :  $\frac{\partial F}{\partial X} < 0$
  - Esforço exploratório,  $w$ :  $\frac{\partial F}{\partial w} > 0$

# Comportamento de $X(t)$ e $w(t)$

- Comportamento das reservas e do esforço exploratório para duas situações diferentes



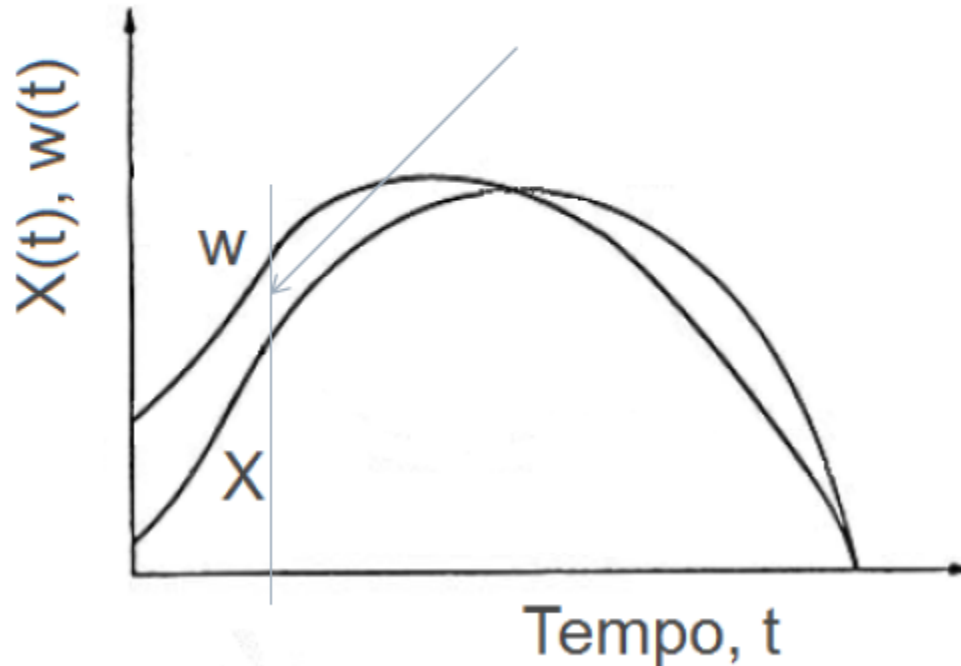
Muito RN inicial



Pouco RN inicial

# Possível comportamento de $X(t)$ e $w(t)$ para o caso da Petrobras

Situação atual da Petrobras – aumentando as reservas com elevado esforço exploratório



Poucas reservas iniciais e esforço exploratório razoável

Aumento do esforço exploratório para aumentar as reservas, até atingir um máximo

# RN com taxa de descoberta de novas reservas constante

---

- A taxa de descoberta é constante,  $F(t) = F_0$

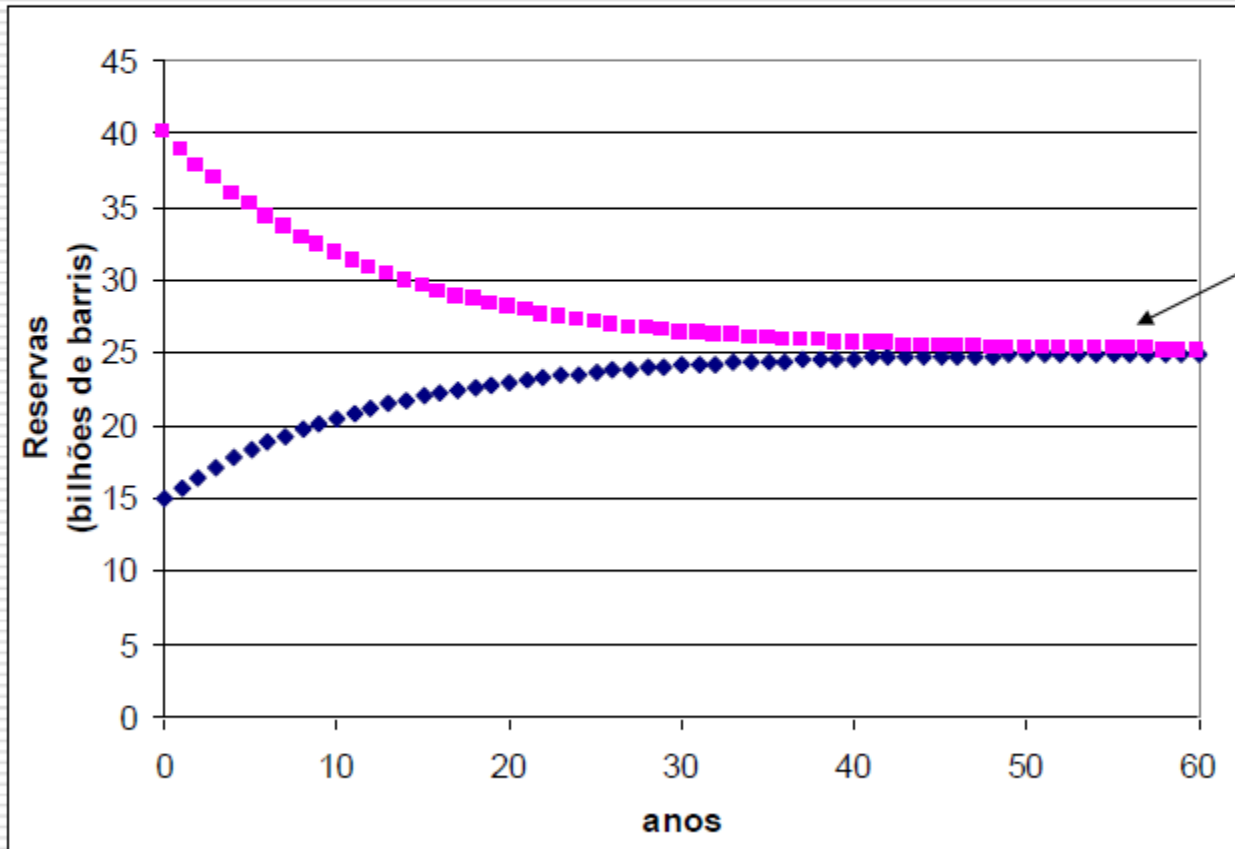
$$\frac{dX(t)}{dt} = F_0 - \lambda X(t)$$

$$X(t) = X_0 e^{-\lambda t} + \frac{F_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$$

$$X(t) = \frac{F_0}{\lambda}$$

Valor de equilíbrio

# Comportamento das reservas com taxa constante de novas descobertas



$$X(t) = \frac{F_0}{\lambda}$$

Valor de equilíbrio

01) Um país possui 20 bilhões de barris de petróleo em reservas. Caso não sejam descobertas novas reservas e a taxa de extração do petróleo seja de 1 bilhão de barris por ano, determine:

- a) a função que expressa a quantidade de petróleo em função do tempo
- b) a quantidade de petróleo disponível após 7 anos de extração
- c) o tempo decorrido para que as reservas atinjam  $\frac{1}{4}$  da capacidade inicial
- d) o tempo necessário para o esgotamento das reservas
- e) esboce o gráfico da quantidade de petróleo em função do tempo



Solução:

a) Sejam  $X(t)$  a quantidade de petróleo,  $F(t)$  a taxa de descoberta e  $H(t)$  a taxa de extração em função do tempo, respectivamente. Inicialmente, podemos escrever:

$$\frac{dX(t)}{dt} = F(t) - H(t)$$

Mas, do enunciado, temos que:

$$F(t) = 0 \text{ e } H(t) = H_0 = 1 \times 10^9 \text{ bp/ano}$$

Assim:

$$\frac{dx}{dt} = -H_0$$

$$dx = -H_0 dt$$

$$\int_0^{X(t)} dx = -H_0 \int_0^t dt$$

$$X(t) - X(0) = -H_0 t$$

$$X(t) = X(0) - H_0 t$$

$$X(t) = 20 \times 10^9 - 10^9 t$$

b)

$$X(7) = 20 \times 10^9 - 10^9 \times 7 = 13 \times 10^9 \text{ barris}$$

c)

$$X(t) = 20 \times 10^9 - 10^9 t$$

$$\frac{20 \times 10^9}{4} = 20 \times 10^9 - 10^9 t$$

$$5 = 20 - t$$

d)

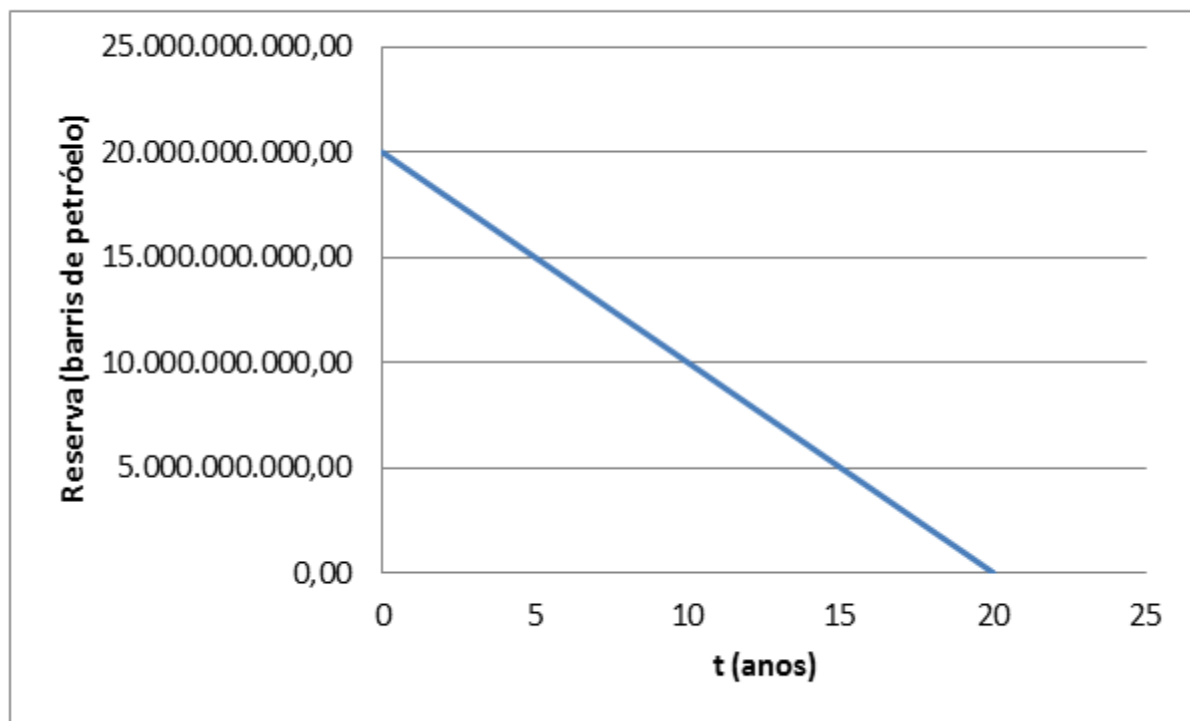
$$X(t) = 20 \times 10^9 - 10^9 t$$

$$0 = 20 \times 10^9 - 10^9 t$$

$$0 = 20 - t$$

$$t = 20 \text{ anos}$$

e)



02) Um país possui 100 bilhões de barris de petróleo em reservas. Caso não sejam descobertas novas reservas e a taxa de extração anual do petróleo seja proporcional à quantidade de reservas existentes em um dado ano, as reservas do país chegarão à metade do volume inicial em 10 anos. Determine:

a) a função que expressa a quantidade de petróleo em função do tempo

b) o volume da reserva após 20 anos

c) esboce o gráfico do volume da reserva em função do tempo

Solução:

a)

$$\frac{dX(t)}{dt} = F(t) - H(t)$$

$F(t) = 0$  e  $H(t) = \lambda X(t)$ , sendo  $\lambda$  a constante de proporcionalidade

$$\frac{dx}{dt} = -\lambda x$$

$$\frac{dx}{x} = -\lambda dt$$

$$\int_{x(0)}^{x(t)} \frac{dx}{x} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{X(t)}{X(0)} = -\lambda t$$

$$\frac{X(t)}{X(0)} = e^{-\lambda t}$$

$$X(t) = X(0)e^{-\lambda t}$$

Do enunciado:

$$X(10) = \frac{X(0)}{2}$$

Substituindo:

$$\frac{X(0)}{2} = X(0)e^{-\lambda \times 10}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \times 10}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \times 10$$

Área do Gráfico

$$\lambda = 0,06931 \approx 0,07 \text{ ano}^{-1}$$

Finalmente:

$$X(t) = 10^{11} e^{-0,06931 t}$$

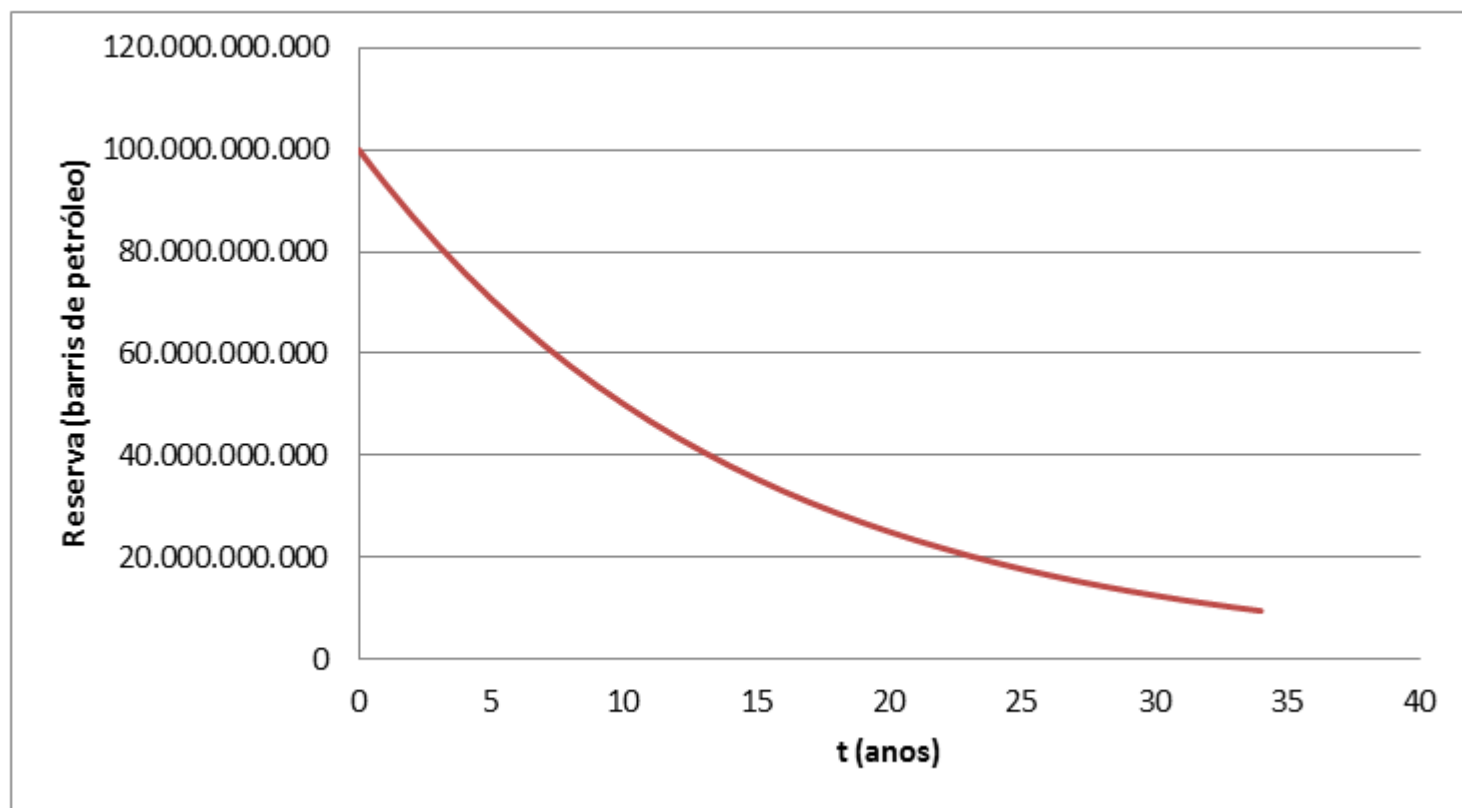
b)

$$X(t) = 10^{11} e^{-0,06931t}$$

$$X(20) = 10^{11} e^{-0,06931 \times 20}$$

$$X(20) = 25 \times 10^9 \text{ barris}$$

c)



03) Um país possui 90 bilhões de barris de petróleo em reservas. A taxa de novas descobertas desse país varia em função do tempo de acordo com a função  $F(t) = F_0 t$ , com  $F_0 = 6 \times 10^8$  bp/ano<sup>2</sup> (ou seja, a taxa de descoberta aumenta linearmente com o passar dos anos). Supondo uma taxa de extração anual constante de 10 bilhões de barris, determine:

- a) a função que expressa a quantidade de petróleo em função do tempo
- b) o gráfico das reservas em função do tempo
- c) o momento em que as reservas atingem o seu valor mínimo e o valor da reserva nesse instante
- d) o momento em que o país recupera o valor inicial da reserva



Solução:

b)

$$\frac{dX(t)}{dt} = F(t) - H(t)$$

$$F(t) = F_0 t \text{ e } H(t) = H_0 = 10 \times 10^9 \text{ bp/ano}$$

$$\frac{dx}{dt} = F_0 t - H_0$$

$$dx = (F_0 t - H_0) dt$$

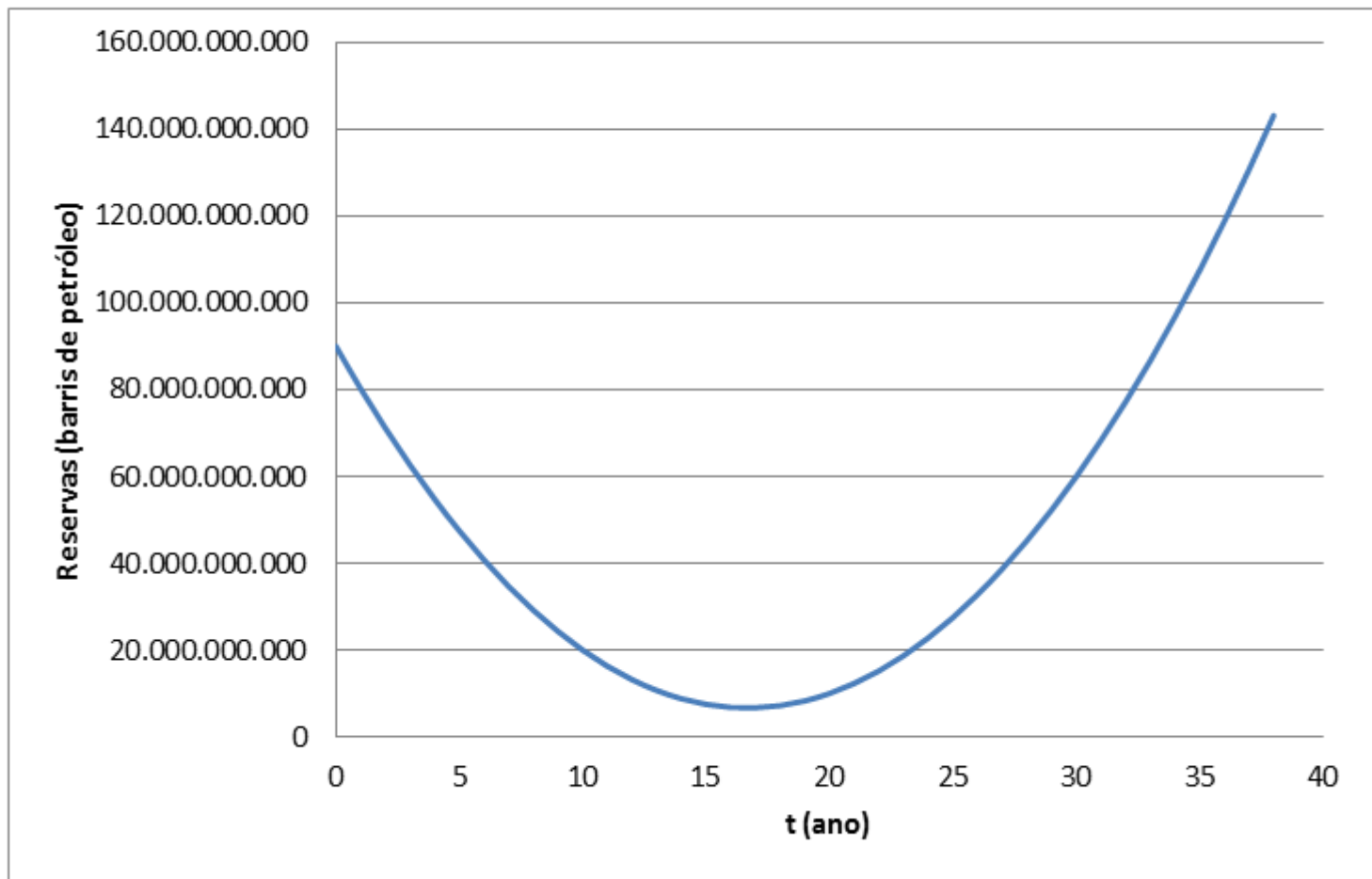
$$\int_{X(0)}^{X(t)} dx = \int_0^t (F_0 t - H_0) dt$$

$$X(t) - X(0) = \frac{F_0 t^2}{2} - H_0 t$$

$$X(t) = X(0) - H_0 t + \frac{F_0 t^2}{2}$$

$$X(t) = 90 \times 10^9 - 10 \times 10^9 t + \frac{6 \times 10^8 t^2}{2}$$

b)



c)

$$X(t) = X(0) - H_0 t + \frac{F_0 t^2}{2}$$

$$\frac{dx}{dt} = -H_0 + F_0 t$$

$$\frac{dx}{dt} = 0$$

$$-H_0 + F_0 t = 0$$

$$t = \frac{H_0}{F_0}$$

$$t = \frac{10 \times 10^9 bp/ano}{6 \times 10^8 bp/ano^2}$$

$$t = 16,666 \approx 16,7 \text{ anos}$$

$$X(16,666) = 90 \times 10^9 - 10 \times 10^9 \times 16,666 + \frac{6 \times 10^8 \times 16,666^2}{2}$$

$$X(16,666) = 6,666 \times 10^9 \text{ barris} \approx 6,7 \times 10^9 \text{ barris}$$

d)

$$X(t) = X(0) - H_0 t + \frac{F_0 t^2}{2}$$

$$X(0) = X(0) - H_0 t + \frac{F_0 t^2}{2}$$

$$0 = t\left(\frac{F_0 t}{2} - H_0\right)$$

$$\frac{F_0 t}{2} - H_0 = 0$$

$$t = \frac{2H_0}{F_0}$$

$$t = \frac{2 \times 10 \times 10^9 bp/ano}{6 \times 10^8 bp/ano^2}$$

$$t = 33,3333 \approx 33,3 \text{ anos}$$

04) Um país possui 100 bilhões de barris de petróleo em reservas. A taxa de novas descobertas desse país é constante e igual a 10 bilhões de barris por ano. Já a taxa de extração do petróleo é proporcional à quantidade de petróleo existente em determinado ano. Após determinado período de tempo, as reservas tendem a um valor de equilíbrio de 50 bilhões de barris de petróleo.

Determine:

- a) O volume da reserva em função do tempo
- b) O gráfico das reservas em função do tempo
- c) O volume das reservas após 5 anos

a)

$$\frac{dX(t)}{dt} = F(t) - H(t)$$

$F(t) = F_0 = 10 \times 10^9 bp/ano$  e  $H(t) = \lambda X(t)$ , sendo  $\lambda$  a constante de proporcionalidade

$$\frac{dx}{dt} = F_0 - \lambda x$$

$$\frac{dx}{F_0 - \lambda x} = dt$$

$$\int_{X(0)}^{X(t)} \frac{dx}{F_0 - \lambda x} = \int_0^t dt$$

$$u = F_0 - \lambda x$$

$$\frac{du}{dx} = -\lambda$$

$$dx = -\frac{du}{\lambda}$$

$$\int_{X(0)}^{X(t)} \frac{dx}{F_0 - \lambda x} = -\frac{1}{\lambda} \int_{u(0)}^{u(t)} \frac{du}{u} = -\frac{1}{\lambda} \times \ln \frac{u(t)}{u(0)} = -\frac{1}{\lambda} \times \ln \frac{F_0 - \lambda X(t)}{F_0 - \lambda X(0)}$$

Voltando na primeira integral:

$$-\frac{1}{\lambda} \times \ln \frac{F_0 - \lambda X(t)}{F_0 - \lambda X(0)} = t$$

$$\ln \frac{F_0 - \lambda X(t)}{F_0 - \lambda X(0)} = -\lambda t$$

$$\frac{F_0 - \lambda X(t)}{F_0 - \lambda X(0)} = e^{-\lambda t}$$

$$F_0 - \lambda X(t) = [F_0 - \lambda X(0)]e^{-\lambda t}$$

$$F_0 - [F_0 - \lambda X(0)]e^{-\lambda t} = \lambda X(t)$$

$$X(t) = \frac{1}{\lambda} [F_0 - F_0 e^{-\lambda t} + \lambda X(0) e^{-\lambda t}]$$

$$X(t) = \frac{1}{\lambda} [F_0 (1 - e^{-\lambda t}) + \lambda X(0) e^{-\lambda t}]$$

$$X(t) = X(0) e^{-\lambda t} + \frac{F_0}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$$

Para  $t \gg \lambda$ , quando  $t$  assume determinado valor  $T$  correspondente ao equilíbrio, podemos escrever:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left[ X(0)e^{-\lambda t} + \frac{F_0}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}) \right] = \frac{F_0}{\lambda}$$

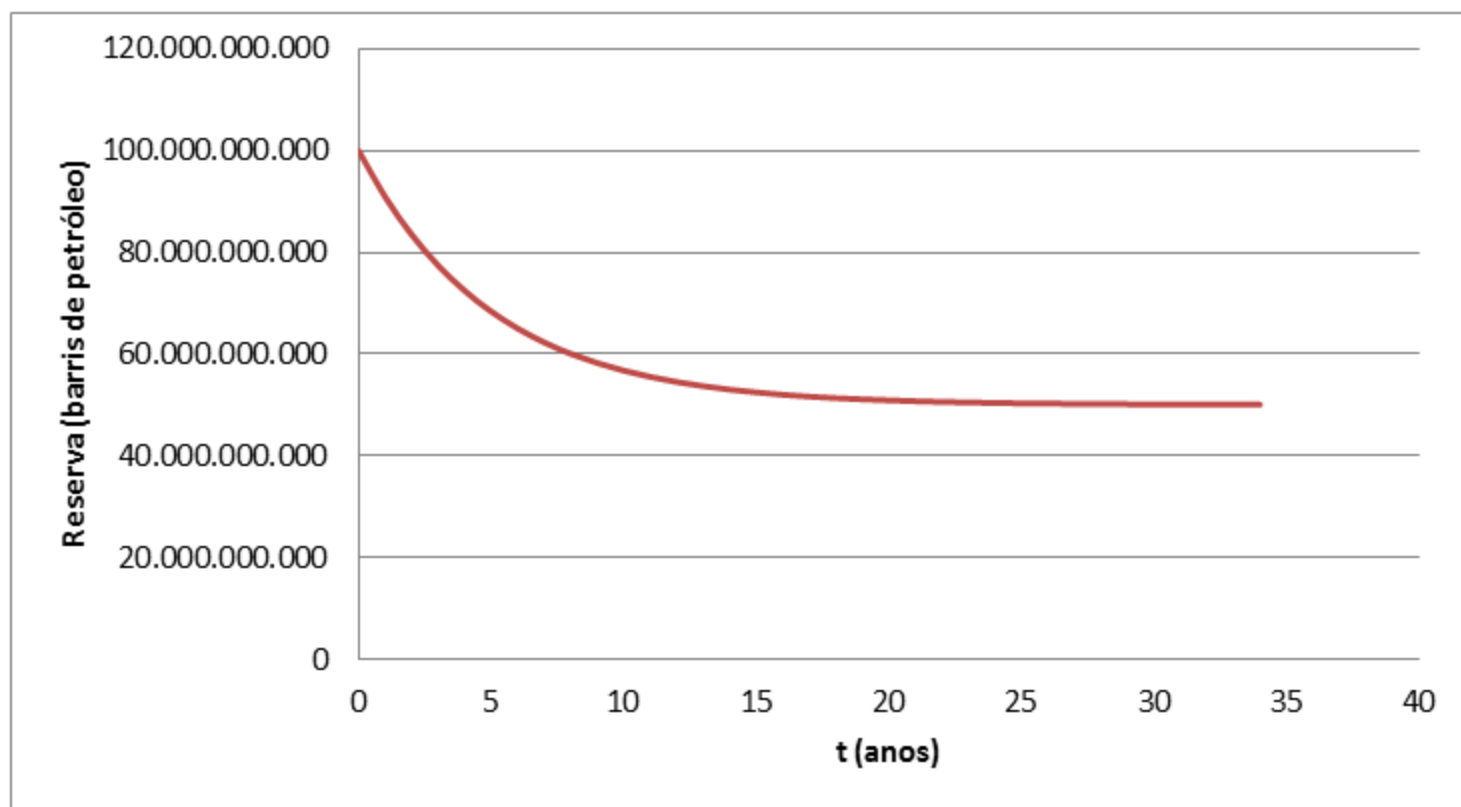
$$\lambda = \frac{F_0}{X(T)} = \frac{10 \times 10^9 bp/ano}{50 \times 10^9 bp} = 0,2 \text{ ano}^{-1}$$

$$X(t) = 100 \times 10^9 e^{-0,2t} + \frac{10 \times 10^9}{0,2} (1 - e^{-0,2t})$$

$$X(t) = 100 \times 10^9 e^{-0,2t} + 50 \times 10^9 (1 - e^{-0,2t})$$



b)



c)

$$X(t) = 100 \times 10^9 e^{-0,2t} + 50 \times 10^9 (1 - e^{-0,2t})$$

$$X(5) = 100 \times 10^9 e^{-0,2 \times 5} + 50 \times 10^9 (1 - e^{-0,2 \times 5})$$

$$X(5) = 68,4 \times 10^9 \text{ barris}$$