

SdI30 LABORATORIUM 09

Zestaw zadań W08

Testy parametryczne dla jednej populacji

Niezbędne tablice statystyczne

1. Testy dotyczące wartości oczekiwanej, wariancji i wskaźnika struktury w jednej populacji.

Zadania

1. Zapoznać się z metodą wyznaczania liczebności próbki przy testowaniu hipotez oraz sformułować i rozwiązać zadanie z ustalaniem liczebności. Link do pomocnego wykładu http://www.youtube.com/watch?v=qoQy_2neB_w&feature=relmfu
2. Dokonać przeglądu testów w dostępnym oprogramowaniu na wzór wybranych testów w **MatLabie** <http://www.mathworks.com/help/stats/ttest.html>
3. Wytwórnia cukierków paczkuje w torebki po około 200 sztuk mieszankę złożoną z dwóch rodzajów cukierków, przy czym paczkowane są dwa typy mieszanek. Mieszanka typu A zawiera 40% cukierków pierwszego rodzaju i 60% drugiego rodzaju, natomiast mieszanka typu B zawiera jednakowe liczby cukierków obydwu rodzajów. Do weryfikacji hipotezy $H_0: p = 40\%$, że mieszanka jest typu A, wobec hipotezy alternatywnej $H_1: p = 50\%$, zaproponowano następującą procedurę: jeśli wśród 5 cukierków wylosowanych z torebki znajdują się więcej niż 3 cukierki pierwszego rodzaju, to odrzuca się hipotezę zerową na rzecz hipotezy alternatywnej. W przeciwnym przypadku przyjmuje się hipotezę zerową. Przy tak określonej procedurze testowej, znaleźć prawdopodobieństwa błędów obydwu rodzajów oraz moc testu.

Odp.: $\alpha \approx 0,084$, $\beta \approx 0,815$.

4. (Studium przypadku) Pascal jest językiem programowania wysokiego poziomu, stosowanym często do oprogramowywania mikrokomputerów. W celu zbadania wskaźnika p zmiennych pascalowych typu tablicowego został przeprowadzony eksperyment. Dwadzieścia zmiennych zostało losowo wybranych ze zbioru programów pascalowych i liczba X zmiennych typu tablicowego została odnotowana. Celem poznawczym jest zweryfikowanie hipotezy, że pascal jest językiem o większej wydolności (tj. ma większy udział zmiennych typu tablicowego) niż algol, dla którego, jak pokazało doświadczenie, jedynie 20% zmiennych jest typu tablicowego.
 - a) Skonstruować test statystyczny do zweryfikowania postawionej hipotezy.
 - b) Znaleźć α dla zbioru odrzuceń $X \geq 8$.
 - c) Znaleźć α dla zbioru odrzuceń $X \geq 5$.
 - d) Znaleźć β dla zbioru odrzuceń $X \geq 8$, jeżeli $p = 0,5$ (doświadczenie pokazuje, że około połowa zmiennych w programach pascalskich jest typu tablicowego).
 - e) Znaleźć β dla zbioru odrzuceń $X \geq 5$, jeżeli $p = 0,5$.
 - f) Który ze zbiorów odrzuceń $X \geq 8$ czy $X \geq 5$ jest bardziej pożądaný, jeżeli minimalizowany jest:
 - A) błąd I rodzaju?
 - B) błąd II rodzaju?
 - g) Znaleźć jednostronny zbiór odrzuceń postaci $X \geq a$, tak aby poziom ufności był w przybliżeniu równy $\alpha = 0,01$.

- h) Dla zbioru odrzuceń wyznaczonego w poprzednim punkcie znaleźć moc testu, jeżeli $p = 0,4$.
 i) Dla zbioru odrzuceń wyznaczonego w punkcie g) znaleźć moc testu, jeżeli $p = 0,7$.

Odp. b) 0.032, c) 0.370, d) 0.132, e) 0.006, f) A) $X \geq 8$; B) $X \geq 5$, g) $X \geq 9$, h) 0,596, i) 0,005.

5. Pośrednik w handlu nieruchomościami chce oszacować przeciętną wartość kawalerki w pewnej dzielnicy. W losowej próbie 16 kawalerek średnia wyniosła 120 000 PLN. Odchylenie standardowe wartości kawalerek
- jest znane pośrednikowi i wynosi 5500PLN;
 - nie jest znane pośrednikowi i obliczone z próby odchylenie standardowe wynosi 5500PLN,
 - wygenerować 16 elementową próbę według rozkładu $\mathcal{N}(120000; 5500)$, a następnie na poziomach istotności $\alpha_1 = 0,05$ i $\alpha_2 = 0,01$ zweryfikować hipotezy:
 - przeciętna wartość kawalerki w rozważanej dzielnicy nie uległa zmianie od ubiegłego roku i wynosi 110000 PLN;
 - przeciętna wartość kawalerki w rozważanej dzielnicy spadła poniżej 110000 PLN.
6. Producent pewnego typu opon informuje, że ich trwałość mierzona przebiegiem w [km] ma rozkład
- $\mathcal{N}(50000; 5000)$ [km],
 - $\mathcal{N}(50000; ?)$ [km],
 - $?(50000; ?)$ [km].

Na podstawie rejestrów przebiegów w wariancie a) stu, a w wariancie b) dziesięciu opon wylosowanych do badań trwałości otrzymano średni przebieg 48000[km] i empiryczne odchylenie standardowe 8000[km].

Zbudować schemat wyboru testów, aby sprawdzić, czy w każdym z rozważanych przypadków wyniki przeczą informacji producenta.

7. Zbadano czułość 80 telewizorów i uzyskano

$$\bar{x} = 348[mV] \text{ i } s = 107[mV].$$

Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ zweryfikować hipotezę, że odchylenie standardowe czułości jest większe od nominalnej wartości wynoszącej 100[mV].

8. (TG 6.30 s. 236). Pomiary prędkości samochodów osobowych na pewnym odcinku autostrady dały wyniki pokazane w tabeli danych. Zweryfikować na poziomie istotności $\alpha = 0,01$, hipotezę, że odchylenie standardowe jest większe od 10 km/h.

Tabela danych.

Prędkość	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130
Liczba samochodów	7	30	40	69	48	6

9. W losowej próbie 12 baterijek z nowej serii wprowadzanej na rynek zbadano czasy ich zdatności i otrzymano średnią arytmetyczną 34,2 godziny. Na poziomach istotności $\alpha_1 = 0,05$ i $\alpha_2 = 0,01$ zweryfikować hipotezy:

- przeciętny czas zdatności baterijek z badanej serii wynosi 36 godzin;
- przeciętny czas zdatności baterijek z badanej serii wynosi ponad 36 godzin;

w przypadku gdy:

- odchylenie standardowe długości życia baterijek w populacji wynosi 5,9 godziny;

- ii) odchylenie standardowe długości życia baterijek w próbie wynosi 5,9 godziny.
- c) wygenerować 12 elementową próbę według rozkładu $\mathcal{N}(34,2; 5,9)$ i na jej podstawie zweryfikować hipotezy a) i b).

10. Wzrost losowo wybranej osoby z pewnej populacji ma rozkład normalny o nieznanym parametrach. Pobrano próbę losową o liczności $n = 26$ i po obliczeniu przedziału ufności na poziomie 0,9 otrzymano następujący wynik: (162; 178)(cm). Wygenerować próbę złożoną z 26 pomiarów według rozkładu $\mathcal{N}(\bar{x}, s_{26})$ i na poziomie istotności 0,05 zweryfikować hipotezy

- a) średni wzrost ludzi z badanej populacji jest większy od 178 cm.
- b) odchylenie standardowe wzrostu ludzi z badanej populacji jest mniejsze od 24 cm.

11. Linia lotnicza chce oszacować frakcję Polaków, którzy będą korzystać z nowo otwartego połączenia między Poznaniem a Londynem. Wybrano losową próbę 347 pasażerów korzystających z tego połączenia, z których 201 okazało się Polakami. Na poziomach istotności $\alpha_1 = 0,1$ i $\alpha_2 = 0,01$ zweryfikować hipotezy:

- a) frakcja Polaków wśród pasażerów korzystających z nowo otwartego połączenia wynosi 60%;
- b) frakcja Polaków wśród pasażerów korzystających z nowo otwartego połączenia wynosi ponad 60%.

12. Czas obsługi w okienku bankowym nie powinien mieć dużej wariancji, gdyż w przeciwnym przypadku kolejki mają tendencję do rozrastania się. Bank regularnie sprawdza czas obsługi w okienkach, by oceniać jego wariancję. Obserwacja 22 czasów obsługi losowo wybranych klientów dała wariancję równą 8 minut². Na poziomach istotności $\alpha_1 = 0,05$ i $\alpha_2 = 0,01$ zweryfikować hipotezy:

- a) wariancja czasu obsługi w okienku bankowym wynosi 15minut;
- b) wariancja czasu obsługi w okienku bankowym wynosi ponad 15 minut.

13. Czuły przyrząd pomiarowy powinien mieć niewielką wariancję błędów pomiaru. W próbie 41 błędów pomiaru stwierdzono wariancję 102 [j.m.]². Na poziomie istotności $\alpha_1 = 0,05$ i $\alpha_2 = 0,01$ zweryfikować hipotezy:

- a) wariancja błędów pomiaru wynosi 120 [j.m.]²;
- b) wariancja błędów pomiaru wynosi poniżej 120 [j.m.]².

14. Z partii kondensatorów wybrano losowo 12 kondensatorów i zmierzono ich pojemności, otrzymując wyniki (w pF): 4,45, 4,40, 4,42, 4,38, 4,44, 4,36, 4,40, 4,39, 4,45, 4,35, 4,40, 4,35. Kondensator nie spełnia wymagań, gdy jego pojemność jest mniejsza od 4,39 pF. Wygenerować 100 elementową próbę według rozkładu $\mathcal{N}(\bar{x}_{12}, s_{12})$ a następnie na poziomach istotności $\alpha_1 = 0,05$ i $\alpha_2 = 0,01$ zweryfikować hipotezy:

- a) oczekiwana pojemność kondensatora pochodzącego z danej partii wynosi 4,39;
- b) oczekiwana pojemność kondensatora pochodzącego z danej partii wynosi ponad 4,39;
- c) wskaźnik kondensatorów, które nie spełniają wymagań technicznych wynosi 10%;
- d) Wariancja pojemności kondensatorów wynosi $0,9s^2$.

15. Wylosowano do próby 100 zakładów usługowych i otrzymano następujący rozkład wydatków na reklamę:

Kwartalne wydatki na reklamę	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20]
Liczba zakładów	10	20	40	30

Na poziomach istotności $\alpha_1 = 0,05$ i $\alpha_2 = 0,01$ sprawdzić hipotezy:

- a) przeciętne kwartalne wydatki na reklamę (w tys. PLN) wynoszą 10000 PLN;
- b) przeciętne kwartalne wydatki na reklamę (w tys. PLN) wynoszą ponad 10000 PLN;
- c) odchylenie standardowe wydatków na reklamę wynosi 4000 PLN

16. Dla wylosowanej próby studentów otrzymano następujący rozkład tygodniowego czasu nauki (w godz.):

Czas nauki	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)	[6, 8)	[8, 10)	[10, 12)
Liczba studentów	10	28	42	30	15	7

Na poziomach istotności $\alpha_1 = 0,1$ i $\alpha_2 = 0,01$ sprawdzić hipotezy:

- a) średni czas poświęcony tygodniowo na naukę dla badanej populacji studentów wynosi 6 godz.
- b) średni czas poświęcony tygodniowo na naukę dla badanej populacji studentów wynosi poniżej 6 godz.;
- c) wariancja tego czasu wynosi 4 godz.²;
- d) wariancja tego czasu wynosi ponad 4 godz.².

17. Dyrekcja supermarketu zamierza ustalić przeciętny czas (w min.) spędzany przez klientów w ich sklepie. W tym celu wylosowano próbę

czas w min	2 - 6	6 - 10	10 - 14	14 - 22	22 - 30
liczba klientów	21	58	43	15	7

Na poziomie istotności 0,05 zweryfikować hipotezy:

- a) przeciętny czas przebywania klientów w sklepie wynosi ponad 14 minut.
- b) Odchylenie standardowe czasu przebywania klientów w sklepie wynosi mniej niż 3 minuty.

18. W pewnym teście psychologicznym przeprowadzonym na wylosowanych 50 dzieciach otrzymano następujący rozkład wyników liczby zapamiętanych przez dzieci elementów:

Liczba elementów	[15, 20]	(20, 25]	(25, 30]	(30, 35]	(35, 40]	(40, 45]	(45, 50]
Liczba dzieci	6	8	12	10	7	4	3

Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ sprawdzić hipotezy:

- a) średnia liczba zapamiętanych przez dzieci elementów w teście wynosi 35;
- b) średnia liczba zapamiętanych przez dzieci elementów w teście jest mniejsza od 35;
- c) wariancja liczby zapamiętanych przez dzieci elementów w teście wynosi 25.

KA 21.03.2021