

NUMERYCZNA ALGEBRA LINIOWA

Laboratorium 2, 10.03.2021

1. Utworzyć macierz

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

dla $n = [3, 6, 12, 24, 48, 96]$.

WSKAZÓWKA: Zbudować macierze $B = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$.

Skorzystać z funkcji *diag* i *kron*.

2. Napisać program rozwiązujący układ równań liniowych metodą Cramera.

WSKAZÓWKA. Twierdzenie Cramera: Jeżeli wykładnik macierzy współczynników układu jest różny od zera (macierz jest nieosobliwa $\det A \neq 0$), to układ równań liniowych ma dokładnie jedno rozwiązanie dane wzorami: $x_i = \frac{W_i}{W}$ gdzie $W = \det A$, W_i – wyznacznik z macierzy powstałej z macierzy A przez zastąpienie kolumny współczynników niewiadomej x_i przez kolumnę wyrazów wolnych. Przetestować program dla układu $AU = F$, gdzie

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad F = 12 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \begin{bmatrix} \frac{\pi}{2} \\ \pi \\ \frac{3\pi}{2} \end{bmatrix}$$

3. Dla napisanego w poprzednim zadaniu programu dopisać pętlę sprawdzającą wpływ zwiększania rozmiaru układu na szybkość jego rozwiązywania odpowied-

nio dla $n = [10, 50, 100, 200, 500, 1000]$.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad F = 12 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \begin{bmatrix} x(1) \\ x(2) \\ \vdots \\ x(n) \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} x = 0 : h : 2\pi \\ x = x(2 : \text{end} - 1)' \\ h = \frac{2\pi}{n+1} \end{array}$$

Odpowiedź do zadania 2

$$U = \begin{bmatrix} -1.162735375511243e + 02 \\ -1.860376600817989e + 02 \\ -1.627829525715741e + 02 \end{bmatrix}$$