Resolução da questão 9

a)

$$\frac{dx}{dt} = (r - \lambda)x - r\frac{x^2}{x_S}$$

$$\frac{dx}{dt} = 0 \; no \; equilíbrio, pois \; X \; para \; de \; variar$$

$$r\frac{x^2}{x_S} = (r - \lambda)x$$

$$x_{eq} = \frac{(r - \lambda)}{r}x_S$$

$$Substituindo: x_{eq} = 3{,}73.\,10^6 km^2$$

b)

$$\frac{dx}{dt} = (r - \lambda)x - r\frac{x^2}{x_S}$$

$$\frac{dx}{x(r - \lambda)\left[1 - \frac{rx}{(r - \lambda)x_S}\right]} = dt$$

$$\frac{dx}{x\left[1 - \frac{rx}{(r - \lambda)x_S}\right]} = (r - \lambda)dt$$

$$sejam \; a = \frac{r}{(r - \lambda)x_S} \quad e \; b = (r - \lambda)$$

$$\frac{dx}{x(1 - ax)} = bdt \quad (*)$$

$$escrever \; \frac{1}{x(1 - ax)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(1 - ax)} \; e \; tirar \; o \; mmc \; do \; lado \; direito$$

$$\frac{1}{x(1 - ax)} = \frac{(1 - ax)A + xB}{x(1 - ax)}$$

$$Logo, 1 = (1 - ax)A + xB = A + x(B - Aa)$$

$$A \; única \; forma \; de \; a \; igualdade \; valer \; 1 \; é \; faer \; B - Aa = 0 \; e \; A = 1$$

$$Logo, temos \; A = 1 \; e \; B = a$$

$$Então \; \frac{1}{x(1 - ax)} = \frac{1}{x} + \frac{a}{(1 - ax)}$$

$$Voltando \; em \; (*), temos:$$

$$\left[\frac{1}{x} + \frac{a}{(1 - ax)}\right]dx = bdt$$

$$Integre\ dos\ dois\ lados:$$

$$\int_{x_o}^{x}\left[\frac{1}{x}+\frac{a}{(1-ax)}\right]dx=\int_{0}^{t}bdt$$

$$\int_{x_o}^{x}\frac{1}{x}\,dx\ +\int_{x_0}^{x}\frac{a}{(1-ax)}dx\ =\int_{0}^{t}bdt$$

$$ln\frac{x}{x_0}-ln\frac{(1-ax)}{1-ax_0}=bt$$

$$\frac{x}{x_0}.\frac{1-ax_0}{1-ax}=e^{bt}$$

$$x.\frac{1-ax_0}{1-ax}=x_0e^{bt}$$

$$Coloque\ x\ em\ evidência\ no\ denominador\ e\ simplifique\ que\ vais\ chegar\ a:$$

$$\frac{1-ax_0}{\frac{1}{x}-a}=x_0e^{bt}$$

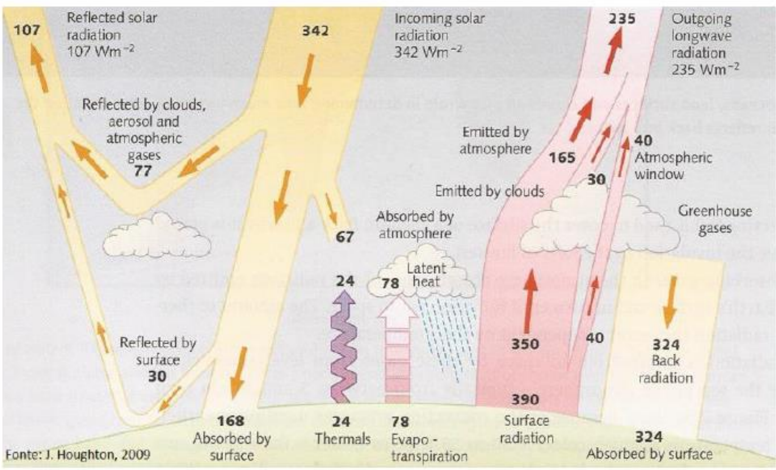
$$Use\ um\ pouco\ mais\ de\ manipulação\ e\ substituições\ para\ chegar\ finalmente\ a:$$

$$x=\frac{x_0e^{(r-\lambda)t}}{1+\frac{r}{(r-\lambda)x_s}.x_0[e^{(r-\lambda)}-1]}$$

c) Substitua os valores para chegar a x (90) = $6{,}23.10^6$ km^2. O valor de x0 é a área da floresta em 2010 (t=0) e xs é a área da floresta em 2100 (t=90).

10)

A figura que falta é essa daqui:



Faça $f=\frac{390-235}{390}$