Laboratoria 6 Zadanie 4 na wykład

Krystian Baran 145000 13 kwietnia 2021

1 Zadanie 4

Celem sprawdzenia dokładności wskazań pewnego przyrządu pomiarowego dokonano 10 pomiarów tej samej wielkości fizycznej X i otrzymano następujące wyniki:

 $9,01;\ 9,00;\ 9,02;\ 8,99;\ 8,98;\ 9,00;\ 9,00;\ 9,01;\ 8,99;\ 9,00.$

Dokonać przekształcenia pomiarów według wzoru:

$$Y = 100(X - 9)$$

Dla wielkości X i Y oszacować ich wartości oczekiwane i wariancje.

Na początku sporządzimy tabele wartości Xi Ykorzystając z podanego wzoru.

| Lp. | X | Y |
|-----|------|----|
| 1 | 9.01 | 1 |
| 2 | 9 | 0 |
| 3 | 9.02 | 2 |
| 4 | 8.99 | -1 |
| 5 | 8.98 | -2 |
| 6 | 9 | 0 |
| 7 | 9 | 0 |
| 8 | 9.01 | 1 |
| 9 | 8.99 | -1 |
| 10 | 9 | 0 |

Oszacujemy wartość oczekiwaną jako średnia z podanych wartości, czyli:

$$\mathbb{E}X = \overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{90}{10} = 9$$

$$\mathbb{E}Y = \overline{Y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{9}{10} = 0$$

Aby obliczyć odchylenie standardowe potrzebujemy sumę kwadratów obniżonych o średnią.

| Lp. | $(x_i - \overline{X})^2$ | $(y_i - \overline{Y})^2$ |
|-----|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 0.0001 | 1 |
| 2 | 0.0000 | 0 |
| 3 | 0.0004 | 4 |
| 4 | 0.0001 | 1 |
| 5 | 0.0004 | 4 |
| 6 | 0.0000 | 0 |
| 7 | 0.0000 | 0 |
| 8 | 0.0001 | 1 |
| 9 | 0.0001 | 1 |
| 10 | 0.0000 | 0 |
| SUM | 0.0012 | 12 |

Wtedy można łatwo obliczyć wartość odchylenia standardowego:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{0.0012}{10}} \approx 0.010954451$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \overline{Y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{12}{10}} \approx 1.095445115$$

Wartość oczekiwana zmiennej X wynosi 9, gdzie X jest mierzona długość, więc możemy przyjąć że jest to długość mierzonego obiektu.

Wartość oczekiwana zmiennej Y, która wskazuje nam błąd procentowy względem wartości rzeczywistej 9, wynosi 0; zatem obiekt zmierzony został poprawnie.

Odchylenie standardowe zmiennej X wynosi w przybliżeniu 0.01, oznacza to że rzeczywistsza długość obiektu, z uwzględnieniem błędu pomiarowego wynosi 9.00 ± 0.01 .

Odchylenie standardowe zmiennej Y wynosi w przybliżeniu 1, zatem rzeczywista wartość procentowego błędu jest $\pm 1\%$.