3.3(5) $x = 1$ (2 次元)

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ x - 1 &= 0 \end{aligned}$$

ここで, 3.1(2) より

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{u} &= \frac{y-b}{v} \\ v(x-b) &= u(y-b) \end{aligned}$$

であるから,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p} &= \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \boldsymbol{u} &= \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

よって, (1, 0) を通り, (0, 1) に平行な直線

3.3(6) $x = 1$ (3次元)

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ x - 1 &= 0 \end{aligned}$$

ここで, 3.2(2) より

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

であるから,

$$\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{t} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

よって, (1, 0, 0) を通り, (1, 0, 0) に直交する平面

3.3(7) $x = 1, y = 0$ (3 次元)

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ x - 1 &= 0 \end{aligned}, \quad \begin{aligned} y &= 0 \end{aligned}$$

ここで, 3.1(3) より

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{u} &= \frac{z-c}{w} \\ w(x-a) &= u(z-c) \\ \frac{y-b}{v} &= \frac{z-c}{w} \\ w(y-b) &= v(z-c) \end{aligned}$$

であるから,

$$\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

よって, (1, 0, 0) を通り, (0, 0, 1) に平行な直線

3.3(8) $|x| + |y| + |z| = 1$

以下の 8 つの場合にわけられる

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$
$$x < 0, y \geq 0, z \geq 0$$
$$x \geq 0, y < 0, z \geq 0$$
$$x \geq 0, y \geq 0, z < 0$$
$$x < 0, y < 0, z \geq 0$$
$$x < 0, y \geq 0, z < 0$$
$$x \geq 0, y < 0, z < 0$$
$$x < 0, y < 0, z < 0$$

3.3(8) $|x| + |y| + |z| = 1$

x, y, z が入れ替わっただけであることから,
計算的には 4 つ場合にわけられる

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \tag{1}$$

$$\begin{cases} x < 0, y \geq 0, z \geq 0 \\ x \geq 0, y < 0, z \geq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0, z < 0 \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} x < 0, y < 0, z \geq 0 \\ x < 0, y \geq 0, z < 0 \\ x \geq 0, y < 0, z < 0 \end{cases} \tag{3}$$

$$x < 0, y < 0, z < 0 \tag{4}$$

3.3(8) $|x|+|y|+|z|=1$ (1) 全ての成分が正の場合

$$\begin{aligned} x+y+z &= 1 \\ (x-1)+y+z &= 0 \\ x+(y-1)+z &= 0 \\ x+y+(z-1) &= 0 \end{aligned}$$

ここで, 3.2(2) より

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

であるから,

$$\boldsymbol{p}=\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{t}=\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

よって, (1, 0, 0) を通り, (1, 1, 1) に直交する平面

3.3(8) $|x| + |y| + |z| = 1$ (1) 全ての成分が正の場合

$$
\begin{aligned}
x + y + z &= 1 \\
(x - 1) + y + z &= 0 \\
x + (y - 1) + z &= 0 \\
x + y + (z - 1) &= 0
\end{aligned}
$$

ここで, 3.2(2) より

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

であるから,

$$\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

よって, (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) を通る平面

3.3(8) $|x|+|y|+|z|=1$ (2)1つの成分が負の場合

$$\begin{aligned} -x+y+z &= 1 \\ -(x+1)+y+z &= 0 \\ x+(y-1)+z &= 0 \\ x+y+(z-1) &= 0 \end{aligned}$$

ここで, 3.2(2) より

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

であるから,

$$\boldsymbol{p}=\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

よって, (-1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) を通る平面

3.3(8) $|x| + |y| + |z| = 1$ (2)1 つの成分が負の場合

同様に, $x \geq 0, y < 0, z \geq 0$ の場合

$$
\begin{aligned}
x - y + z &= 1 \\
(x - 1) - y + z &= 0 \\
x - (y + 1) + z &= 0 \\
x - y + (z - 1) &= 0
\end{aligned}
$$

(1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1) を通る平面

$x \geq 0, y \geq 0, z < 0$ の場合

$$
\begin{aligned}
x - y + z &= 1 \\
(x - 1) + y - z &= 0 \\
x + (y - 1) - z &= 0 \\
x + y - (z + 1) &= 0
\end{aligned}
$$

(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, -1) を通る平面

3.3(8) $|x|+|y|+|z|=1$ (3)2つの成分が負の場合

$$
\begin{aligned}
-x-y+z &= 1\\
-(x+1)-y+z &= 0\\
-x-(y+1)+z &= 0\\
-x-y+(z-1) &= 0
\end{aligned}
$$

ここで, 3.2(2) より

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

であるから,

$$\boldsymbol{p}=\begin{pmatrix}x_0\\y_0\\z_0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

よって, (-1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1) を通る平面

3.3(8) $|x|+|y|+|z|=1$　(3)2つの成分が負の場合

同様に, $x<0, y\geq 0, z<0$ の場合

$$\begin{aligned}
-x+y-z &= 1 \\
-(x+1)+y-z &= 0 \\
-x+(y-1)-z &= 0 \\
-x+y-(z+1) &= 0
\end{aligned}$$

(-1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, -1) を通る平面

$x\geq 0, y<0, z<0$ の場合

$$\begin{aligned}
x-y-z &= 1 \\
(x-1)-y-z &= 0 \\
x-(y+1)-z &= 0 \\
x-y-(z+1) &= 0
\end{aligned}$$

(1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, -1) を通る平面

3.3(8) $|x|+|y|+|z|=1$ 　(4) 全ての成分が負の場合

$$\begin{aligned} -x-y-z &= 1 \\ -(x+1)-y-z &= 0 \\ -x-(y+1)-z &= 0 \\ -x-y-(z+1) &= 0 \end{aligned}$$

ここで, 3.2(2) より

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

であるから,

$$\boldsymbol{p}=\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

よって, (-1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, -1) を通る平面

3.3(8) $|x| + |y| + |z| = 1$ 　まとめ

$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ の場合
(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) を通る平面
$x < 0, y \geq 0, z \geq 0$ の場合
(-1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) を通る平面
$x \geq 0, y < 0, z \geq 0$ の場合
(1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1) を通る平面
$x \geq 0, y \geq 0, z < 0$ の場合
(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, -1) を通る平面
$x < 0, y < 0, z \geq 0$ の場合
(-1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, 1) を通る平面
$x < 0, y \geq 0, z < 0$ の場合
(-1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, -1) を通る平面
$x \geq 0, y < 0, z < 0$ の場合
(1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, -1) を通る平面
$x < 0, y < 0, z < 0$ の場合
(-1, 0, 0), (0, -1, 0), (0, 0, -1) を通る平面