

**Цифровая коррекция фазовых и  
дисперсионных искажений  
в сигнальных и измерительных трактах**

**05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения**

**Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук**

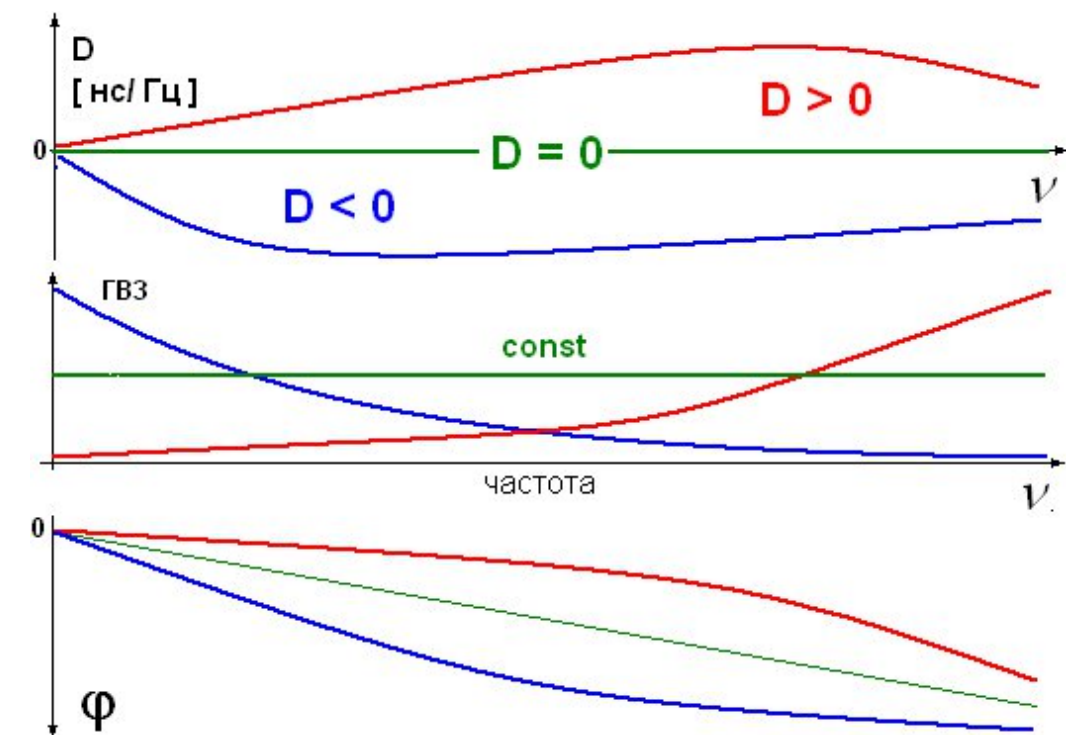
**Соискатель: Морозов Никита Сергеевич**

**Научный**

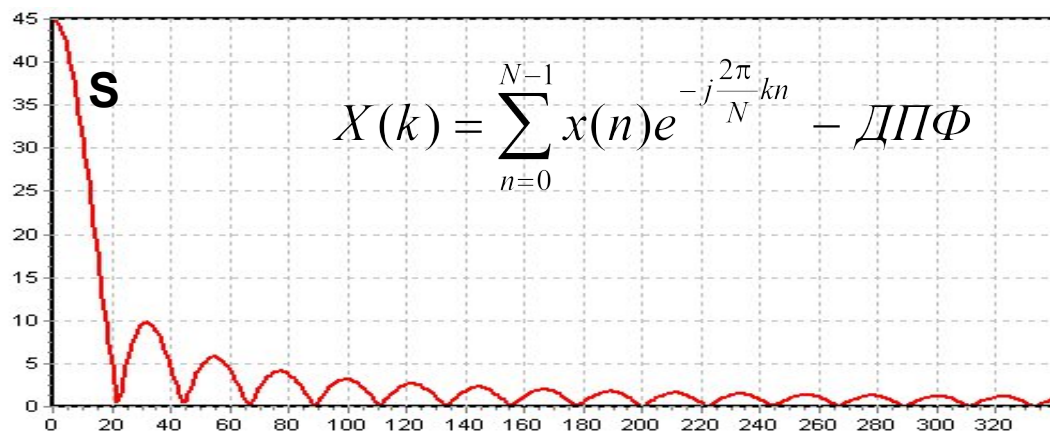
**руководитель : доцент, к.т.н. Бугров В.Н.**

- I. Селективная способность - обеспечение совокупности требуемых характеристик в частотной области.
- II. Частотная дисперсия сигнала в линейном цифровом фильтре.
- III. Вычислительная сложность - обеспечение минимального времени расчёта отклика цифрового фильтра при работе в реальном времени.
- IV. Динамический диапазон цифрового фильтра.

# Частотная дисперсия сигнала в линейных цифровых фильтрах



$$D(\nu) = \frac{\partial \tau_{gr}}{\partial \omega} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \tau_{gr}}{\partial \nu}$$



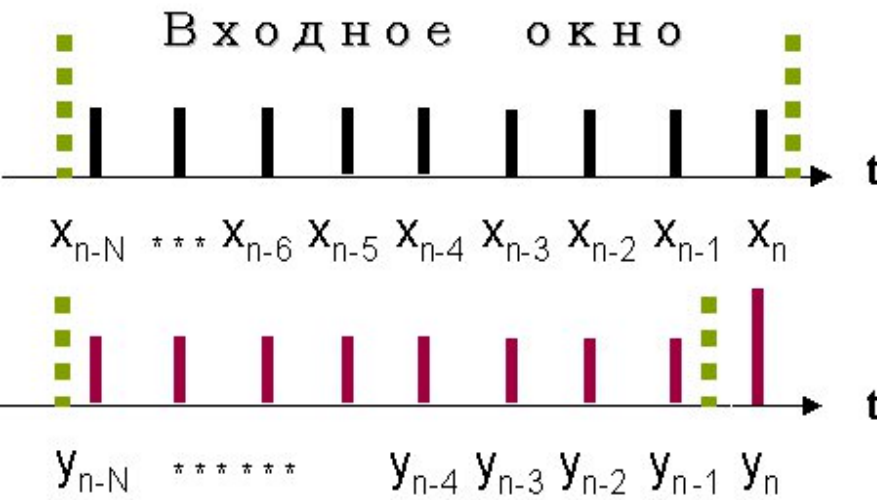
$$H(e^{j\omega T}) = |H(e^{j\omega T})| e^{j\varphi(\omega T)}$$

**Целью работы** является разработка подхода к синтезу корректоров и компенсаторов частотной дисперсии на основе цифровых фазовых фильтров для сигнальных видео и радиотрактов с учётом возможности их реализации на целочисленных цифровых платформах.

### **Задачи диссертационной работы:**

- Анализ систематических ошибок аналитического синтеза цифровых фазовых корректоров и компенсаторов частотной дисперсии и разработка дискретных моделей цифровых фазовых БИХ-фильтров с учётом характеристик частотной дисперсии сигнала;
- Дискретный синтез корректоров фазовых искажений сигнальных видео и радиотрактов, реализованных на фазовых БИХ-фильтрах методами нелинейного математического программирования с заданной системой прямых и функциональных ограничений;
- Дискретный синтез компенсаторов линейно возрастающей и линейно падающей частотной дисперсии в каналах высокоскоростной линии передачи;
- Тестовое модельное и экспериментальное исследование на реальном сигнале синтезированных квантованных корректоров фазовых искажений сигнального или измерительного видео и радиотрактов.

# Цифровые фильтры с вещественными коэффициентами



## Недостатки вещественного описания и классических методов синтеза

1. Невозможен расчёт частотной дисперсии при аналитической  $H(z)$
2. Нельзя реализовать ЧХ произвольной формы
3. Неустраняемая ошибка квантования коэффициентов при реализации
4. Высокие вычислительные затраты в фильтрах с вещественными коэфф.

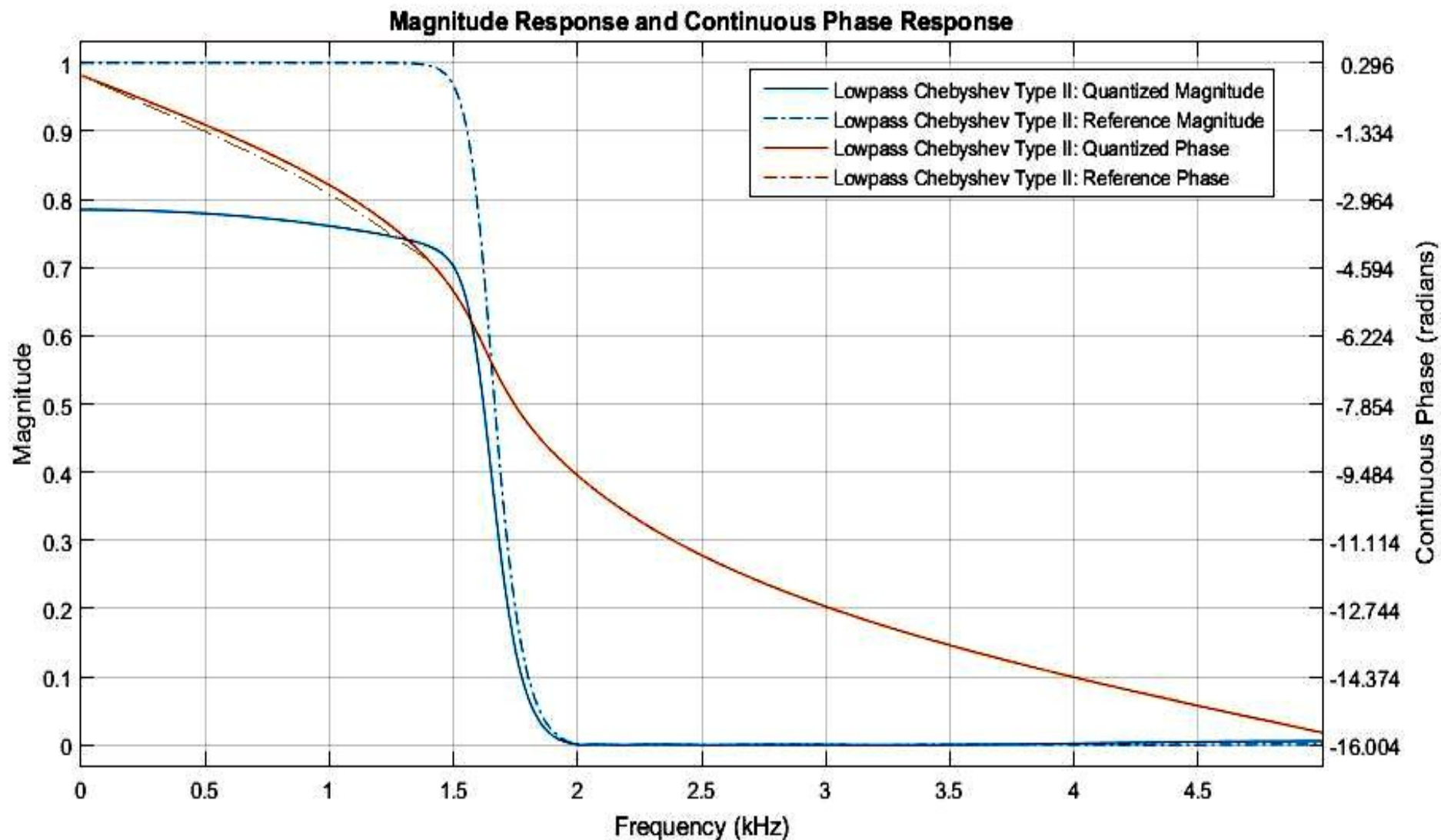
$$y_n = -\sum_{k=1}^N a_k \cdot y_{n-k} + \sum_{k=0}^N b_k \cdot x_{n-k} \quad \mathbf{a_k, b_k} - \text{вещественные коэффициенты}$$

$$-1.0 < a_k < 1.0$$

$$-1.0 < b_k < 1.0$$

$$H(z) = H_0 \prod_{i=1}^m \frac{1 + b_{1i}z^{-1} + b_{2i}z^{-2}}{1 + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}$$

# Фазовые и дисперсионные искажения БИХ-фильтров, синтезированных по аналоговому прототипу

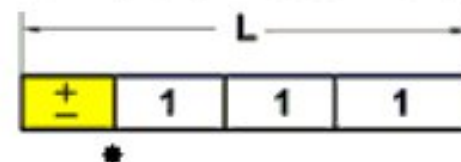
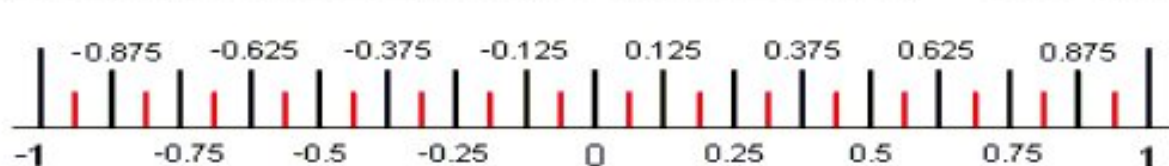


**$D_{\max} = 5,9$  мкс/Гц**



# Целочисленная дискретизация коэффициентов

А. Арифметика с фиксированной точкой: **N.M** при  $N=0$   $|C| < 1.0$  FPU



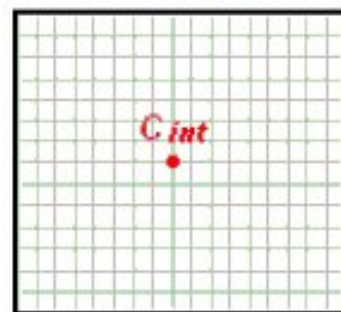
$C = 0,90662334$  – неквант  $L=4$  бита  $C_{\text{float}} = C_{\text{int}} / 2^{L-1} = 7 / 2^3 = 0,875$

$C_{\text{int}} = 0,90662334 * 2^3 + 0,5 = 7,753 \approx 7$   $\varepsilon = 0,90662334 - 0,875 = 0,03162$

$L=5 : \{-0.9375 \ -0.875 \ 0.8125 \ 0.75 \dots\}$

$L=12 : \{-0.9997538 \ -0.9995117 \ -0.9992675 \dots\}$

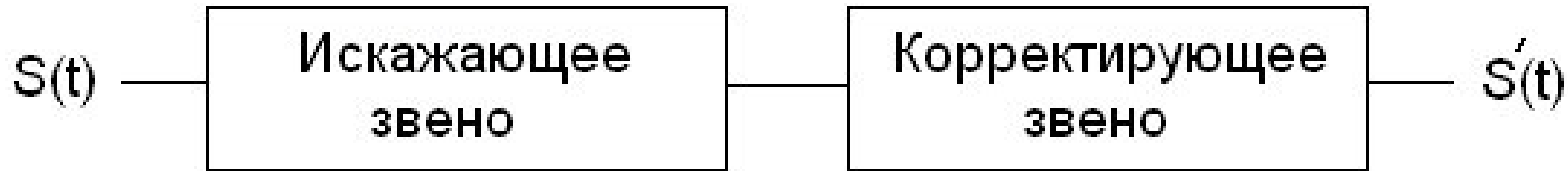
Б. Целочисленная арифметика: **N.M** при  $M=0$   $\text{int } a_k, b_k$   $-2^{L-1} < a_k, b_k < 2^{L-1}$



$I^n$  - целочисленное пространство

1. Минимальные вычислительные затраты
2. Реализация без FPU на любых платформах
3. Нет квантования произведений
4. Просто реализовать без умножителей
5. Легкий перевод во float

# Моделирование рекурсивного фазового корректора

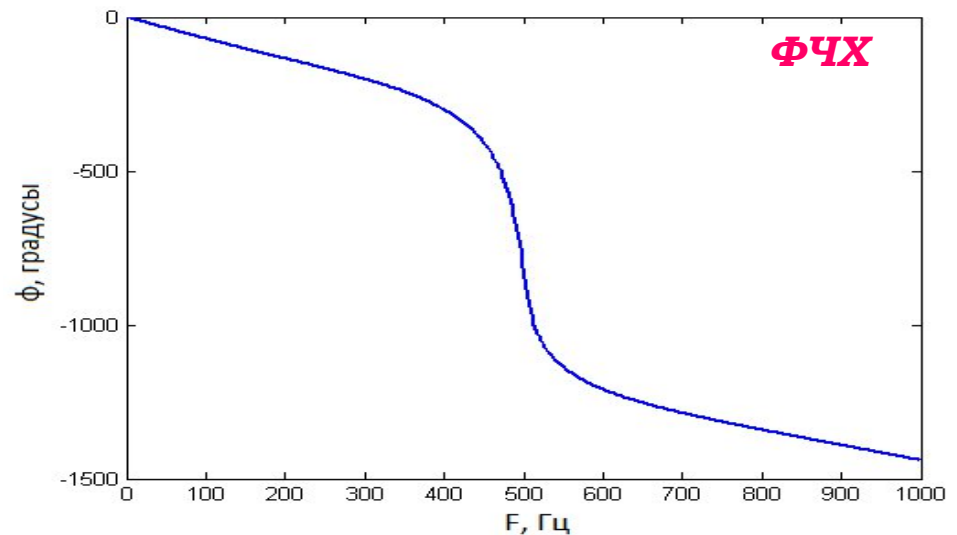
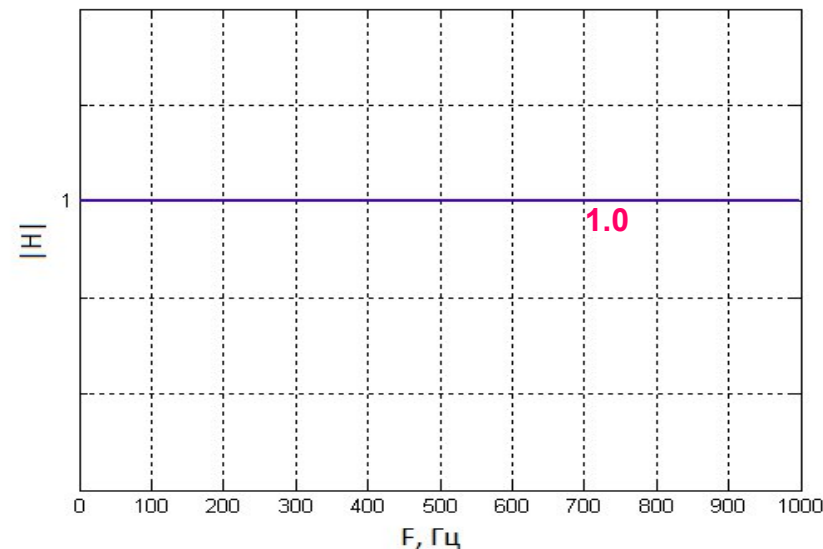


$$(1) \quad K_{(j\omega)}^{\Sigma} = A_{(\omega)}^{\Sigma} e^{j\varphi_{(\omega)}^{\Sigma}} = A_{(\omega)}^H \cdot A_{(\omega)}^K e^{j[\varphi_{(\omega)}^H + \varphi_{(\omega)}^K]}$$

$$(2) \quad \varphi_{(\omega)}^K = \omega\tau - \varphi_{(\omega)}^H$$

$$(3) \quad H(z) = \prod_{i=1}^m \frac{a_{2i} + a_{1i}z^{-1} + a_{0i}z^{-2}}{a_{0i} + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}$$

$$a_{0i} = b_{2i} \quad a_{1i} = b_{1i} \quad a_{2i} = b_{0i}$$





# Программа расчёта отклика ЦФК и оценка вычислительных затрат

```
#define IIR16_NBIQ 2
const short IIR16_COEFF[6*IIR16_NBIQ+1]={
    -29,128,-32,29,32,7,
    -28,128,44,28,-44,7};
int DBuffer[2*IIR16_NBIQ+1];
int EBuffer[2*IIR16_NBIQ+1];
int IIR_Filtr(int Data) {
    int32 temp;
    short *COEFF=(short*)IIR16_COEFF;
    short *D = (short*)DBuffer;
    short *E = (short*)EBuffer;
    short Xc, pvalue;
    int i;

    pvalue = (short)Data;
    for(i=0;i<IIR16_NBIQ;i++){
        Xc = pvalue;
temp = (long)(*COEFF++)*Xc +
        (long)(*COEFF++)*(*D++) +
        (long)(*COEFF++)*(*D--) +
        (long)(*COEFF++)*(*E++) +
        (long)(*COEFF++)*(*E--);
        *D++ = *D;
        *E++ = *E;
        pvalue = (short)(temp>>*COEFF++);
        *D++ = Xc;
        *E++ = pvalue;
    }
    return (int) pvalue;
}
```

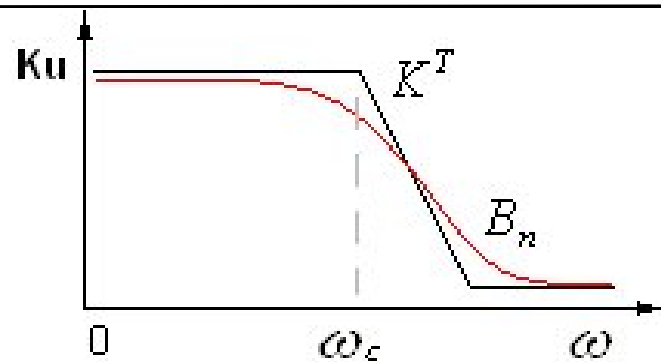
При расчёте отклика рекурсивного ЦФК используется минимальное количество базовых операций, причём все эти операции целочисленные. Общее число тактов ЦПУ, необходимых для вычисления в реальном времени отклика каскадного рекурсивного ЦФК на МК MSP430F1611 составило  $43 + 92 \cdot m$  тактов, где  $m$  – число каскадов ЦФК.

Расчёт времени выполнения цифровой коррекции

на микроконтроллере MSP430F1611

Количество звеньев $m$	Количество тактов ЦПУ	Время выполн., мс	Максимальная $f_d$ , Гц
1	135	0,016875	59259,2
2	227	0,028375	35242,4
3	319	0,039875	25078,7
4	411	0,051375	19464,2
5	503	0,062875	15904,5
6	595	0,074375	13445,4
7	687	0,085875	11644,8
8	779	0,097375	10268,3

# Систематические ошибки аналитического синтеза



## Аналитическая аппроксимация

$B_n^2(\omega) = 1 / (1 + \omega^{2n})$  – Баттерворт

$T_n(\omega) = \cos(n \cdot \arccos \omega)$  – Чебыш

$$\delta_a = \max_{\omega} |K_{\omega}^T - B_n(\omega)|$$

$K(p) \Rightarrow H(z) \Rightarrow \text{структура}$

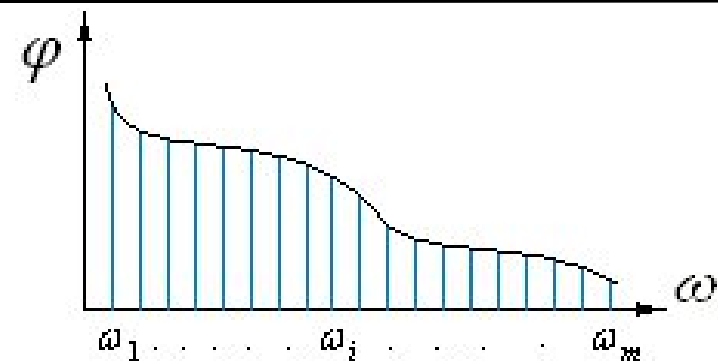
$$H(z) = \prod_{i=1}^m \frac{b_{0i} + b_{1i}z^{-1} + b_{2i}z^{-2}}{a_{0i} + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}}$$

## Практическая реализация

– квантование коэф:  $\varepsilon = C - C_{float}$

– квантование MAC:  $127 * 10 = 1270$

$$0,8125 * 0,625 = 0,5078125$$



## Табулированное представление

$Y_j[y_1(X), y_2(X) \dots y_i(X), \dots y_m(X)]$

– расчёт ЧХ численными методами

$$D(\omega) = \partial^2 \varphi / \partial \omega^2$$

– дискретизация коэфф. при  $\varepsilon = 0$

$Y_j[y_1(DX), y_2(DX) \dots y_i(DX), \dots y_k(DX)]$

## Задача ЦНП и поисковое её решение

$$\overset{\circ}{F}(\overset{\circ}{IX}) = \min F(IX) \quad IX \in I^{sm}$$

$$F(IX) = \beta_1 f_{\text{АЧХ}}(IX) + \beta_2 f_{\text{ФЧХ}}(IX)$$

$$f_i(IX) = \max |Y_n(IX) - Y_n^T|$$

# Метод синтеза технического решения на дискретной сетке кода Грея

$$\overset{0}{F}(\overset{0}{X}) = \min_{X \in D} F(X) \quad (1)$$

$$D: \left\{ x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \right. \quad (2)$$

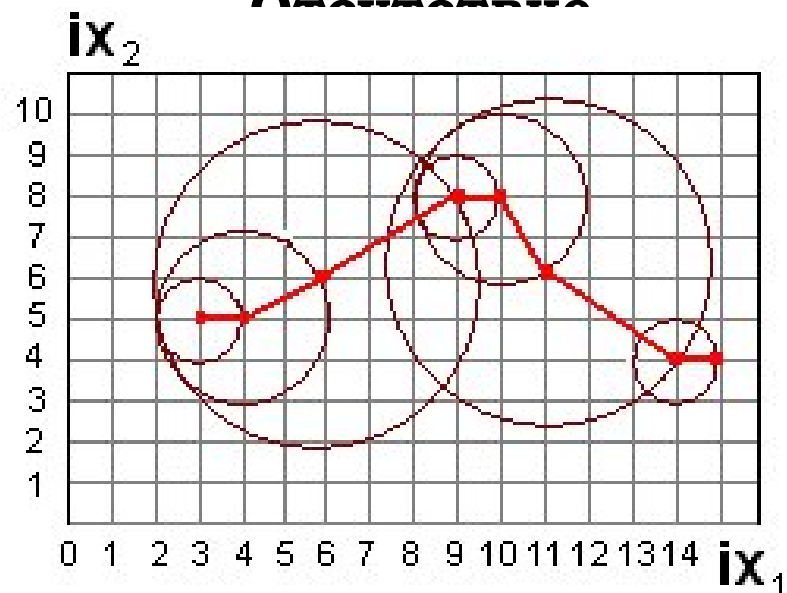
$$\Phi_j(X) > 0 \quad j = \overline{1, k} \quad (3)$$

$$B \leq \Psi_r(X) \leq C \quad r = \overline{1, n} \quad (4)$$

1. Постановка задачи синтеза как задачи нелинейного математического программирования с заданной системой прямых и функциональных ограничений.

2. Синтез технического решения численными методами поиска на сетке с дискретностью квантования заданным числом двоичных разрядов.

- **Высокая надёжность**  
- **Малые потери на поиск**  
- **Работоспособность в пространстве большой размерности (до 1000 переменных)**



$$x^{k+1} = x^k + \alpha^k P^k \quad 11$$

# Постановка задачи дискретного синтеза ЦФК и ЦКД с целочисленными коэффициентами

$$\overset{0}{F}(\overset{0}{IX}) = \min F(IX) \quad IX \in I^{2^m} \quad (1)$$

$$-2^{Wk-1} < a_{di} < 2^{Wk-1} \quad i=\overline{1, m} \quad (2)$$

$$a_{0i} \in \{2^q\} \quad q = \overline{0, Wk-1} \quad (3)$$

$$|Z_{pi}| < r_{\max} \quad i=\overline{1, m} \quad (4)$$

$$F(IX) = \frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p [\varphi_n(IX) - \varphi_n^T]^2 \quad (5)$$

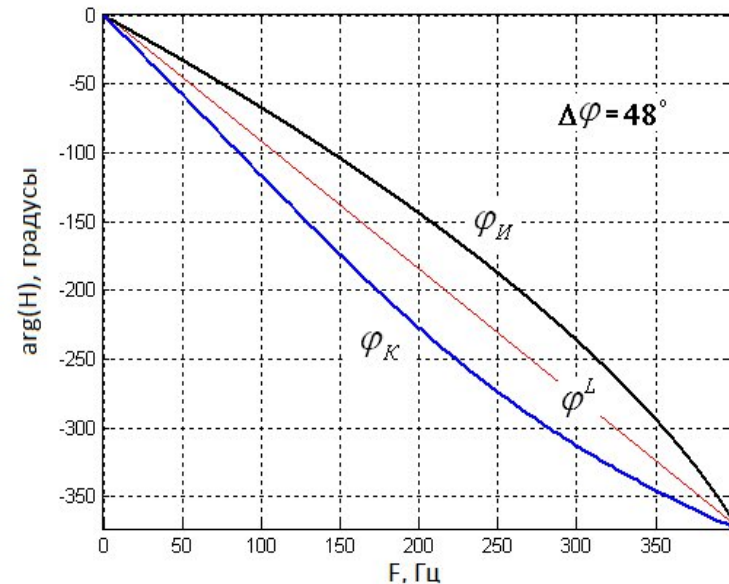
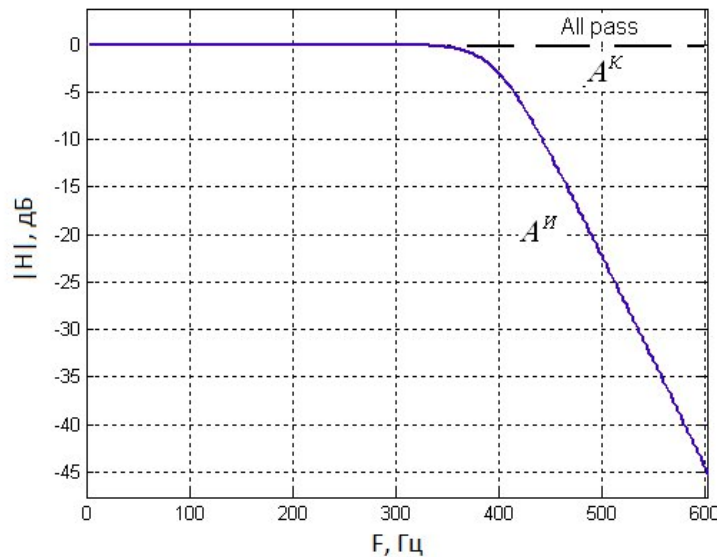
$$F(IX) = \beta_1 f_{ГВЗ}(IX) + \beta_2 f_{ДИС}(IX) \quad (6)$$

$$f_i(IX) = \frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p [Y_n(IX) - Y_n^T]^2 \quad (7)$$

$$f_i(IX) = \max |Y_n(IX) - Y_n^T| \quad (8)$$

- Прямые ограничения на целочисленные коэффициенты заданной битовой длины (2)
- Нормирующий power-of-two коэффициент (3)
- Контроль устойчивости по всем полюсам  $H(z)$  (4)
- Синтез ЦФК по требуемой фазовой характеристике (5)
- Синтез ЦКД по совокупности требуемых частотных характеристик (6)
- Частные целевые функции
- Расчёт дисперсионных характеристик численными методами дифференцирования при их дискретном представлении

# Синтез корректора фазовых искажений видеотракта



$$(1) \quad \overset{0}{F}(\overset{0}{IX}) = \min F(IX) \quad IX \in I^4$$

$$(2) \quad -128 < a_{di} < 128 \quad d=\overline{1,2} \quad i=\overline{1,2}$$

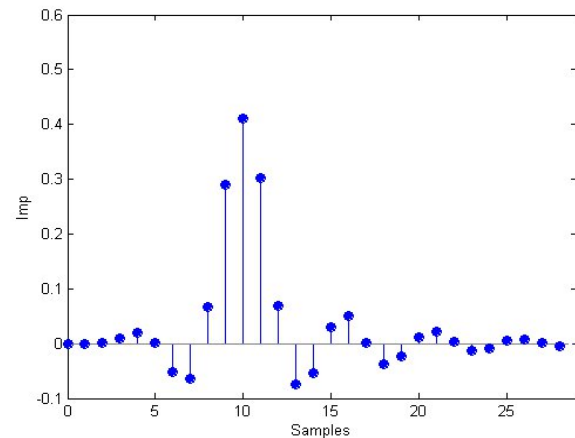
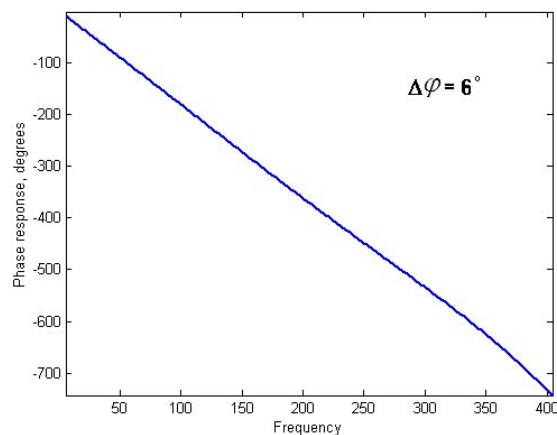
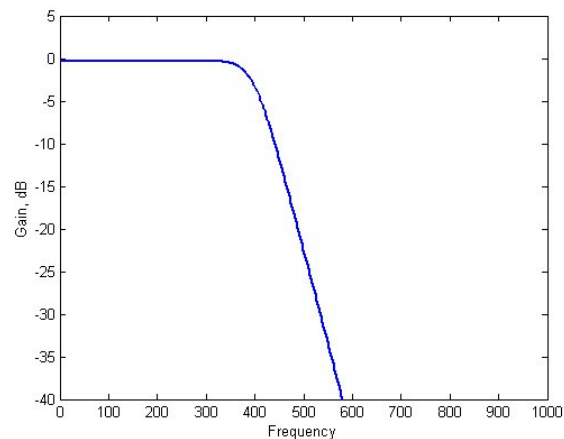
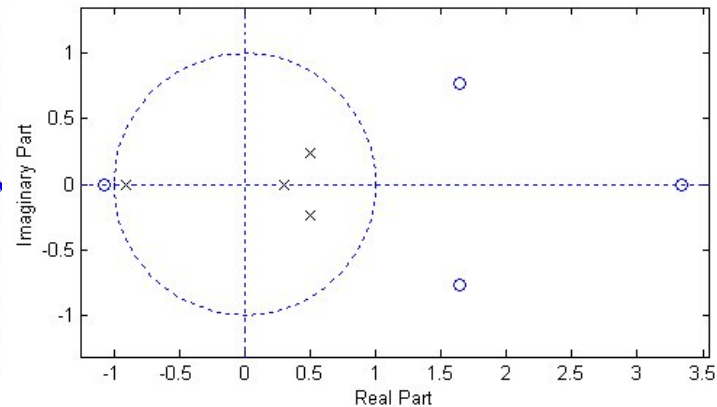
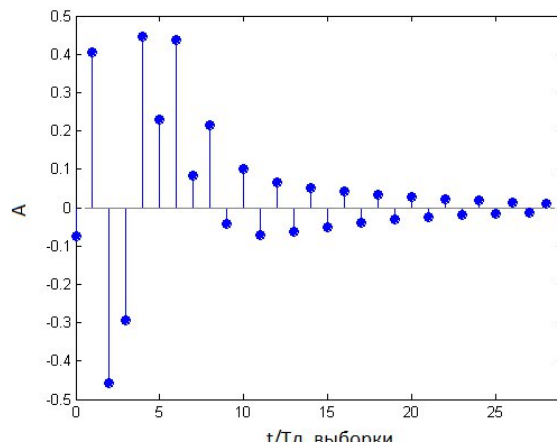
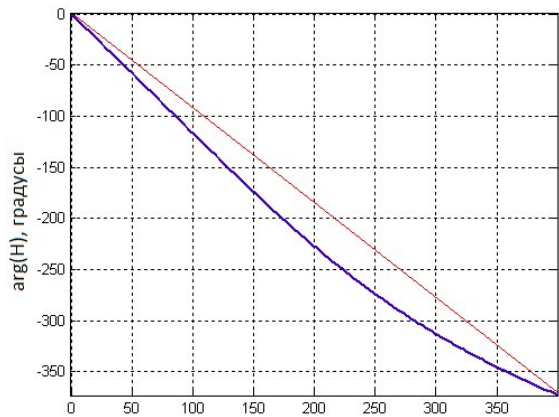
$$(3) \quad a_{0i} = 128 \quad i = \overline{1,2}$$

$$(4) \quad |Z_{pi}| < 0,95 \quad i=\overline{1,4}$$

$$(5) \quad F(IX) = \frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p [\varphi_n(IX) - \varphi_n^T]^2$$

1. Полоса пропускания 0 - 400 Гц
2. Погрешность реализации требуемой ФЧХ :  $5^\circ$
3. Контроль устойчивости по полюсам коэффициента передачи с радиусами не выше 0,95
4. Длина слова коэффициентов фильтра  $Wk = 8$  бит
5. Порядок фазового фильтра  $N = 4$
6. Частота дискретизации  $fs = 2$  кГц

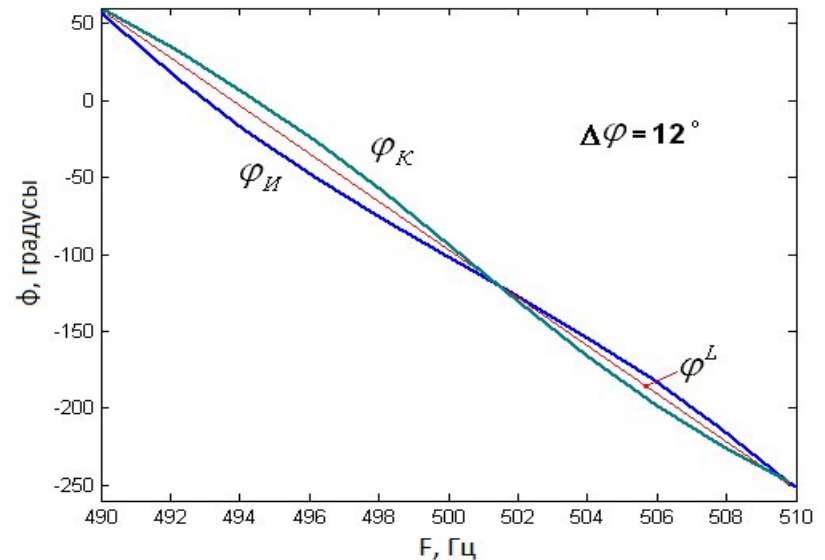
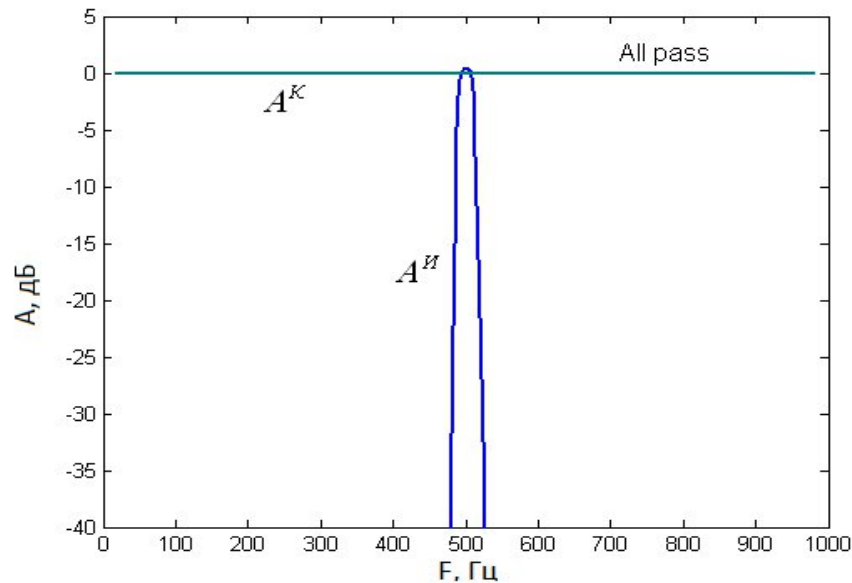
# Синтез корректора фазовых искажений видеотракта



Оптимальные 8-битовые коэффициенты ЦКФ

Звено фильтра	Целочисленные коэффициенты			Вещественные коэффициенты передаточной функции		
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
1	128	-128	38	0,9921875	-0.9921875	0.2968750
2	128	79	-32	0,9921875	0.6171875	-0.2500000

# Синтез корректора фазовых искажений радиотракта



$$(1) F(IX) = \min F(IX) \quad IX \in I^8$$

$$(2) -128 < a_{di} < 128 \quad d=\overline{1,2} \quad i=\overline{1,4}$$

$$(3) a_{0i} = 128 \quad i = \overline{1,4}$$

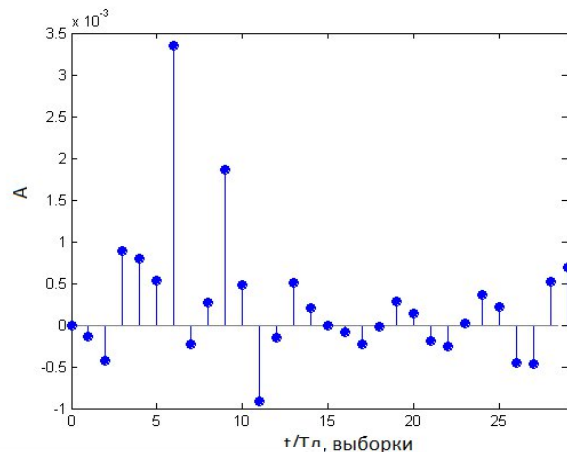
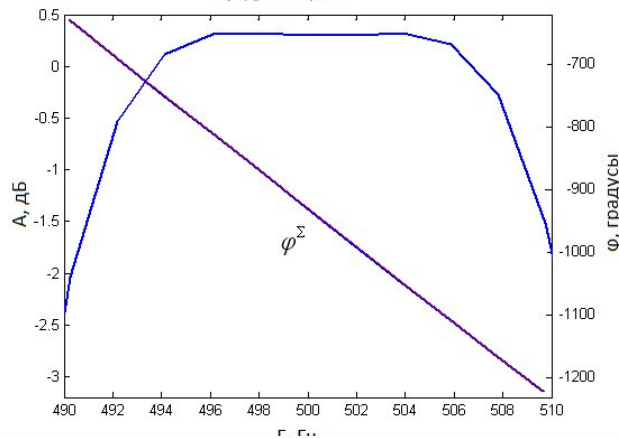
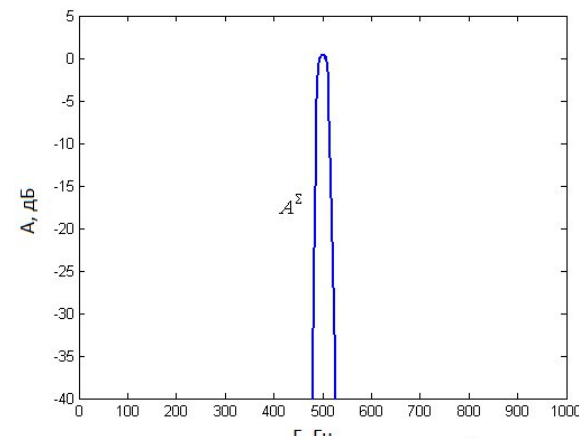
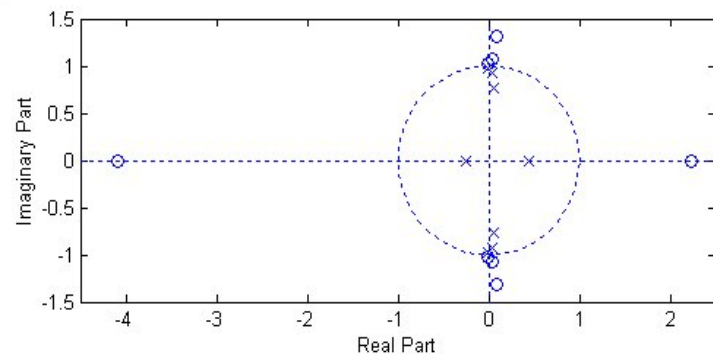
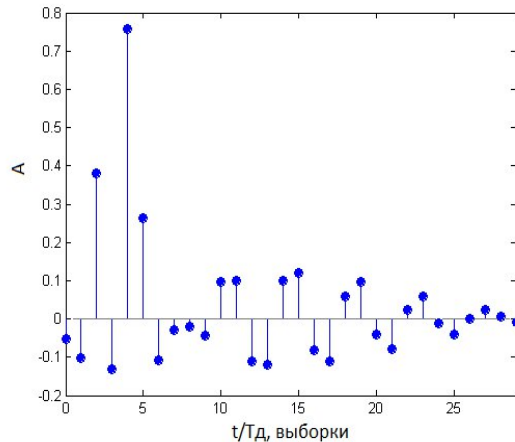
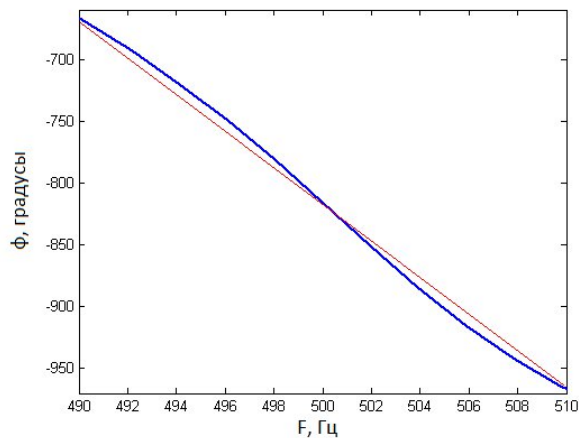
$$(4) |Z_{pi}| < 0,95 \quad i=\overline{1,8}$$

$$(5) F(IX) = \frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p [\varphi_n(IX) - \varphi_n^T]^2$$

1. Полоса фазовой коррекции 490 - 510 Гц
2. Погрешность реализации ФЧХ : 5°
3. Контроль устойчивости по полю-сам коэффициента передачи с радиусами не выше 0,95
4. Длина слова коэффициентов фазового фильтра Wk= 8 бит
5. Порядок фазового фильтра N= 8
6. Частота дискретизации fs= 2 кГц



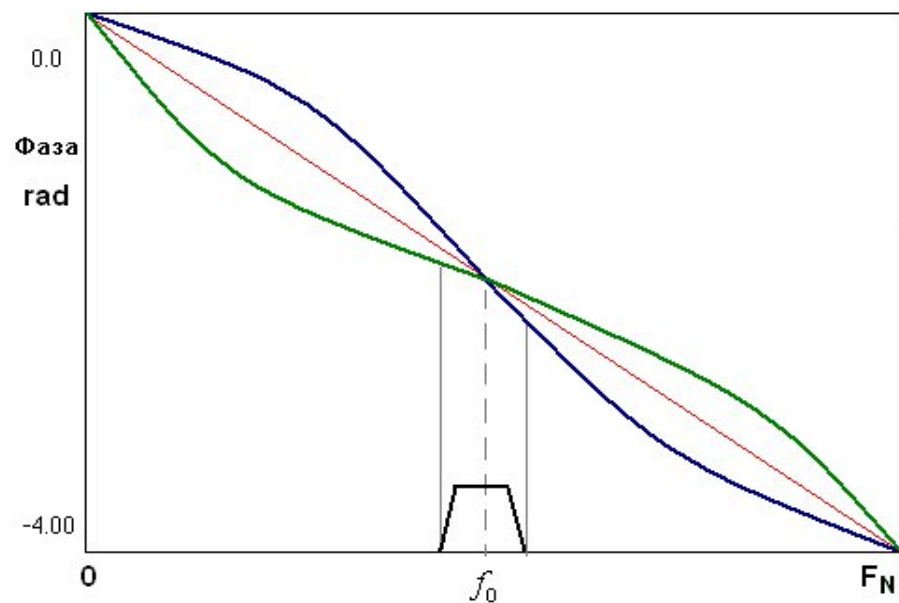
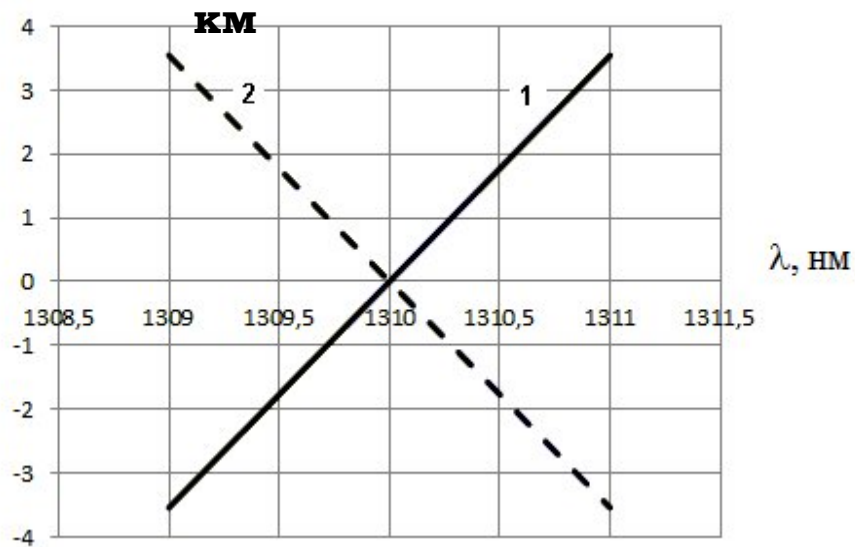
# Синтез корректора фазовых искажений радиотракта



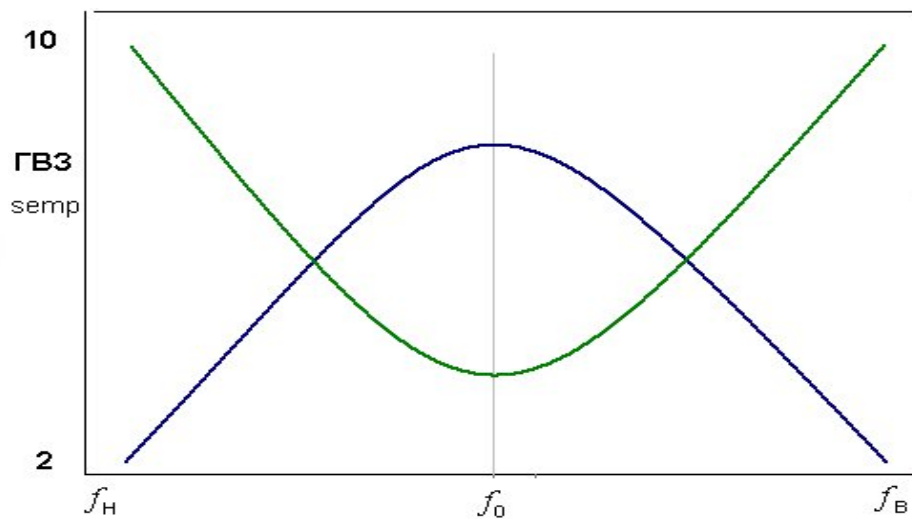
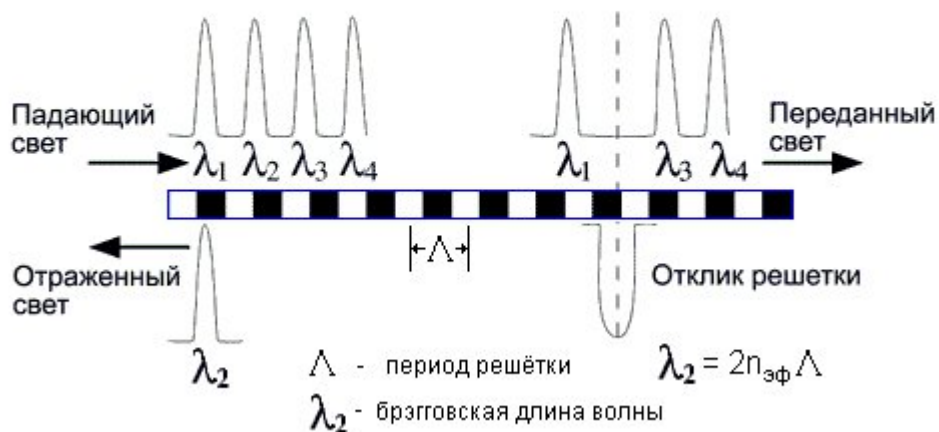
Звено фазового фильтра	Целочисленные коэффициенты			Вещественные коэффициенты передаточной функции		
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
1	128	-10	112	0,9921875	-0.0871250	0.8750000
2	128	-13	74	0,9921875	-0.1015625	0.5781250
3	128	-26	-14	0,9921875	-0.2031250	-0.1093750
4	128	1	121	0,9921875	0.0078125	0.9453125

# Частотная дисперсии в узкой полосе канала связи

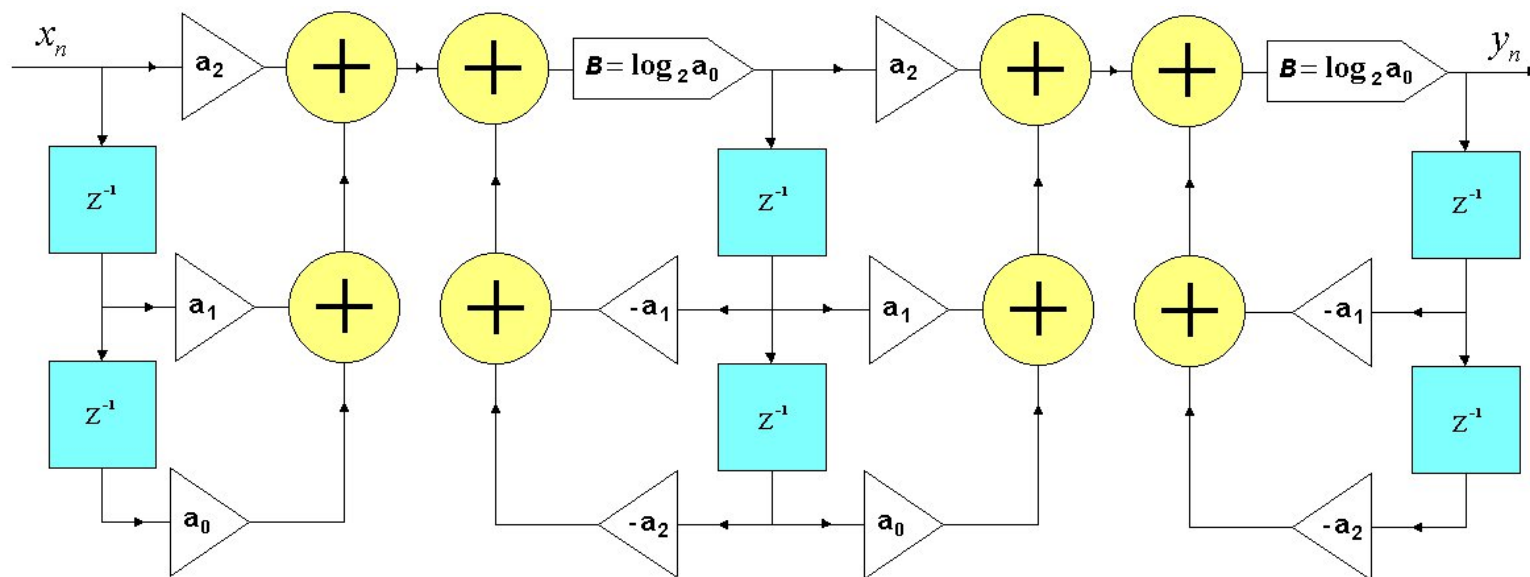
$D$ , пс/нм **SMF 28 (фирмы CORNING), 50**



## Волоконная брэгговская решётка



# Синтез компенсатора дисперсии на базе фазового (всепропускающего) БИХ-фильтра



$$(1) \quad \overset{0}{F}(\overset{0}{IX}) = \min F(IX) \quad IX \in I^4$$

$$(2) \quad -128 < a_{di} < 128 \quad d=\overline{1,2} \quad i=\overline{1,m}$$

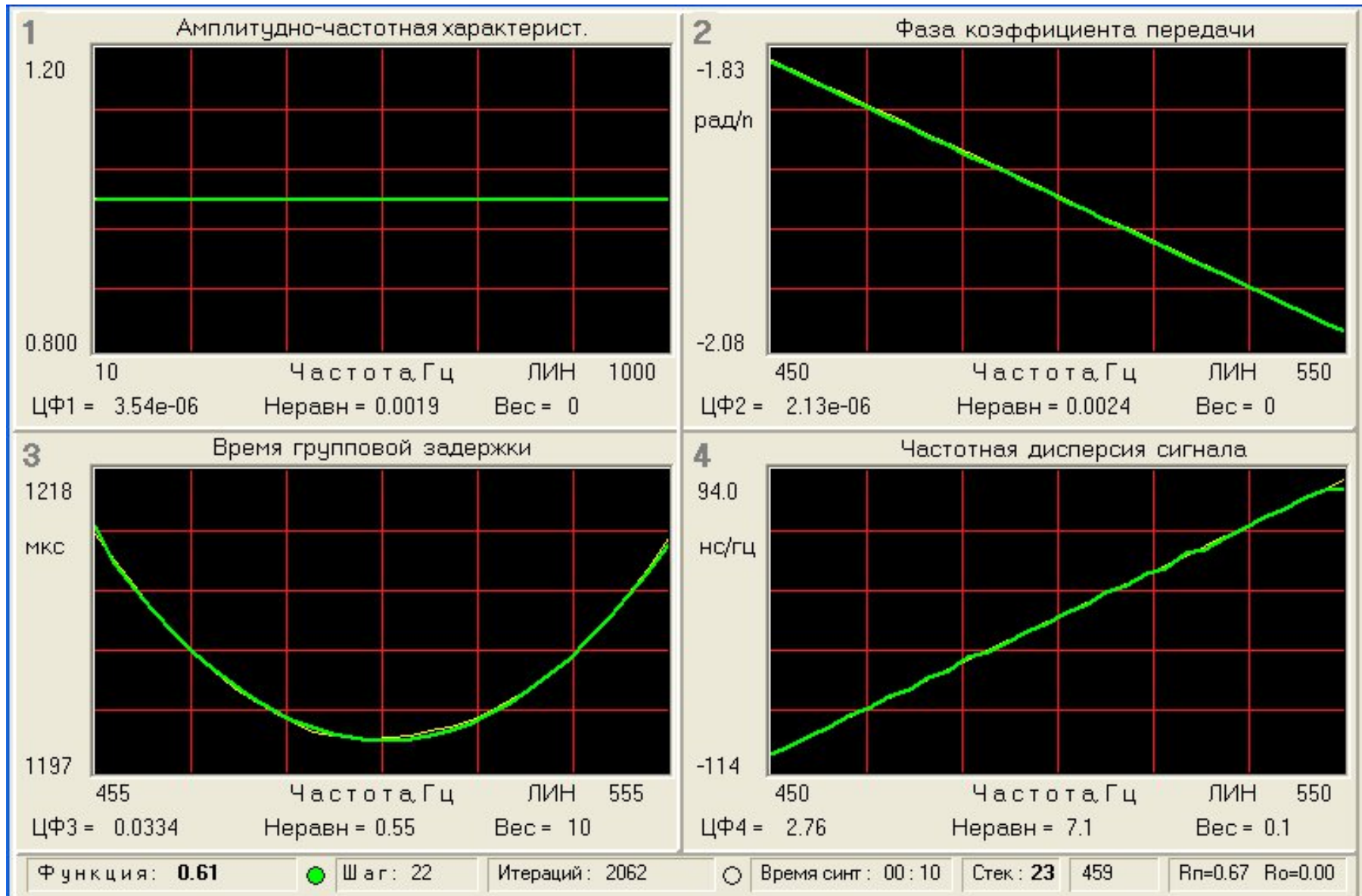
$$(3) \quad a_{0i} = 128 \quad i = \overline{1,2}$$

$$(4) \quad |Z_{pi}| < 0,9 \quad i=\overline{1,2}$$

$$(5) \quad F(IX) = \beta_1 f_{ГВЗ}(IX) + \beta_2 f_{ДИС}(IX)$$

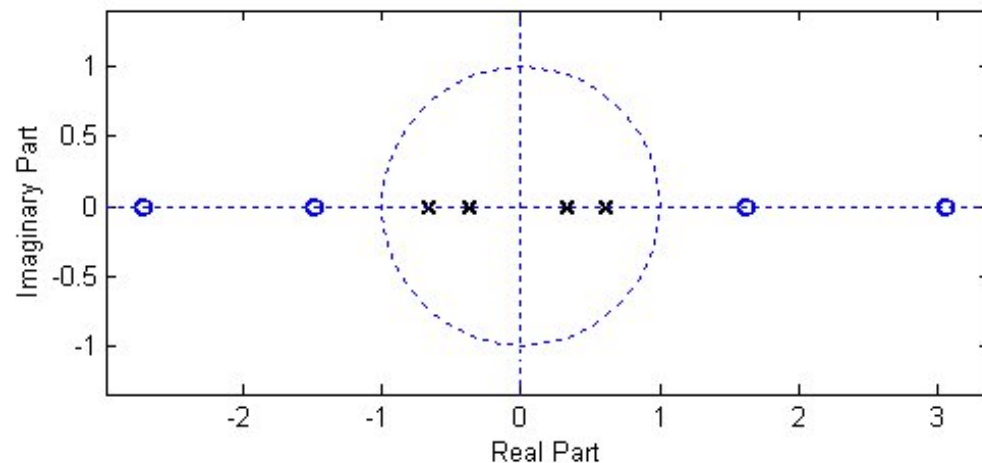
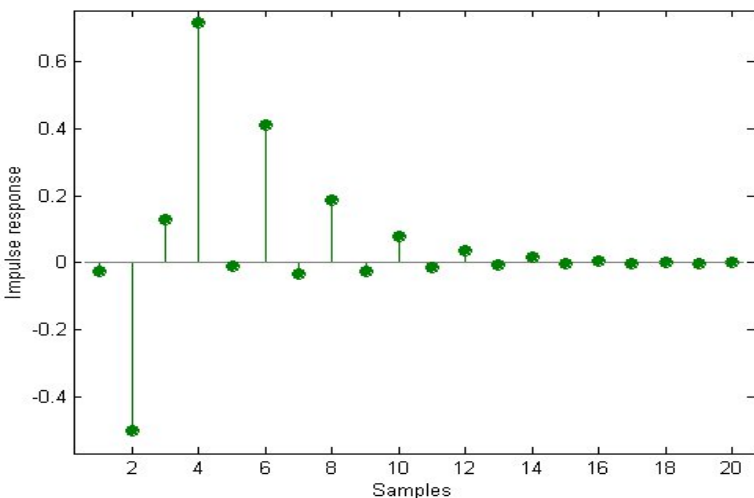
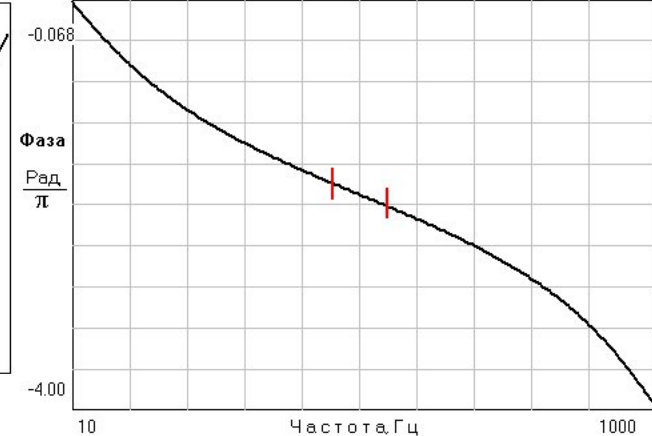
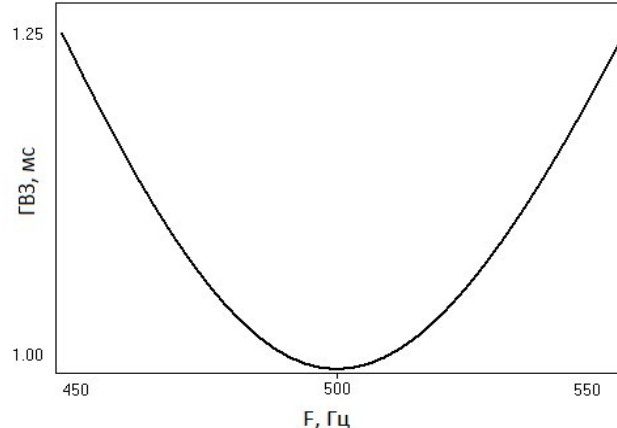
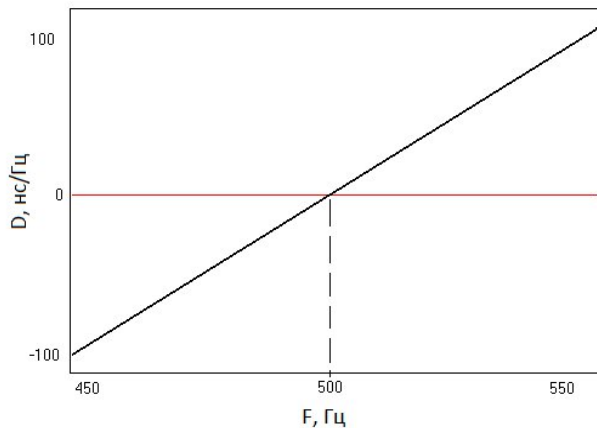
1. Центральная частота канала 500 Гц
2. Линейность дисперсионной характеристики в полосе 450-550 Гц
3. Контроль устойчивости по полюсам коэффициента передачи с радиусами не выше 0,9
4. Длина слова коэффициентов фильтра  $W_k = 8$  бит
5. Порядок фазового фильтра  $N = 4$
6. Частота дискретизации  $f_s = 2$  кГц

# Синтез компенсатора с линейно возрастающей дисперсией на базе фазового БИХ-фильтра



$$F(IX) = \beta_1 f_{ГВЗ}(IX) + \beta_2 f_{ДИС}(IX)$$

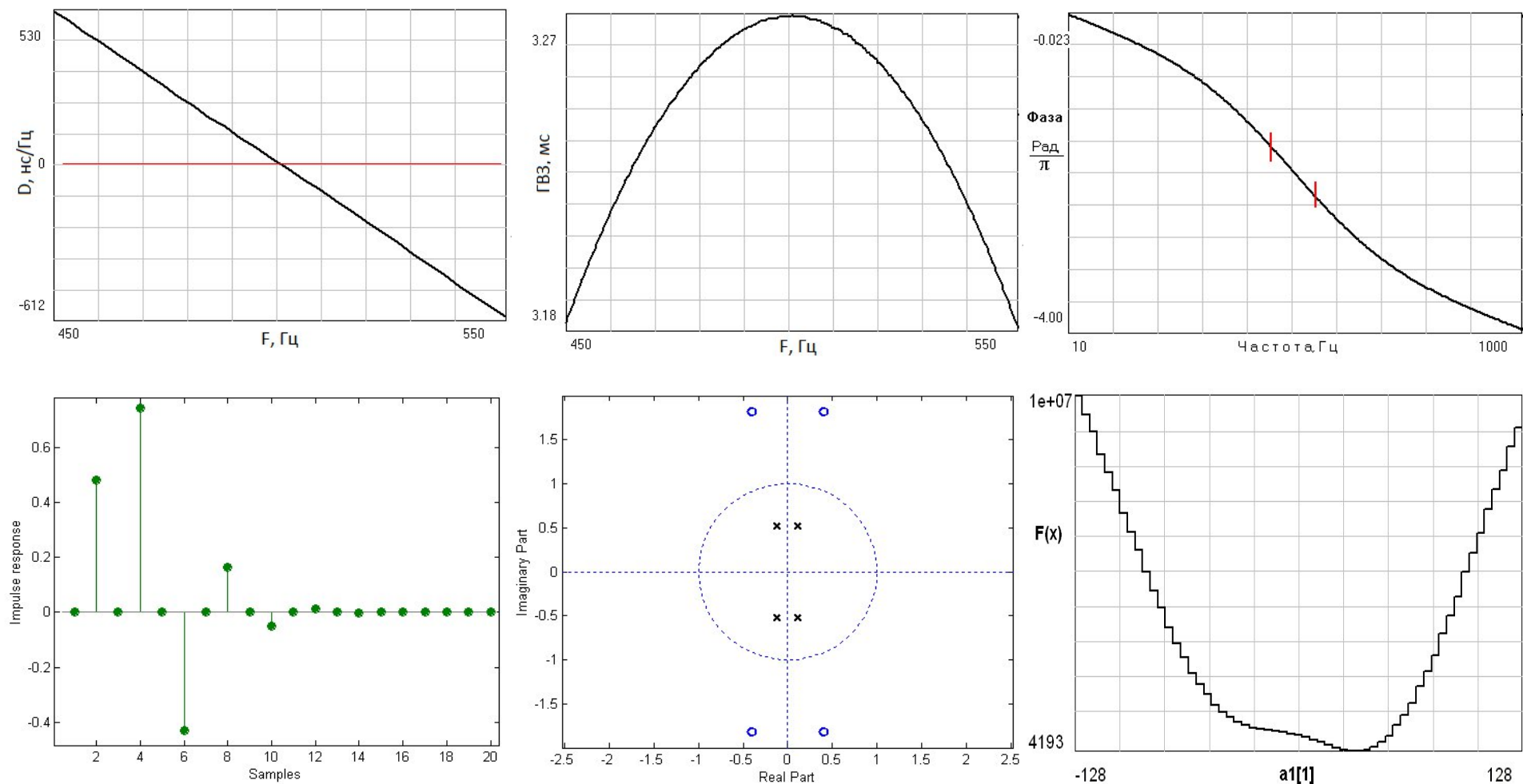
# Синтез цифрового компенсатора с линейно возрастающей дисперсией



Звено фильтра	Целочисленные коэффициенты			Вещественные коэффициенты передаточной функции		
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
1	128	-32	-29	0,9921875	-0.2500000	-0.2265625
2	128	44	-28	0,9921875	0.3437500	-0.2187500

$$C_{float} = C_{int} / 2^{Wk-1}$$

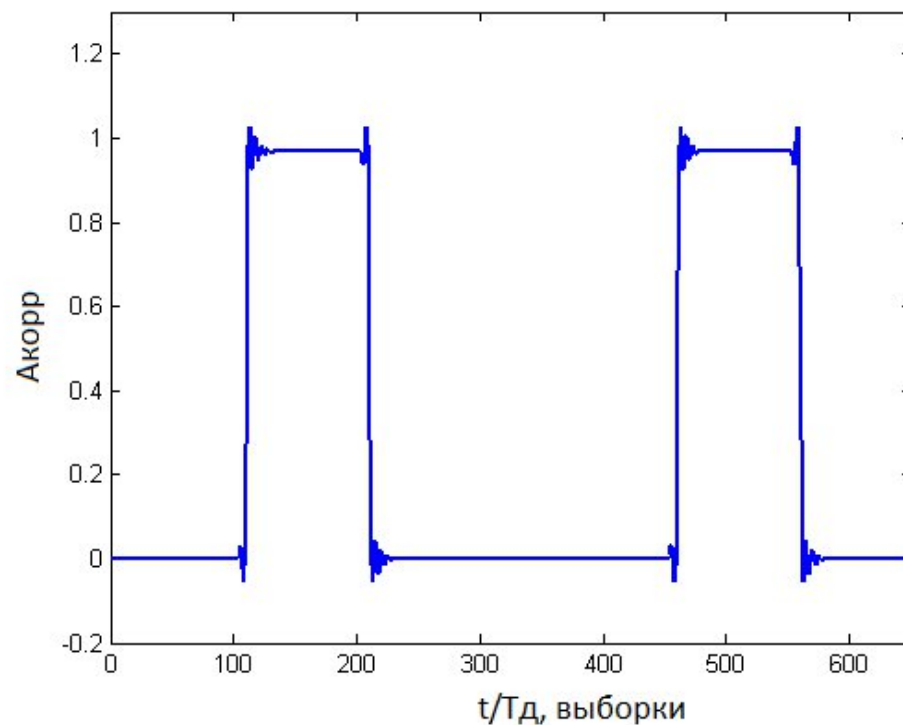
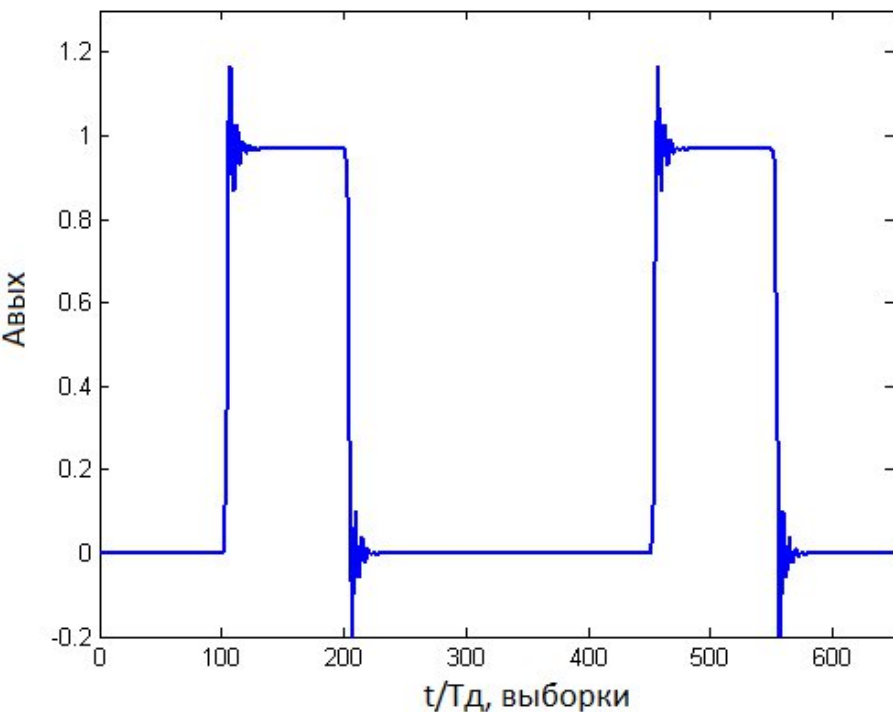
# Синтез цифрового компенсатора с линейно падающей дисперсией



Звено фильтра	Целочисленные коэффициенты			Вещественные коэффициенты передаточной функции		
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
1	128	30	37	0,9921875	0.2343750	0.2890625
2	128	-30	37	0,9921875	-0.2343750	0.2890625



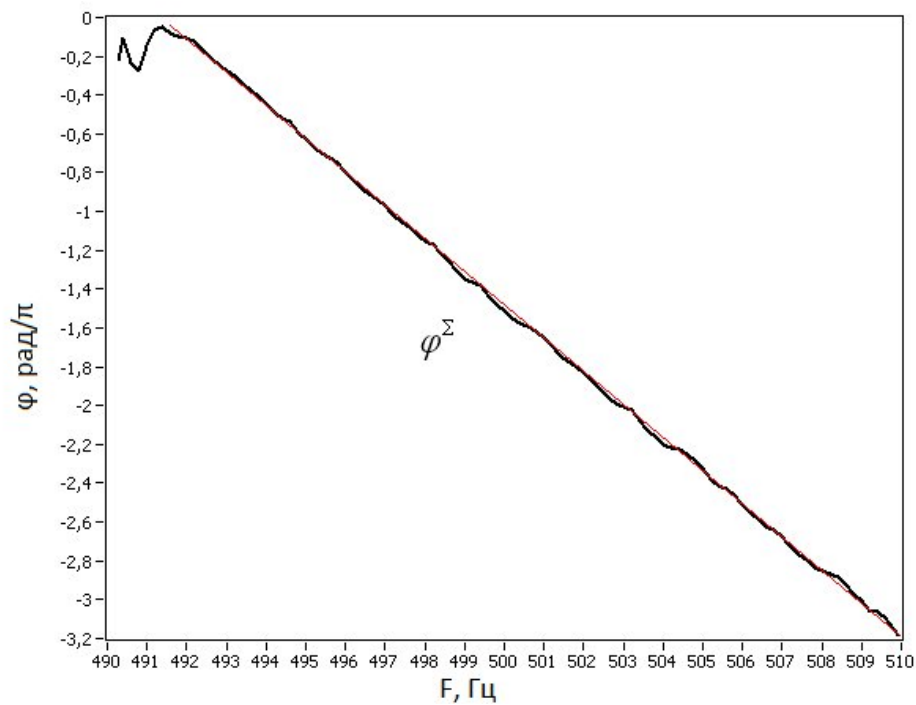
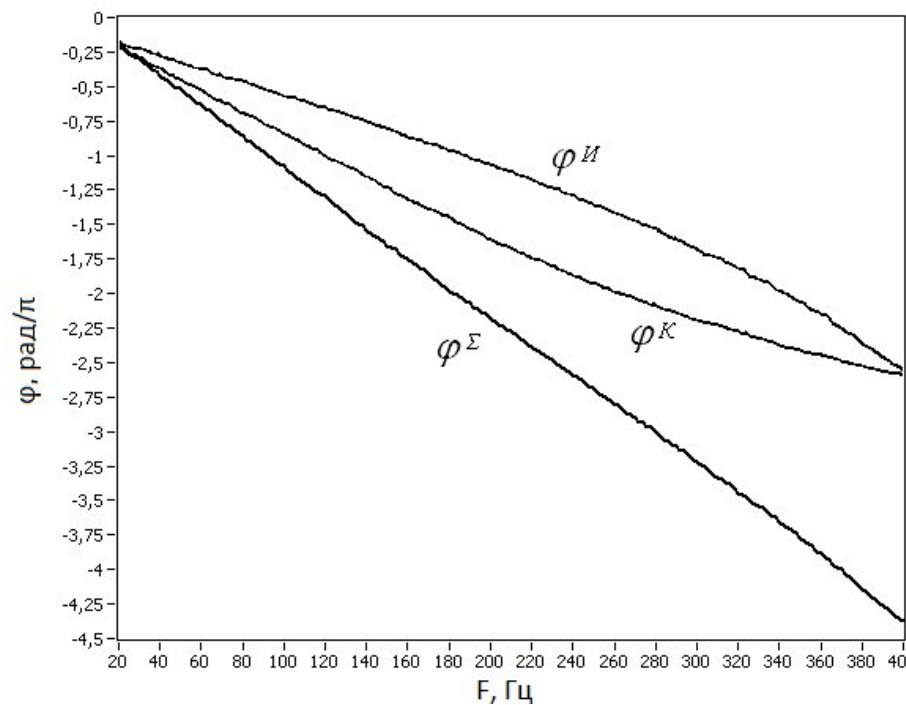
## Экспериментальное исследование фазовых корректоров



**Прохождение последовательности прямоугольных импульсов через исходный (слева) и скорректированный (справа) видеотракт**



# Экспериментальное исследование фазовых корректоров



**Измерение ФЧХ скорректированного видео (слева) и радио (справа) сигнальных трактов**

- На основе всестороннего анализа систематических ошибок аналитических подходов к синтезу цифровых цепей коррекции фазовых искажений получена дискретная модель корректоров и компенсаторов дисперсии на основе цифровых фазовых фильтров, которая, в отличие от известных моделей, позволяет устранить ошибки аппроксимации требуемых характеристик и ошибки квантования параметров при практической реализации устройства;

- Впервые предложена методика синтеза рекурсивных фазовых фильтров непосредственно на квантованном целочисленном параметрическом пространстве с использованием поисковых методов нелинейного математического программирования, позволяющих находить технические решения фазовых корректоров и компенсаторов частотной дисперсии с учётом совокупности требований к их частотным характеристикам;

- Получены целочисленные решения как цифровых корректоров фазовых искажений сигнальных широкополосных (видеотрактов) и узкополосных (радиотрактов) трактов, так и компенсаторов линейно возрастающей и линейно падающей частотной дисперсии в линии связи. Их устойчивость и работоспособность, отсутствие ошибок квантования коэффициентов при их практической реализации, а также соответствие характеристик теоретическим расчетам было подтверждено экспериментально. В отличие от решений, полученных другими методами, они обладают высоким быстродействием и малой вносимой в сигнал задержкой;

Предложенный метод синтеза позволяет получить решения с заданной конечной разрядностью коэффициентов, что позволяет избежать дополнительных операций округления или усечения при практической реализации, а это, в свою очередь, приводит к нулевой ошибке квантования при аппаратной реализации;

Полученные в результате синтеза цифровые фазовые корректоры позволяют успешно компенсировать фазовые искажения как широкополосного видеотракта, так и узкополосного радиоканала.

Разработанные алгоритмы требуют для их практической реализации относительно небольших вычислительных ресурсов, что позволяет использовать их в системах реального времени;

Разработанная универсальная методика и программа расчёта отклика рекурсивного фазового фильтра, позволяет провести оценку вычислительных затрат при программной реализации фазовых корректоров и компенсаторов на микропроцессорном контроллере или сигнальном процессоре.

**По результатам работы были опубликованы:**

### **4 статьи в журналах ВАК:**

- [1] В.Н.Бугров, Н.С.Морозов Синтез целочисленных цифровых КИХ-фильтров с линейной фазой // Цифровая обработка сигналов 2016 №1. С.14-19
- [2] Н.С.Морозов, В.Н. Бугров Синтез фазовых корректоров на основе цифровых фазовых цепей // Проектирование и технология электронных средств 2020 №4 С.15-22
- [3] Е.С.Фитасов, Д.Н.Ивлев, Н.С.Морозов, Д.В.Савельев Система синхронизации и локального позиционирования на базе беспроводных сетей // Датчики и системы № 8-9. 2017. С.20-26
- [4] Н.С.Морозов Исследование дисперсионных свойств рекурсивных цифровых фильтров // Проектирование и технологии электронных средств (принято к печати)

### **3 статьи в журналах, входящих в РИНЦ:**

- [1] В.Н.Бугров, Н.С.Морозов Поисковые технологии проектирования целочисленных цифровых фильтров // Компоненты и технологии №1'2015, ISSN 2079-6811, С.122-128
- [2] В.Н.Бугров, Н.С.Морозов Фазовая линейность целочисленных КИХ-фильтров // Компоненты и технологии №10'2020, ISSN 2079-6811, С.113-120.
- [3] В.Н.Бугров, Н.С.Морозов Проектирование цифровых фильтров малой разрядности с целочисленными коэффициентами // Современная электроника №3 2018 С.56-63

### **5 публикаций тезисов докладов конференций, входящие в РИНЦ**

- 12-я международная конференция «Перспективные технологии в средствах передачи информации» ПТСПИ-2017;
- 21-я международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» ИСТ-2017;
- III научно-техническая конференция «Радиолокация. Теория и практика», ННИИРТ, 2017г.;
- Двадцать первая научная конференция по радиофизике, ННГУ, 2017г.
- 18-я международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение» ДСПА-2016;
- 20-я международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» ИСТ-2016;
- Двадцатая научная конференция по радиофизике, ННГУ, 2016г.;

Дискретная модель корректоров и компенсаторов дисперсии на основе цифровых фазовых фильтров позволяет устранить ошибки аппроксимации требуемых характеристик за счет табулированного представления и ошибки квантования параметров за счет получения решения с заданной конечной разрядностью коэффициентов при практической реализации корректоров;

Методика синтеза рекурсивных фазовых корректоров и компенсаторов частотной дисперсии на дискретной сетке квантованных параметров с использованием поисковых методов нелинейного математического программирования позволяет находить технические решения с учётом во-первых совокупности требований к частотным характеристикам, а во-вторых с учетом заданных аппаратных ограничений на разрядность коэффициентов;

Алгоритм и универсальная программа расчёта отклика рекурсивного фазового фильтра, позволяет провести предварительную оценку вычислительных затрат при программной реализации фазовых корректоров и компенсаторов на микропроцессорном контроллере или сигнальном процессоре;

Синтезированные рекурсивные фазовые фильтры устойчивы, их характеристики и быстродействие соответствуют проведенной оценке вычислительных затрат, что подтверждено результатами экспериментального исследования.