

## SdI30 LABORATORIUM 08

### Zestaw zadań W07

#### Estymacja przedziałowa parametrów i niezbędna liczebność próby

##### Niezbędne tablice statystyczne

1. Modele przedziałów ufności dla wartości oczekiwanej, wariancji i wskaźnika struktury dla jednej populacji.
2. Modele przedziałów ufności dla parametrów w dwóch populacjach.

##### Tablice rozkładów podstawowych statystyk:

<http://www.statsoft.com/textbook/sttable.html#chi>

##### ZADANIA

1. Wyprowadzić wzory na przedział ufności dla

- a) wartości oczekiwanej,
- b) wariancji,

cechy o rozkładzie normalnym z nieznanymi parametrami.

2. Korzystając z dostępnego oprogramowania wybrać rozkład i wygenerować małą oraz dużą próbę i na ich podstawie dokonać estymacji punktowej przedziałowej parametrów.

3. Rozkład wyników pomiarów głębokości morza w pewnym rejonie jest normalny. Dokonano 5 niezależnych pomiarów głębokości morza w tym rejonie i otrzymano następujące wyniki (w [m]): 871, 862, 870, 876, 866. Na poziomie ufności 0,90 wyznaczyć CI dla wartości oczekiwanej oraz dla wariancji głębokości morza w badanym rejonie.

4. Pośrednik w handlu nieruchomościami chce oszacować przeciętną wartość kawalerki w pewnej dzielnicy. W losowej próbie 16 kawalerek średnia wyniosła 120 000 PLN. Odchylenie standardowe wartości kawalerek

- a) jest znane pośrednikowi i wynosi 5500PLN;
- b) nie jest znane pośrednikowi i obliczone z próby odchylenie standardowe wynosi 5500PLN,
- c) wygenerować 16 elementową próbę według rozkładu  $\mathcal{N}(120000; 5500)$ .

Wyznaczyć oraz porównać 95% i 99% przedziały ufności dla przeciętnej wartości kawalerki w rozważanej dzielnicy.

5. Linia lotnicza chce oszacować frakcję Polaków, którzy będą korzystać z nowo otwartego połączenia między Poznaniem a Londynem. Wybrano losową próbę 347 pasażerów korzystających z tego połączenia, z których 201 okazało się Polakami.

- a) Wyznaczyć 90% przedział ufności dla frakcji Polaków wśród pasażerów korzystających z nowo otwartego połączenia. **Odp.:** (0,536; 0,623).
- b) Wygenerować 347 elementową próbę według rozkładu  $B(0,58)$  identyfikującą polskich pasażerów i na tej podstawie wyznaczyć 90% przedział ufności.

6. Frekwencja widzów na seansie filmowym w jednym z kin ma rozkład  $\mathcal{N}(\mu = ?; \sigma = 30)$ . Na podstawie rejestru liczby widzów na 25 losowo wybranych seansach filmowych oszacowano przedział liczbowy (184; 216) dla nieznannej przeciętnej frekwencji na wszystkich seansach.

- a) Obliczyć średnią liczbę widzów w badanej próbie.
- b) Jaki poziom ufności przyjęto przy estymacji?

7. Wzrost losowo wybranej osoby z pewnej populacji ma rozkład normalny o nieznanym parametrach. Pobrano próbę losową o liczności  $n = 26$  i po obliczeniu przedziału ufności na poziomie 0,9 otrzymano następujący wynik: (162; 178). Obliczyć średni wzrost i wariancję wzrostu w pobranej próbie.  
Odp.:  $\bar{X} = 170, S_n^2 \approx 570,4$ .

8. Ustalić tak liczebność próby, aby na poziomie ufności 0,99 można było oszacować oczekiwany czas zdatności akumulatorów z dokładnością do i) 20[h]; ii) 10[h], jeśli odchylenie standardowe w populacji jest

- a) znane i wynosi  $\sigma = 40$ [h];
- b) nieznane i wyznaczone z  $n_0$ -elementowej próby wstępnej wynosi  $s = 40$ [h].

9. Wykonujemy pomiary głębokości morza w pewnym określonym miejscu. Ile niezależnych pomiarów głębokości należy wykonać w tym miejscu, aby przyjmując poziom ufności  $1 - \alpha = 0,95$  wyznaczyć głębokość z błędem mniejszym niż 5[m] zakładając, że rozkład błędów jest rozkładem normalnym  $\mathcal{N}(0, \sqrt{180})$ [m].  
Odp.: 28.



10. Na ilu potencjalnych klientach należy przeprowadzić ankietę, aby oszacować odsetek osób mających zamiar zakupić nowy samochód w ciągu najbliższych 2 lat? Przyjąć poziom ufności 0,95 oraz maksymalny dopuszczalny błąd szacunku 6%.  
Odp.: 267

11. Odtworzyć przykład 5.9 (KA s. 176)

12. Rozwiązać KA zadanie 16 s.189.

13. Rozwiązać KA zadanie 17 s.189.

14. Czas obsługi w okienku bankowym nie powinien mieć dużej wariancji, gdyż w przeciwnym przypadku kolejki mają tendencję do rozrastania się. Bank regularnie sprawdza czas obsługi w okienkach, by oceniać jego wariancję. Obserwacja 22 czasów obsługi losowo wybranych klientów dała wariancję równą 8 minut<sup>2</sup>. Wyznacz 95% i 99% przedział ufności dla wariancji czasu obsługi w okienku bankowym.  
Odp.: 95% (4,74; 16,34).

15. (Studium przypadku). Z partii kondensatorów wybrano losowo 12 kondensatorów i zmierzono ich pojemności, otrzymując wyniki (w pF):

4,45, 4,40, 4,42, 4,38, 4,44, 4,36, 4,40, 4,39, 4,45, 4,35, 4,40, 4,35.

- a) Znaleźć ocenę wartości oczekiwanej  $\bar{x}_{12}$  i wariancji  $s_{12}^2$  pojemności kondensatora pochodzącego z danej partii.
- b) Wygenerować 100 elementową próbę według rozkładu  $\mathcal{N}(\bar{x}_{12}, s_{12})$ .
- c) Znaleźć ocenę wskaźnika kondensatorów, które nie spełniają wymagań technicznych, przyjmując, że kondensator nie spełnia tych wymagań, gdy jego pojemność jest mniejsza od 4,39 pF.
- d) Znaleźć ocenę wariancji pojemności kondensatorów.
- e) Wyznaczyć 90-procentową ocenę przedziału ufności dla wartości oczekiwanej pojemności kondensatora pochodzącego z danej partii.
- f) Wyznaczyć 90-procentową realizację przedziału ufności dla wskaźnika kondensatorów, które nie spełniają wymagań technicznych w badanej partii.

16. Dla wylosowanej próby studentów otrzymano następujący rozkład tygodniowego czasu nauki (w godzinach [h]):

Czas nauki	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)	[6, 8)	[8, 10)	[10, 12)
Liczba studentów	10	28	42	30	15	7

- a) Oszacować metodą punktową średni czas poświęcony tygodniowo na naukę oraz wariancję tego czasu.
- b) Przyjmując poziom ufności 0,90 oszacować metodą przedziałową średni tygodniowy czas nauki oraz wariancję tego czasu.

**Odp.:**  $\bar{x} = 5,5 [h]$ ,  $s = 2,54[h]$ ,  $m \in (5,14; 5,86)[h]$ .

**17.** A random sample of 64 observation from a population produced the following summary statistics:  $\sum x_i = 500$ ,  $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 3,566$ .

- a) Find 95% confidence interval for  $m$ .
- b) Interpret the confidence interval you found in part (a).

**18.** A random sample of size  $n = 400$  yielded  $\bar{p}_n = 0,42$ .

- (a) Is the sample size large enough to use the methods of this section to construct a confidence interval for  $p$ ? Explain.
- (b) Construct a 95% confidence interval for  $p$ .

Answer: (a) Yes,  $p_0 \pm 3\mathbb{D}\bar{P}_n$  lies in  $(0, 1)$ ; (b)  $(0,372; 0,468)$ .

**19.** Jak liczna powinna być próba, aby na jej podstawie można było z prawd. 0,99 oszacować średni wzrost noworodków przy maksymalnym błędzie szacunku 1cm? Zakładamy, że rozkład wzrostu noworodków jest rozkładem normalnym z odchyleniem standardowym 2,5cm.