OTIMIZAÇÃO DE LAJES

Laje maciça

CASO 2.4

ALUNO: PEDRO ANTONIO KITAWARA SANTOS

PROF: NILMA ANDRADE

DEPARTAMENTO: ENGENHARIA CIVIL

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

LAJE MACIÇA

- **GEOMETRIA DA LAJE:**

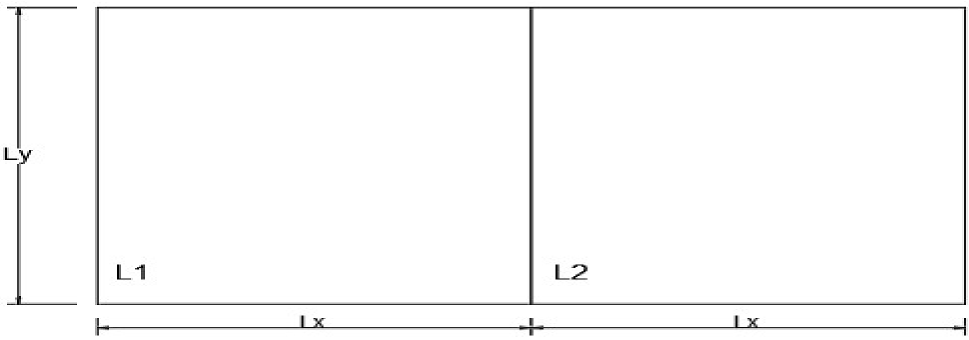


Figura 1: Corte Superior em metros

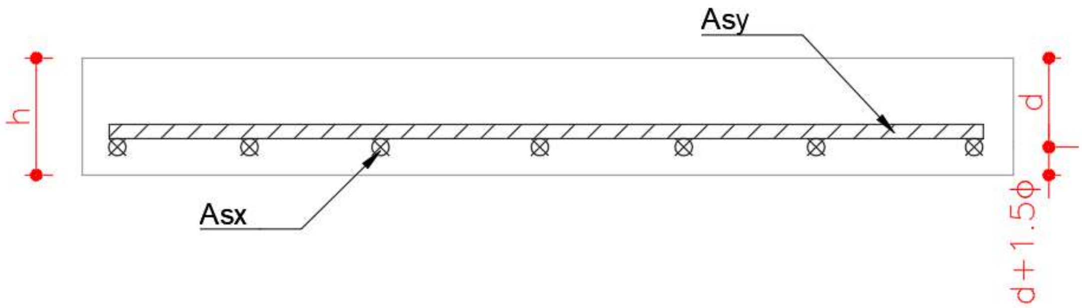
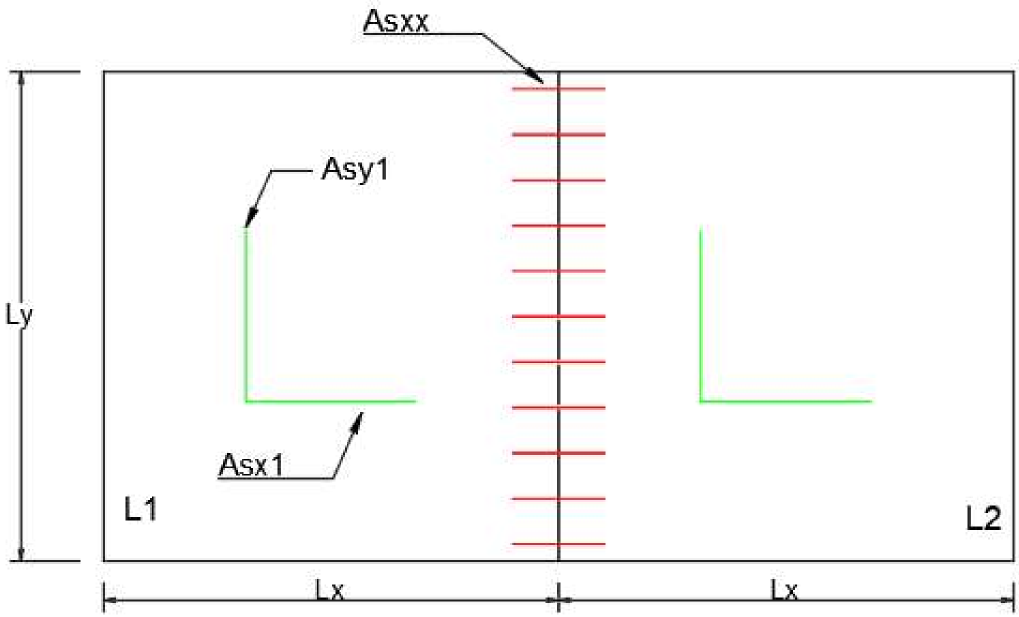


Figura 2: Corte genérico da seção

- **DADOS DE ENTRADA:**
    1. f_{ck} = 35 MPa;
    2. γc = 1,4
    3. AÇO CA-50 (f_{yk} = 50 kN/cm²);
    4. Γs = 1,15
    5. l_x = 7 m;
    6. l_y = 7 m;
    7. λ = lx/ly = 7/7; (LA2D)
    8. c = 2,5 cm; %CLASSE DE AGRESSIVIDADE 2
    9. ϕ = 10 mm; %CHUTE INICIAL
    10. d' = c + 1.5ϕ/2;

- **FUNÇÃO OBJETIVO:**
    1. DETALHAMENTO DAS ARMADURAS:



2. MASSA DO AÇO:

$$\rho_s = 2(A_{sx} + A_{sy})L_x L_y \rho_{stell} + 0.5 A_{sxx} L_x L_y \rho_{stell} \quad [kg] \qquad eq.1$$

3. VOLUME DE CONCRETO:

$$V_{CONCRETO} = 2 L_x L_y h \quad [m^3] \qquad eq.2$$

4. FUNÇÃO OBJETIVO:

$$f_{obj}(x1, x2, x3, x4) = C_1 \rho_s + C_2 V_{CONCRETO} \quad [R\$] \quad eq.3$$

Onde:
C1: R$: %7,92 Custo do kg de aço;
C2: R$: %320 Custo do m³ do concreto;
X_1 = h; %altura das lajes;
X_2 = Asx; %armadura de aço na direção x;
X_3 = Asy; %armadura de aço na direção y;
X_4 = Asxx; %armadura negativa no engaste;
ρ_{stell} = 7830 kg/m³;

Notas:
1ª - A altura da laje será constante para as duas lajes;
2ª - A fim de evitar mais variáveis de projeto, optou-se por conveniência geométrica considerar as armaduras nas respectivas direções iguais, isto é, Asx1 = Asx2 etc.
3ª - No caso da armadura do engaste considerou-se apenas a Asxx;

4ª – Na implementação no MatLab deve-se atentar as dimensões para o cálculo do volume na eq.1;

- **AÇÕES NA LAJE:**

1. PERMANENTES

PERMANENTES	gi	γ(kN/m³)	y(m)	γ.y
P. PRÓPRIO	g1	25	x1	25.x1
P. C. PISO	g2	21	0.04	0,84
P. PISO	g3	-	-	0,20ª
P. FORRO	g4	19	0.04	0,76
TOTAL	gt	-	-	-

Tabela 01

$$G_t = \gamma_{conc}x_1 + \gamma_{cp}e_{cp} + carga_{piso} + \gamma_{forro}e_{forro} \quad \left[\frac{kN}{m^2}\right] \quad eq.4$$

Sendo:
gt → carga total (kN/m²)
ecp → altura do contra-piso (m)
eforro → altura do forro (m)
cargapiso → carga do piso (kN/m²)

NOTA: Valores de γ obtidos da NBR 6120:2003

2. ACIDENTAIS:

Escolhemos o caso de residencial (NBR 6120 tab. 10):

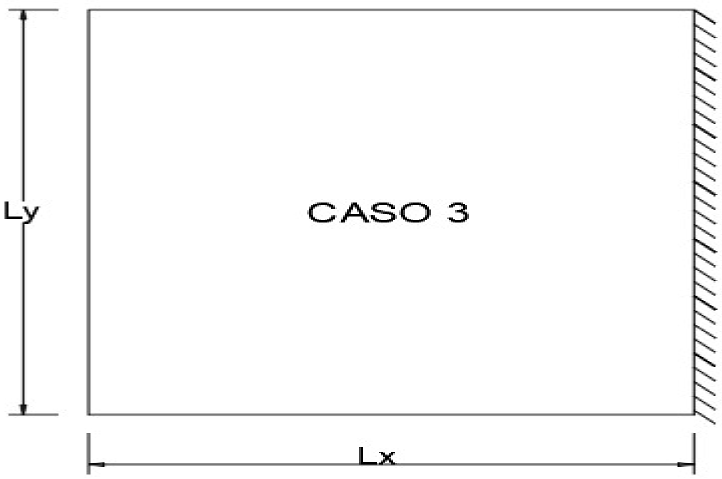
$$q = 2{,}5 \quad \left[\frac{kN}{m^2}\right] \quad eq.5$$

3. COMBINAÇÃO ÚLTIMA NORMAL:

$$P = \gamma_G G_t + \gamma_q q \quad \left[\frac{kN}{m^2}\right] \quad eq.6$$

- **MOMENTOS SOLICITANTES:**

QUADRO 7.2 – CHUST, pg. 332
CASO 03 (BI-APOIADA) – LA1D



Dessa forma, podemos extrair as seguintes formulações:

$$M_x = \frac{\mu_x p l_x{}^2}{100} \quad \left[\frac{kNm}{m}\right] \quad eq.\ 7.a$$

$$M_y = \frac{\mu_y p l_x^2}{100} \quad \left[\frac{kNm}{m}\right] \quad eq.\ 7.b$$

$$M_{xx} = \frac{\mu_{xx} p l_x^2}{100} \quad \left[\frac{kNm}{m}\right] \quad eq.\ 7.c$$

Assim, substituindo a eq.6 na eq.7, temos:

$$M_x = \frac{\mu_x P l_x{}^2}{100} \quad \left[\frac{kNm}{m}\right] \quad eq.\ 8.a$$

$$M_y = \frac{\mu_y P l_x{}^2}{100} \quad \left[\frac{kNm}{m}\right] \quad eq.\ 8.b$$

$$M_{xx} = \frac{\mu_{xx} P l_x^2}{100} \quad \left[\frac{kNm}{m}\right] \quad eq.\ 8.c$$

- **EQUACIONAMENTO DO CONCRETO:**

Fazendo o equilíbrio da figura abaixo, obtemos as seguintes equações de equilíbrio:

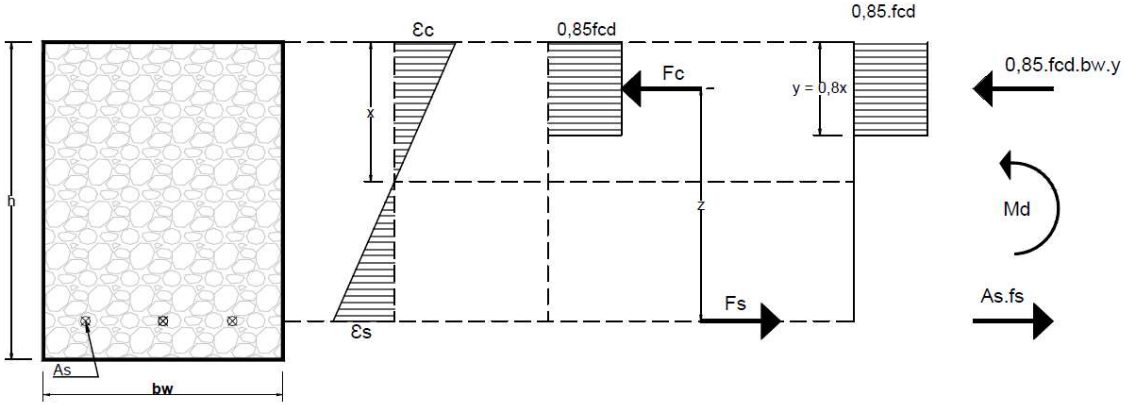


Figura 3: Seção a ser equilibrada

1. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO:

Assim, fazendo o equilíbrio das forças horizontais, obtemos a seguinte equação:

$$F_s - F_C = 0 \qquad eq.9$$

$$F_c = (0{,}85 f_{cd}) b (0{,}8x) \qquad eq.10$$

Agora, realizando o equilíbrio dos momentos temos:

$$M_d = F_c z \qquad eq.11$$

Dessa forma, sendo z = d – 0,4.x e substituindo (eq.10) em (eq.11):

$$M_d = (0{,}68xd - 0{,}272x^2) b f_{cd} \qquad eq.12$$

Agora, para fazer a análise das restrições consideramos a relação de x/d pela NBR 6118:2014 de para 0,45, isto é, x/dlim ≤ 0,45 para concretos até o fck de 50 MPa. Então, temos:

$$x = 0{,}45(h - d') \qquad eq.13$$

Substituindo (eq.13) na expressão (eq.12), obtemos a equação do momento resistente de cálculo:

$$Md = \{0{,}306(x1 - d')(x1 - d') - 0{,}05508(x1 - d')^2 b.fcd\} \qquad eq.14$$

Onde:
d′ = c + ϕ/2

h = x_1
d = h - d'

Assim, sendo a área de aço:

$$As = \frac{M_d}{zf_s} \quad eq.15$$

Expandido a eq.15 e substituindo a eq.11 na eq.15, temos:

$$As = \frac{F_c z}{zf_s} = \frac{F_C}{f_s} = \frac{(0{,}85f_{cd})b(0{,}8x)}{f_s} \quad eq.16$$

Substituindo eq.13 na eq.16, temos:

$$As = \frac{0{,}306f_{cd}b(x1 - d')}{f_s} \quad eq.17$$

Onde:
d' = c + ϕ/2;
As = armadura de aço;

- **RESTRIÇÕES:**
    1. RESTRIÇÃO:

       Então, para a primeira restrição, temos a eq. 14:

       $$Md = \{(0{,}306d^2 - 0{,}272d^2)b.fcd\}$$

       Onde faremos o Md igual tanto ao Mx quanto ao My e, por fim, o Mxx das eq.8. Assim, isolando tanto Md quanto Mi no lado esquerdo da equação, teremos:

       $M_x - M_d = 0$ $\quad h.1$ %restrição para a direção x
       $M_y - M_d = 0$ $\quad h.2$ %restrição para a direção y
       $M_{xx} - M_d = 0$ $\quad h.3$ %restrição para o engaste

       Nota: Restrição não linear de igualdade;

    2. RESTRIÇÃO:

       Tendo em mãos a equação (eq.17) e isolando todos os termos para o lado esquerdo da equação temos:

$$x_2 - \frac{0{,}306.f_{cd}b(x_1 - d')}{f_s} = 0 \quad a.1$$

$$x_3 - \frac{0{,}306.f_{cd}b(x_1 - d')}{f_s} = 0 \quad a.2$$

$$x_4 - \frac{0{,}306.f_{cd}b(x_1 - d')}{f_s} = 0 \quad a.3$$ è

Onde:
d = x1 - d';
Asx = x2;
Asy = x3;
Asxx = x4;
Nota: Restrição linear de igualdade;

- **LIMITES DAS VARIÁVEIS DE PROJETO**

1. ALTURA - x (1):

$$0{,}07 \leq x_1 \leq sem\ limite \quad [m] \quad limite.1$$

Limite inferior:7 cm **[NBR 6118:2014 - 13.2.4.1]**
Limite superior: sem limite [Inf]

2. ARMADURA DE AÇO - x (2):

$$Asi \geq Asimin \quad [m] \quad limite.2$$

Tabela 2 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}$ [a] (%)														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retan-gular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

(a) Os valores de $\rho_{mín}$ estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, d/h 0,8, γ_c = 1,4 e γ_s = 1,15. Caso esses fatores sejam diferentes, $\rho_{mín}$ deve ser recalculado.
$\rho_{mín} = A_{s,mín}/A_c$